譯幾何原本

夫儒者之學亟其知致其知當由明達物理耳物理眇隱人才頑昏不因既明累推其未明吾知奚至哉吾西陬國雖褊小而其庠校所業格物窮理之法視諸列邦爲獨備焉故審究物理之書極繁富也彼士立論宗旨惟尚理之所據弗取人之所意葢曰理之審乃令我知若夫人之意又令我意耳知之謂謂無疑焉而意猶兼疑也然虛理隱理之論雖據有眞指而釋疑不盡者尚可以他理駁焉能引人以是之而不能使人信其無或非也獨實理者明理者剖散心疑能强人不得不是之不復有理以疵之其

所致之知且深且固則無有若幾何一家者矣幾何家者
專察物之分限者也其分者若截以爲數則顯物幾何衆
也若完以爲度則指物幾何大也其數與度或脫于物體
而空論之則數者立算法家度者立量法家也或二者在
物體而偕其物議之則議數者如在音相濟爲和而立律
呂樂家議度者如在動天迭運爲時而立天文歷家也此
四大支流析百派其一量天地之大若各重天之厚薄日
月星體去地遠近幾許大小幾倍地球圍徑道里之數又
量山岳與樓臺之高井谷之深兩地相距之遠近土田城
郭宮室之廣袤廩庾大器之容藏也其一測景以明四時
之候晝夜之長短日出入之辰以定天地方位歲首三朝
分至啓閉之期閏月之年閏日之月也其一造器以儀天
地以審七政次舍以演八音以自鳴知時以便民用以祭
上帝也其一經理水土木石諸工築城郭作爲樓臺宮殿
上棟下宇疏河注泉造作橋梁如是諸等營建非惟飾美
觀好必謀度堅固更千萬年不圮不壞也其一製機巧用
小力轉大重升高致遠以運芻糧以便泄注乾水地水乾
地以上下舫舶如是諸等機器或借風氣或依水流或用
輪盤或設關捩或恃空虛也其一察目視勢以遠近正邪
高下之差照物狀可畫立圓立方之度數于平版之上可

遠測物度及眞形畫小使目視大畫近使目視遠畫圜使目視球畫像有坳突畫室屋有明闇也其一為地理者自輿地山海全圖至五方四海方之各國海之各島一州一郡僉布之簡中如指掌焉全圖與天相應方之圖與全相接宗與支相稱不錯不紊則以圖之分寸尺尋知地海之百千萬里因小知大因邇知遐不悞觀覽爲陸海行道之指南也此類皆幾何家正屬矣若其餘家大道小道無不藉幾何之論以成其業者夫爲國從政必熟邊境形勢外國之道里遠近壤地廣狹乃可以議禮賓來往之儀以虞不虞之變不爾不妄懼之必悞輕之矣不計筭本國生耗出入錢穀之凡無以謀其政事自不知天文而特信他人傳說多爲僞術所亂熒也農人不豫知天時無以播殖百嘉種無以備旱乾水溢之災而保國本也医者不知察日月五星躔次與病體相視乖和逆順而妄施藥石針砭非徒無益抑有大害故時見小恙微疴神藥不效少壯多夭折盖不明天時故耳商賈懵于計會則百貨之貿易子母之入出儕類之衰分咸晦混或欺其偶或受其偶欺均不可也今不暇詳諸家借幾何之術者惟兵法一家國之大事安危之本所須此道尤最亟焉故智勇之將必先幾何之學不然者雖智勇無所用之彼天官時日之屬豈良將

所留心乎良將所急先計軍馬芻粟之盈詘道里地形之遠近險易廣狹死生次計列營布陣形勢所宜或用圓形以示寡或用角形以示衆或爲却月象以圍敵或作銳勢以潰散之其次策諸攻守器械熟計便利展轉相勝新新無已備覩列國史傳所載誰有經營一新巧機器而不爲戰勝守固之藉者乎以衆勝寡强勝弱奚貴以寡弱勝衆强非智士之神力不能也以余所聞吾西國千六百年前天主教未大行列國多相并兼其間英士有能以羸少之卒當十倍之師守孤危之城禦水陸之攻如中夏所稱公輸墨翟九攻九拒者時時有之彼操何術以然熟于幾何之學而已以是可見此道所關世用至廣至急也是故經世之儁偉志士前作後述不絕于世時時紹明增益論撰綦爲盛隆焉乃至中古吾西庠特出一聞士名曰歐几里得修幾何之學邁勝先士而開廸後進其道益光所制作甚衆甚精生平著書了無一語可疑惑者其幾何原本一書尤確而當曰原本者明幾何之所以然凡爲其說者無不由此出也故後人稱之曰歐几里得以他書踰人以此書踰已今詳味其書規摹次第洵爲奇矣題論之首先標界說次設公論題論所據次乃具題題有本解有作法有推論先之所徵必後之所恃十三卷中五百餘題一脉貫

通卷與卷題與題相結倚一先不可後一後不可先纍纍
交承至終不絕也初言實理至易至明漸次積累終竟乃
發奥微之義若暫觀後來一二題旨卽其所言人所難測
亦所難信及以前題爲據層層印證重重開發則義如列
眉往往釋然而失笑矣千百年來非無好勝强辨之士終
身力索不能議其隻字若夫從事幾何之學者雖神明天
縱不得不藉此爲階梯焉此書未達而欲坐進其道非但
學者無所措其意卽教者亦無所措其口也吾西庠如向
所云幾何之屬幾百家爲書無慮萬卷皆以此書爲基每
竪一義卽引爲證據焉用他書證者必標其名用此書證

者直云某卷某題而已視爲幾何家之日用飲食也至今
世又復崛起一名士爲實所從學幾何之本師曰丁先生
開廓此道益多著述實昔游西海所過名邦每遘顓門名
家輒言後世不可知若今世以前則丁先生之于幾何無
兩也先生于此書覃精已久既爲之集解又復推求續補
凡二卷與元書都爲十五卷又每卷之中因其義類各造
新論然後此書至詳至備其爲後學津梁殆無遺憾矣實
自入中國竊見爲幾何之學者其人與書信自不乏獨未
睹有原本之論既闕根基遂難剏造卽有斐然述作者亦
不能推明所以然之故其是者已亦無從別白有謬者人

亦無從辨正當此之時遽有志飜譯此書質之當世賢人君子用酬其嘉信旅人之意也而才既菲薄且東西文理又自絕殊字義相求仍多闕畧了然于口尚可勉圖肆筆爲文便成艱澁矣嗣是以來屢逢志士左提右挈而每患作輟三進三止嗚呼此游藝之學言象之粗而齟齬若是允哉始事之難也有志竟成以需今日歲庚子竇因貢獻僑邸燕臺癸卯冬則吳下徐太史先生來太史既自精心長于文筆與旅人輩交游頗久私計得與對譯成書不難于時以計偕至及春薦南宮選爲庶常然方讀中 秘書時得晤言多咨論

天主大道以脩身昭事爲急未遑此土苴之業也客秋乃詢西庠舉業余以格物實義應及譚幾何家之說余爲述此書之精且陳飜譯之難及向來中輟狀先生曰吾先正有言一物不知儒者之耻今此一家已失傳爲其學者皆闇中模索耳既遇此書又遇子不驕不吝欲相指授豈可畏勞玩日當吾世而失之嗚呼吾避難難自長大吾迎難難自消微必成之先生就功命余口傳自以筆受焉反覆展轉求合本書之意以中夏之文重復訂政凡三易稿先生勤余不敢承以怠迄今春首其最要者前六卷獲卒業矣但歐几里得本文已不遺旨若丁先生之文惟譯註首

論耳太史意方銳欲竟之余曰止請先傳此使同志者習之果以爲用也而後徐計其餘太史曰然是書也苟爲用竟之何必在我遂輟譯而梓是謀以公布之不忍一日私藏焉梓成竇爲撮其大意并諸簡端自顧不文安敢竊附述作之林葢聊敘本書指要以及飜譯因起使後之習者知夫創通大義緣力俱艱相共增脩以終美業庶俾開濟之士究心實理于向所陳百種道藝咸精其能上爲國家立功立事即竇輩數年來旅食大官受恩深厚亦得藉手以報萬分之一矣

萬曆丁未泰西利瑪竇謹書

幾何原本第一卷之首

界說三十六 公論十九 求作四

泰西 利瑪竇口譯
吳淞 徐光啓筆受

界說三十六則

凡造論先當分別解說論中所用名目故曰界說

凡歷法地理樂律筭章技藝工巧諸事有度有數者皆依賴十府中幾何府屬凡論幾何先從一點始 自點引之爲線線展爲面面積爲體是名三度

第一界

點者無分

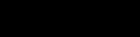
無長短廣狹厚薄　如下圖凡圖十干爲識干盡用十二支支盡用八卦八音

第二界

線有長無廣

試如一平面光照之有光無光之間不容一物是線也

眞平眞圓相遇其遇處止有一點行則止有一線



線有直有曲

第三界

線之界是點凡線有界者兩界必是點

第四界

直線止有兩端兩端之間上下更無一點

兩點之間至徑者直線也稍曲則繞而長矣

直線之中點能遮兩界

凡量遠近皆用直線

線

甲乙丙是直線甲丁丙甲戊丙甲巳丙皆是曲

第五界

面者止有長有廣

一體所見爲面

凡體之影極似于面無厚之極

想一線橫行所留之迹即成面也

第六界

面之界是線

第七界

平面一面平在界之內

平面中間線能遮兩界

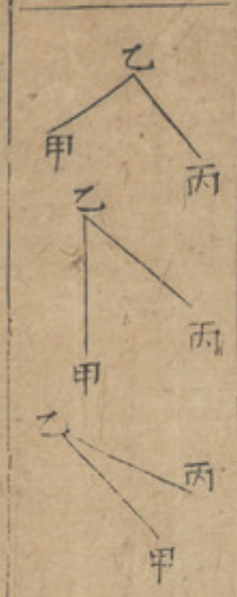
平面者諸方皆作直線

試如一方面用一直繩施于一角繞面運轉不礙不空是平面也

若曲面者則中間線不遮兩界

第八界

平角者兩直線于平面縱橫相遇交接處



凡言甲乙丙角皆指平角

如上甲乙乙丙二線平行相遇不能作角

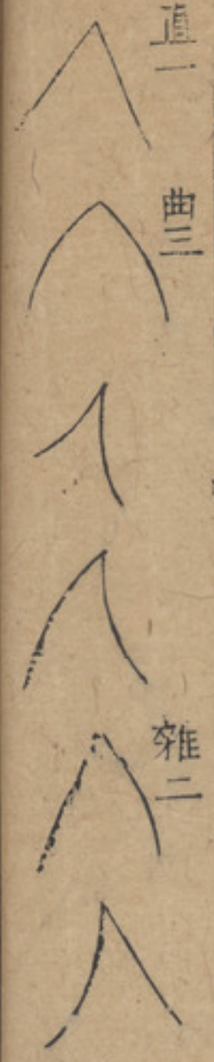
如上甲乙丙二線雖相遇不作平角爲是曲線

所謂角止是兩線相遇不以線之大小較論

第九界

直線相遇作角爲直線角

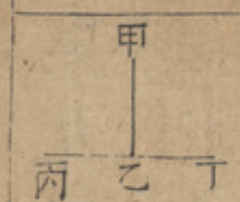
平地兩直線相遇爲直線角本書中所論止是直線角但作角有三等今附著于此一直線角二曲線角三雜線角 如下六圖



第十界

直線垂于橫直線之上若兩角等必兩成直角而直線下垂者謂之橫線之垂線

量法常用兩直角及垂線垂線加于橫線之上必不作銳角及鈍角



若甲乙線至丙丁上則乙之左右作兩角相等爲直角而甲乙爲垂線

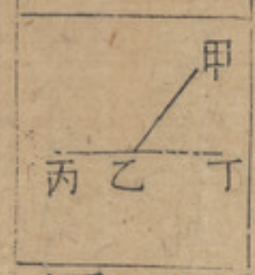
若甲乙爲橫線則丙丁又爲甲乙之垂線何者丙乙與甲乙相遇雖止一直角然甲線若垂下過乙則丙線上下定成兩直角所以丙乙亦爲甲乙之垂線如今用矩尺一縱一

凡直線上有兩角相連是相等者定俱直角中間線爲垂線（橫互相爲直線互相爲垂線）

反用之若是直角則兩線定俱是垂線

第十一界

凡角大于直角爲鈍角



如甲乙丙角與甲乙丁角不等而甲乙丙大于甲乙丁則甲乙丙爲鈍角

第十二界

凡角小于直角爲銳角

如前圖甲乙丁是

通上三界論之直角一而已鈍角銳角其大小不等乃至無數

是後凡指言角者俱用三字爲識其第二字即所指角也　如前圖甲乙丙三字第二乙字即所指鈍角若言甲乙丁即第二乙字是所指銳角

第十三界

界者一物之始終

今所論有三界點爲線之界線爲面之界面爲體之界

體不可爲界

第十四界

或在一界或在多界之間爲形

一界之形如平圓立圓等物多界之形如平方立方及平立三角六八角等物　圖見後卷

第十五界

圜者一形于平地居一界之間自界至中心作直線俱等

若甲乙丙爲圜丁爲中心則自甲至丁與乙至丁丙至丁其線俱等

外圓線爲圜之界內形爲圜

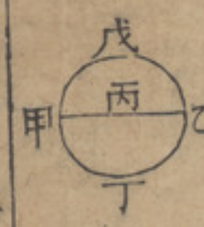
一說圜是一形乃一線屈轉一周復于元處所作如上圖甲丁線轉至乙丁乙丁轉至丙丁丙丁又至甲丁復元處其中形即成圜

第十六界

圜之中處爲圜心

第十七界

自圜之一界作一直線過中心至他界爲圜徑徑分圜兩平分



甲丁乙戊圜自甲至乙過丙心作一直線爲圜徑

第十八界

徑線與半圜之界所作形爲半圜

第十九界

在直線界中之形爲直線形

第二十界

在三直線界中之形爲三邊形

第二十一界

在四直線界中之形爲四邊形

第二十二界

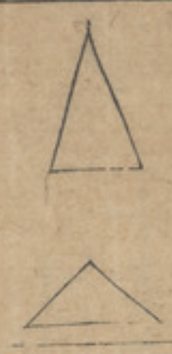
在多直線界中之形爲多邊形五邊以上俱是

第二十三界

三邊形三邊線等爲平邊三角形

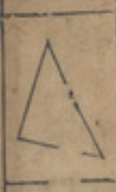
第二十四界

三邊形有兩邊線等爲兩邊等三角形或銳或鈍



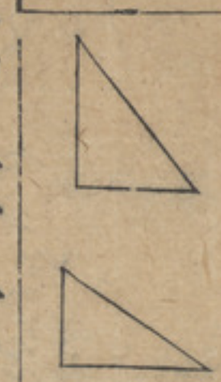
第二十五界

三邊形三邊線俱不等爲三不等三角形



第二十六界

三邊形有一直角爲三邊直角形



第二十七界

三邊形有一鈍角爲三邊鈍角形

第二十八界

三邊形有三銳角爲三邊各銳角形

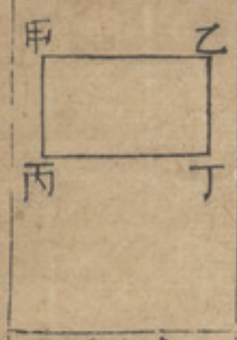
凡三邊形恒以在下者爲底在上二邊爲腰

第二十九界

四邊形四邊線等而角直爲直角方形

第三十界

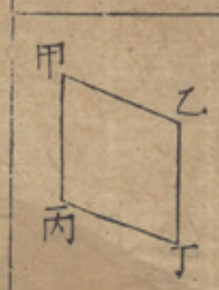
直角形其角俱是直角其邊兩兩相等



如上甲乙丙丁形甲乙邊與丙丁邊自相等甲丙與乙丁自相等

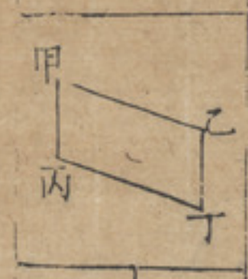
第三十一界

斜方形四邊等但非直角



第三十二界

長斜方形其邊兩兩相等但非直角

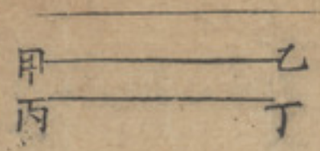


第三十三界

已上方形四種謂之有法四邊形四種之外他方形皆謂之無法四邊形

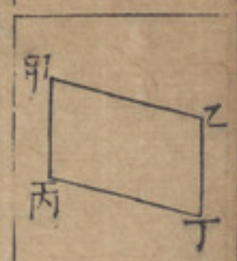
第三十四界

兩直線于同面行至無窮不相離亦不相遠而不得相遇爲平行線



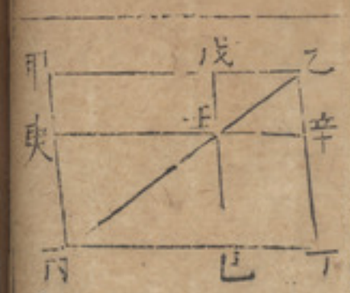
第三十五界

一形每兩邊有平行線爲平行線方形



第三十六界

凡平行線方形。若于兩對角作一直線。其直線爲對角線又于兩邊縱橫各作一平行線。其兩平行線與對角線交羅相遇。即此形分爲四平行線方形。其兩形有對角線者。爲角線方形。其兩形無對角線者爲餘方形



甲乙丁丙方形。于丙乙兩角作一線爲對角線。又依乙丁平行。作戊己線。依甲乙平行。作庚辛線。其對角線與戊己庚辛兩線交羅相遇于壬。即作大小四平行線方形矣。則庚壬己丙及戊壬辛乙兩方形。謂之角線方形。而甲庚壬戊及壬己丁辛謂之餘方形

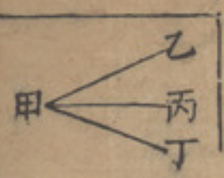
求作四則

求作者。不得言不可作

第一求

自此點至彼點。求作一直線

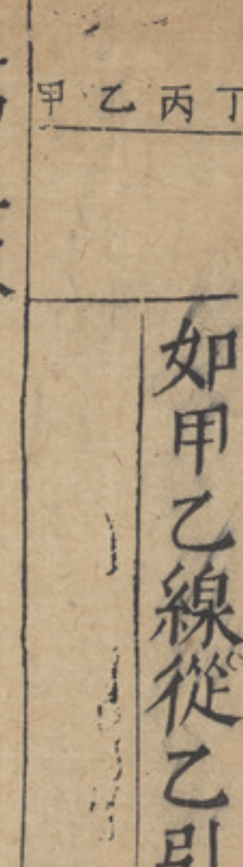
此求亦出上篇。蓋自此點直行至彼點。即是直線



自甲至乙。或至丙。至丁。俱可作直線

第二求

一有界直線求從彼界直行引長之



如甲乙線從乙引至丙或引至丁俱一直行

第三求

不論大小以點爲心求作一圜

第四求

設一度于此求作彼度較此度或大或小凡言度者或線或面或體皆是

或言較小作大可作較大作小不可作何者小之至極數窮盡故也此說非是凡度與數不同數者可以長不可以短長數無窮短數有限如百數減半成五十減之又減至一而止一以下不可損矣自百以上增之可至無窮故曰可長不可短也度者可以長亦可以短長者增之可至無窮短者減之亦復無盡嘗見莊子稱一尺之棰日取其半萬世不竭亦此理也何者自有而分不免爲有若減之可盡是有化爲無也有化爲無猶可言也令已分者更復合之合之又合仍爲尺棰是始合之初兩無能并爲一有也兩無

能并爲一有不可言也

公論十九則

公論者不可疑

第一論

設有多度彼此俱與他等則彼與此自相等

第二論

有多度等若所加之度等則合并之度亦等

第三論

有多度等若所減之度等則所存之度亦等

第四論

有多度不等若所加之度等則合并之度不等

第五論

有多度不等若所減之度等則所存之度不等

第六論

有多度俱倍于此度則彼多度俱等

第七論

有多度俱半于此度則彼多度亦等

第八論

有二度自相合則二度必等以一度加一度之上

第九論

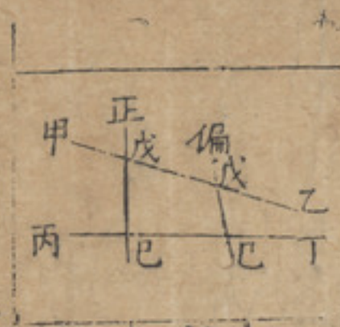
全大于其分如一尺大于一寸者全尺中十分中之一分也

第十論

直角俱相等見界說十

第十一論

有二横直線或正或偏任加一縱線若三線之間同方兩角小于兩直角則此二横直線愈長愈相近必至相遇

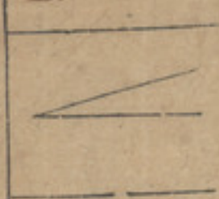


甲乙丙丁二横直線任意作一戊巳縱線或正或偏若戊巳線旁同方兩角俱小于直角或并之小于兩直角則甲乙丙丁線愈長愈相近必有相遇之處

欲明此理宜察平行線不得相遇者界說卅四加一垂線即三線之間定爲直角便知此論兩角小于直角者其行不得不相遇矣

第十二論

兩直線不能爲有界之形



第十三論

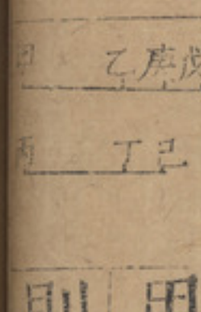
兩直線止能于一點相遇

如云線長界近相交不止一點試于丙乙二界各出直

線交于丁假令其交不止一點當引至甲則甲丁乙宜爲甲丙乙圜之徑而甲丁丙亦如之界說十七夫甲丁乙圜之右半也而甲丁丙亦右半也界說十七甲丁乙爲全甲丁丙爲其分而俱稱右半是全與其分等也本篇九

第十四論

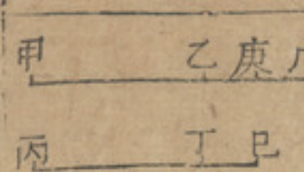
有幾何度等若所加之度各不等則合并之差與所加之差等



甲乙丙丁線等于甲乙加乙戊于丙丁加丁巳則甲戊大于丙巳者庚戊線也而乙戊大于丁巳亦如之

第十五論

有幾何度不等若所加之度等則合并所羸之度與元所羸之度等



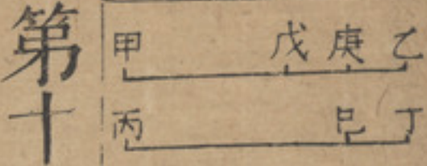
如上圖反說之戊乙巳丁線不等于戊乙加乙甲于巳丁加丁丙則戊甲大于巳丙者戊庚線也而戊乙大于巳丁亦如之

第十六論

有幾何度等若所減之度不等則餘度所羸之度與減去所羸之度等

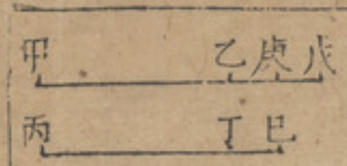
四字當改作六字

甲乙丙丁線等于甲乙減戊乙于丙丁減巳丁則乙戊大于丁巳者庚戊也而丙巳大于甲戊亦如之



第十七論

有幾何度不等若所減之度等則餘度所贏之度與元所贏之度等



如十四論反說之甲戊丙巳線不等于甲戊減甲乙于丙巳減丙丁則乙戊長于丁巳者亦庚戊也與甲戊長于丙巳者等矣

第十八論

全與諸分之并等

第十九論

有二全度此全倍于彼全若此全所減之度倍于彼全所減之度則此較亦倍于彼較相減之餘曰較

如此度二十彼度十于二十減六于十減三則此較十四彼較七

幾何原本第一卷之首終

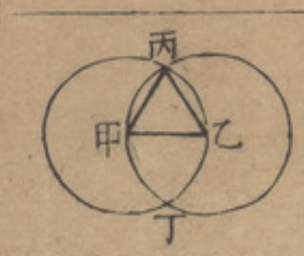
幾何原本第一卷

本篇論三角形　計四十八題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

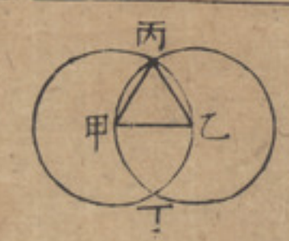
于有界直線上求立平邊三角形



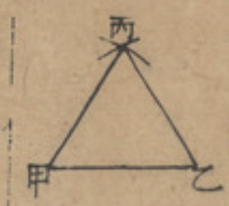
法曰甲乙直線上求立平邊三角形先以甲爲心乙爲界作丙乙丁圜次以乙爲心甲爲界作丙甲丁圜兩圜相交于丙于丁末自甲至丙丙至乙各作直線即甲乙丙爲平邊三角形

論曰以甲爲心至圜之界其甲乙線與甲丙甲丁線等

以乙爲心則乙甲線與乙丙乙丁線亦等何者凡爲圜自心至界各線俱等故界說十五既乙丙等于乙甲而甲丙亦等于甲乙即甲丙亦等于乙丙公論一三邊等如所求凡論有二種此以是爲論者正論也下倣此



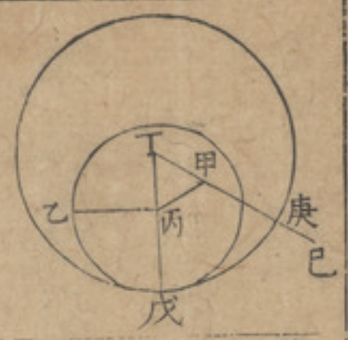
其用法不必作兩圜但以甲爲心乙爲界作近丙一短界線乙爲心甲爲界亦如之兩短界線交處即得丙

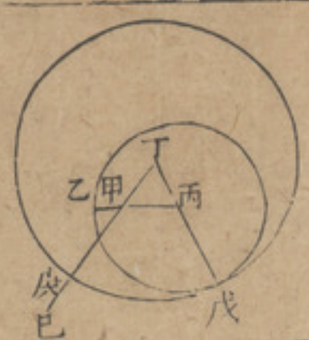


諸三角形俱推前用法作之詳本篇廿二

第二題

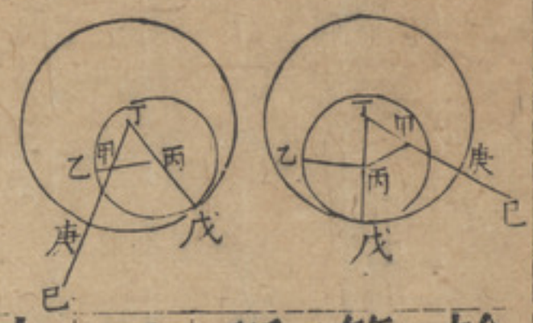
一直線線或內或外有一點求以點爲界作直線與元線等





法曰有甲點及乙丙線求以甲爲界作一線與乙丙等先以丙爲心乙爲界乙爲心丙爲界亦可作作丙乙圜第三求次觀甲點若在丙乙之外則自甲至丙作甲丙線第一求如上前圖或甲在丙乙之內則截取甲至丙一分線如上後圖兩法俱以甲丙線爲底任于上下作甲丁丙平邊三角形本篇一次自三角形兩腰線引長之第二求其丁丙引至丙乙圜界而止爲丙戊線其丁甲引之出丙乙圜外稍長爲甲己線末以丁爲心戊爲界作丁戊圜

其甲巳線與丁戊圜相交于庚即甲庚線與乙丙線等

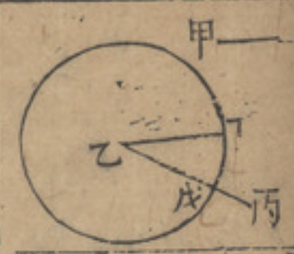


論曰丁戊丁庚線同以丁爲心戊庚爲界故等界說十五于丁戊線減丁丙丁庚線減丁甲其所減兩腰線等則所存亦等公論三夫丙戊與丙乙同以丙爲心戊乙爲界亦等界說十五即甲庚與丙乙等公論一

若所設甲點即在丙乙線之一界其法尤易假如點在丙即以丙爲心作乙戊圜從丙至戊即所求

第三題

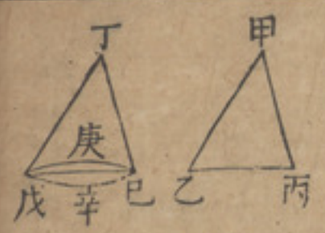
兩直線一長一短求于長線減去短線之度



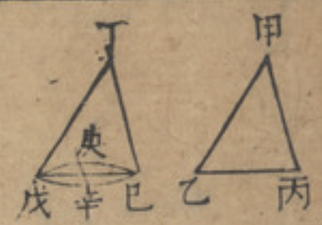
法曰甲短線乙丙長線求于乙丙減甲先以甲爲度從乙引至別界作乙丁線本篇二次以乙爲心丁爲界作圜第三求圜界與乙丙交于戊即乙戊與等甲之乙丁等蓋乙丁乙戊同心同圜故界說十五

第四題

兩三角形若相當之兩腰線各等各兩腰線間之角等則兩底線必等而兩形亦等其餘各兩角相當者俱等



解曰甲乙丙丁戊巳兩三角形之甲與丁兩角等甲丙與丁巳兩線甲乙與丁戊兩線各等題言乙丙與戊巳兩底線必等而兩三角形亦等

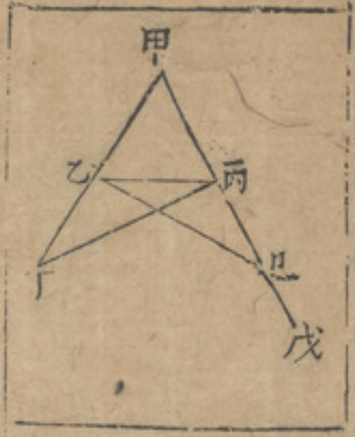


甲乙丙、與丁戊巳、兩角。甲丙乙、與丁巳戊、兩角。俱等

論曰。如云乙丙、與戊巳、不等。即令將甲角置丁角之上。兩角必相合。無大小。甲丙、與丁巳。甲乙、與丁戊。亦必相合。無大小。公論八此二俱等。而云乙丙、與戊巳、不等。必乙丙底或在戊巳之上。爲庚。或在其下。爲辛矣。戊巳既爲直線。而戊庚巳又爲直線。則兩線當別作一形。是兩線能相合爲形也。辛倣此。公論十二此以非爲論者駁論也。下倣此

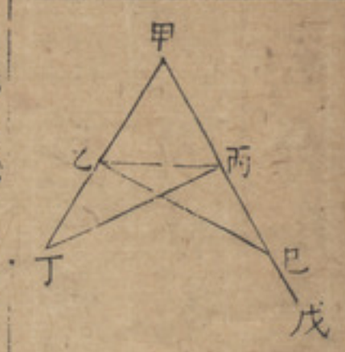
第五題

三角形。若兩腰等。則底線兩端之兩角、等。而兩腰引出之。其底之外兩角、亦等



解曰。甲乙丙三角形。其甲丙、與甲乙、兩腰等。題言甲丙乙、與甲乙丙、兩角等。又自甲丙線任引至戊。甲乙線任引至丁。其乙丙戈、與丙乙丁、兩外角、亦等

論曰。試如甲戊線稍長。即從甲戊截取一分。與甲丁等。爲甲巳。本篇三次自丙至丁。乙至巳。各作直線。第一求即甲巳乙、甲丁丙、兩三角形。必等。何者。此兩形之甲角同。甲巳、與甲丁、兩腰又等。甲乙、與甲丙、兩腰又等。則其底丙丁、與乙巳、必等。而底線兩端、相當之各兩角、亦等矣。本篇



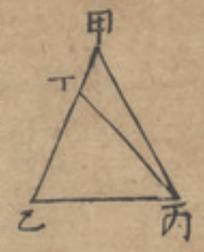
四 又乙丙巳與丙乙丁兩三角形亦等何者此兩形之丙丁乙與乙巳丙兩角既等本論而甲巳甲丁兩腰各減相等之甲丙甲乙線即所存丙巳乙丁兩腰又等公論三丙丁與乙巳兩底又等本論又乙丙同腰即乙丙丁與丙乙巳兩角亦等也則丙之外乙丙巳角與乙之外丙乙丁角必等矣本篇

四 次觀甲乙巳與甲丙丁兩角既等于甲乙巳減丙乙巳角甲丙丁減乙丙丁角則所存甲丙乙與甲乙丙兩角必等公論三

增從前形知三邊等形其三角俱等

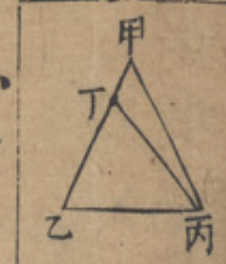
第六題

三角形若底線兩端之兩角等則兩腰亦等



解曰甲乙丙三角形其甲乙丙與甲丙乙兩角等題言甲乙與甲丙兩腰亦等

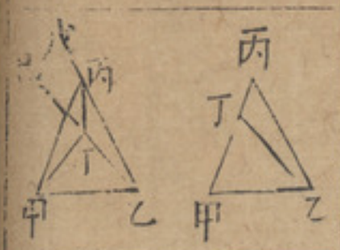
論曰如云兩腰線不等而一長一短試辯之若甲乙爲長線即令比甲丙線截去所長之度爲乙丁線而乙丁與甲丙等本篇三次自丁至丙作直線則本形成兩三角形其一爲甲乙丙其一爲丁乙丙而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也是全與其分等也公論九何者彼言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙兩線既等丁乙



丙分形之乙丙、與甲乙丙全形之乙丙、又同線。而元設丁乙丙、與甲丙乙兩角等也本篇四是全與其分等也。故底線兩端之兩角等者。兩腰必等也

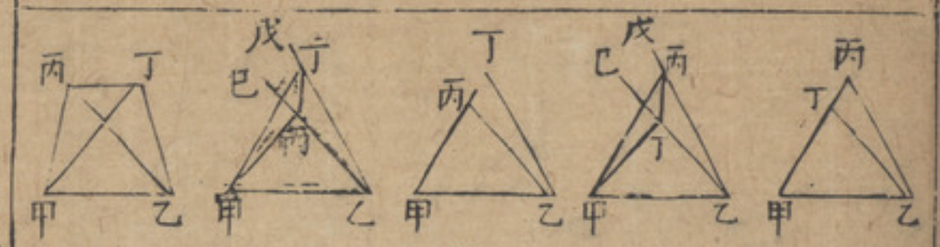
第七題

一線爲底。出兩腰線。其相遇止有一點。不得別有腰線與元腰線等。而于此點外相遇



解曰。甲乙線爲底。于甲、于乙各出一線。至丙點相遇。題言此爲一定之處。不得于甲上更出一線、與甲丙等、乙上更出一線、與乙丙等。而不于丙相遇

論曰。若言有別相遇于丁者。即問丁當在丙內邪。丙外邪。若言丁在丙內。則有二說。俱不可通。何者。若言丁在甲丙元線之內。則如第一圖、丁在甲丙兩界之間矣。如此。即甲丁是甲丙之分。而云甲丙與甲丁等也。是全與其分等也公論九若言丁在甲丙乙三角頂間。則如第二圖、丁在甲丙乙之間矣。即令自丙至丁、作丙丁線。而乙丁丙、甲丁丙、又成兩三角形。次從乙丁引出至巳。從乙丙引出至戊。則乙丁丙形之乙丁乙丙、兩腰等者。其底線兩端之兩角、乙丁丙、乙丙丁。宜亦等也。其底之外兩

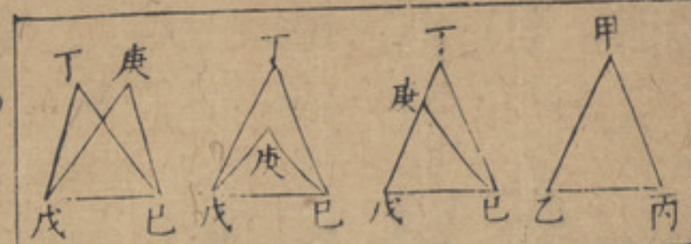


角巳丁丙戊丙丁宜亦等也本篇五而甲丁丙形之甲丁甲丙兩腰等者其底線兩端之兩角甲丙丁甲丁丙宜亦等也本篇五夫甲丙丁角本小于戊丙丁角而爲其分令言甲丁丙與甲丙丁兩角等則甲丁丙亦小于戊丙丁矣何況巳丁丙又甲丁丙之分更小于戊丙丁可知何言底外兩角等乎若言丁在丙外又有三說俱不可通何者若言丁在甲丙元線外是丁甲卽在丙甲元線之上則甲丙與甲丁等矣卽如上第一說駁之若言丁在甲丙乙三角頂外卽如上第二說駁之若言丁在丙外而後出二線一在三角形內一在其外甲丁線與乙丙線相交如第五圖卽令將丙丁相聯作直線是甲丁丙又成一三角形而甲丙丁宜與甲丁丙兩角等也本篇五夫甲丁丙角本小于丙丁乙角而爲其分據如彼論則甲丙丁角亦小于丙丁乙角矣又丙丁乙亦成一三角形而丙丁乙宜與丁丙乙兩角等也本篇五夫丁丙乙角本小于甲丙丁角而爲其分據如彼論則丙丁乙角亦小于甲丙丁角矣此二說者豈不自相戾乎

第八題

兩三角形若相當之兩腰各等兩底亦等則兩腰間角必

等



解曰甲乙丙丁戊己兩三角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁己兩腰各等乙丙與戊己兩底亦等題言甲與丁兩角必等

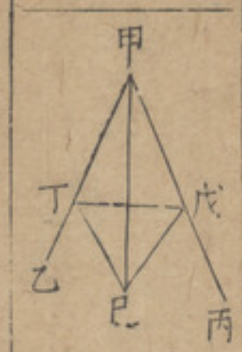
論曰試以丁戊己形加于甲乙丙形之上問丁角在甲角上邪否邪若在上即兩角等矣公論八

或謂不然乃在于庚即問庚當在丁戊線之內邪或在三角頂之內邪或在三角頂之外邪皆依前論駁之本篇七

系本題止論甲丁角若旋轉依法論之即三角皆同可見凡線等則角必等不可疑也

第九題

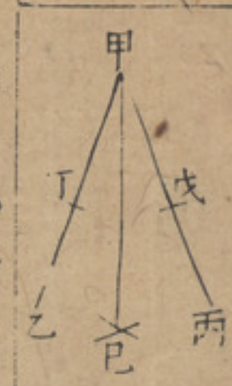
有直線角求兩平分之



法曰乙甲丙角求兩平分之先于甲乙線任截一分為甲丁本篇三次于甲丙亦截甲戊與甲丁等次自丁至戊作直線次以丁戊為底立平邊三角形本篇一為丁戊己形末自己至甲作直線即乙甲丙角為兩平分

論曰丁甲己與戊甲己兩三角形之甲丁與甲戊兩線等甲己同是一線戊己與丁己兩底又等何言兩底等初從戊丁底

作此三角平形此二線爲腰各等戊丁故則丁甲巳與戊甲巳兩角必等本篇



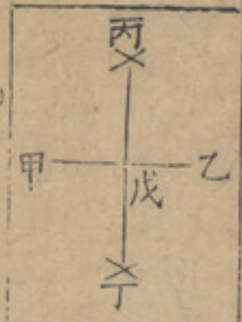
用法如上截取甲丁甲戊卽以丁爲心向乙丙間任作一短界線次用元度以戊爲心亦如之兩界線交處得巳本篇一

第十題

一有界線求兩平分之

法曰甲乙線求兩平分先以甲乙爲底作甲乙丙兩邊等三角形本篇一次以甲丙乙角兩平分之本篇九得丙丁直線卽分甲乙于丁

論曰丙丁乙丙丁甲兩三角形之丙乙丙甲兩腰等而丙丁同線甲丙丁與乙丙丁兩角又等本篇九則甲丁與乙丁兩線必等本篇四

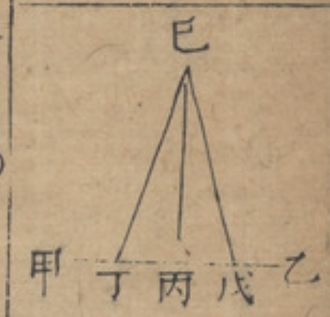


用法以甲爲心任用一度但須長于甲乙線之半向上向下各作一短界線次用元度以乙爲心亦如之兩界線交處卽丙丁末作丙丁直線卽分甲乙于戊

第十一題

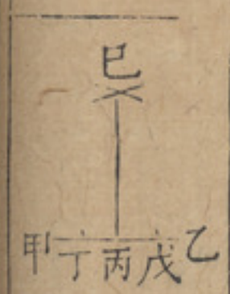
一直線任于一點上求作垂線

法曰甲乙直線任指一點于丙求丙上作垂線先于丙

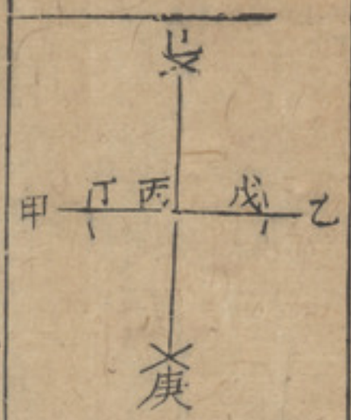


左右任用一度各截一界爲丁爲戊本篇二次以丁戊爲底作兩邊等角形本篇一爲丁巳戊末自巳至丙作直線即巳丙爲甲乙之垂線

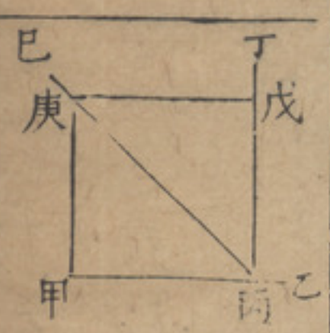
論曰丁巳丙與戊巳丙兩角形之巳丁巳戊兩腰等而巳丙同線丙丁與丙戊兩底又等即兩形必等丁與戊兩角亦等本篇五丁巳丙與戊巳丙兩角亦等本篇八九則丁丙巳與戊丙巳兩角必等矣等即是直角直角即是垂線界說十此後三角形多稱角形省文也



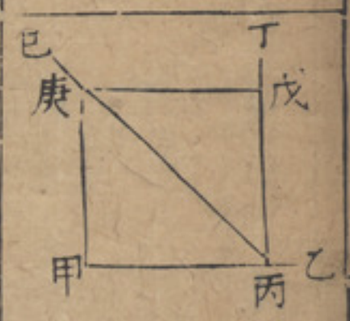
用法于丙點左右如上截取丁與戊即以丁爲心任用一度但須長于丙丁線向丙上方作短界線次用元度以戊爲心亦如之兩界線交處即巳



又用法于丙左右如上截取丁與戊即任用一度以丁爲心于丙上下方各作短界線次用元度以戊爲心亦如之則上交爲巳下交爲庚末作巳庚直線視直線交于丙點即得是用法又爲嘗巧之法

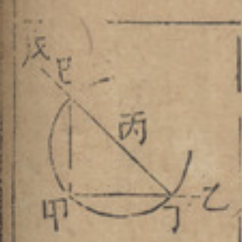


增若甲乙線所欲立垂線之點乃在線末甲界上甲外無餘線可截則于甲乙線上任取一點爲丙如前法于丙上立丁丙垂



線次以甲丙丁角兩平分之本篇九爲巳丙線次以甲丙爲度于丁丙垂線上截戊丙線本篇三次于戊上如前法立垂線與巳丙線相遇爲庚末自庚至甲作直線如所求

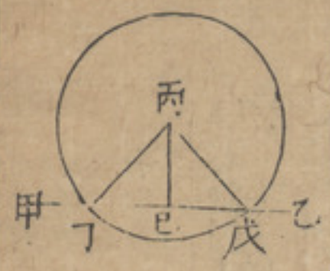
論曰庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙戊丙兩線既等庚丙同線戊丙庚與甲丙庚兩角又等即甲庚戊庚兩線必等本篇四而對同邊之甲角戊角亦等本篇四戊既直角則甲亦直角是甲庚爲甲乙之垂線界說十



用法甲點上欲立垂線先以甲爲心向元線上方任抵一界作丙點次用元度以丙爲心作大半圜圜界與甲乙線相遇爲丁次自丁至丙作直線引長之至戊爲戊丁線戊丁與圜界相遇爲巳末自巳至甲作直線即所求此法今未能論論見第三卷第三十一題

第十二題

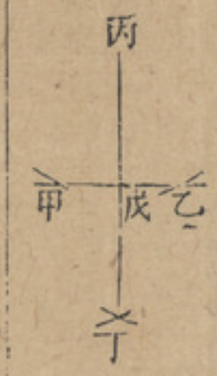
有無界直線線外有一點求于點上作垂線至直線上



法曰甲乙線外有丙點求從丙作垂線至甲乙先以丙爲心作一圜令兩交于甲乙線爲丁爲戊次從丁戊各作直線至丙次兩平分丁戊于巳本篇十末自丙自巳作直線即丙巳爲甲乙之

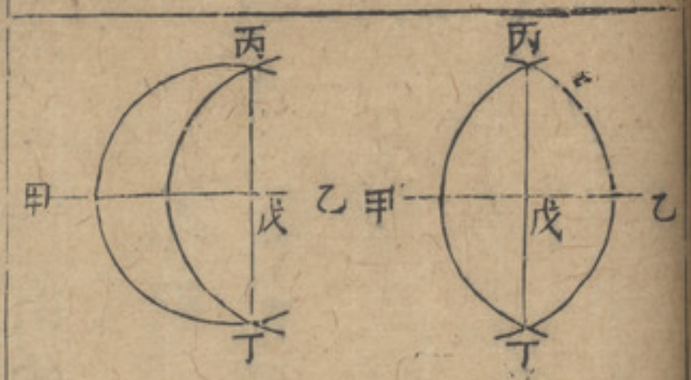
垂線

論曰。丙巳丁、丙巳戊兩角形之丙丁、丙戊、兩線等。丙巳同線。則丙戊巳與丙丁巳兩角必等（本篇八）而丁丙巳與戊丙巳兩角又等。則丙巳丁與丙巳戊等皆直角（本篇四）而丙巳定爲垂線矣



用法。以丙爲心。向直線兩處各作短界線。爲甲、爲乙。次用元度。以甲爲心。向丙點相望處。作短界線。乙爲心。亦如之。兩界線交處爲丁。末自丙至丁。作直線。則丙戊爲垂線

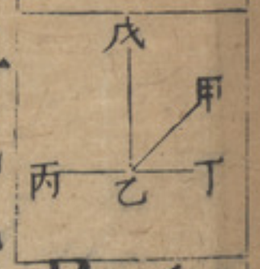
又用法。于甲乙線上。近甲近乙。任取一點爲心。以丙爲界。作一圜界。于丙點及相望處各稍引長之。次于甲乙線上。視前心。或相望如前圖。或進或退。如後圖。任移一點爲心。以丙爲界。作一圜界。至與前圜交處得丁。末自丙至丁。作直線。得戊（若近界作垂線無可截取。亦用此法）



第十三題

一直線至他直線上所作兩角。非直角。即等于兩直角

解曰。甲線下至丙丁線。遇于乙。其甲乙丙、與甲乙丁、作兩角。題言此兩角。當是直角。若非直角

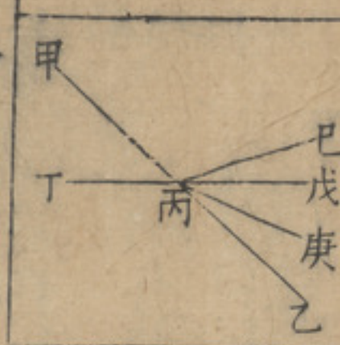


即是一銳一鈍而并之等于兩直角

論曰試于乙上作垂線爲戊乙本篇十一令戊乙丙與戊乙丁爲兩直角即甲乙丁甲乙戊兩銳角并之與戊乙丁直角等矣次于甲乙丁甲乙戊兩銳角又加戊乙丙一直角并此三角定與戊乙丙戊乙丁兩直角等也公論十八次于甲乙戊又加戊乙丙并此銳直兩角定與甲乙丙鈍角等也次于甲乙戊戊乙丙銳直兩角又加甲乙丁銳角并此三角定與甲乙丁甲乙丙銳鈍兩角等也夫甲乙丁甲乙戊戊乙丙三角既與兩直角等則甲乙丁與甲乙丙兩角定與兩直角等公論一

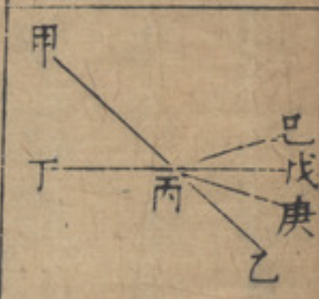
第十四題

一直線于線上一點出不同方兩直線偕元線每旁作兩角若每旁兩角與兩直角等即後出兩線爲一直線



解曰甲乙線于丙點上左出一線爲丙丁右出一線爲丙戊若甲丙戊甲丙丁兩角與兩直角等題言丁丙與丙戊是一直線

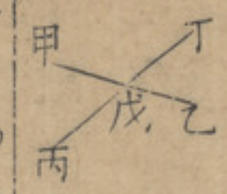
論曰如云不然令別作一直線必從丁丙更引出一線或離戊而上爲丁丙巳或離戊而下爲丁丙庚也若上于戊則甲丙線至丁丙巳直線上爲甲丙巳甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此即甲丙戊甲丙丁



兩角、與甲丙己、甲丙丁、兩角亦等矣。試減甲丙丁角、而以甲丙戊與甲丙己兩角較之。果相等乎（公論三）夫甲丙己本小于甲丙戊、而爲其分。今曰相等。是全與其分等也（公論九）若下于戊則甲丙線至丁丙庚直線上。爲甲丙庚、甲丙丁、兩角。此兩角宜與兩直角等（本篇十三）如此。即甲丙庚、甲丙丁、兩角與甲丙戊、甲丙丁、兩角亦等矣。試減甲丙丁角、而以甲丙戊與甲丙庚較之。果相等乎（公論三）夫甲丙戊實小于甲丙庚、而爲其分。今曰相等。是全與其分等也（公論九）兩者皆非。則丁丙戊是一直線

第十五題

凡兩直線相交作四角。每兩交角必等



解曰。甲乙、與丙丁、兩線相交于戊。題言甲戊丙、與丁戊乙、兩角。甲戊丁、與丙戊乙、兩角。各等

論曰。丁戊線、至甲乙線上。則甲戊丁、丁戊乙、兩角、與兩直角等（本篇十三）甲戊線、至丙丁線上。則甲戊丙、甲戊丁、兩角、亦與兩角、與兩直角等（本篇十三）如此。即丁戊乙、甲戊丁、兩角、亦與甲戊丁、甲戊丙、兩角等（公論十）試減同用之甲戊丁角。其所存丁戊乙、甲戊丙、兩角必等（公論三）又丁戊線、至甲乙線上。則甲戊丁、丁戊乙、兩角與兩直角等（本篇十三）乙戊線

至丙丁線上則丁戊乙丙戊乙兩角與兩直角等本篇十三如此即甲戊丁丁戊乙兩角亦與丁戊乙丙戊乙兩角等公論十試減同用之丁戊乙角其所存甲戊丁丙戊乙必等

一系推顯兩直線相交于中點上作四角與四直角等

二系一點之上兩直線相交不論幾許線幾許角定與四直角等公論十八

增題一直線內出不同方兩直線而所作兩交角等

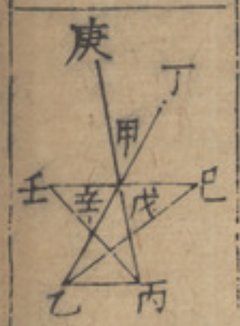
即後出兩線爲一直線

解曰甲乙線內取丙點出丙丁丙戊兩線而所作甲丙戊丁丙乙兩交角等或甲丙丁戊丙乙兩交角等題言戊丙丙丁即一直線

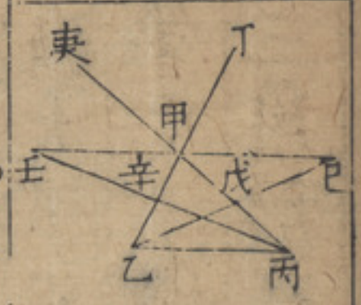
論曰甲丙戊角既與丁丙乙角等每加一戊丙乙角即甲丙戊戊丙乙兩角必與丁丙乙戊丙乙兩角等公論二而甲丙戊戊丙乙與兩直角等本篇十三則丁丙乙戊丙乙亦與兩直角等是戊丙丙丁爲一直線本篇十四

第十六題

凡三角形之外角必大于相對之各角



解曰甲乙丙角形自乙甲線引之至丁題言外角丁甲丙必大于相對之內角甲乙

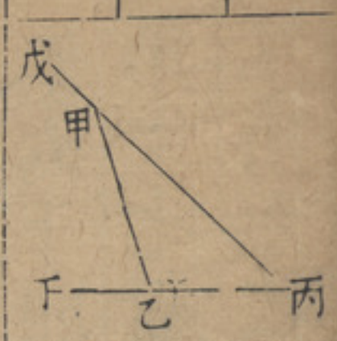


丙甲丙乙

論曰。欲顯丁甲丙角大于甲丙乙角。試以甲丙線兩平分于戊本篇十自乙至戊作直線引長之。從戊外截取戊巳與乙戊等本篇三次自甲至巳作直線。即甲戊巳戊乙丙兩角形之戊巳與戊乙兩線等。戊甲與戊丙兩線等。甲戊巳乙戊丙兩交角又等本篇十五則甲巳與乙丙兩底亦等本篇四兩形之各邊各角俱等。而巳甲戊與戊丙乙兩角亦等矣。夫巳甲戊乃丁甲丙之分。則丁甲丙大于巳甲戊亦大于相等之戊丙乙。而丁甲丙外角不大于相對之甲丙乙內角乎。次顯丁甲丙大于甲乙丙。試自丙甲線引長之至庚。次以甲乙線兩平分于辛本篇十自丙至辛作直線引長之。從辛外截取辛壬與丙辛等本篇三次自甲至壬作直線。依前論推顯甲辛壬辛丙乙兩角形之各邊各角俱等。則壬甲辛與辛乙丙兩角亦等矣。夫壬甲辛乃庚甲乙之分。必小于庚甲乙也。庚甲乙又與丁甲丙兩交角等本篇十五則甲乙丙內角不小于丁甲丙外角乎。其餘乙丙上作外角俱大于相對之內角。依此推顯

第十七題

凡三角形之每兩角必小于兩直角



解曰甲乙丙角形題言甲乙丙甲丙乙兩角丙甲乙甲乙丙兩角甲丙乙丙甲乙兩角皆小于兩直角

論曰試用兩邊線丙甲引出至戊丙乙引出至丁即甲乙丁外角大于相對之甲丙乙內角矣本篇十六此兩率者每加一甲乙丙角則甲乙丁甲乙丙必大于甲丙乙甲乙丙矣公論四夫甲乙丁甲乙丙與兩直角等也本篇十三則甲丙乙甲乙丙小于兩直角也餘二倣此

第十八題

凡三角形大邊對大角小邊對小角

解曰甲乙丙角形之甲丙邊大于甲乙邊乙丙邊題言甲乙丙角大于乙丙甲角乙甲丙角

論曰甲丙邊大于甲乙邊即于甲丙線上截甲丁與甲乙等本篇三自乙至丁作直線則甲乙丁與甲丁乙兩角等矣本篇五夫甲丁乙角者乙丙丁角形之外角必大于相對之丁丙乙內角本篇十六則甲乙丁角亦大于甲丙乙角而況甲乙丙又函甲乙丁于其中不又大于甲丙乙乎如乙丙邊大于甲乙邊則乙甲丙角亦大于甲丙乙角依此推顯

第十九題

凡三角形大角對大邊小角對小邊

解曰甲乙丙角形乙角大于丙角題言對乙角之甲丙邊必大于對丙角之甲乙邊

論曰如云不然令言或等或小若言甲丙與甲乙等則甲丙角宜與甲乙角等矣本篇五何設乙角大于丙角也若言甲丙小于甲乙則甲丙邊對甲乙大角宜大本篇十八又何言小也如甲角大于丙角則乙丙邊大于甲乙邊依此推顯

第二十題

凡三角形之兩邊并之必大于一邊

解曰甲乙丙角形題言甲丙甲乙邊并之必大于乙丙邊甲丙丙乙并之必大于甲乙甲乙乙丙并之必大于甲丙

論曰試于丙甲邊引長之以甲乙爲度截取甲丁本篇三自丁至乙作直線令甲丁甲乙兩腰等而甲丁乙甲乙丁兩角亦等本篇五即丙乙丁角大于甲乙丁角亦大于丙丁乙角矣夫丁丙邊對丙乙丁大角也豈不大于乙丙邊對丙丁乙小角者乎本篇十九又甲丁甲乙兩線各加甲丙線等也則甲乙加甲丙者與丙丁等矣丙丁既大于乙丙則甲乙甲丙兩邊并必大于乙丙邊也餘二倣

此

第二十一題

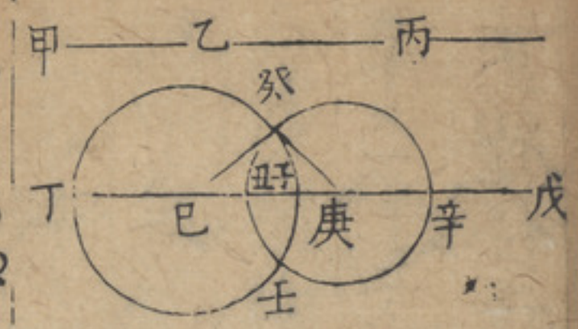
凡三角形。于一邊之兩界。出兩線。復作一三角形。在其內。則內形兩腰。幷之必小于相對兩腰。而後兩線所作角。必大于相對角

解曰。甲乙丙角形。于乙丙邊之兩界。各出一線。遇于丁。題言丁丙、丁乙、兩線幷。必小于甲乙、甲丙、幷。而乙丁丙角、必大于乙甲丙角

論曰。試用內一線引長之。如乙丁、引之至戊。即乙甲戊角形之乙甲、甲戊、兩線幷。必大于乙戊線也（本篇二十）此二率者。每加一戊丙線。則乙甲、甲戊、戊丙、幷。必大于乙戊、戊丙、幷矣（公論四）又戊丁丙角形之戊丁、戊丙、線幷。必大于丁丙線也。此二率者。每加一丁乙線。則戊丁、戊丙、丁乙、幷。必大于丁丙、丁乙、幷矣（公論四）夫乙甲、甲戊、戊丙。既大于乙戊。戊丙。豈不更大于丁丙、丁乙、乎（本篇二十）又乙甲戊角形之丙戊丁外角。大于相對之乙甲戊內角（本篇十六）即丁戊丙角形之乙丁丙外角。更大于相對之丁戊丙內角矣。而乙丁丙角。豈不更大于乙甲丙角乎

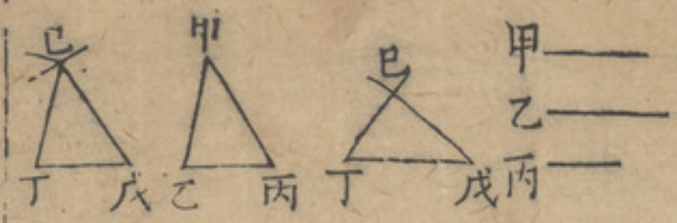
第二十二題

三直線。求作三角形。其每兩線幷。大于一線也



法曰。甲、乙、丙、三線。其第一、第二、線并。大于第三線（若兩線比第三線。或等、或小。即不能作三角形。見本篇二十）求作三角形。先任作丁戊線。長于三線并。次以甲爲度。從丁、截取丁巳線（本篇三）以乙爲度。從巳、截取巳庚線。以丙爲度。從庚、截取庚辛線。次以巳爲心。丁爲界。作丁壬癸圜。以庚爲心。辛爲界。作辛壬癸圜。其兩圜相遇。下爲壬。上爲癸。末以庚巳爲底。作癸庚、癸巳、兩直線。即得巳癸庚三角形（用壬亦可作若丁壬癸圜不到子。辛壬癸圜不到丑。即是兩線或等、或小、于第三線。不成三角形矣）

論曰。此角形之丁巳、巳癸、線。皆同圜之半徑。等（界說十五）則巳癸、與甲、等。庚辛、庚癸、線。亦皆同圜之半徑。等。則庚癸與丙等。巳庚、元以乙爲度。則角形三線、與所設三線等

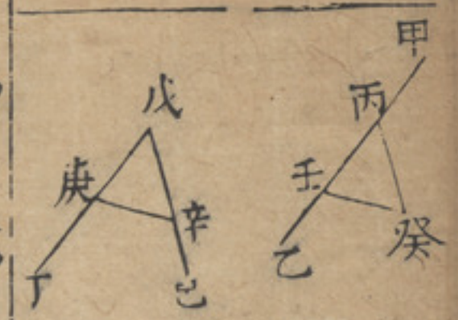


用法。任以一線爲底。以底之一界爲心。第二線爲度。向上作短界線。次以又一界爲心。第三線爲度。向上作短界線。兩界線交處。向下作兩腰。如所求

若設一三角形。求別作一形、與之等。亦用此法

第二十三題

一直線。任于一點上。求作一角。與所設角等

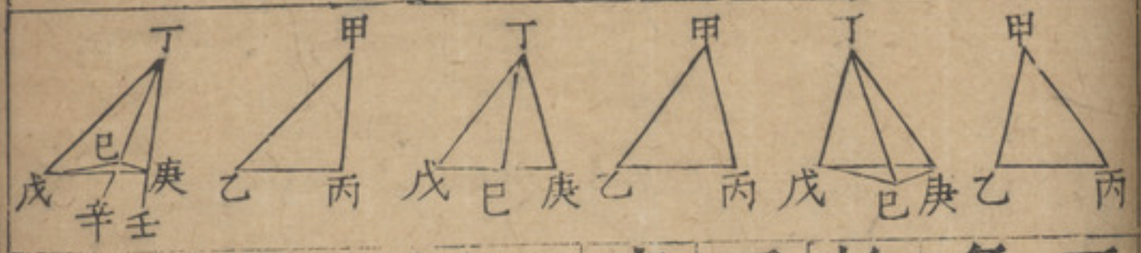


法曰。甲乙線。于丙點求作一角。與丁戊巳角等。先于戊丁線。任取一點。爲庚。于戊巳線。任取一點。爲辛。自庚至辛。作直線。次依甲乙線作丙壬癸角形。與戊庚辛角形等本篇廿二即丙壬丙癸兩腰與戊庚戊辛兩腰等。壬癸底與庚辛底。又等。則丙角與戊角。必等本篇八

第二十四題

兩三角形。相當之兩腰各等。若一形之腰間角大。則底亦大

解曰。甲乙丙與丁戊巳兩角形。其甲乙與丁戊兩腰甲



丙與丁巳兩腰各等。若乙甲丙角大于戊丁巳角。題言乙丙底必大于戊巳底

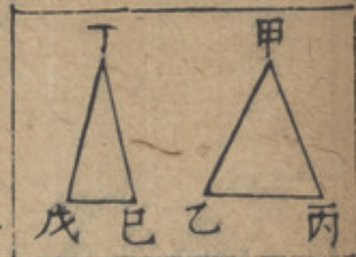
論曰。試依丁戊線。從丁點作戊丁庚角。與乙甲丙角等本篇廿三則戊丁庚角大于戊丁巳角。而丁庚腰在丁巳之外矣。次截丁庚線。與丁巳等本篇三即丁庚丁巳俱與甲丙等。又自戊至庚作直線。是甲乙與丁戊。甲丙與丁庚。腰線各等。乙甲丙與戊丁庚兩角亦等。而乙丙與戊庚兩底必等也本篇四次問所作戊庚底。今在戊巳底上邪抑同在一線邪。抑在其下邪。若在上。即如第二

圖自己至庚作直線則丁庚己角形之丁庚丁己兩腰等而丁庚己與丁己庚兩角亦等矣本篇五夫戊庚己角乃丁庚己角之分必小于丁庚己亦必小于相等之丁己庚而丁己庚又戊己庚角之分則戊庚己益小于戊己庚也公論九則對戊庚己小角之戊己腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也本篇十九若戊己與戊庚兩底同線即如第四圖戊己乃戊庚之分則戊己必小于戊庚也公論九若戊庚在戊己之下即如第六圖自己至庚作直線次引丁庚線出于壬引丁己線出于辛則丁庚丁己兩腰等而辛己庚壬庚己兩外角亦等矣本篇五夫戊庚己角乃壬庚己角之分必小于壬庚己亦必小于相等之辛己庚而辛己庚又戊己庚角之分則戊庚己益小于戊己庚也公論九則對戊庚己小角之戊己腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也本篇十九是三戊己皆小于等戊庚之乙丙本篇四也

第二十五題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之底大則腰間角亦大

解曰甲乙丙與丁戊己兩角形其甲乙與丁戊甲丙與

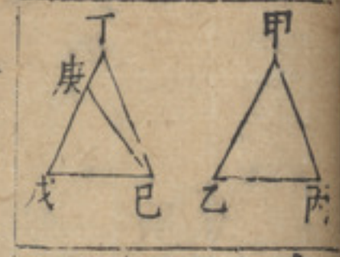


丁巳各兩腰等。若乙丙底大于戊巳底。題言乙甲丙角大于戊丁巳角

論曰。如云不然。令言或小或等。若言等。則兩形之兩腰各等。腰間角又等。宜兩底亦等本篇四何設乙丙底大也。若言乙甲丙角小。則對乙甲丙角之乙丙線宜亦小本篇廿四何設乙丙底大也

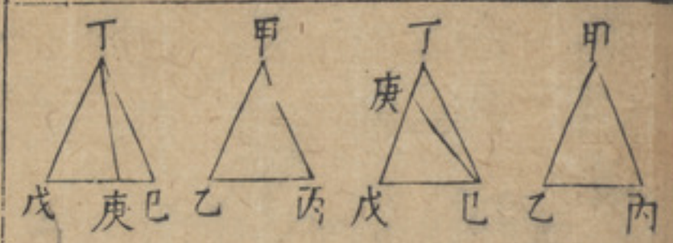
第二十六題二支

兩三角形。有相當之兩角等。及相當之一邊等。則餘兩邊必等。餘一角亦等。其一邊不論在兩角之內。及一角之對



先解一邊在兩角之內者。曰。甲乙丙角形之甲乙丙甲丙乙兩角。與丁戊巳角形之丁戊巳丁巳戊兩角。各等。在兩角內之乙丙邊。與戊巳邊又等。題言甲乙。與丁戊。兩邊。甲丙。與丁巳。兩邊。各等。而乙甲丙角。與戊丁巳角。亦等

論曰。如云兩邊不等。而丁戊大于甲乙。令于丁戊線截取庚戊。與甲乙等本篇三次自庚至巳作直線。即庚戊巳角形之庚戊戊巳兩邊。宜與甲乙乙丙兩邊等矣。夫乙角與戊角。元等。則甲丙與庚巳宜等本篇四而庚巳戊角。與甲丙乙角。宜亦等也本篇四既設丁巳戊與甲丙乙兩



角等。今又言庚巳戊、與甲丙乙、兩角等。是庚巳戊、與丁巳戊、亦等。全與其分等矣公論九以此見兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等

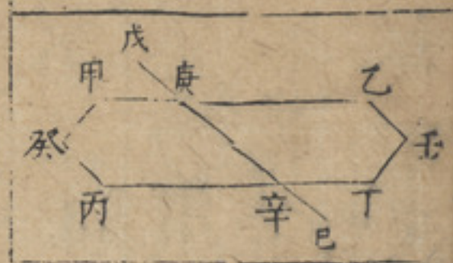
後解相等邊不在兩角之內、而在一角之對者、曰甲乙丙角形之乙角、丙角、與丁戊巳角形之戊角、丁巳戊角、各等。而對丙之甲乙邊、與對巳之丁戊邊、又等。題言甲丙、與丁巳、兩邊。丙乙、與巳戊、兩邊、各等。而甲角、與戊丁巳角、亦等

論曰。如云兩邊不等、而戊巳大于乙丙。令于戊巳線截取戊庚、與乙丙等本篇三次自丁至庚作直線。即丁戊庚角形之丁戊、戊庚、兩邊、宜與甲乙、乙丙、兩邊等矣。夫乙角、與戊角、元等。則甲丙、與丁庚、宜等本篇四而丁庚戊角、與甲丙乙角、宜亦等也。既設丁巳戊、與甲丙乙、兩角等。今又言丁庚戊、與甲丙乙、兩角等。是丁庚戊外角、與相對之丁巳戊內角、等矣本篇十六可乎。以此見兩邊必等。兩邊既等。則餘一角亦等

第二十七題

兩直線。有他直線交加其上。若內相對兩角等。即兩直線必平行

解曰。甲乙、丙丁、兩直線。加他直線戊巳。交于庚于辛。而

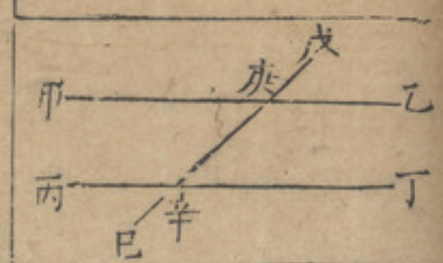


甲庚辛與丁辛庚兩角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰如云不然則甲乙丙丁兩直線必至相遇于壬而庚辛壬成三角形則甲庚辛外角宜大于相對之庚辛壬內角矣本篇十六乃先設相等乎若設乙庚辛角與丙辛庚角等亦依此論若言甲乙丙丁兩直線相遇于癸亦依此論

第二十八題 二支

兩直線有他直線交加其上若外角與同方相對之內角等或同方兩內角與兩直角等即兩直線必平行



先解曰甲乙丙丁兩直線加他直線戊己交于庚于辛其戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰乙庚辛角與相對之內角丙辛庚等本篇廿七戊庚甲與乙庚辛兩交角亦等本篇十五即兩直線必平行

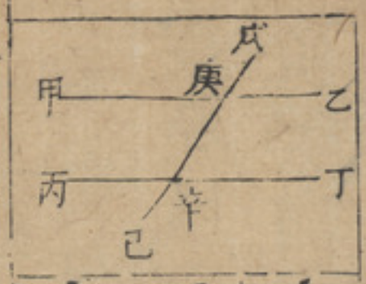
後解曰甲庚辛丙辛庚兩內角與兩直角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰甲庚辛丙辛庚兩角與兩直角等而甲庚戊甲庚辛兩角亦與兩直角等本篇十三試減同用之甲庚辛即所存甲庚戊與丙辛庚等矣既外角與同方相對之內角

等。即甲乙、丙丁、必平行本題

第二十九題三支

兩平行線。有他直線交加其上。則內相對兩角、必等。外角與同方相對之內角、亦等。同方兩內角、亦與兩直角等



先解曰。此反前二題。故同前圖。有甲乙、丙丁、二平行線。加他直線戊巳。交于庚、于辛。題言甲庚辛、與丁辛庚、內相對兩角必等

論曰。如云不然、而甲庚辛、大于丁辛庚、則丁辛庚、加辛庚乙。宜小于辛庚甲、加辛庚乙矣公論四夫辛庚甲、辛庚乙。元與兩直角等本篇十三據如彼論。則丁辛庚、辛庚乙、兩角小于兩直角。而甲乙、丙丁、兩直線。向乙丁行。必相遇也公論十一可謂平行線乎

次解曰。戊庚甲外角、與同方相對之庚辛丙內角、等

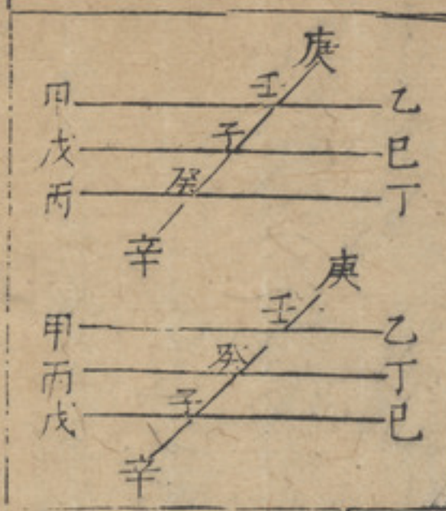
論曰。乙庚辛、與相對之丙辛庚、兩內角等本題則乙庚辛交角相等之戊庚甲本篇十五與丙辛庚必等公論一

後解曰。甲庚辛、丙辛庚、兩內角、與兩直角等

論曰。戊庚甲、與庚辛丙、兩角既等本題而每加一甲庚辛角。則庚辛丙、甲庚辛、兩角、與甲庚辛、戊庚甲、兩角、必等公論二夫甲庚辛、戊庚甲、本與兩直角等本篇十三則甲庚辛、丙辛庚、兩內角、亦與兩直角等

第三十題

兩直線與他直線平行則元兩線亦平行

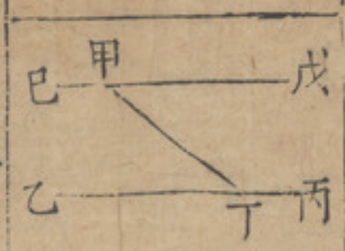


解曰此題所指線在同面者不同面線後別有論如甲乙丙丁兩直線各與他線戊巳平行題言甲乙與丙丁亦平行

論曰試作庚辛直線交加于三直線甲乙于壬戊巳于子丙丁于癸其甲乙與戊巳既平行即甲壬子與相對之巳子壬兩內角等本篇廿九丙丁與戊巳既平行即丁癸子內角與巳子壬外角亦等本篇廿九丁癸子與甲壬子亦爲相對之內角亦等公論一而甲乙丙丁爲平行線本篇廿七

第三十一題

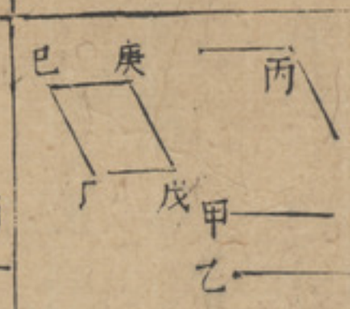
一點上求作直線與所設直線平行



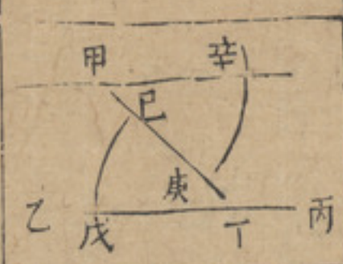
法曰甲點上求作直線與乙丙平行先從甲點向乙丙線任指一處作直線爲甲丁即乙丙線上成甲丁乙角次于甲點上作一角與甲丁乙等本篇廿三爲戊甲丁從戊甲線引之至巳即巳戊與乙丙平行

論曰戊巳乙丙兩線有甲丁線聯之其所作戊甲丁與甲丁乙相對之兩內角等即平行線本篇廿七

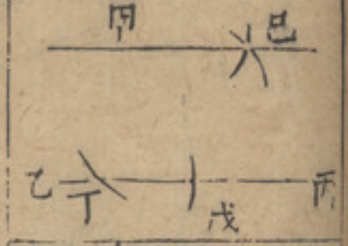
增從此題生一用法設一角兩線求作有法四邊形有角與所設角等兩兩邊線與所設線等



法曰先作巳丁戊角與丙等次截丁戊線與甲等巳丁線與乙等末依丁戊平行作巳庚依巳丁平行作庚戊即所求



本題用法于甲點求作直線與乙丙平行先作甲丁線次以丁為心任作戊巳圜界次用元度以甲為心作庚辛圜界稍長于戊巳次取戊巳圜界為度于庚辛圜界截取庚辛末自甲至辛作直線各引長之即所求



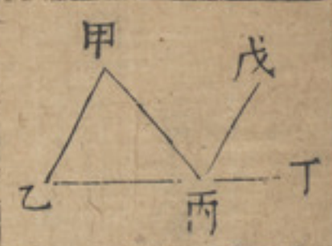
又用法以甲點為心于乙丙線近乙處任指一點作短界線為丁次用元度以丁為心于乙丙上向丙截取一分作短界線為戊次用元度以戊為心向上與甲平處作短界線又用元度以甲為心向甲平處作短界線後兩界線交處為巳自甲至巳作直線各引長之即所求

第三十二題 二支

凡三角形之外角與相對之內兩角并等凡三角形之內三角并與兩直角等

先解曰甲乙丙角形試從乙丙邊引至丁題言甲丙丁

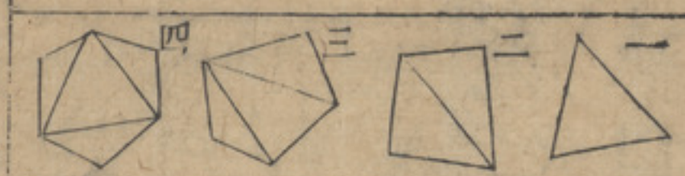
外角與相對之內兩角甲乙并等



論曰試作戊丙線與甲乙平行本篇三一令甲丙爲甲乙戊丙之交加線則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等本篇廿九又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等本篇廿九既甲丙戊與乙甲丙等而戊丙丁與甲乙丙又等則甲丙丁外角與內兩角甲乙并等矣

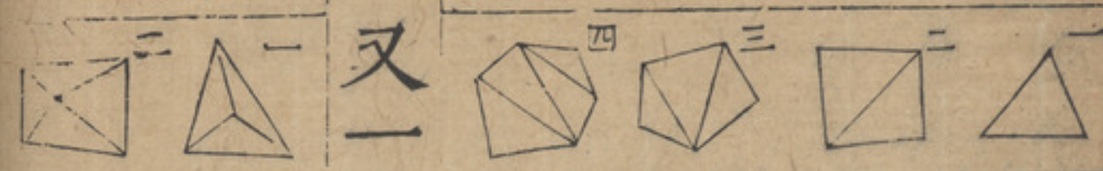
後解曰甲乙丙三角并與兩直角等

論曰既甲丙丁角與甲乙兩角并等更于甲丙丁加甲丙乙則甲丙丁甲丙乙兩角并與甲乙丙內三角并等矣公論二夫甲丙丁甲丙乙并元與兩直角等本篇十三則甲乙丙內三角并亦與兩直角等



增從此推知凡第一形當兩直角第二形當四直角第三形當六直角自此以上至于無窮每命形之數倍之爲所當直角之數凡一線二線不能爲形故三邊爲第一形四邊爲第二形五邊爲第三形六邊爲第四形倣此以至無窮又視每形邊數減二邊即所存邊數是本形之數

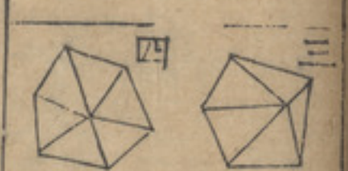
論曰如上四圖第一形三邊減二邊存一邊即是本形一數倍之當兩直角本題第二形四邊減二邊存二邊即是本形二數倍之當四直角欲顯此理試



以第二形作一對角線成兩三角形每形當兩直角并之則當四直角矣第三形五邊減二邊存三邊即是本形三數倍之當六直角欲顯此理試以第三形作兩對角線成三三角形每形當兩直角并之亦當六直角矣其餘依此推顯以至無窮

又一法每形視其邊數每邊當兩直角而減四直角其存者即本形所當直角

論曰欲顯此理試于形中任作一點從此點向各角俱作直線令每形所分角形之數如其邊數每一分形三角當二直角本題其近點之處不論幾角皆當四直角本篇十五之系次減近點諸角即是減四直角其存者則本形所當直角如上第四形六邊中間任指一點從點向各角分為六三角形每一分形三角六形共十八角今于近點處減當四直角之六角所存近邊十二角當八直角餘倣此

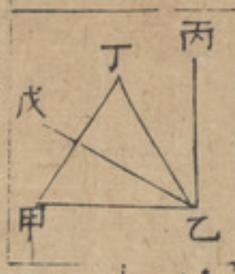


一系凡諸種角形之三角并俱相等本題增一

二系凡兩腰等角形若腰間直角則餘兩角每當直角之半腰間鈍角則餘兩角俱小于半直角腰間銳角則餘兩角俱大于半直角

三系平邊角形每角當直角三分之二

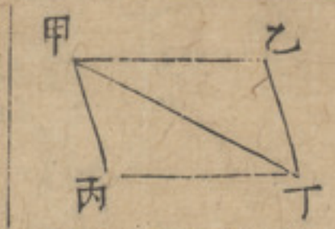
四系平邊角形若從一角向對邊作垂線分爲兩角形此分形各有一直角在垂線之下兩旁則垂線之上兩旁角每當直角三分之一其餘兩角每當直角三分之二



增從三系可分一直角爲三平分其法任于一邊立平邊角形次分對直角一邊爲兩平分從此邊對角作垂線即所求如上圖甲乙丙直角求三分之先于甲乙線上作甲乙丁平邊角形本篇一次平分甲丁于戊本篇十二末作乙戊直線

第三十三題

兩平行相等線之界有兩線聯之其兩線亦平行亦相等



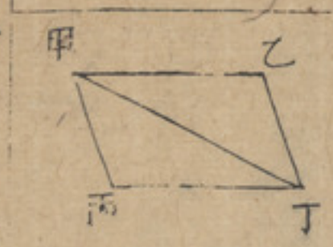
解曰甲乙丙丁兩平行相等線有甲丙乙丁兩線聯之題言甲丙乙丁亦平行相等線

論曰試作甲丁對角線爲甲乙丙丁之交加線即乙甲丁丙丁甲相對兩內角等本篇廿九又甲丁線上下兩角形之甲乙丙丁兩邊既等甲丁同邊則對乙甲丁角之乙丁線與對丙丁甲角之甲丙線亦等本篇廿九而乙丁甲與丙甲丁兩角亦等也本篇四此兩角者甲丙乙丁之內相對角也兩角既等則甲丙乙丁兩線必平行本篇

廿七

第三十四題

凡平行線方形每相對兩邊線各等每相對兩角各等對角線分本形兩平分

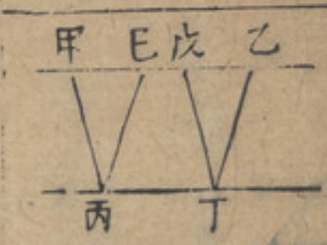


解曰甲乙丁丙平行方形界說三五題言甲乙與丙丁兩線甲丙與乙丁兩線各等又言乙與丙兩角乙甲丙與丙丁乙兩角各等又言若作甲丁對角線即分本形為兩平分

論曰甲乙與丙丁既平行則乙甲丁與丙丁甲相對之兩內角等本篇廿九甲丙與乙丁既平行則乙丁甲與丙甲丁相對之兩內角等本篇廿九甲乙丁角形之乙甲丁乙丁甲兩角與甲丁丙角形之丙丁甲丙甲丁兩角既各等甲丁同邊則甲乙與丙丁甲丙與乙丁俱等也而丙角與相對之乙角亦等矣本篇廿六又乙丁甲角加丙丁甲角與丙甲丁角加乙甲丁角既等即乙甲丙與丙丁乙相對兩角亦等也公論二又甲乙丁甲丁丙兩角形之甲乙乙丁兩邊與丁丙丙甲兩邊各等腰間之乙角與丙角亦等則兩角形必等本篇四而甲丁線分本形為兩平分

第三十五題

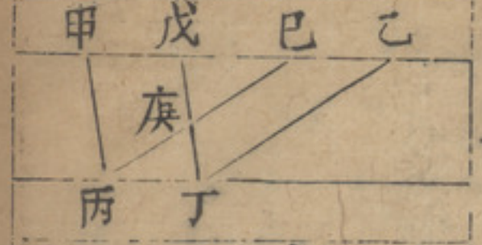
兩平行方形若同在平行線內又同底則兩形必等



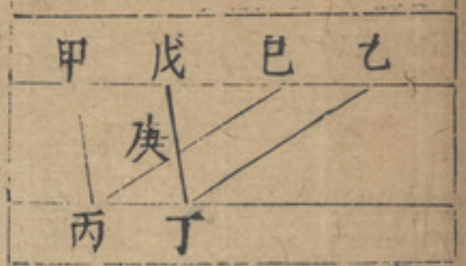
解曰。甲乙丙丁兩平行線內。有丙丁戊甲與丙丁乙巳兩平行方形。同丙丁底。題言此兩形等。等者不謂腰等角等。謂所函之地等。後言形等者。多倣此

先論曰。設巳在甲戊之內。其丙丁戊甲與丙丁乙巳皆平行方形。丙丁同底。則甲戊與丙丁。巳乙與丙丁。各相對之兩邊各等（本篇三四）而甲戊與巳乙亦等（公論一）試于甲戊巳乙兩線。各減巳戊。即甲巳與戊乙亦等（公論三）而甲丙與戊丁元等（本篇三四）乙戊丁外角與巳甲丙內角又等（本篇廿九）則乙戊丁與巳甲丙兩角形必等矣（本篇四）次于兩角形每加一丙丁戊巳無法四邊形。則丙丁戊甲與丙丁乙巳兩平行方形等也（公論二）

次論曰。設巳戊同點。依前甲戊與戊乙等。乙戊丁與戊甲丙兩角形等（本篇四）而每加一戊丁丙角形。則丙丁戊甲與丙丁乙戊兩平行方形必等（公論二）



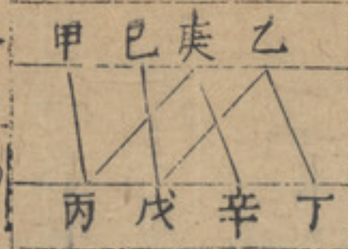
後論曰。設巳點在戊之外。而丙巳與戊丁兩線交于庚。依前甲戊與巳乙兩線等。而每加一戊巳線。即戊乙與甲巳兩線亦等（公論二）因顯巳甲丙與乙戊丁兩角形亦等（本篇四）次每減一巳戊



庚角形。則所存戊庚丙甲、與乙巳庚丁、兩無法形。每加一庚丁四邊形亦等公論三次于兩無法形。每加一庚丁丙角形。則丙丁戊甲、與丙丁乙巳、兩平行方形必等公論二

第三十六題

兩平行線內。有兩平行方形。若底等。則形亦等

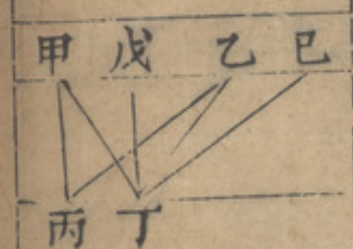


解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有甲丙戊巳、與庚辛丁乙、兩平行方形。而丙戊、與辛丁、兩底等。題言兩形亦等

論曰。試自丙至庚。戊至乙。各作直線相聯。其丙戊庚乙各與辛丁等。則丙戊、與庚乙、亦等本篇卅四庚乙、與丙戊、既平行線。則庚丙、與乙戊、亦平行線本篇卅三而甲丙戊巳、與庚丙戊乙、兩平行方形、同丙戊底者、等矣本篇三五庚辛丁乙、與庚丙戊乙、兩平行方形、同庚乙底者、亦等矣本篇三五既爾。則庚辛丁乙、與甲丙戊巳、亦等公論一

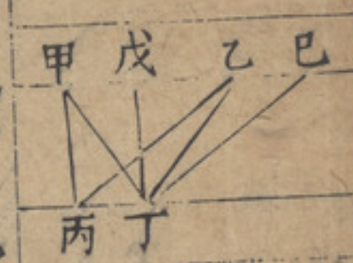
第三十七題

兩平行線內。有兩三角形。若同底。則兩形必等



解曰。甲乙、丙丁、兩平行線內。有甲丙丁、乙丙丁、兩角形。同丙丁底。題言兩形必等

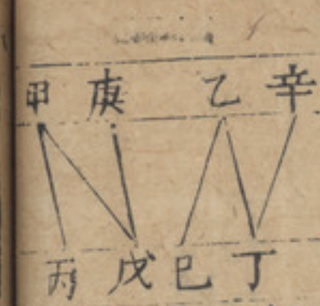
論曰。試自丁至戊。作直線。與甲丙平行。次自丁



至巳作直線與乙丙平行本篇三一夫甲丙丁戊乙丙丁巳兩平行方形在甲乙丙丁兩平行線內同丙丁底既等本篇三五則甲丙丁角形爲甲丙丁戊方形之半與乙丙丁角形爲乙丙丁巳方形之半者甲丁乙丁兩對角線平分兩方形見本篇卅四亦等公論七

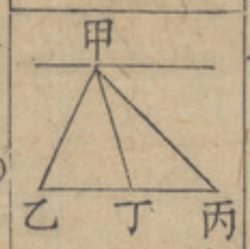
第三十八題

兩平行線內有兩三角形若底等則兩形必等



解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊與乙巳丁兩角形而丙戊與巳丁兩底等題言兩形必等

論曰試自庚至戊辛至丁各作直線與甲丙乙巳平行本篇卅一其甲丙戊庚與乙巳丁辛兩平行方形既等本篇卅六則甲丙戊與乙巳丁兩角形爲兩方形之半者本篇卅四亦等公論七



增凡角形任于一邊兩平分之向對角作直線即分本形爲兩平分

論曰甲乙丙角形試以乙丙邊兩平分于丁本篇十自丁至甲作直線即甲丁線分本形爲兩平分何者試于甲角上作直線與乙丙平行本篇卅一則甲乙丁甲丁丙兩角形在兩平行線內兩底等兩形亦等本題

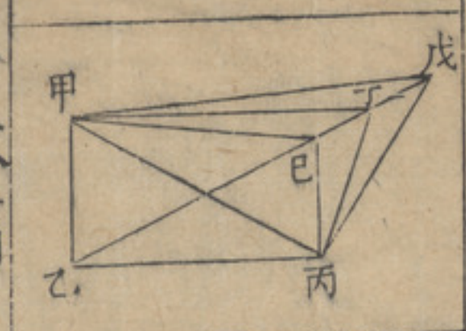
二增題凡角形任于一邊任作一點求從點分本形爲兩平分

法曰甲乙丙角形從丁點求兩平分先自丁至相對甲角作甲丁直線次平分乙丙線于戊本篇十作戊巳線與甲丁平行本篇卅一末作巳丁直線即分本形爲兩平分

論曰試作甲戊直線即甲戊巳巳丁戊兩角形在兩平行線內同巳戊底者等而每加一巳戊丙形則巳丁丙與甲戊丙兩角形亦等公論二夫甲戊丙爲甲乙丙之半本題增則巳丁丙亦甲乙丙之半

第三十九題

兩三角形其底同其形等必在兩平行線內



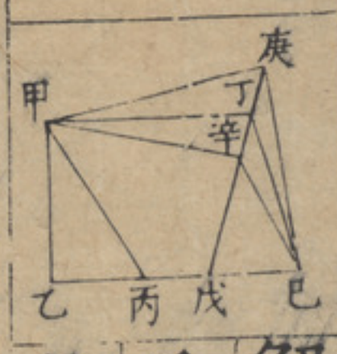
解曰甲乙丙與丁丙乙兩角形之乙丙底同其形復等題言在兩平行線內者蓋云自甲至丁作直線必與乙丙平行

論曰如云不然令從甲別作直線與乙丙平行本篇卅一必在甲丁之上或在其下矣設在上爲甲戊而乙丁線引出至戊即作戊丙直線是甲乙丙宜與戊丙乙兩角形等矣本篇卅七夫甲乙丙與丁丙乙既等而與戊丙乙復等是全與其分等也公論九設在甲丁下爲甲巳

即作巳丙直線是巳丙乙與丁丙乙亦等如前駁之

第四十題

兩三角形其底等其形等必在兩平行線內



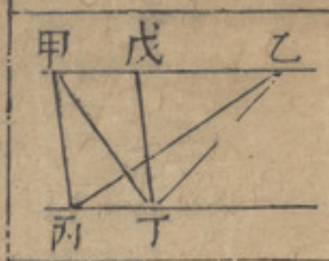
解曰甲乙丙與丁戊巳兩角形之乙丙與戊巳兩底等其形亦等題言在兩平行線內者蓋云自甲至丁作直線必與乙巳平行

論曰如云不然令從甲另作直線與乙巳平行本篇卅一必在甲丁之上或在其下矣設在上爲甲庚而戊丁線引出至庚即作庚巳直是甲乙丙宜與庚戊巳兩角形等矣本篇三八夫甲乙丙與丁戊巳既等而與庚戊巳復等

是全與其分等也公論九設在甲丁下爲甲辛即作辛巳直線是辛戊巳與丁戊巳亦等如前駁之

第四十一題

兩平行線內有一平行方形一三角形同底則方形倍大于三角形

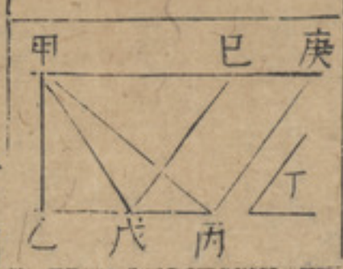


解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁戊方形乙丁丙角形同丙丁底題言方形倍大于角形

論曰試作甲丁直線分方形爲兩平分則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣本篇卅七夫甲丙丁戊倍大于甲丙丁本篇卅三必倍大于乙丁丙

第四十二題

有三角形。求作平行方形。與之等。而方形角。有與所設角等

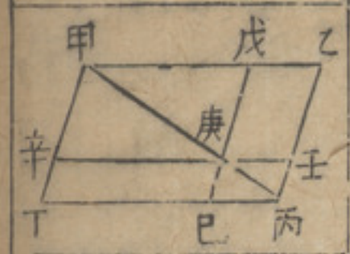


法曰。設甲乙丙角形。丁角。求作平行方形。與甲乙丙角形等。而有丁角。先分一邊爲兩平分。如乙丙邊。平分于戊。本篇十 次作丙戊巳角。與丁角等。本篇廿三 次自甲作直線。與乙丙平行。本篇卅一 而與戊巳線遇于巳。末自丙作直線。與戊巳平行。爲丙庚。本篇卅一 而與甲巳線遇于庚。則得巳戊丙庚平行方形。與甲乙丙角形等

論曰。試自甲至戊。作直線。其甲戊丙角形。與巳戊丙庚平行方形。在兩平行線內。同底。則巳戊丙庚倍大于甲戊丙矣。本篇四一 夫甲乙丙。亦倍大于甲巳戊丙庚等。公論六

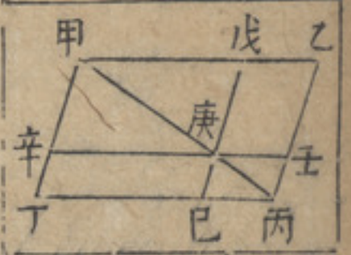
第四十三題

凡方形對角線旁。兩餘方形。自相等



解曰。甲乙丙丁方形。有甲丙對角線。題言兩旁之乙壬庚戊。與庚巳丁辛。兩餘方形。界說卅六 必等

論曰。甲乙丙。甲丙丁。兩角形等。本篇卅四 甲戊庚。甲庚辛。兩角形亦等。本篇卅四 而于甲乙丙。減甲戊庚。

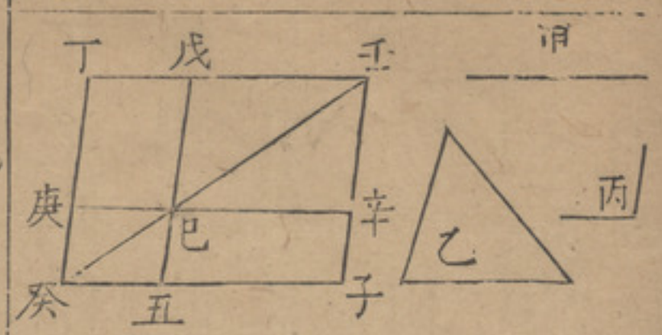


于甲丙丁、減甲庚辛。則所存乙丙庚戊、與庚丙丁辛、兩無法四邊形亦等矣公論三又庚壬丙巳角線方形之庚丙巳、庚丙壬、兩角形等本篇三四而于兩無法四邊形、每減其一。則所存乙壬庚戊、與庚巳丁辛、兩餘方形、安得不等公論三

第四十四題

一直線上、求作平行方形。與所設三角形等。而方形角、有與所設角等

法曰。設甲線。乙角形。丙角。求于甲線上、作平行方形。與乙角形等、而有丙角。先作丁戊巳庚平行方形、與乙角



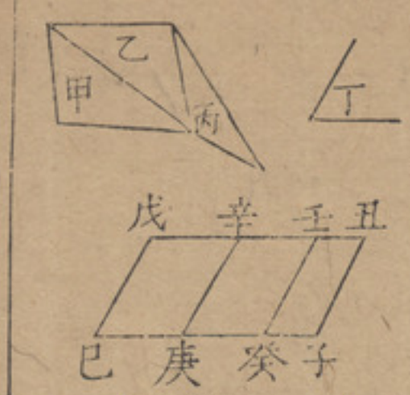
形等。而戊巳庚角、與丙角等本篇四二次于庚巳線、引長之。作巳辛線、與甲等。次作辛壬線、與戊巳平行本篇三一次于丁戊、引長之。與辛壬線遇于壬。次自壬至巳、作對角線、引出之。又自丁庚、引長之。與對線角遇于癸。次自癸作直線、與庚辛平行。又于壬辛、引長之。與癸線遇于子。末于戊巳、引長之、至癸子線、得丑。即巳丑子辛平行方形、如所求

論曰。此方形之巳辛線、與甲等。而辛巳丑角、爲戊巳庚之交角本篇十五則與丙等。又本形與戊巳庚丁、同爲餘方

形等本篇四三則與乙角形等

第四十五題

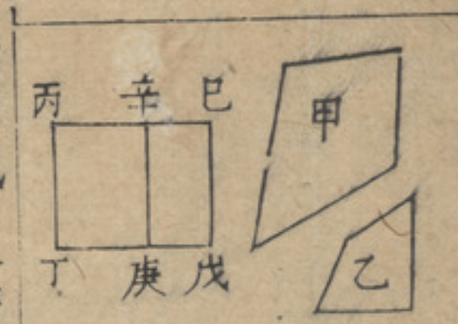
有多邊直線形求作一平行方形與之等而方形角有與所設角等



法曰設甲乙丙五邊形丁角求作平行方形與五邊形等而有丁角先分五邊形爲甲乙丙三三角形次作戊巳庚辛平行方形與甲等而有丁角本篇四二次于戊辛巳庚兩平行線引長之作庚辛壬癸平行方形與乙等而有丁角本篇四四末復引前線作壬癸子丑平行方形與丙等而有丁角本篇四四即此三形并爲一平行方形與甲乙丙并形等而有丁角自五以上可至無窮俱倣此法

論曰戊巳庚與辛庚癸兩角等而每加一巳庚辛角即辛庚癸巳庚辛兩角定與巳庚辛戊巳庚兩角等夫巳庚辛戊巳庚是兩平行線內角與兩直角等也本篇廿九則巳庚辛辛庚癸亦與兩直角等而巳庚庚癸爲一直線也本篇十四又戊辛庚與戊巳庚兩對角等而辛壬癸與辛庚癸兩對角亦等則戊巳庚辛庚辛壬癸皆平行方形也本篇卅四壬癸子丑依此推顯本篇三十即與戊巳癸壬并爲一平行方形矣

增題。兩直線形不等。求相減之較幾何

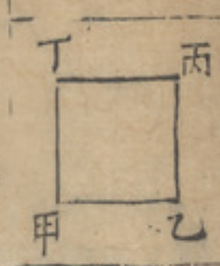


法曰。甲與乙兩直線形。甲大于乙。以乙減甲。求較幾何。先任作丁丙巳戊平行方形。與甲等。次于丙丁線上。依丁角作丁丙辛庚平行方形。與乙等本題即得辛庚戊巳。爲相減之較矣。何者。丁丙巳戊之大于丁丙辛庚。較餘一辛庚戊巳也。則甲大于乙。亦辛庚戊巳也

第四十六題

一直線上。求立直角方形

法曰。甲乙線上。求立直角方形。先于甲乙兩界各立垂



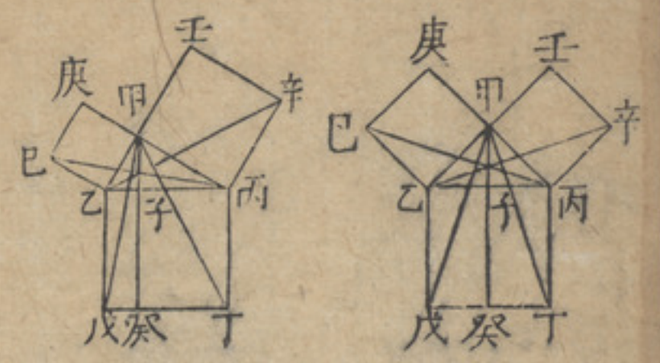
線。爲丁甲。爲丙乙。皆與甲乙線等本篇十一次作丁丙線相聯。即甲乙丙丁爲直角方形

論曰。甲乙兩角俱直角。則丁甲丙乙爲平行線本篇廿八此兩線自相等。則丁丙與甲乙亦平行線本篇三三而甲乙丙丁四線俱平行。俱相等。又甲乙俱直角。則相對丁丙亦俱直角本篇卅四而甲乙丙丁定爲四直角方形

第四十七題

凡三邊直角形。對直角邊上所作直角方形。與餘兩邊上所作兩直角方形并等

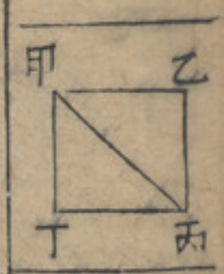
解曰。甲乙丙角形。于對乙甲丙直角之乙丙邊上作乙



丙丁戊直角方形。本篇四六題言此形與甲乙邊上所作甲乙巳庚及甲丙邊上所作甲丙辛壬兩直角方形并等

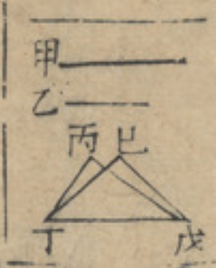
論曰試從甲作甲癸直線與乙戊丙丁平行。本篇卅一分乙丙邊于子。次自甲至丁至戊各作直線。末自乙至辛自丙至巳各作直線。其乙甲丙與乙甲庚既皆直角。即庚甲丙是一直線。本篇十四依顯乙甲甲壬亦一直線。又丙乙戊與甲乙巳既皆直角。而每加一甲乙丙角。即甲乙戊與丙乙巳兩角亦等。公論二依顯甲丙丁與乙丙辛兩角亦等。又甲乙戊角形之甲乙乙戊兩邊與丙乙巳角形之巳乙乙丙兩邊等。甲乙戊與丙乙巳兩角復等。則對等角之甲戊與丙巳兩邊亦等。而此兩角形亦等矣。本篇四夫甲乙巳庚直角方形。倍大于同乙巳底同在平行線內之丙乙巳角形。本篇四一而乙戊癸子直角形。亦倍大于同乙戊底同在平行線內之甲乙戊角形。則甲乙巳庚不與乙戊癸子等乎。公論六依顯甲丙辛壬直角方形與丙丁癸子直角形等。則乙戊丁丙一形與甲乙巳庚甲丙辛壬兩形并等矣

一增。凡直角方形之對角線上。作直角方形。倍大于



元形。如甲乙丙丁直角方形之甲丙線上作直角方形。倍大于甲乙丙丁形

二增題設不等兩直角方形。如一以甲爲邊。一以乙爲邊。求別作兩直角方形。自相等。而并之又與元設兩形并等

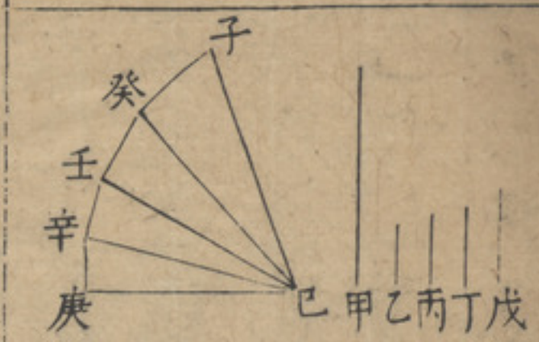


法曰。先作丙戊線。與甲等。次作戊丙丁直角。而丙丁線。與乙等。次作戊丁線相聯。末于丙丁戊角。丙戊丁角各作一角。皆半于直角。巳戊巳丁兩腰遇于巳（公論十一）而等（本篇六）即巳戊巳巳丁兩線上所作兩直角方形。自相等。而并之又與丙戊丙丁上所作兩直角方形并等

論曰。巳丁戊巳戊丁兩角。既皆半于直角。則丁巳戊爲直角（本篇卅二）而對直角之丁戊線上所作直角方形。與兩腰線上所作兩直角方形并等矣（本題）巳戊與巳丁既等。則其上所作兩直角方形。自相等矣。又丁戊線上所作直角方形。與丙丁丙戊線上所作兩直角方形并既等。則巳戊巳丁上兩直角方形并。與丙戊丙丁上兩直角方形并亦等

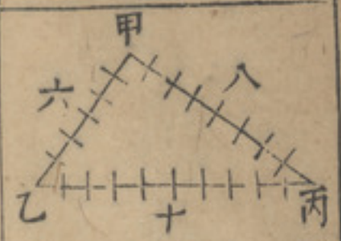
三增題多直角方形。求并作一直角方形。與之等

法曰。如五直角方形。以甲乙丙丁戊爲邊。任等不等。



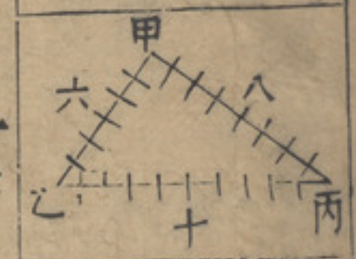
求作一直角方形、與五形并等。先作巳庚辛直角。而巳庚線、與甲等。庚辛線、與乙等。次作巳辛線。旋作巳辛壬直角。而辛壬與丙等。次作巳壬線。旋作巳壬癸直角。而壬癸與丁等。次作巳癸線。旋作巳癸子直角。而癸子與戊等。末作巳子線。題言巳子線上、所作直角方形、即所求

論曰。巳辛上、作直角方形。與甲、乙、兩形并、等本題巳壬上、作直角方形。與巳辛、及丙、兩形并等。餘倣此推顯。可至無窮



四增三邊直角形。以兩邊求第三邊長短之數

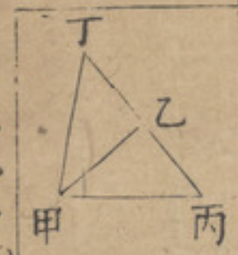
法曰。甲乙丙角形。甲爲直角。先得甲乙、甲丙、兩邊長短之數。如甲乙六。甲丙八。求乙丙邊長短之數。其甲乙、甲丙、上所作兩直角方形并。既與乙丙上所作直角方形等本題則甲乙之冪自乘之數曰冪得三十六。甲丙之冪得六十四。并之得百。而乙丙之冪亦百。百開方、得十。即乙丙數十也。又設先得甲乙、乙丙。如甲乙六。乙丙十。而求甲丙之數。其甲乙、甲丙、上兩直角方形并。既與乙丙上直角方形等。則甲乙之冪得三



十六。乙丙之冪得百。百減三十六。得甲丙之冪六十四。六十四開方。得八。即甲丙八也。求甲乙倣此　此以開方盡實者爲例。其不盡實者。自具筭家分法

第四十八題

凡三角形之一邊上所作直角方形。與餘邊所作兩直角方形并等。則對一邊之角必直角



解曰。此反前題。如甲乙丙角形。其甲丙邊上所作直角方形。與甲乙、乙丙邊上所作兩直角方形并等。題言甲乙丙角必直角

論曰。試于乙上作甲乙丁直角。而乙丁與乙丙兩線等。次作丁甲線相聯。其甲乙丁既直角。則甲丁上直角方形。與甲乙、乙丁、上兩直角方形并等（本篇四七）而甲乙、乙丁、上兩直角方形并。與甲乙、乙丙、上兩直角方形并又等（甲乙同、乙丁、乙丙、等故）即丁甲上直角方形。與甲丙上直角方形必等。夫甲乙丁角形之甲乙、乙丁、兩腰。與甲乙丙角形之甲乙、乙丙、兩腰既等。而丁甲、甲丙、兩底又等。則對底線之兩角亦等（本篇八）甲乙丁既直角。即甲乙丙亦直角

幾何原本卷一終