11

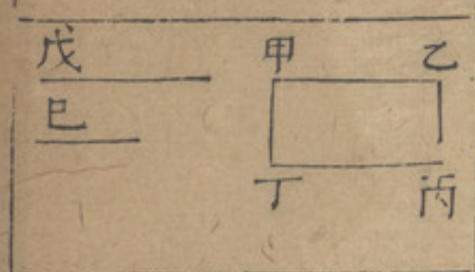
幾何原本第二卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啟筆受

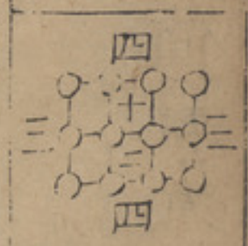
界說二則

第一界

凡直角形之兩邊、函一直角者、爲直角形之矩線



如甲乙、偕乙丙、函甲乙丙直角、得此兩邊、即知直角形大小之度、今別作戊線、己線、與甲乙乙丙各等、亦即知甲乙丙丁直角形大小之度、則戊偕己、兩線爲直角形之矩線



此例與筭法通。如上圖。一邊得三。一邊得四。相乘得十二。則三偕四。兩邊爲十二之矩數

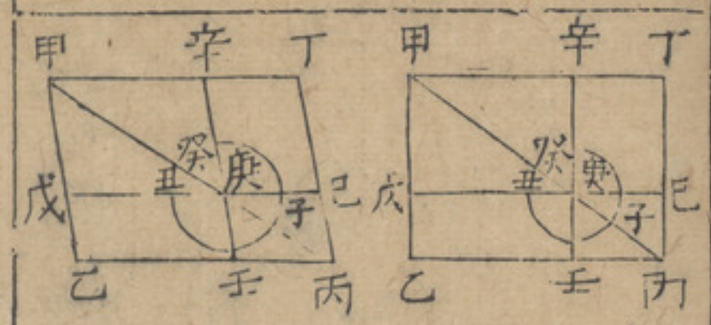
凡直角諸形之內四角皆直。故不必更言四邊及平行線。止名爲直角形。省文也

凡直角諸形。不必全舉四角。止舉對角二字。即指全形。如甲乙丙丁直角形。止舉甲丙或乙丁。亦省文也

第二界

諸方形有對角線者。其兩餘方形。任偕一角線方形。爲磬折形

甲乙丙丁方形。任直斜角作。內對角線。從庚點作戊



己辛壬兩線。與方丑邊平行。而分本形爲四方形。其辛己庚乙兩形爲餘方形。辛戊己壬兩形爲角線方形（一卷界說三六）兩餘方形。任偕一角線方形。爲磬折形。如辛己庚乙兩餘方形。偕己壬角線方形。同在癸子丑圜界內者。是癸子丑磬折形也。用辛戊角線方形。倣此

幾何原本第二卷之首終

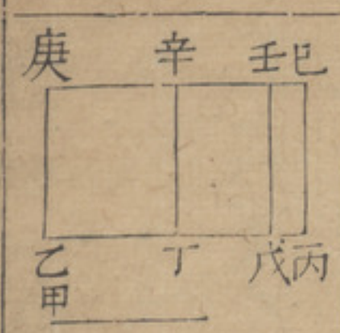
幾何原本第二卷

本篇論線　計四題

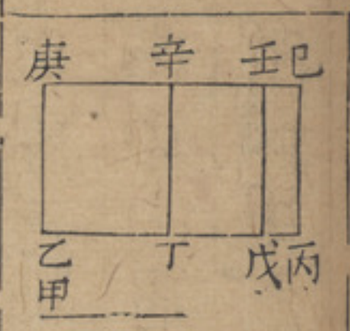
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

第一題

兩直線任以一線任分爲若干分其兩元線矩內直角形與不分線偕諸分線矩內諸直角形并等



解曰甲與乙丙兩線如以乙丙三分之爲乙丁丁戊戊丙題言甲偕乙丙矩線內直角形與甲偕乙丁甲偕丁戊甲偕戊丙三矩線內直角形并等



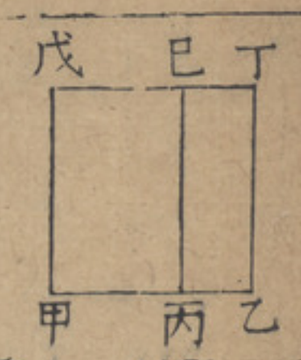
論曰試作乙巳直角形在乙丙偕等甲之巳丙矩線內作法于乙界作庚乙丙界作巳丙兩垂線俱與甲等爲平行次作庚巳直線與乙丙平行次于丁戊兩點作辛丁壬戊兩垂線與庚乙巳丙平行一卷三冊其辛丁與庚乙壬戊與巳丙既平行則辛丁與壬戊亦平行而辛丁壬戊與巳丙等即亦與甲等一卷四冊如此則乙辛直角形在甲偕乙丁矩線內丁壬直角形在甲偕丁戊矩線內戊巳直角形在甲偕戊丙矩線內并之則三矩內直角形與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等

注曰二卷前十題皆言線之能也能者謂其上能爲直角形也如十尺線其上能爲百尺方形之類其說與筭數最近故九卷之十四題俱以數明此十題之理今未及詳因題意難顯畧用數明之如本題設兩數當兩線爲六爲十以十任三分之爲五爲三爲二六乘十爲六十之一大實與六乘五爲三十及六乘三爲十八六乘二爲十二之三小實并等

第二題

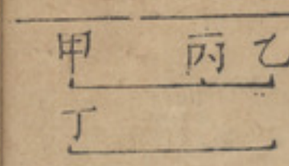
一直線任兩分之其元線上直角方形與元線偕兩分線兩矩內直角形并等

解曰甲乙線任兩分于丙題言甲乙上直角方形與甲



乙偕甲丙、甲乙偕丙乙、兩矩線內直角形并等

論曰。試于甲乙線上。作甲丁直角方形。從丙點作巳丙垂線。與甲戊、乙丁、平行（一卷卅一）其甲戊與甲乙既等（一卷卅四）則甲巳直角形在甲乙、甲丙、矩線內。乙丁、與甲乙、既等。則丙丁直角形。在甲乙、丙乙、矩線內。而此兩形并。與甲丁直角方形等

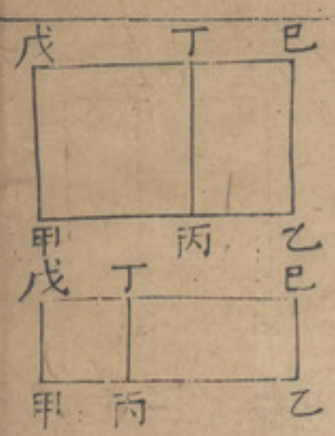


又論曰。試別作丁線。與甲乙等。其甲乙線既任分于丙。則甲乙偕丁、矩線內直角形（即甲乙上直角方形）與甲丙偕丁、丙乙偕丁、兩矩線內直角形并等（本篇一）

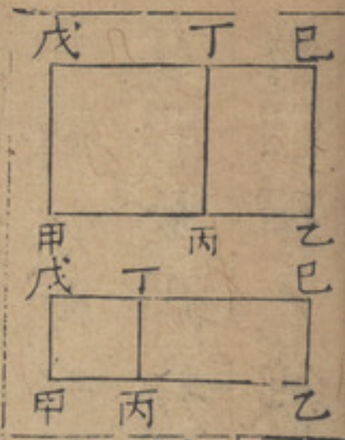
注曰。以數明之。設十數。任兩分之。爲七爲三。十乘七爲七十、及十乘三爲三十之兩小實。與十自之百一大冪等

第三題

一直線任兩分之。其元線任偕一分線矩內直角形。與分餘線偕一分線矩內直角形、及一分線上直角方形并等

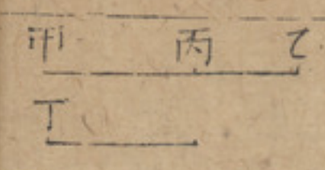


解曰。甲乙線。任兩分于丙。題言元線甲乙任偕一分線如甲丙、矩內直角形（不論甲丙爲長分、爲短分）與分餘丙乙偕甲丙、矩線內直角形



及甲丙上直角方形并等

論曰試作甲丁直角方形從乙界作乙巳垂線與甲戊平行（一卷卅一）而于戊丁引長之遇于巳其甲戊與甲丙等則甲巳直角形在元線甲乙偕一分線甲丙矩內丙丁與甲丙等則丙巳直角形在一分線甲丙偕分餘線丙乙矩內而甲巳直角形與甲丙丙乙矩線內丙巳直角形及甲丙上甲丁直角方形并等



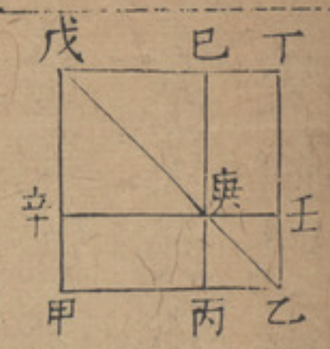
又論曰試別作丁線與一分線甲丙等其甲乙線既任分于丙則甲乙偕丁矩線內直角形（即甲乙偕甲丙矩線內直角形）與丁偕丙乙（即甲丙上直角方形）偕甲丙（即甲丙上直角方形）兩矩線內直角形并等（本篇一）

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三如前圖則十乘七為七十與七乘三之實二十一及七自之冪四十九并等如後圖十乘三為三十與七乘三之實二十一及三之冪九并等

第四題

一直線任兩分之其元線上直角方形與各分上兩直角方形及兩分互偕矩線內兩直角形并等

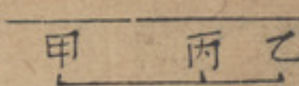
解曰甲乙線任兩分于丙題言甲乙線上直角方形與



甲丙、丙乙線上兩直角方形、及甲丙偕丙乙、丙乙偕甲丙、矩線內兩直角形并等

論曰試于甲乙線上作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。次從丙作丙巳線。與乙丁平行。遇對角線于庚。末從庚作辛壬線。與甲乙平行。而分本形爲四直角形。即甲乙戊角形之甲乙、甲戊兩邊等。而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等（一卷五）夫甲乙戊形之三角并。與兩直角等（一卷卅二）而甲爲直角。即甲乙戊、甲戊乙皆半直角（一卷卅二之二系）依顯丁乙戊角形之丁乙戊、丁戊乙兩角。亦皆半直角。則戊巳庚外角與丙丁等爲直角（一卷廿九）而巳戊庚既半直角。則巳庚戊等爲半直角矣。角既等。則巳庚、巳戊兩邊亦等（一卷六）庚辛、辛戊亦等（一卷卅四）而辛巳爲直角方形也。依顯丙壬亦直角方形也。又庚辛、與甲丙、兩對邊等（一卷卅四）而乙丙、與庚丙、俱爲直角方形邊。亦等。則辛巳爲甲丙線上直角方形。丙壬爲丙乙線上直角方形也。又甲庚、及庚丁、兩直角形。各在甲丙、丙乙矩線內也。則甲丁直角方形。與甲丙、丙乙、兩線上兩直角方形及兩線矩內兩直角形并等矣

又論曰甲乙線既任分于丙。則元線甲乙上直角方形系。從此推知。凡直角方形之角線形。皆直角方形

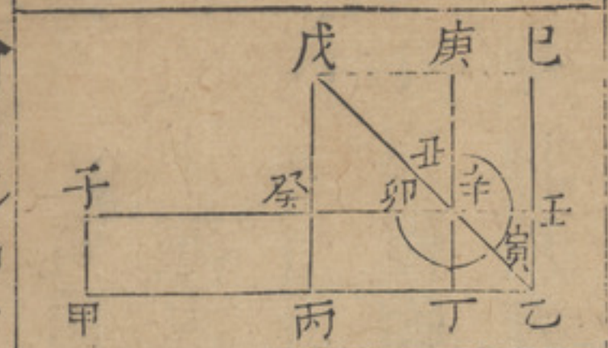


與元線偕各分線矩內兩直角形并等本篇二又甲乙偕甲丙矩線內直角形與甲丙偕丙乙矩線內直角形及甲丙上直角方形并等本篇三甲乙偕丙乙矩線內直角形與丙乙偕甲丙矩線內直角形及丙乙上直角方形并等本篇三則甲乙上直角方形與甲丙丙乙上兩直角方形及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙矩線內兩直角形并等

注曰以數明之設十數任兩分之為七為三十之冪百與七之冪四十九三之冪九及三七互乘之實兩二十一并等

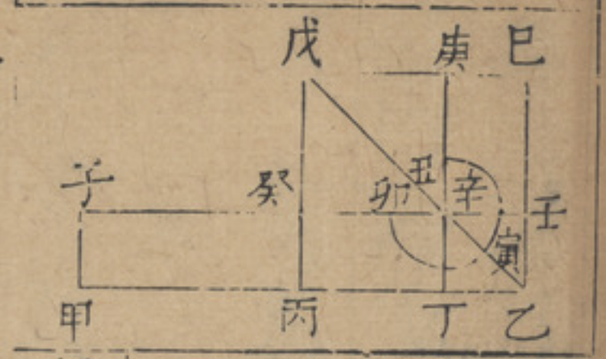
第五題

一直線兩平分之又任兩分之其任兩分線矩內直角形及分內線上直角方形并與平分半線上直角方形等



解曰甲乙線兩平分于丙又任兩分于丁其丙丁為分內線丙丁線者丙乙所以大于丁乙之較又甲丁所以大于甲丙之較故曰分內線題言甲丁丁乙矩線內直角形及分內線丙丁上直角方形并與丙乙線上直角方形等

論曰試于丙乙線上作丙己直角方形次作乙戊對角線從丁作丁庚線與乙己平行遇對角線于辛次從辛



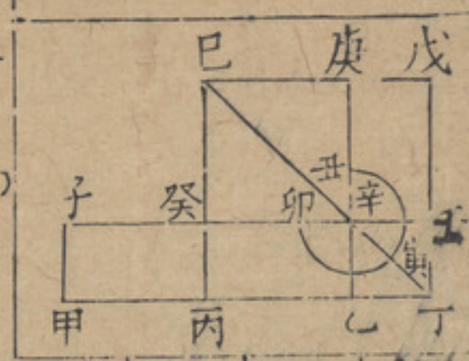
作壬癸線與丙乙平行次從甲作甲子線與丙戊平行末從壬癸線引長之遇于子夫丁壬癸庚皆直角方形（本篇四之系）而辛丁與丁乙兩線等（一卷卅四）癸辛與丙丁兩線等則甲辛直角形在任分之甲丁丁乙矩線內而癸庚為分內線丙丁上直角方形也今欲顯甲辛直角形及癸庚直角方形并與丙巳直角方形等者于丙辛辛巳相等之兩餘方形（一篇四三）每加一丁壬直角方形即丙壬及丁巳兩直角形等矣而甲癸與丙壬兩形同在平行線內又底等即形亦等（一卷卅六）則甲癸與丁巳亦等也即又每加一丙辛直角形則丑寅卯巳折形豈不與甲辛等次于巳折形又加一癸庚直角方形豈不與丙巳直角方形等也而甲辛癸庚兩形并亦與丙巳等也則甲丁丁乙矩線內直角形及丙丁上直角方形并與丙乙上直角方形等

注曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之為八為二則三為分內數（三者五所以大于二之較又八所以大于五之較）二八之實十六三之冪九與五之冪二十五等

第六題

一直線兩平分之又任引增一直線共為一全線其全線

偕引增線矩內直角形及半元線上直角方形并與半元線偕引增線上直角方形等



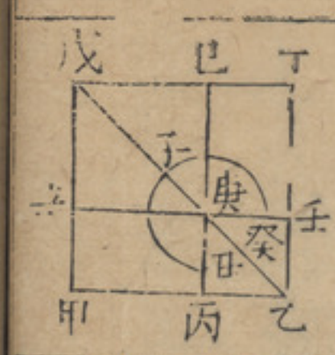
解曰甲乙線兩平分于丙又從乙引長之增乙丁與甲乙通爲一全線題言甲丁偕乙丁矩線內直角形及半元線丙乙上直角方形并與丙丁上直角方形等

論曰試于丙丁上作丙戊直角方形次作丁巳對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇對角線于辛次從辛作壬癸線與丙丁平行次從甲作甲子線與丙巳平行末從壬癸線引長之遇于子夫乙壬癸庚皆直角方形本篇四之系而乙丁與丁壬兩線等一卷卅四癸辛與丙乙兩線等則甲壬直角形在甲丁偕乙丁矩線內而癸庚爲丙乙上直角方形也今欲顯甲壬直角形及癸庚直角方形并與丙戊直角方形等者試觀甲癸與丙辛兩直角形同在平行線內又底等即形亦等一卷卅六而丙辛與辛戊等一卷四三則辛戊與甲癸亦等即又每加一丙壬直角形則丑寅卯磬折形與甲壬等夫磬折形加一癸庚形本與丙戊直角方形等也即甲壬癸庚兩形并亦與丙戊等也則甲丁乙丁矩線內直角形及丙乙上直角方形并豈不與丙丁上直角方形等

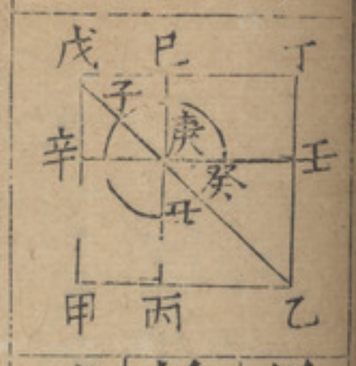
注曰。以數明之。設十數。兩平分之。各五。又引增二。共十二。二乘之爲二十四。及五之羃二十五。與七之羃四十九等

第七題

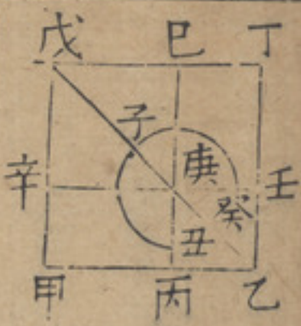
一直線。任兩分之。其元線上。及任用一分線上。兩直角方形。并。與元線。偕一分線矩內直角形二。及分餘線上直角方形。并等

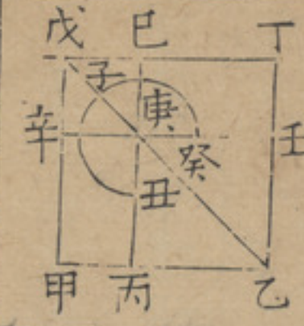


解曰。甲乙線。任分于丙。題言元線甲乙上。及任用一分線如甲丙上。兩直角方形。并（不論甲丙爲長分爲短分）與甲乙偕甲丙矩內直角形二。及分餘線丙乙上直角方形。并等



論曰。試于甲乙上。作甲丁直角方形。次作乙戊對角線。從丙作丙巳線。與乙丁平行。遇對角線于庚。末從庚作辛壬線。與甲乙平行。夫辛巳。丙壬。皆直角方形（本篇四之系）而辛庚與甲丙等（一卷卅四）即辛巳爲甲丙上直角方形也。又甲戊與甲乙等。即甲巳直角形。在甲乙偕甲丙。矩線內也。又戊丁。丁壬。與甲乙。甲丙。各等。即辛丁直角形。亦在甲乙偕甲丙。矩線內也。夫甲巳。巳壬。兩直角形（即癸子丑壬折形）及丙壬直角方形。并。本與甲丁直角方形等。今于甲巳。辛丁。兩直角形。并。加一丙壬



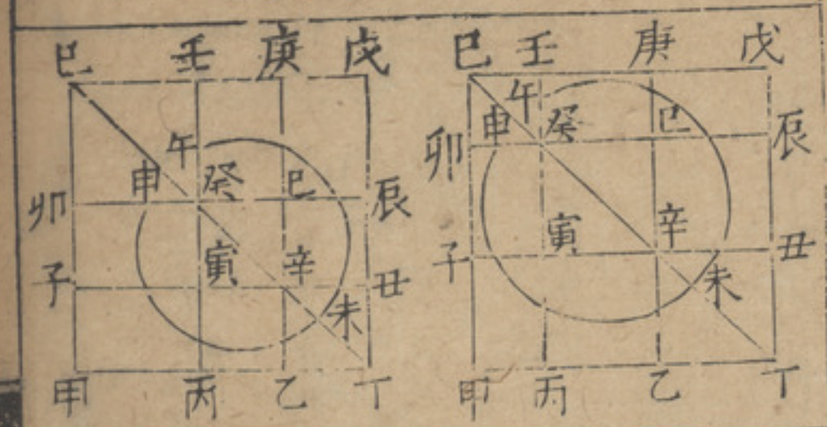


直角方形卽與甲丁直角方形加一辛巳直角方形等矣則甲乙甲丙矩線內直角形二及丙乙上直角方形幷與甲乙上直角方形及甲丙上直角方形幷等也

注曰以數明之設十數任分之爲六爲四如前圖十之羃百及六之羃三十六幷與十六互乘之兩實百二十及四之羃十六幷與十四互乘之兩實八十及六之羃三十六等

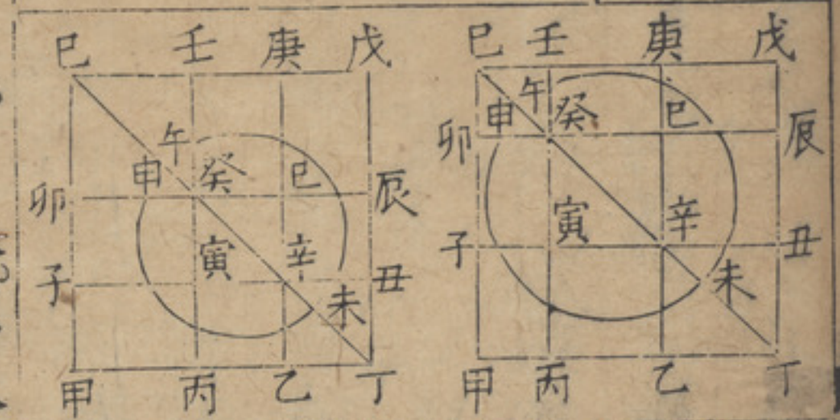
第八題

一直線任兩分之其元線偕初分線矩內直角形四及分餘線上直角方形幷與元線偕初分線上直角方形等



解曰甲乙線任分于丙題言元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四不論丙乙爲長分爲短分及分餘線甲丙上直角方形幷與甲乙偕丙乙上直角方形等

論曰試以甲乙線引增至丁而乙丁與丙乙等于全線上作甲戊直角方形次作丁巳對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇巳對角線于辛次從丙作丙壬線與甲巳平對角線于辛



行遇對角線于癸次從辛作子丑線與甲丁平行遇丙壬于寅末從癸作卯辰線與戊巳平行遇乙庚于巳其卯壬寅巳乙丑俱角線方形一卷卅四之系而卯癸與甲丙兩線等一卷卅四即卯壬爲甲丙上直角方形又寅辛與丙乙兩線等一篇卅四即寅巳爲丙乙上直角方形與乙丑等丙乙與乙丁等故又乙辛辛巳兩線亦各與丙乙等而甲辛子巳兩直角形各在甲乙丙乙矩線內即等子辛與甲乙等故寅庚辛戊兩直角形亦各在甲乙丙乙矩線內即又等寅辛辛丑與丙乙乙丁等辛庚丑戊與等甲乙之子辛等故寅巳既與乙丑等而每加一癸庚即乙丑癸庚并與寅庚又等是甲辛一子巳二辛戊三乙丑四癸庚五五直角形并爲午未申磬折形與元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四等而午未申磬折形及卯壬直角方形本與甲戊直角方形等則甲乙乙丙矩線內直角形四及甲丙上直角方形并與甲乙偕丙乙上直角

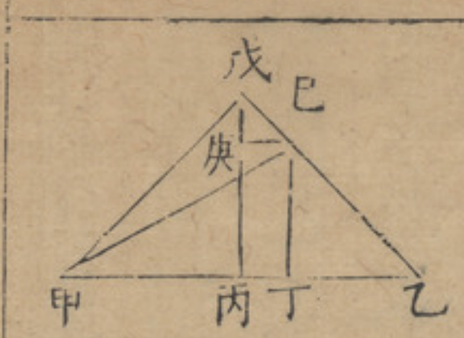
方形等

注曰以數明之設十數任分之爲六爲四如前圖十六互乘之實四爲二百四十及四之冪十六共二百五十六與十六之冪等如後圖十四互乘之實四爲

一百六十、及六之羃三十六、共一百九十六、與十四之羃等

第九題

一直線。兩平分之。又任兩分之。任分線上、兩直角方形、并倍大于平分半線上、及分內線上、兩直角方形、并



解曰。甲乙線。平分于丙。又任分于丁。題言甲丁、丁乙、上兩直角方形、并。倍大于平分半線甲丙上、分內線丙丁上、兩直角方形、并

論曰。試于丙上作丙戊垂線。與甲丙等。次作甲戊、戊乙、兩腰。次從丁作丁巳垂線。遇戊乙于巳。從巳作巳庚線。與甲乙平行。遇戊丙于庚。末作甲巳線。其甲丙戊角形之甲丙、丙戊、兩腰等。即丙戊、甲、丙甲、戊、兩角亦等（一卷五）而甲丙戊爲直角。即餘兩角皆半直角（一卷卅二之系）依顯丙戊乙、亦半直角。又戊庚巳角形之戊庚巳角。爲戊丙乙之外角。即亦直角（一卷廿九）而庚戊巳半直角。即庚巳戊、亦半直角（一卷卅二之系）又庚戊巳、庚巳戊、兩角等。即庚戊、庚巳、兩腰亦等（一卷六）依顯丁乙巳角形之丁乙、丁巳、兩腰亦等。夫甲丙戊角形之丙爲直角。即甲戊線上直角方形。與甲丙、丙戊、線上兩直角方形、并等（一卷四七）而甲丙、丙戊、上兩直角方形、自相等。即甲戊上直角方形。

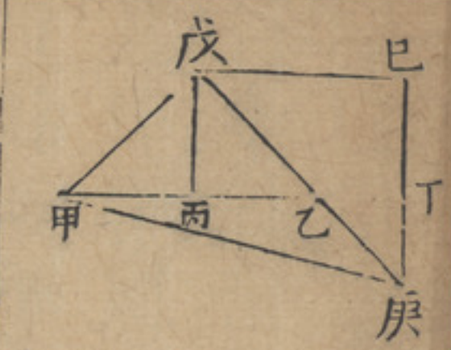
倍大于甲丙上直角方形矣又戊庚己角形之庚爲直角即戊己線上直角方形與庚戊庚己線上兩直角方形并等一卷四七而庚戊庚己上兩直角方形自相等即戊己上直角方形倍大于等庚己之丙丁上直角方形矣庚己丙丁爲丙己直角形之對邊故見一卷卅四則是甲戊戊己上兩直角方形并倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也又甲己上直角方形既等于甲戊戊己上兩直角方形并又等于甲丁丁己上兩直角方形并一篇四七則甲丁丁己上兩直角方形并亦倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并矣而丁己與丁乙等則甲丁丁乙上兩直角方形并豈不倍大于甲丙丙丁上兩直角方形并也

注曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之爲七爲三分內數二其七之冪四十九及三之冪九倍大于五之冪二十五及二之冪四

第十題

一直線兩平分之又任引增一線其爲一全線其全線上及引增線上兩直角方形并倍大于平分半線上及分餘半線偕引增線上兩直角方形并

解曰甲乙直線平分于丙又任引增爲乙丁題言甲丁



線上、及乙丁線上、兩直角方形、并。倍大于甲丙線上、及丙丁線上、兩直角方形、并

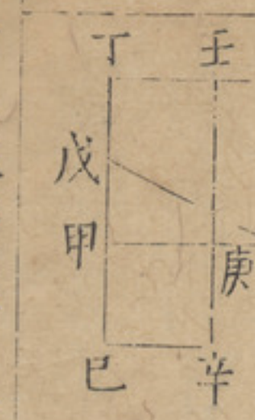
論曰。試于丙上作丙戊垂線。與甲丙等。自戊至甲、至乙。各作腰線。次從丁作巳丁垂線、引長之。又從戊乙引長之。遇于庚。次作戊巳線。與丙丁平行。末作甲庚線。依前題論推顯甲戊乙爲直角。而丙戊乙爲半直角。卽相對之戊庚巳、亦半直角一卷廿九又巳爲直角一卷卅四卽巳戊庚亦半直角一卷卅二而巳戊、巳庚、兩腰必等一卷六依顯乙丁、丁庚、兩腰亦等。夫甲戊上直角方形。等于甲丙、丙戊、上兩直角方形、并一卷四十七必倍大于甲丙上直角方形、而戊庚上直角方形、等于戊巳、巳庚、上兩直角方形、并一卷四十七必倍大于對戊巳邊之丙丁上直角方形、并一卷卅四則甲戊、戊庚、上兩直角方形、并。倍大于甲丙、丙丁、上兩直角方形、并也。又甲庚上直角方形、等于甲戊、戊庚、上兩直角方形、并。亦等于甲丁、丁庚、上兩直角方形、并。則甲丁、丁庚、上兩直角方形、并。亦倍大于甲丙、丙丁、上兩直角方形、并也。而甲丁、乙丁、上兩直角方形、并。倍大于甲丙、丙丁、上兩直角方形、并矣丁庚與乙丁等故

注曰。以數明之。設十數。平分之、各五。又任增三、爲十

三十三之冪一百六十九及三之冪九倍大于五之冪二十五及八之冪六十四也

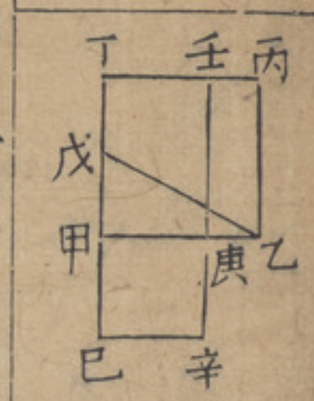
第十一題

一直線求兩分之而元線偕初分線矩內直角形與分餘線上直角方形等



法曰甲乙線求兩分之而元線偕初分小線矩內直角形與分餘大線上直角方形等先于甲乙上作甲丙直角方形次以甲丁線兩平分于戊次作戊乙線次從戊甲引增至巳而戊巳線與戊乙等末于甲乙線截取甲庚與甲巳等即甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等如所求

論曰試于庚上作壬辛線與丁巳平行次作巳辛線與甲庚平行其壬庚與丙乙等即與甲乙等而庚丙直角形在甲乙偕庚乙矩線內也又甲庚與甲巳等而甲為直角即巳庚為甲庚上直角方形也（一卷卅四）今欲顯庚丙直角形與巳庚直角方形等者試觀甲丁兩平分于戊而引增一甲巳是丁巳偕甲巳矩線內直角形（即丁辛直角形）及甲戊上直角方形并與等戊巳之戊乙上直角方形等（本篇六）夫戊乙上直角方形等于甲戊甲乙上兩直角

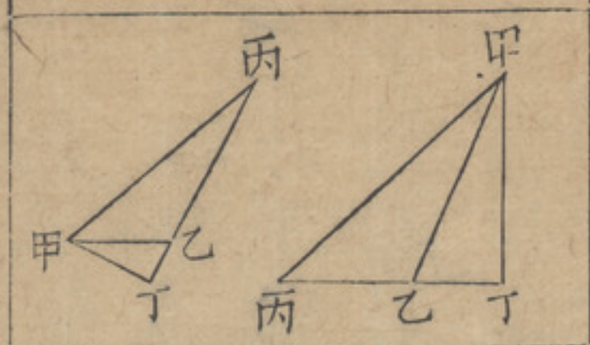


方形、并一卷四十即丁辛直角形、及甲戊上直角方形、并、與甲戊、甲乙、上兩直角方形并、等矣。次各減同用之甲戊上直角方形、即所存丁辛直角形、不與甲乙上甲丙直角方形等乎。此二率者。又各減同用之甲壬直角形。則所存巳庚直角方形、與庚丙直角形等。而甲乙偕庚乙、矩線內直角形、與甲庚上直角方形等也

注曰。此題無數可解。說見九卷十四題

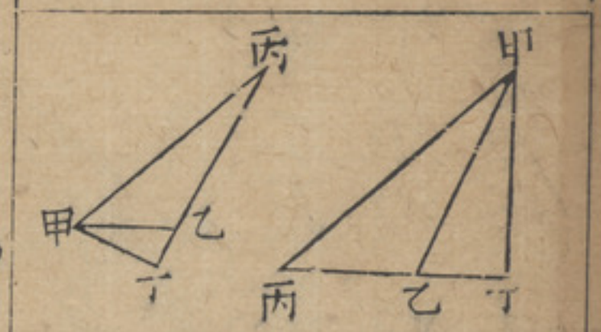
第十二題

三邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形、大于餘邊上兩直角方形并之較、爲鈍角旁任用一邊偕其引增線之與對角所下垂線相遇者、矩內直角形、二



解曰。甲乙丙三邊鈍角形。甲乙丙爲鈍角。從餘角如甲、下一垂線。與鈍角旁一邊如丙乙之引增線、遇于丁。爲直角。題言對鈍角之甲丙邊上直角方形、大于甲乙、乙丙、邊上兩直角方形并之較、爲丙乙偕乙丁。矩線內直角形二。反說之。則甲乙、乙丙、上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、并。與甲丙上直角方形、等

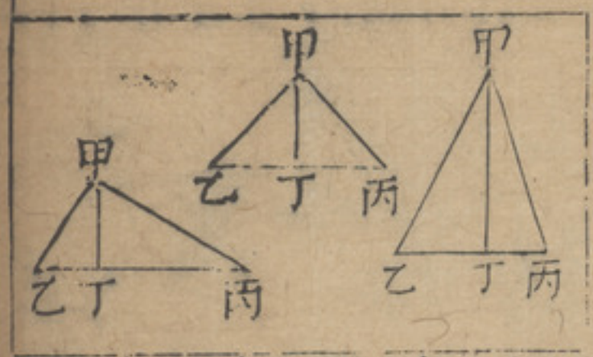
論曰。丙丁線。既任分于乙。即丙丁上直角方形、與丙乙



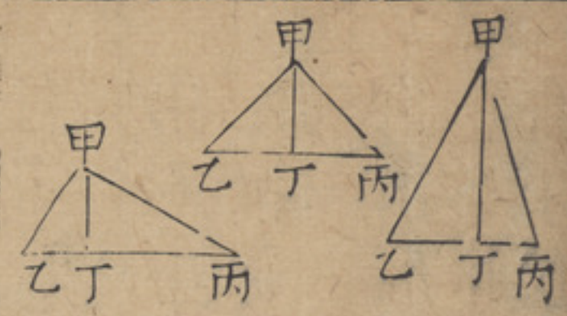
乙丁、上兩直角方形、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷、等本篇四此二率者。每加一甲丁上直角方形。即丙丁、甲丁、上兩直角方形、幷。與丙乙、乙丁、甲丁、上直角方形三、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷、等也。夫甲丙上直角方形。等于丙丁、甲丁上兩直角方形、幷一卷四七即亦等于丙乙、乙丁、甲丁、上直角方形三、及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷也。又甲乙線上直角方形。既等于乙丁、甲丁、上兩直角方形。幷一卷四七即甲丙上直角方形。與甲乙、丙乙、上兩直角方形及丙乙偕乙丁、矩線內直角形二、幷等矣

第十三題

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形。小于餘邊上兩直角方形幷之較。爲銳角旁任用一邊偕其對角所下垂線旁之近銳角分線矩內直角形、二



解曰甲乙丙三邊銳角形。從一角如甲、向對邊乙丙、下一垂線。分乙丙于丁。題言對甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形。小于乙丙、甲丙、邊上兩直角方形、幷之較。爲乙丙偕丁丙、矩線內直角形二。反說之。則乙丙、甲丙、上兩



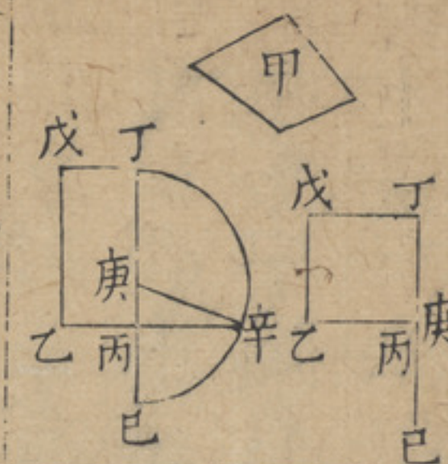
直角方形、幷、與甲乙上直角方形、及乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、幷、等

論曰。乙丙線。既任分于丁。卽乙丙、丁丙、上兩直角方形、幷與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁上直角方形、幷、等本篇七此二率者。每加一甲丁上直角方形。卽乙丙、丁丙、甲丁、上直角方形三。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷、等也。又甲丙上直角方形。等于丁丙、甲丁、上兩直角方形、幷一卷四七卽乙丙、甲丙、上兩直角方形。幷、與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及乙丁、甲丁、上兩直角方形、幷、等也。又甲乙上直角方形。等于乙丁、甲丁、上兩直角方形幷一卷四七卽乙丙、甲丙、上兩直角方形幷。與乙丙偕丁丙、矩線內直角形二、及甲乙上直角方形幷、等。反說之。則甲乙上直角方形。小于乙丙、甲丙、上兩直角方形幷者。爲乙丙偕丁丙、矩線內直角形二也

注曰題中止論銳角形。不言直角、鈍角、形。而直角、鈍角、形中。俱有兩銳角一卷七卅二卽對銳角邊上形。亦同此論如第二第三圖是但三銳角形、所作垂線。任用一角、而直角形、必用直角。鈍角形、必用鈍角。此爲異耳直角鈍角形不用直角鈍角不能作垂線

第十四題

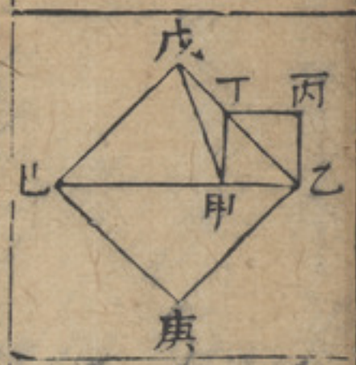
有直線形。求作直角方形。與之等



法曰。甲直線無法四邊形。求作直角方形。與之等。先作乙丁形。與甲等。而直角（一卷四五）次任用一邊。引長之。如丁丙引之至巳。而丙巳與乙丙等。次以丁巳兩平分于庚。其庚點。或在丙點。或在丙點之外。若在丙。即乙丁是直角方形。與甲等矣（蓋丙巳與乙丙等。又與丙丁等。而餘邊俱相等。故乙丁爲直角方形。見一卷卅四）若庚在丙外。即以庚爲心。丁巳爲界。作丁辛巳半圜。末從乙丙線引長之。遇圜界于辛。即丙辛上直角方形。與甲等

論曰。試自庚至辛。作直線。其丁巳線既兩平分于庚。又任兩分于丙。則丁丙偕丙巳。矩內直角形（即乙丁直角形。蓋丙巳與乙丙等故）及庚丙上直角方形并。與等庚巳之庚辛上直角方形等（本篇五）夫庚辛上直角方形。等于庚丙丙辛上兩直角方形并（一卷四七）即乙丁直角形。及庚丙上直角方形并。與庚丙丙辛上兩直角方形并。等。次各減同用之庚丙上直角方形。則丙辛上直角方形。與乙丁直角形等

增題。凡先得直角方形之對角線所長于本形邊之較。而求本形邊



法曰直角方形之對角線所長于本形邊之較爲甲乙而求本形邊先于甲乙上作甲丙直角方形次作乙丁對角線又引長之爲丁戊線而丁戊與甲丁等即得乙戊線如所求

論曰試于乙戊作戊巳垂線從乙甲線引長之遇于巳其乙戊巳既直角而戊乙巳爲半直角一卷卅二即戊巳乙亦半直角而戊乙與戊巳兩邊等一卷六次作巳庚與戊乙平行作乙庚與戊巳平行即戊庚形爲戊乙邊上直角方形也末作戊甲線即丁戊甲丁甲戊兩角等也一卷五夫乙戊巳丁甲巳既兩皆直角試每減一相等之丁戊甲丁甲戊角即所存巳戊甲巳甲戊兩角必等而巳戊巳甲兩邊必等一卷六則乙巳對角線大于乙戊邊之較爲甲乙矣　此增不在本書因其方形故類附于此

幾何原本第二卷終

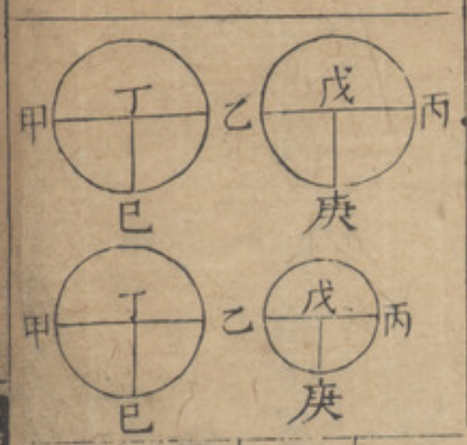
幾何原本第三卷之首

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十則

第一界

凡圜之徑線等。或從心至圜界線等。爲等圜

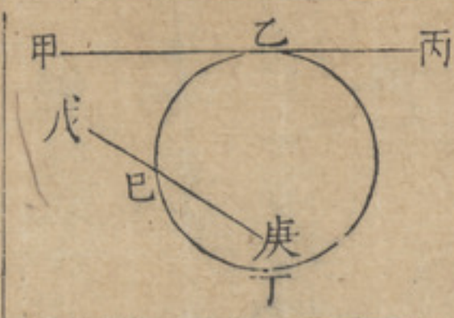


三卷將論圜之情。故先爲圜界說。此解圜之等者。如上圖甲乙、乙丙、兩徑等。或丁巳戊庚從心至圜界等。卽甲巳乙、乙庚丙、兩圜等。若下圖甲乙、乙丙、兩徑不等。或丁巳

戊庚從心至圜界不等則兩圜亦不等矣

第二界

凡直線切圜界過之而不與界交爲切線

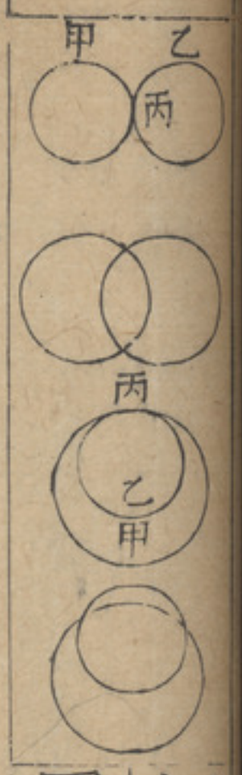


甲乙線切乙巳丁圜之界乙又引長之至丙而不與界交其甲丙線全在圜外爲切線若戊巳線先切圜界而引之至庚入圜內則交線也

第三界

凡兩圜相切而不相交爲切圜

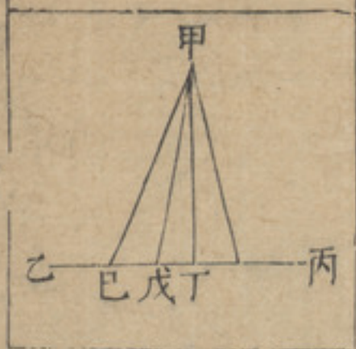
甲乙兩圜不相交而相切于丙或切于外如第一圖或



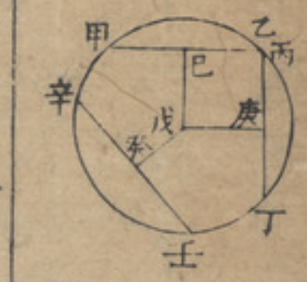
切于內如第三圖其第二第四圖則交圜也

第四界

凡圜內直線從心下垂線其垂線大小之度即直線距心遠近之度



凡一點至一直線上惟垂線至近其他即遠垂線一而巳遠者無數也故欲知點與線相去遠近必用垂線爲度試如前圖甲點與乙丙線相去遠近必以甲丁垂線爲度爲甲丁一線獨去直線至近他若甲戊甲巳諸線愈大愈遠乃至無數故



如後圖說甲乙丙丁圜內之甲乙丙丁兩線其去戊心遠近等爲己戊庚戊兩垂線等故若辛壬線去戊心近矣爲戊癸垂線小故

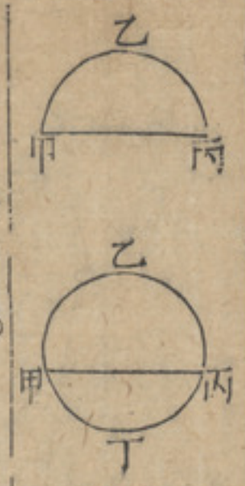
第五界

凡直線割圜之形爲圜分

甲乙丙丁圜之乙丁直線任割圜之一分如甲乙丁及乙丙丁兩形皆爲圜分凡分有三形其過心者爲半圜分函心者爲圜大分不函心者爲圜小分又割圜之直線爲弦所割圜界之一分爲弧

第六界

凡圜界偕直線內角爲圜分角



以下三界論圜角三種本界所言雜圜也其在半圜分內爲半圜角在大分內爲大分角在小分內爲小分角

第七界

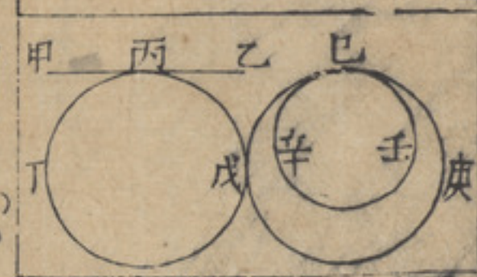
凡圜界任于一點出兩直線作一角爲負圜分角

甲乙丙圜分甲丙爲底于乙點出兩直線作甲乙丙角形其甲乙丙角爲負甲乙丙圜分角

第八界

若兩直線之角乘圜之一分爲乘圜分角

甲乙丙丁圜內。于甲點出甲乙、甲丁、兩線。其乙甲丁角。爲乘乙丙丁圜分角



圜角三種之外。又有一種。爲切邊角。或直線切圜。或兩圜相切。其兩圜相切者。又或內、或外。如上圖甲乙線切丙丁戊圜于丙。卽甲丙丁、乙丙戊、兩角爲切邊角。又丙丁戊、巳戊庚、兩圜外相切于戊。及巳戊庚、巳辛壬、兩圜內相切于巳。卽丙戊巳、戊巳辛、壬巳庚、三角。俱爲切邊角

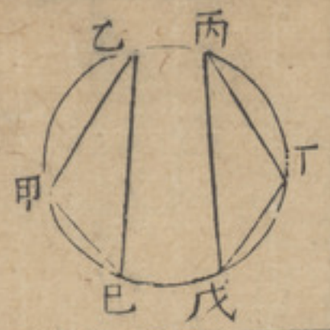
第九界

凡從圜心。以兩直線作角。偕圜界作三角形。爲分圜形

甲乙丙丁圜。從戊心出戊甲、戊丙、兩線。偕甲丁丙圜界。作角形。爲分圜形

第十界

凡圜內、兩負圜分角、相等。卽所負之圜分相似



甲乙丙丁圜內。有甲乙巳、與丁丙戊、兩負圜分角等。則所負甲乙丁巳、與丁丙甲戊、兩圜分相似

圜分俱相似。如上三圖、三圜之甲乙丙、丁戊巳、庚辛

又有兩圜或等或不等。其負圜分角等。卽

壬、三負圜分角等。即所負甲乙丙、丁戊巳庚辛壬、三圜分相似相似者。如云同爲幾分圜之幾也

幾何原本第三卷之首終

幾何原本第三卷

本篇論圜　計三十七題

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

第一題

有圜求尋其心

法曰。甲乙丙丁圜。求尋其心。先于圜之兩界任作一甲丙直線。次兩平分之于戊一卷十次于戊上作乙丁垂線。兩平分之于巳。即巳爲圜心

論曰。如云不然。令言心何在。彼不得言在巳之上、下。何者。乙丁線既平分于巳。離平分不能爲心故。必言心在

乙丁線外爲庚。卽令自庚至丙、至戊、至甲。各作直線。則甲庚戊角形之甲戊、既與丙庚戊角形之丙戊兩邊等。戊庚同邊。而庚甲、庚丙、兩線俱從心至界。宜亦等。卽對等邊之庚戊甲、庚戊丙、兩角。宜亦等（一卷八）而爲兩直角矣（一卷界說十）夫乙戊甲、既直角。而庚戊甲、又爲直角。可不可也

系因此推顯圜內有直線。分他線爲兩平分、而作直角卽圜心在其內

第二題

圜界任取二點。以直線相聯。則直線全在圜內

解曰。甲乙丙圜界上。任取甲、丙、二點。作直線相聯。題言甲丙線、全在圜內

論曰。如云在外。若甲丁丙線。令尋取甲乙丙圜之戊心（本篇一）次作戊甲、戊丙、兩直線。次于甲丁丙線上作戊乙丁線。而與圜界遇于乙。卽戊甲丁丙。當爲三角形。以甲丁丙爲底。戊甲戊丙兩腰等。其戊甲丙戊、丙甲、兩角宜等（一卷五）而戊丁甲、爲戊丙丁之外角。宜大于戊丙丁角。卽亦宜大于戊甲丁角（一卷十六）則對戊丁甲大角之戊甲線宜大于戊丁線矣（一卷十九）夫戊甲、與戊乙。本同圜之半徑。等。據如所論。則戊乙亦大于戊丁。不可通也。若云不

在圜外、而在圜界。依前論。令戊甲大于戊乙。亦不可通也

第三題

直線過圜心。分他直線爲兩平分。其分處必爲兩直角。爲兩直角。必兩平分

解曰。乙丙丁圜。有丙戊線。過甲心。分乙丁線爲兩平分于巳。題言甲巳必是垂線。而巳旁爲兩直角。又言巳旁既爲兩直角。則甲巳分乙丁。必兩平分

先論曰。試從甲作甲乙、甲丁、兩線。即甲乙巳角形之乙巳與甲丁巳角形之丁巳。兩邊等。甲巳同邊。甲乙、甲丁、兩線。俱從心至界。又等。即兩形等。則其對等邊之甲巳乙、甲巳丁。亦等（一卷八）而爲兩直角矣

後論曰。如前作甲乙、甲丁、兩線。甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩邊既等。則甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等（一卷五）又甲乙巳角形之甲巳乙、甲乙巳、兩角。與甲丁巳角形之甲巳丁、甲丁巳、兩角。各等。而對直角之甲乙、甲丁、兩邊又等。則巳乙、巳丁、兩邊亦等（一卷廿六）

欲顯次論之旨。又有一說。如甲丁上直角方形。與甲巳巳丁、上兩直角方形并等（一卷四七）而甲乙上直角方形。與

甲巳乙巳上兩直角方形并亦等即甲巳巳乙上兩直角方形并與甲巳巳丁上兩直角方形并亦等此二率者每減一甲巳上直角方形則所存乙巳巳丁上兩直角方形自相等而兩邊亦等

第四題

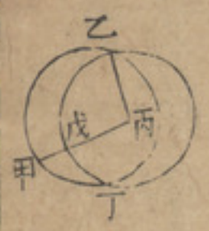
圜內不過心兩直線相交不得俱爲兩平分

解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩直線俱不過巳心若一過心一不過心即兩線不得俱爲兩平分其理易顯而交于戊題言兩直線或有一線爲兩平分不得俱爲兩平分

論曰若云不然而甲乙丙丁能俱兩平分于戊試令尋本圜心于巳本篇一從巳至戊作甲乙之垂線其巳戊既分甲乙爲兩平分即爲兩直角本篇三而又能分丙丁爲兩平分亦宜爲兩直角是巳戊甲爲直角而巳戊丙亦直角全與其分等矣

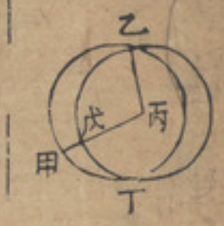
第五題

兩圜相交必不同心



解曰甲乙丁戊乙丁兩圜交于乙于丁題言兩圜不同心

論曰若言丙爲同心令自丙至乙至甲各作直線其丙



乙至圜交而丙甲截兩圜之界于戊于甲夫丙既爲戊乙丁圜之心則丙乙與丙戊等而又爲甲乙丁圜之心則丙乙與丙甲又等是丙戊與丙甲亦等而全與其分等也

第六題

兩圜內相切必不同心

解曰甲乙丙乙兩圜內相切于乙題言兩圜不同心

論曰若言丁爲同心令自丁至乙至丙各作直線其丁乙至切界而丁丙截兩圜之界于甲于丙夫丁既爲甲乙圜之心則丁乙與丁甲等而又爲丙乙圜之心則丁乙與丁丙又等是丁甲與丁丙亦等而全與其分等也

第七題

圜徑離心任取一點從點至圜界任出幾線其過心線最大不過心線最小餘線愈近心者愈大愈近不過心線者愈小而諸線中止兩線等

解曰甲丙丁戊乙圜其徑甲乙其心己離心任取一點爲庚從庚至圜界任出幾線爲庚丙庚丁庚戊題先言從庚所出諸線惟過心庚甲最大次言不過心庚乙最小三言庚丙大于庚丁

庚丁大于庚戊。愈近心愈大。愈近庚乙愈小。

後言庚乙兩旁。止可出兩線等

先論曰試從已心出三線。至丙至丁至戊。其丙已庚角形之丙已已庚兩邊并。大于丙庚一邊（一卷二十）而丙已已庚等于甲已已庚。則庚甲大于庚丙。依顯庚丁庚戊俱小于庚甲。是庚甲最大

次論曰。已庚戊角形之已戊一邊。小于已庚庚戊兩邊并（一卷二十）而已戊與已乙等。則已乙小于已庚庚戊。并矣。

次各減同用之已庚。則庚乙小于庚戊。依顯庚戊小于庚丁。庚丁小于庚丙。是庚乙最小

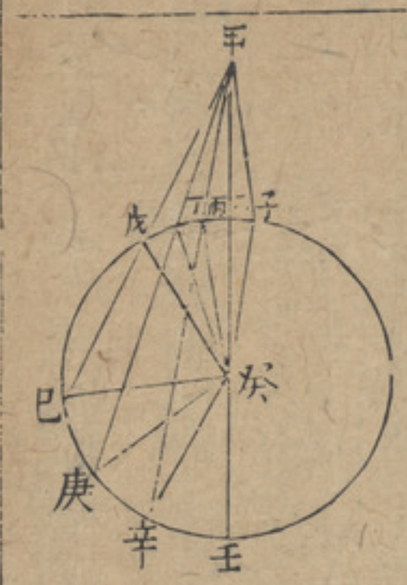
三論曰。丙已庚角形之丙已與丁已庚角形之丁已兩邊等。已庚同邊。而丙已庚角大于丁已庚角（全大于分）則對大角之庚丙邊大于對小角之庚丁邊（一卷廿四）依顯庚丁大于庚戊。而愈近心愈大。愈近庚乙愈小

後論曰。試依戊已乙作乙已辛相等角。而抵圜界。爲已辛線。次從庚作庚辛線。其戊已庚角形之戊已腰與庚已辛角形之辛已腰。既等。已庚同腰。兩腰間角又等。則對等角之庚戊庚辛兩底亦等（一卷四）而庚乙兩旁之庚戊庚辛等矣。此外若有從庚出線在辛之上。即依第三論大于庚辛。在辛之下。即小于庚辛。故云庚乙兩旁。止

可出庚戊庚辛兩線等

第八題

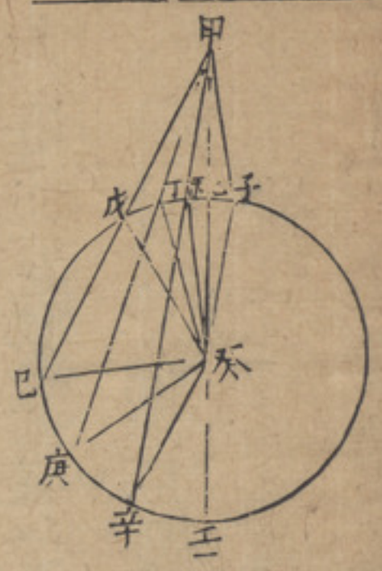
圜外任取一點從點任出幾線其至規內則過圜心線最大餘線愈離心愈小其至規外則過圜心線爲徑之餘者最小餘線愈近徑餘愈小而諸線中止兩線等



解曰乙丙丁戊圜之外從甲點任出幾線其一爲過癸心之甲壬其餘爲甲辛爲甲庚爲甲巳皆至規內（規內線者如車輻之指牙）題先言過心之甲壬最大次言近心之甲辛大于離心之甲庚甲庚又大于甲巳三反上言規外之甲乙爲乙壬徑餘者（規外線者如車輻之湊轂）最小四言甲丙近徑餘小于甲丁甲丁又小于甲戊後言甲乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從癸心至丙丁戊巳庚辛各出直線其甲癸辛角形之甲癸癸辛兩邊并大于甲辛一邊（一卷二十）而甲癸癸辛與甲壬等則甲壬大于甲辛依顯甲壬更大于甲庚甲巳而過心之甲壬最大

次論曰甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等甲癸同邊而甲癸辛角大于甲癸庚角（全大于分）則對大角之甲辛邊大于對小角之甲庚邊（一卷廿四）依顯甲庚



大于甲巳而規內線愈離心愈小

三論曰甲癸丙角形之甲癸一邊小于甲丙丙癸兩邊并一卷二十次每減一相等之乙癸丙癸則甲乙小于甲丙矣依顯甲乙更小于甲丁甲戊而規外甲乙最小

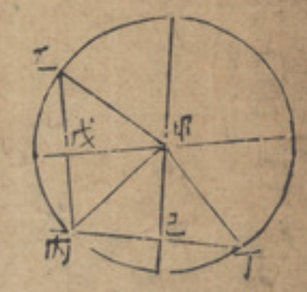
四論曰甲丁癸角形之內從甲與癸出甲丙丙癸兩邊并小于甲丁丁癸兩邊并一卷廿一此二率者每減一相等之丙癸丁癸則甲丙小于甲丁矣依顯甲丙更小于甲戊而愈近徑餘甲乙者愈小

後論曰試依乙癸丙作乙癸子相等角抵圜界次作甲子線其甲子癸角形之甲癸癸子兩腰與甲癸丙角形之甲癸癸丙兩腰各等而兩腰間角又等則對等角之甲子甲丙兩底亦等也一卷四此外若有從甲出線在子之上即依第四論小于甲丙在子之下即大于甲丙故云甲乙兩旁止可出甲丙甲子兩線等

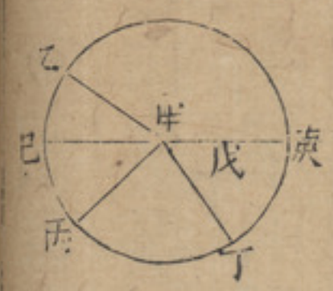
第九題

圜內從一點至界作三線以上皆等即此點必圜心

解曰從甲點至乙丙丁圜界作甲乙甲丙甲丁三直線若等題言甲點為圜心三以上等者更不待論



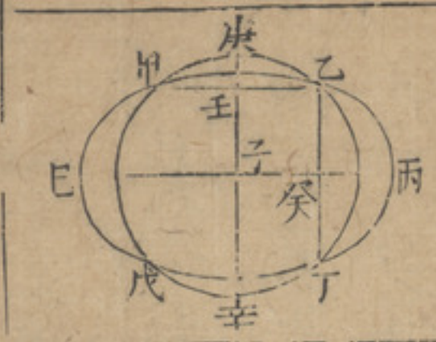
論曰。試于乙丙、丙丁、界。作乙丙、丙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于戊、于巳。從甲出兩直線。爲甲戊、爲甲巳。其甲乙戊角形之甲乙、與甲戊丙角形之甲丙、兩腰既等。甲戊同腰。乙戊、戊丙、兩底又等。卽甲戊乙、與甲戊丙、兩角亦等。一卷八 爲兩直角。依顯甲巳丙、甲巳丁。亦等爲兩直角。則甲戊、甲巳之分乙丙、丙丁。俱平分爲直角。而此兩線俱爲函心線。本篇一之系 定相遇于甲。甲爲圜心矣



又論曰。若言甲非心。心在于戊者。令戊甲相聯。引作巳庚徑線。卽甲是戊心外所取一點。而從甲所出線。愈近心者。宜愈大矣。本篇七 則甲丁宜大于甲丙。而先設等。何也

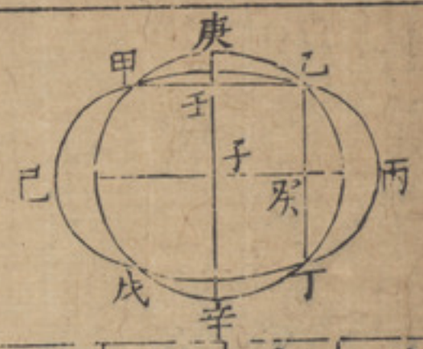
第十題

兩圜相交。止于兩點

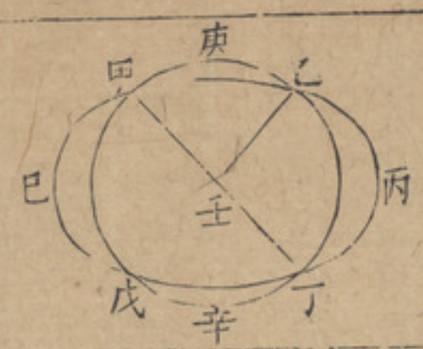


論曰。若言甲乙丙丁戊巳圜。與甲庚乙丁辛戊圜。三相交于甲、于乙、于丁。令作甲乙、乙丁、兩直線相聯。此兩線各兩平分于壬、于癸。次從壬、癸作子壬、子癸、兩垂線。其子壬分甲乙、子癸分乙丁。旣皆兩平分。而各爲兩直角。卽子壬、子癸、兩線俱爲甲庚乙丁辛戊圜之函心線。本篇一之系 而子爲

其心矣依顯甲乙丙丁戊巳圜亦以子爲心也夫兩交之圜尚不得同心本篇五何緣得有三交

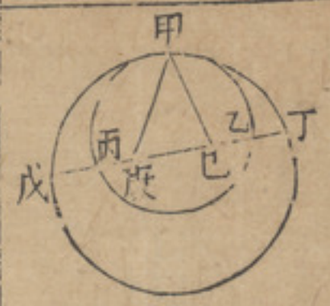


又論曰若言兩圜三相交于甲于乙于丁令先尋甲庚乙丁辛戊圜之心于壬本篇一次從心至三交界作壬甲壬乙壬丁三線此三線等也一卷界說十五又甲乙丙丁戊巳圜內有從壬出之壬甲壬乙壬丁三相等線則壬又爲甲乙丙丁戊巳圜之心本篇九不亦交圜同心乎本篇五



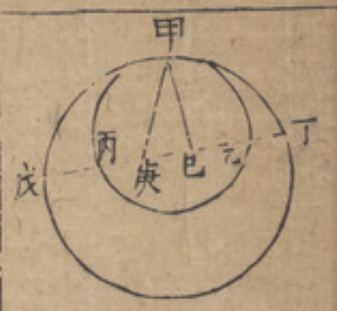
第十一題

兩圜內相切作直線聯兩心引出之必至切界



解曰甲乙丙甲丁戊兩圜內相切于甲而巳爲甲乙丙之心庚爲甲丁戊之心題言作直線聯庚巳兩心引抵圜界必至甲

論曰如云不至甲而截兩圜界于乙丁及丙戊令從甲作甲巳甲庚兩線其甲巳庚角形之庚巳巳甲兩邊并大于庚甲一邊一卷二十而同圜心所出之庚甲庚丁宜等即庚巳巳甲大于庚丁矣此二率者各減同用之庚巳即巳甲亦大于巳丁矣夫巳甲與巳乙是內圜同心所出等線則巳乙亦大于巳丁而分大于全也可乎若曰

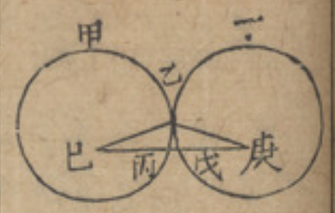


庚爲甲乙丙心巳爲甲丁戊心亦依前轉說之甲巳庚角形之巳庚庚甲兩邊并大于甲巳一邊一卷二十而同圜心所出之巳甲巳戊宜等即巳庚庚甲大于巳戊矣此二率者各減同用之巳庚即庚甲大于庚戊矣夫庚甲與庚丙是內圜同心所出等線則庚丙亦大于庚戊而分大于全也可乎

第十二題

兩圜外相切以直線聯兩心必過切界

解曰甲乙丙丁乙戊兩圜外相切于乙其甲乙丙心爲巳丁乙戊心爲庚題言作巳庚直線必過乙

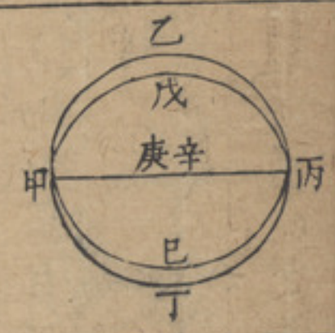


論曰如云不然而巳庚線截兩圜界于戊于丙令于切界作乙巳乙庚兩線其乙巳庚角形之巳乙乙庚兩邊并大于巳庚一邊而乙庚與庚戊乙巳與巳丙俱同心所出線宜各等即庚戊丙巳兩線并亦大于庚巳一線矣一卷二十夫庚巳線分爲庚戊丙巳尚餘丙戊而云庚戊丙巳大于庚巳則分大于全也故直線聯巳庚必過乙

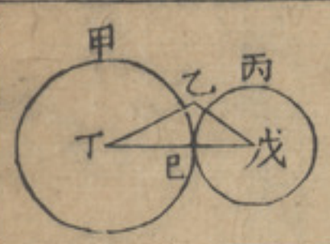
第十三題二支

圜相切不論內外止以一點

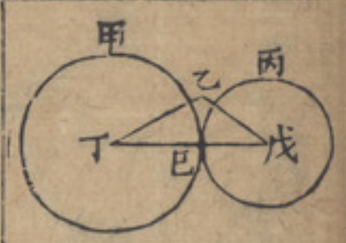
先論曰甲乙丙丁與甲戊丙巳兩圜內相切若云有兩



點相切于甲、又于丙。令作直線、函兩圜心庚辛、引出之。如前圖。宜至相切之甲、之丙（本篇十一）則甲丙爲兩圜之同徑矣。而此徑線者。兩平分于庚。又兩平分于辛何也（一直線、止以一點兩平分）若云、庚辛引出直線。一抵甲。一截兩圜之界于癸、于壬。即如後圖。令從兩心、各作直線。至又相切之丙。次問之甲乙丙丁圜之心。爲庚邪、辛邪。如曰庚也。而辛爲甲戊丙巳之心。則丙庚辛角形之庚辛辛丙、兩邊。大于庚內一邊（一卷一）而庚辛、辛丙。與庚癸宜等（辛癸、辛丙。同圜心所出故。即庚癸亦大于庚丙矣。夫庚丙與庚壬者。外圜同心所出等線也。將庚癸亦大于庚壬。可乎。如曰辛也。而庚爲甲戊丙巳之心。則丙庚辛角形之辛庚、庚丙、兩邊。大于辛丙（一卷二十）而辛丙、與辛甲、宜等。即辛庚、庚丙。亦大于辛甲矣。此二率者。各減同用之辛庚。即庚丙亦大于庚甲也。夫庚甲與庚丙者。亦同圜心所出等線也。而安有大小



後論曰。甲乙與乙丙兩圜。外相切于巳。從甲乙之丁心。丙乙之戊心。作直線相聯。必過巳（本篇十二）若云、又相切于乙。令自乙至丁、至戊。各作直線。其丁乙、乙戊、并宜與丁戊等。而爲角形之兩腰。又宜大



于丁戊一卷二十則兩圜相切。安得兩點
又後論曰。更令于兩相切之乙之巳。作直線相
聯。其直線當在甲乙圜內本篇二又當在乙丙圜
內。何所置之

第十四題二支

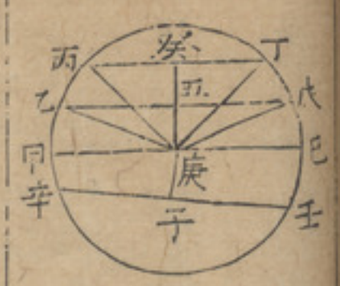
圜內兩直線等。即距心之遠近等。距心之遠近等。即兩直
線等

先解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內甲乙、丁丙、
兩線等。題言兩線距戊心、遠近亦等
論曰。試從戊心向甲乙、作戊巳。向丁丙、作戊
庚。各垂線。次自丁、自甲、至戊。各作直線。其戊巳、戊庚。既
各分甲乙、丁丙、線爲兩平分本篇三而甲乙、丁丙、等。則平
分之甲巳、丁庚、亦等。夫甲戊上直角方形。與甲巳、巳戊
上兩直角方形。并等一卷四七等甲戊之丁戊上直角方形
與丁庚、庚戊、上兩直角方形。并等。而甲巳、丁庚、上兩直
角方形既等。即戊巳、戊庚、上兩直角方形亦等。則戊巳、
戊庚、兩線亦等。是甲乙、丁丙、兩線距心之度等本卷界說四
後解曰。甲乙、丁丙、兩線。距戊心、遠近等。題言甲乙、丁丙、
兩線亦等
論曰。依前論。從戊作戊巳、戊庚、兩垂線。既等本卷界說四而

分甲乙、丁丙、各爲兩平分（本篇三）其甲戊上直角方形。與甲己、己戊、上兩直角方形并等（一卷四七）等甲戊之丁戊上直角方形。與丁庚、庚戊上兩直角方形并、等。即甲己、己戊、上兩直角方形并。與丁庚、庚戊、上兩直角方形并、亦等。此二率者。每減一相等之己戊、戊庚、上直角方形。即所存甲己、丁庚、上兩直角方形、亦等。是甲己、丁庚、兩線等也。夫甲乙倍甲己。丁丙倍丁庚。其半等。其全必等

第十五題

徑爲圜內之大線。其餘線者。近心大于遠心



解曰。甲乙丙丁戊己圜。其心庚。其徑甲己。其近心線爲辛壬。遠心線爲丙丁。題言甲乙最大。辛壬近心。大于丙丁遠心

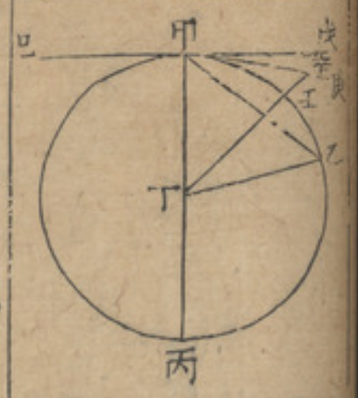
論曰。試從庚向丙丁、作庚癸、向辛壬、作庚子、各垂線。其丙丁距心遠于辛壬。即庚癸大于庚子（本卷界說四）次于庚癸線截庚丑。與庚子等。次從丑作乙戊爲庚癸之垂線。末于庚乙、庚丙、庚丁、庚戊、各作直線相聯。其庚丑既等于庚子。即乙戊、與辛壬。各以垂線距心遠近等（本卷界說四）而兩線亦等（本篇十四）夫庚乙、庚戊、并。大于乙戊（一卷二十）而與甲己等。即甲己大于乙戊。亦大于辛壬矣。依顯甲己大

于他線則甲巳最大又乙庚戊角形之乙庚庚戊兩腰與丙庚丁角形之丙庚庚丁兩腰等而乙庚戊角大于丙庚丁角則乙戊底大于丙丁底一卷廿四故等乙戊之辛壬亦大于丙丁也是近心線大于遠心線也

第十六題三支

圜徑末之直角線全在圜外而直線偕圜界所作切邊角不得更作一直線入其內其半圜分角大于各直線銳角切邊角小于各直線銳角

先解曰甲乙丙圜丁爲心甲丙爲徑從甲作甲丙之垂

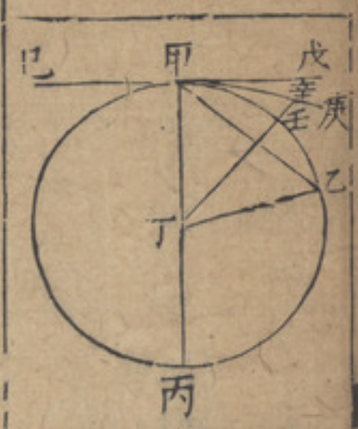


線題言此線全在圜外

論曰若言在內如甲乙令自丁至乙作直線即丁甲乙與丁乙甲兩角等一卷五丁甲既爲直角丁乙又爲直角乎夫角形三角并等兩直角一卷十七豈得形內自有兩直角也則垂線必在圜外若巳戊必不在圜內若甲乙又不在圜界之上如云在界亦依此論故曰全在圜外

次解曰題又言戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角不得更作一直線入其內

論曰若云可作如庚甲令從丁心向庚甲作丁辛爲庚



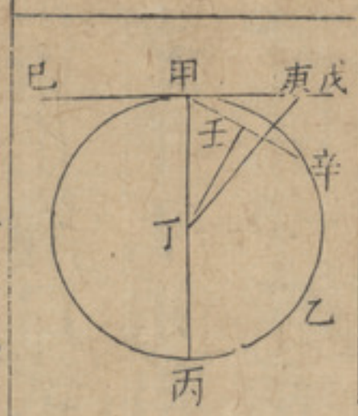
甲之垂線一卷十二夫丁甲辛角形之丁甲辛、丁辛甲、兩角并小于兩直角一卷十七而丁辛甲爲直角卽對小角之丁辛線小于對大角之甲丁線矣一卷十九甲丁者與丁壬爲同圜相等者也

將丁壬亦大于丁辛乎則戊甲乙角之內不得更作一直線而戊甲之下但有直線必入本圜之內也

後解曰題又言丁甲垂線偕乙甲圜界所作丙甲乙圜分角大于各直線銳角而戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角小于各直線銳角

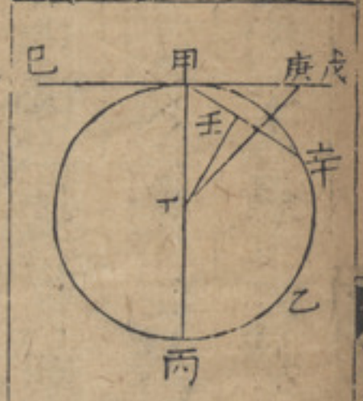
論曰依前論甲戊下有直線旣云必入圜內卽此直線偕戊甲所作各直線銳角皆小于圜分角而切邊角小于各直線銳角

系己甲線必切圜以一點



增先解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙從甲作戊甲爲甲丙之垂線題言戊甲全在圜外

增正論曰試于甲戊線內任取一點爲庚自庚至丁作直線其甲丁庚角形之丁甲庚、丁庚甲、兩角小于兩直角一卷十七而丁甲庚爲直角卽丁庚甲小于直角對大角之丁庚線大于對小角之丁甲線矣一卷十九則



庚點在圜之外也。凡戊甲以內作點皆依此論。故戊甲線全在圜外

增次解曰。從甲作甲辛線在戊甲之下。

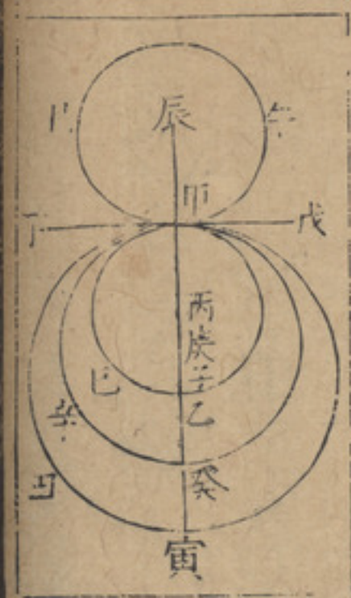
題言甲辛必割圜爲分

增正論曰。試作甲丁壬角。與戊甲辛角等。其甲丁壬辛甲丁兩角并。等于戊甲丁直角。必小于兩直角。而丁壬甲辛兩線必相遇（公論十一）其相遇又必在圜之內。如壬。何者。壬甲丁壬丁甲兩角。既與一直角等。即甲壬丁必爲直角（一卷卅二）而對大角之甲丁線。必大于對小角之丁壬線矣（一卷十九）夫甲丁線僅至圜界。則丁壬不能抵圜界。必在圜之內也

後支前己正論

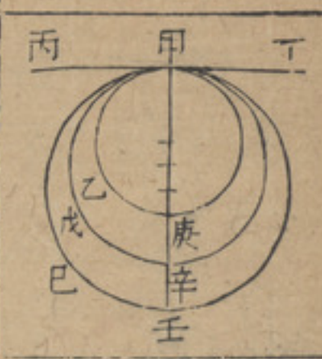
或難曰。切邊角有大有小。何以畢不得兩分。向者聞幾何之分。不可窮盡。如莊子尺棰之義。深著明矣。今切邊之內有角。非幾何乎。此幾何。何獨不可分邪。又十卷第一題。言設一小幾何。又設一大幾何。若從大者半減之。減之又減。必至一處。小于所設小率。此題最明。無可疑者。今言切邊之角。小于直線銳角。是亦小幾何也。彼直線銳角。是亦大幾何也。若從直線銳角半減之。減之又減。何以終竟不得小于切邊角邪

既本題推顯切邊角中。不得容一直線。如此著明。便當并無切邊角。無角。則無幾何。此則不可得分耳。且幾何原本書中。無有至大不可加之率。無有至小不可減之率。若切邊角不可分。豈非至小不可減乎。荅曰。謬矣。子之言也。有圜有線。安得無切邊角。且既言直線銳角。大于切邊角。即有切邊角矣。苟無角。安所較大小哉。且子言直線與圜界。并無切邊角。則兩圜



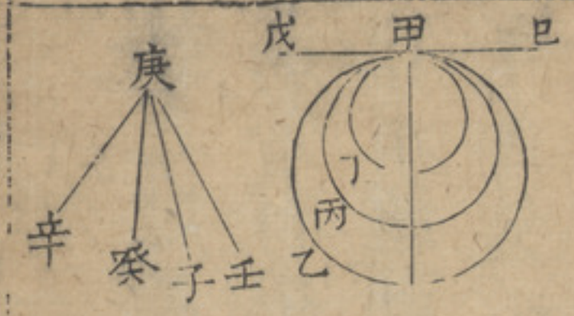
外相切。亦無角乎。曰。然。曰。試如作甲巳乙圜。其心丙。而丁戊爲切線。即丁甲巳爲切邊角。次移心于庚。又作甲辛癸圜。即丁甲辛爲切邊角。而小于丁甲巳。次移心于子。又作甲丑寅圜。即丁甲丑爲切邊角。而又小于丁甲辛。如是小之又小。疑無角焉。次又于切線之外。以辰爲心。作甲巳午圜。而與前圜外相切于甲。依子所說。疑無角焉。然兩圜外相切。而以丁戊線分之。不可分乎。更自辰至寅作直線。截兩圜之界。而分丁戊爲兩平分。不可分乎。兩圜兩直線交羅相遇于甲也。能不皆以一點乎。如以一點也。即此一點之外。不能無空。即不能不爲四切邊角矣。子所據尺捶之分無盡。又言幾何原本書中。無至小不可減之率

也是也夫切邊角但不可以直線分之耳若用圜線則可分矣如甲乙庚圜與丙甲丁直線相切于甲作丁甲庚切邊大角若移一心作甲戊辛圜又得丁甲辛切邊角即小于丁甲庚也又移一心作甲巳壬圜又得丁甲壬切邊小角即又小于丁甲辛也如此以至無窮則切邊角分之無盡何謂不可減邪若十卷第一題所言元無可疑但以圜角分圜角則與其說合矣彼所言大小兩幾何者謂夫能相較爲大能相較爲小者也如以直線分直線角以圜線分圜線角是巳此切邊角與直



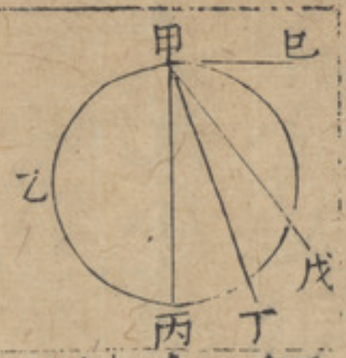
線角豈能相較爲大小哉

增題有兩種幾何一大一小以小率半增之遞增至于無窮以大率半減之遞減至于無窮其元大者恒大元小者恒小



解曰戊甲乙切邊角爲小率壬庚辛直線銳角爲大率今別作甲丙甲丁等圜俱切戊巳線于甲其切邊角愈增愈大如前論別以庚癸庚子線作角分壬庚辛角于庚愈分愈小然直線角恒大切邊角恒小乃至終古不得相比

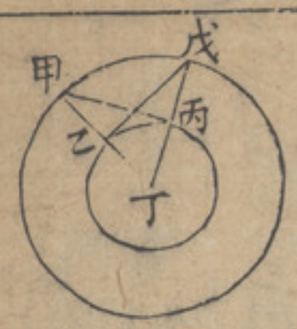
又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以一大率加一小率之上不相離逐線漸移之必至一相等之處又一說有率大于此率者有率小于此率者則必有率等于此率者昔人以爲皆公論也若用以律本題即不可得故今斥不爲公論



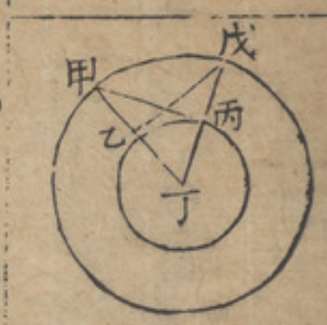
解曰甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在于甲而引丙線逐線漸移之向巳其所經丁戊巳及中間逐線所經無數然依本題論則甲丙所經凡割圜時皆爲銳角即小于半圜分角統離銳角便爲直角即大于半圜分角是所經無數線終無有相等線可見前一舊說未爲公論又直線銳角皆小于半圜分角直角與鈍角皆大于半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊說未爲公論也

第十七題

設一點一圜求從點作切線



法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先從甲作甲丁直線截乙丙圜于乙次以丁爲心甲爲界作甲戊圜次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊圜于戊次作戊丁直線而截乙丙圜于丙末



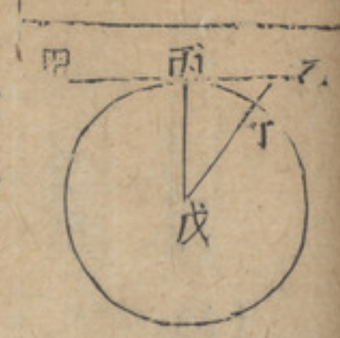
作甲丙直線即切乙丙圜于丙

論曰乙戊丁角形之戊丁丁乙兩腰與甲丙丁角形之甲丁丁丙兩腰各等一卷界說十五丁角同即甲丙乙戊兩底亦等一卷四而戊乙丁爲直角即甲丙丁亦直角則甲丙偕乙丙圜之半徑丁丙爲一直角矣豈非圜之切線本篇十六之系

第十八題

直線切圜從圜心作直線至切界必爲切線之垂線

解曰甲乙直線切丙丁圜于丙從戊心至切界作戊丙線題言戊丙爲甲乙之垂線



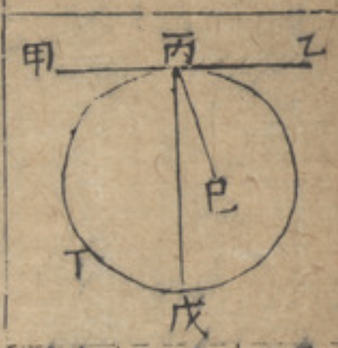
論曰如云不然令從戊別作垂線如至巳而截丙丁圜于丁其丙戊巳角形之戊巳丙既爲直角即宜大于巳丙戊角一卷十七而對大角之戊丙邊宜大于對小角之戊巳邊矣一卷十九夫戊丙與戊丁等也戊丙大于戊巳則戊丁亦大于戊巳乎

又論曰若云丙非直角即其兩旁角一銳一鈍令乙丙戊爲銳角則銳角乃大于半圜分角乎本篇十六

第十九題

直線切圜圜內作切線之垂線則圜心必在垂線之內

解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙圜內作戊丙爲甲乙之



垂線題言圜心在戊丙線內

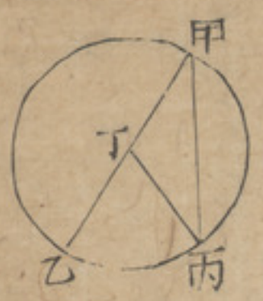
論曰如云不然心在于己令從己作己丙直線即己丙亦為甲乙之垂線本篇十八而己丙甲與戊丙甲等為直角是全與其分等矣

第二十題

負圜角與分圜角所負所分之圜分同則分圜角必倍大于負圜角

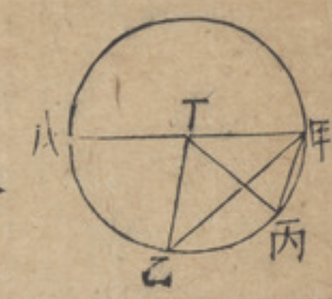
解曰甲乙丙圜其心丁有乙丁丙分圜角乙甲丙負圜角同以乙丙圜分為底題言乙丁丙角倍大于乙甲丙角

先論分圜角在乙甲甲丙之內者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其甲丁乙角形之丁甲丁乙等即丁甲乙丁乙甲兩角等一卷五而乙丁戊外角與內相對兩角并等一卷卅二即乙丁戊倍大于乙甲丁矣依顯丙丁戊亦倍大于丙甲丁則乙丁丙全角亦倍大于乙甲丙全角



次論分圜角不在乙甲甲丙之內而甲乙線過丁心者曰如上圖依前論推顯乙丁丙外角等于內相對之丁甲丙丁丙甲兩角并一卷卅二而丁甲丁丙兩腰等即甲丙兩角亦等一卷五則乙丁

丙角倍大于乙甲丙角



後論分圜角在負圜角線之外而甲乙截丁丙者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其戊丁丙分圜角與戊甲丙負圜角同以戊乙丙圜分爲底如前次論戊丁丙角倍大于戊甲丙角依顯戊丁乙分圜角亦倍大于戊甲乙負圜角次于戊丁丙角減戊丁乙角戊甲丙角減戊甲乙角則所存乙丁丙角必倍大于乙甲丙角

增若乙丁丁丙不作角于心或爲半圜或小于半圜則丁心外餘地亦倍大于同底之負圜角

論曰試從甲過丁心作甲戊線即丁心外餘地分爲乙丁戊戊丁丙兩角依前論推顯此兩角倍大于乙甲丁丁甲丙兩角

第二十一題

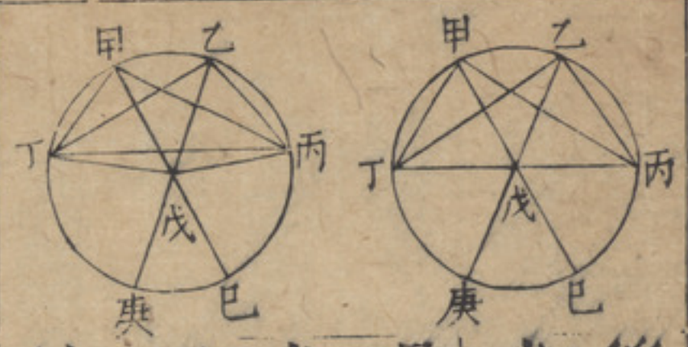
凡同圜分內所作負圜角俱等

解曰甲乙丙丁圜其心戊于丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙丁乙丙兩角題言此兩角等

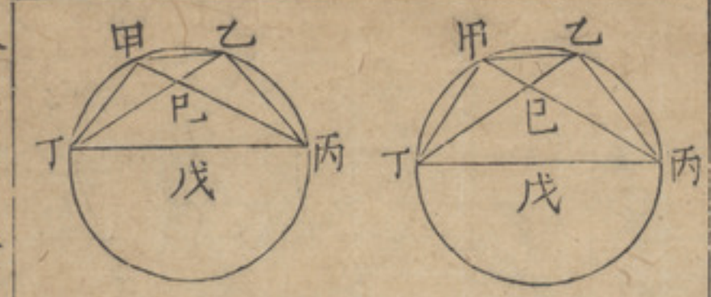
先論函心大分所作曰試從戊作戊丁戊丙線其丁戊丙分圜角既倍大于丁甲丙角丁

乙丙角本篇十二即甲乙兩角自相等公論七

後論半圜分不函心小分所作曰丁甲乙丙或爲半圜分或爲不函心小分俱從甲從乙過戊作甲巳乙庚兩線若不函心更從戊作戊丁戊丙兩線其丁戊巳分圜角既倍大于丁甲巳負圜角本篇二十依顯丙戊巳分圜角亦倍大于丙甲巳負圜角而丁戊庚庚戊巳兩角與丁戊巳一角等則丁戊庚庚戊巳巳戊丙三角必倍大于丁甲丙依顯此三角亦倍大于丁乙丙則丁甲丙丁乙丙兩角自相等

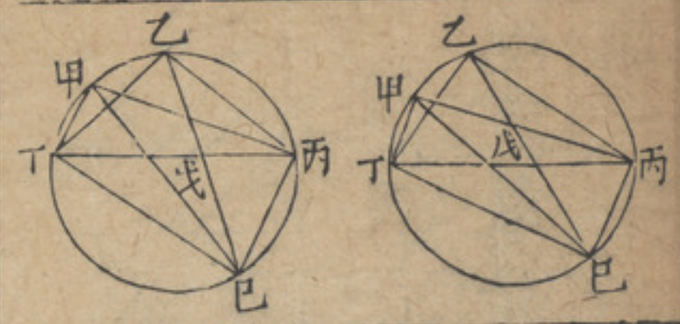


又後論曰二十題增言分圜不作角其心外餘地倍大于同底各負圜角即各角自相等



又後論曰甲丙乙丁線交羅相遇爲巳試作甲乙線相聯其甲丁巳角形之三角并與乙丙巳角形之三角并等一卷卅二次每減一交角相等之甲巳丁乙巳丙一卷十五即巳甲丁巳丁甲兩角并與巳丙乙巳乙丙兩角并等矣而甲丁乙乙丙甲兩角同在甲丁丙乙丙函心大分內又等本題第一論則丁甲丙與丙乙丁亦等

又後論曰丁丙之外任取一界爲巳作丁巳丙巳兩線

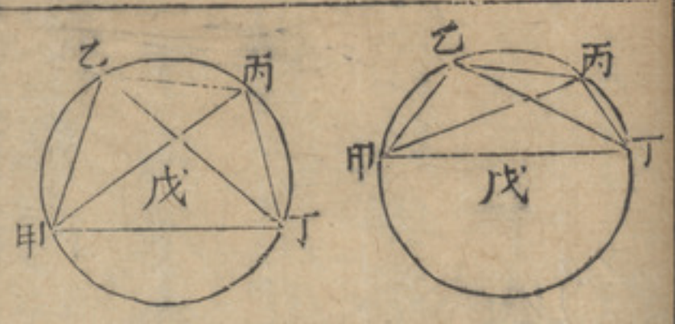


令俱函心。而丁甲乙丙巳。與丙乙甲丁巳。俱爲大分。次于甲巳乙巳。各作直線相聯。其丁甲巳。與丁乙巳。兩角同負丁甲乙丙巳圜界。卽等本題第一論依顯丙乙巳。與丙甲巳。兩角同負丙乙甲丁巳圜界。又等。此二相等率。并之則丁甲丙。丁乙丙。兩全角亦等

第二十二題

圜內切界四邊形。每相對兩角并。與兩直角等

解曰。甲乙丙丁圜。其心戊。圜內有甲乙丙丁四邊形。題言甲乙丙。丙丁甲。兩角并。乙丙丁。丁甲乙。兩角并。各與



兩直角等

論曰。試作甲丙。乙丁。兩對角線。其甲乙丁。甲丙丁。兩角同負甲乙丙丁圜分。卽等本篇廿一依顯丙甲丁。丙乙丁。兩角亦等。則甲乙丁。丙乙丁。兩角并。爲甲乙丙一角。與甲丙丁。丙甲丁。兩角并等。次每加一丙丁甲角。卽甲乙丙。丙丁甲并。與甲丙丁。丙甲丁。三角并等。此三角并。元與兩直角等一卷卅二則甲乙丙。丙丁甲。相對兩角并。與兩直角等。依顯乙丙丁。丁甲乙并。亦與兩直角等

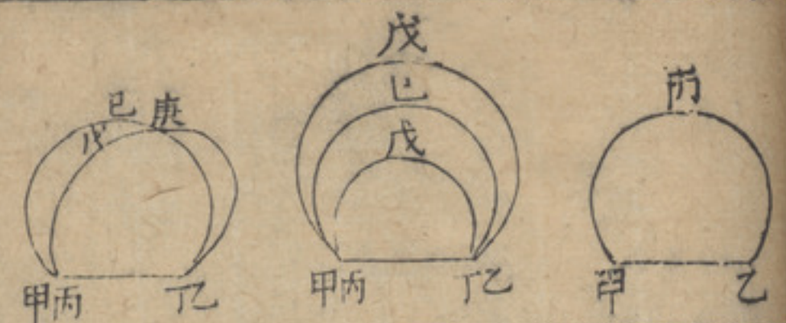
第二十三題

一直線上作兩圜分不得相似而不相等

論曰如云不然令于甲乙線上作同方兩圜分相似而不相等必作甲丙乙又作甲丁乙其兩圜相交止于甲乙兩點本篇十即一圜分全在內一圜分全在外矣次令作甲丁線截甲丙乙圜于丙末令作丙乙丁乙兩線相聯夫兩圜分相似者其負圜角宜等本卷界說十則乙丙甲外角與相對之乙丁甲內角等乎一卷十六

第二十四題

相等兩直線上作相似兩圜分必等

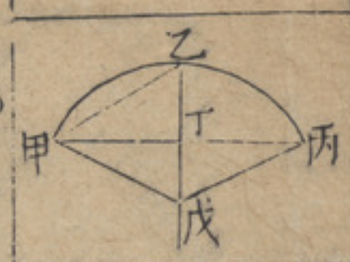


解曰甲乙丙丁兩線上作甲丙乙丙己丁相似兩圜分題言兩圜分等

論曰甲乙丙丁兩線既等試以甲乙線加丙丁線上兩線必相合即甲丙乙丙己丁兩圜分相加亦相合如云不然必兩圜分相加或在內或在外或半在內半在外矣若在內在外即一直線上有兩圜分相似而不相等也本篇廿三若半在內半在外即兩圜三相交也本篇十兩俱不可故相似者必等

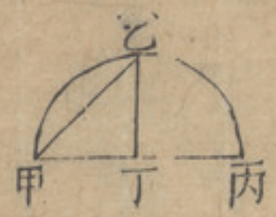
第二十五題

有圜之分。求成圜



法曰。甲乙丙圜分。求成圜。先于分之兩端作甲丙線。次作乙丁。爲甲丙之垂線。次作甲乙線。相聯。其丁乙甲角。或大于丁甲乙角。或等。或小。若大。即甲乙丙。當爲圜之小分。何也。乙丁分甲丙爲兩平分。即知圜之心。必在乙丁線內本篇一之系而心在丁點之外。則從丁點所出丁乙。爲不過心徑線。至小本篇七故對小邊之丁甲乙角。小于對大邊之丁乙甲角也一卷十八即作乙甲戊角。與丁乙甲角等。次從乙丁。引出一線與甲戊線遇于戊。即戊爲圜心

論曰。試從戊作戊丙線。其甲丁戊角形之甲丁線。與內丁戊角形之丙丁線等。丁戊同線。而甲丁戊丙丁戊兩皆直角。即對直角之甲戊與戊丙兩線等一卷四夫甲戊與乙戊。以對角等故。既等一卷六戊丙與甲戊又等。則從戊至界。三線皆等。而戊爲心本篇九

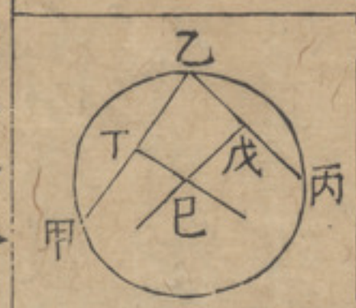


次法兼論曰。若丁乙甲。丁甲乙兩角等。即甲乙丙爲半圜。而甲丙爲徑。丁爲心。何也。丁乙丁甲兩邊等。然後丁乙甲。丁甲乙兩角等一卷五今丁乙甲丁甲乙兩角既等。即丁乙丁甲兩線必等一卷六丁丙元與丁甲等。則從丁所出三線等。而丁爲圜心本篇九

後法曰若丁乙甲小于丁甲乙即甲乙丙當爲圜大分何也乙丁分甲丙爲兩平分即知圜心在乙丁線內（本篇一之系）而丁點在心之外則所出丁乙爲過心徑線至大（本篇七）故對大邊之丁甲乙大于對小邊之丁乙甲也（一卷十八）即作乙甲戊角與丁乙甲角等而甲戊線與乙丁線遇于戊即戊爲圜心

論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁戊兩皆直角即對直角之甲戊戊丙兩線亦等（一卷四）夫乙戊與甲戊以對角等故既等（一卷五）戊丙與甲戊亦等則從

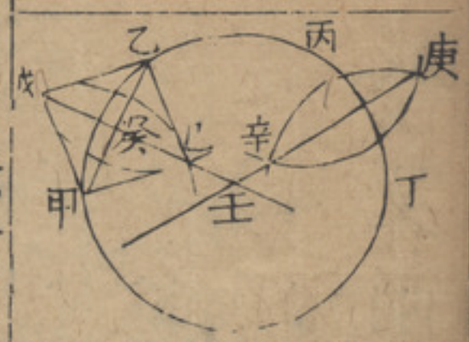
戊至界三線皆等而戊爲心（本篇九）



增求圜分之心有一簡法于甲乙丙圜分任取三點于甲于乙于丙以兩直線聯之各兩平分于丁于戊從丁從戊作甲乙乙丙之各垂線爲巳丁爲巳戊而相遇于巳即巳爲圜心

論曰巳丁巳戊既各以兩直角平分甲乙乙丙兩線即圜之心當在兩垂線內（本篇一）而相遇于巳即巳爲圜心

其用法圜界上任取四點爲甲爲乙爲丙爲丁每兩



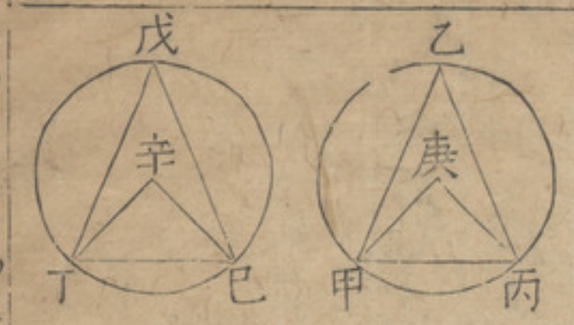
點各自爲心。相向、各任作圜分。四圜分、兩兩相交于戊、于巳、于庚、于辛。從戊巳從庚辛、各作直線、引長之、交于壬。卽壬爲圜心、

論曰。試作甲戊、戊乙、乙巳、巳甲、四直線。此四線各爲同圜等圜之半徑。各等。卽甲戊巳角形之甲戊巳、甲巳戊、兩角等。而乙戊巳角形之乙戊巳、乙巳戊、兩角亦等。次作甲乙直線。分戊巳于癸。卽甲巳癸角形之甲巳邊、與乙巳癸角形之乙巳邊等。巳癸同邊、而對甲巳癸角之甲癸邊、與對乙巳癸角之乙癸邊、亦等一卷八則甲癸巳、乙癸巳、俱爲直角。而戊巳

線必過心本篇一依顯庚辛線亦過心。而相遇于壬爲圜心

第二十六題二支

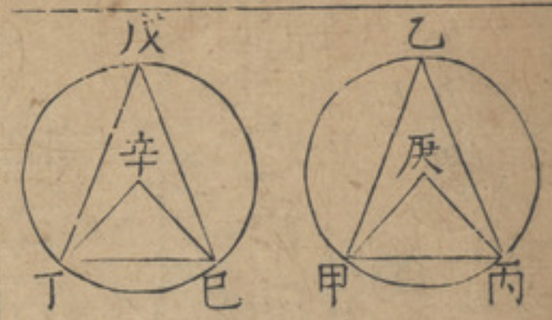
等圜之乘圜分角。或在心。或在界。等。其所乘之圜分亦等



先解在心者。曰。甲乙丙、丁戊巳、兩圜等。其心爲庚爲辛。有甲庚丙、與丁辛巳、兩乘圜角等。

題言所乘之甲丙、丁巳、兩圜分亦等

論曰。試于甲乙丙、丁戊巳、兩圜分之上。任取兩點于乙于戊。從乙作乙甲、乙丙。從戊作戊丁、戊巳。各兩線。次作甲丙、丁巳、兩線相聯。其乙與戊、兩



角既各半于庚辛兩角即乙與戊自相等本篇二十而所負甲乙丙與丁戊巳兩圜分相似本卷界說十又甲庚丙角形之甲庚庚丙兩邊與丁辛巳角形之丁辛辛巳兩邊各等庚角與辛角又等即甲丙與丁巳兩邊亦等一卷四而相似之甲乙丙與丁戊巳兩圜分在等線上亦等本篇廿四夫相等圜減相等圜分則所存甲丙丁巳兩圜分亦等故云等角所乘之圜分等

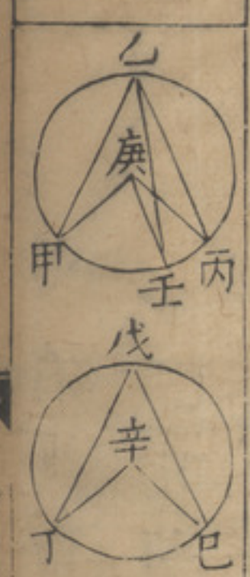
後解在界者曰兩圜之乙與戊兩乘圜角等題言所乘之甲丙丁巳兩圜分亦等

論曰乙戊兩角既等而庚辛兩角各倍于乙戊即庚辛自相等本篇二十依前論甲丙丁巳兩邊亦自相等而甲乙丙與丁戊巳兩圜分亦等本篇廿四今于相等圜減相等圜分則所存甲丙丁巳兩圜分亦等

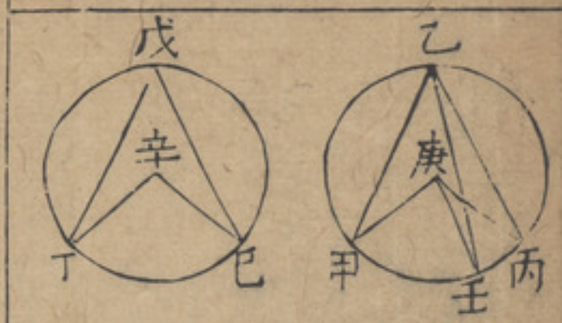
注曰後解極易明蓋庚辛角既各倍于乙戊則依先論甲丙丁巳自相等在心之乘圜角即分圜角隨類異名

第二十七題二支

等圜之角所乘圜分等則其角或在心或在界俱等



先解在心者曰甲乙丙丁戊巳兩圜等其心爲庚爲辛若甲庚丙乘圜角



所乘之甲丙分與丁辛巳所乘之丁巳分等

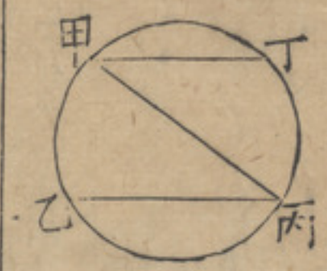
題言甲庚丙丁辛巳兩角等

論曰如云不然而庚大于辛令作甲庚壬角與丁辛巳角等本篇廿六而甲丙與丁巳元等則甲壬與甲丙亦等乎

亦等乎

後解在界者曰甲丙丁巳兩圜分等題言其上乙戊兩角亦等

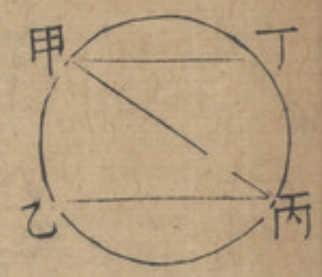
論曰如云不然而乙大于戊令作甲乙壬角與戊角等其甲乙壬與丁戊巳若等即所乘之甲壬丁巳宜等本篇廿六而甲丙與丁巳元等則甲壬與甲丙亦等乎



增題從此推顯兩直線不相交而在一圜之內若兩線界相去之圜分等則兩線必平行若兩線界相去之圜分等

先解曰甲乙丙丁圜內有甲丁乙丙兩線其相去之甲乙丁丙兩圜分等題言兩線必平行

論曰試自甲至丙作直線相聯其甲乙丁丙既等即甲丙乙與丙甲丁兩乘圜角亦等本題一卷廿七即兩線必平行



後解曰甲丁、乙丙、爲平行線、題言甲乙、丁丙兩圜分必等

論曰。試作甲丙線。其甲丁、乙丙、既平行。卽內相對之兩角甲丙乙、丙甲丁、必等（一卷廿七）而所乘圜分甲乙、丁丙、亦等（本篇廿六）

第二十八題

等圜內之直線等。則其割本圜之分。大與大。小與小。各等

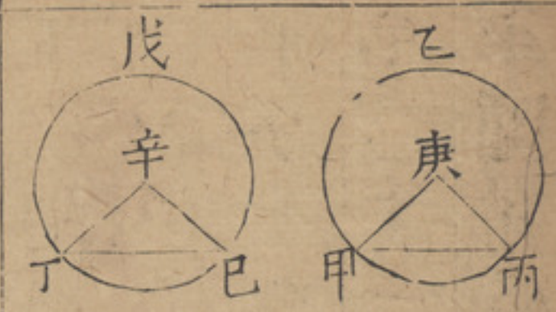
解曰。甲乙、丙丁、戊巳、兩圜等。其心爲庚爲辛。圜內有甲丙、丁巳、兩直線等。題言甲乙、丙、與丁戊、巳、兩大分。甲丙、與丁巳、兩小分。各等

論曰。試于甲庚、庚丙、丁辛、辛巳、各作直線。其甲庚丙角形之甲丙。與丁辛巳角形之丁巳。兩底既等。而甲庚、庚丙、兩腰。與丁辛、辛巳、兩腰又等。卽庚辛、兩角亦等（一卷八）其所乘之甲丙、丁巳、兩小分必等（本篇廿六）次減相等之甲丙、丁巳、兩小分。則所存甲乙、丙丁、戊巳、兩大分亦等

第二十九題

等圜之圜分等。則其割圜分之直線亦等

解曰。依前題、兩圜之甲乙、丙丁、戊巳、兩圜分等。而甲丙、丁巳、兩圜分亦等。



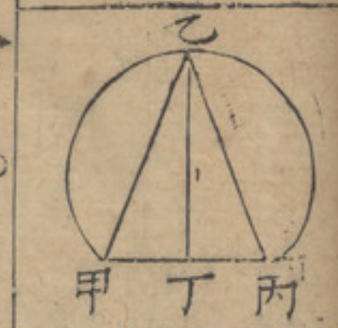
題言甲丙、丁巳、兩線必等

論曰。依前題作四線。其甲庚丙角形之甲庚、庚丙、兩腰與丁辛巳角形之丁辛、辛巳、兩腰等。而庚、辛、兩角所乘之甲丙、丁巳、兩圜分等。即庚、辛、兩角亦等（本篇廿七）而對等角之甲丙、丁巳、兩線必等（一卷四）

注曰。第二十六至二十九四題所說。俱等圜。其在同圜。亦依此論

第三十題

有圜之分。求兩平分之



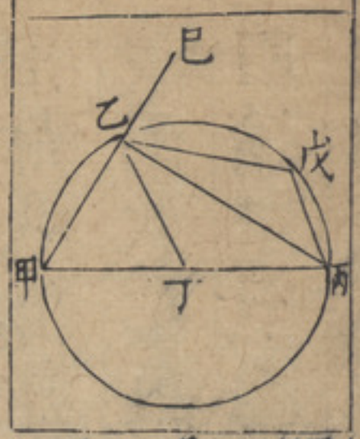
法曰。甲乙丙圜分。求兩平分。先于分之兩界作甲丙線。次兩平分于丁。從丁作乙丁。爲甲丙之垂線。即乙丁分甲乙丙圜分爲兩平分。

論曰。從乙作乙甲、乙丙、兩線。其甲乙丁角形之甲丁。與丙乙丁角形之丙丁。兩腰等。丁乙同腰。而甲丁乙、與丙丁乙、兩直角又等。即對直角之甲乙、乙丙、兩底亦等（一卷四）而甲乙、與乙丙、兩圜分亦等（本篇十八）則甲乙丙圜界、兩平分于乙矣

第三十一題（五支）

負半圜角。必直角。負大分角。小于直角。負小分角。大于直

角大圜分角大于直角小圜分角小于直角



解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙于半圜分內任作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圜分乙甲丙角負乙甲丙大分又任作乙戊丙角負乙戊丙小分題先言負半圜之甲乙丙為直角二言負大分之乙甲丙角小于直角三言負小分之乙戊丙角大于直角四言丙乙甲大圜分角大于直角後言丙乙戊小圜分角小于直角

先論曰試作乙丁線次以甲乙線引長之至巳其丁乙丁甲兩線等即丁乙甲丁甲乙兩角等一卷五依顯丁乙丙丁丙乙兩角亦等而甲乙丙全角與乙甲丙甲丙乙兩角并等又巳乙丙外角亦與相對之乙甲丙甲丙乙兩內角并等一卷卅二則巳乙丙與甲乙丙等為直角

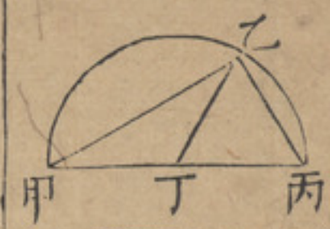
二論曰甲乙丙角形之甲乙丙既為直角則乙甲丙小于直角一卷十七

三論曰甲乙戊丙四邊形在圜之內其乙甲丙乙戊丙相對兩角并等兩直角本篇廿二而乙甲丙小于直角則乙戊丙大于直角

四論曰甲乙丙直角為丙乙甲大圜分角之分則大于直角

後論曰丙乙戊小圜分角爲巳乙丙直角之分則小于直角

此題別有四解四論先解曰甲乙丙半圜其心丁其上任作甲乙丙角題言此爲直角

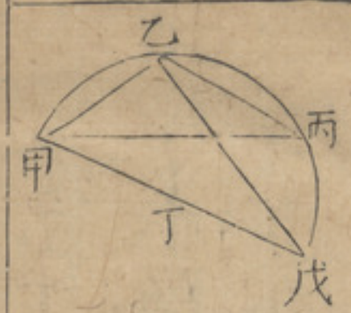


論曰試作乙丁線其丁乙丁甲兩線既等即丁乙甲丁甲乙兩角亦等（一卷五）而乙丁丙外角既與丁乙甲丁甲乙相對之兩內角并等（一卷卅二）即倍大于丁乙甲角依顯乙丁甲外角亦倍大于丁乙丙角即乙丁甲乙丁丙兩角并亦倍大于甲乙丙角夫乙丁甲乙丁丙并等兩直角（一卷十三）則甲乙丙爲直角

二解曰甲乙丙大圜分其心丁任作甲乙丙角題言此小于直角

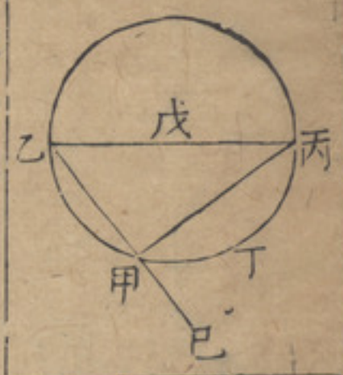
論曰試作甲丁戊徑線次作乙戊線相聯其甲乙戊既爲直角（本題一論）即甲乙丙爲其分而小于直角

三解曰甲乙丙小圜分其心丁任作甲乙丙角題言此大于直角



論曰試作甲丁戊徑線而引乙丙圜界至戊次作乙戊線其甲乙戊既負半圜之直角而爲甲乙丙角之分則甲乙丙大于直角

四五合解曰甲乙丙大圜分丙丁甲小圜分其心戊題



言丙甲乙大圜分角大于直角丙甲丁小圜分角小于直角

論曰試作乙戊丙徑線次作乙甲線引長之至巳其乙甲丙直角爲丙甲乙大圜分角之分而丙甲丁小圜分角又爲巳甲丙直角之分則大分角大于直角小分角小于直角

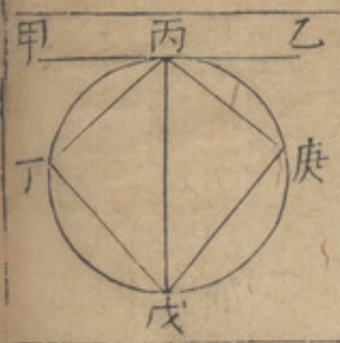
一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直角何者其外角與內相對之兩角等則與外角等之內交角豈非直角

二系大分之角大于直角小分之角小于直角終無有角等于直角又從小過大從大過小非大即小終無相等依此題四五論甚明與本篇十六題增注互相發也

第三十二題

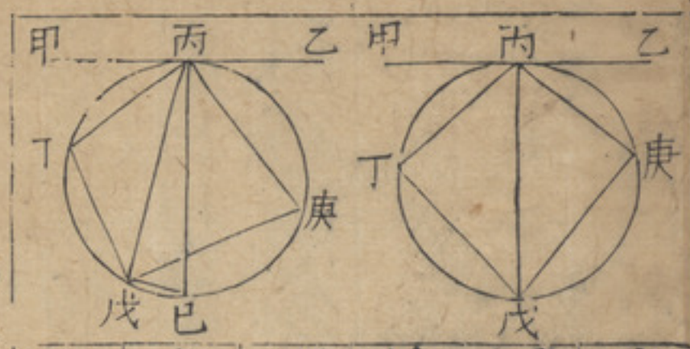
直線切圜從切界任作直線割圜爲兩分分內各任爲負圜角其切線與割線所作兩角與兩負圜角交互相等

解曰甲乙線切丙丁戊圜于丙從丙任作丙戊直線割圜爲兩分兩分內任作丙丁戊丙庚戊兩負圜角題言



甲丙戊角與丙庚戊角乙丙戊角與丙丁戊角交互相等

先論割圜線過心者曰如前圖甲丙戊乙丙

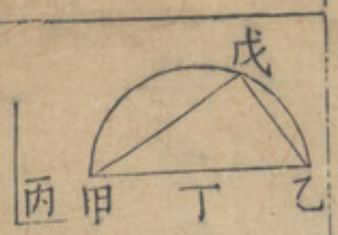


戊兩皆直角（一卷十八）而丙庚戊丙丁戊兩負半圜角亦皆直角（本篇卅一）則交互相等

後論割圜線不過心者曰如後圖試作丙巳過心直線次作戊巳線相聯其巳丙爲甲乙之垂線（一卷十八）而丙戊巳爲直角（本篇卅一）卽戊丙巳戊巳丙兩角幷等于一直角亦等于甲丙巳角矣此兩率者各減同用之戊丙巳角卽所存戊巳丙與甲丙戊等也夫戊巳丙與丙庚戊元等（本卷廿一）則甲丙戊與丙庚戊交互相等又丙丁戊庚四邊形之丙丁戊丙庚戊兩對角幷等兩直角（本篇廿二）而甲丙戊乙丙戊兩交角亦等兩直角（一卷十三）此二率者各減一相等之甲丙戊丙庚戊則所存丙丁戊乙丙戊亦交互相等

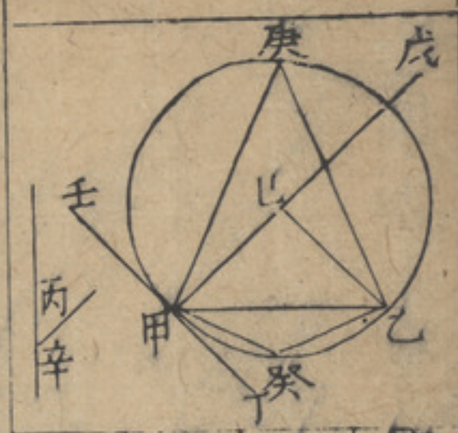
第三十三題

一線上求作圜分而負圜分角與所設直線角等



先法曰設甲乙線丙角求線上作圜分而負圜分角與丙等其丙角或直或銳或鈍若直角先以甲乙兩平分于丁次以丁爲心甲乙爲界作半圜圜分內作甲戊乙角卽負半圜角爲直角（本篇卅一）如所求

次法曰若設丙銳角先于甲點上作丁甲乙銳角與丙



等。次作戊甲、爲甲丁之垂線、于甲乙之上。次作巳乙甲角、與巳甲乙角等。而乙巳線與甲戊線、遇于巳。卽巳乙、巳甲、兩線等。一卷六末以巳爲心。甲爲界。作甲庚圜。必過乙。卽甲庚乙圜分內、甲乙線上、所作負圜角、必爲銳角、而與丙等

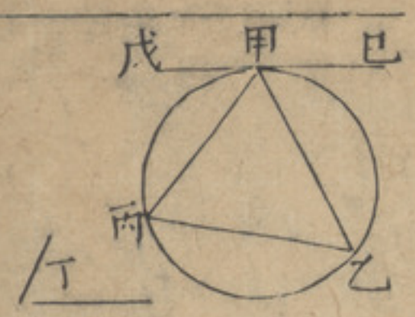
論曰。試作甲庚乙角。其甲巳戊線、過巳心。而丁甲又爲戊甲之垂線。卽丁甲線、切甲庚乙圜于甲。本篇十六之系則丁甲乙、與甲庚乙、兩角。交互相等。本篇卅二如所求

後法曰。若設辛鈍角。依前作壬甲乙鈍角。與辛等。次作戊甲、爲壬甲之垂線。餘倣第二法。而于甲乙線上、作甲癸乙角。卽與辛等

後論同次

第三十四題

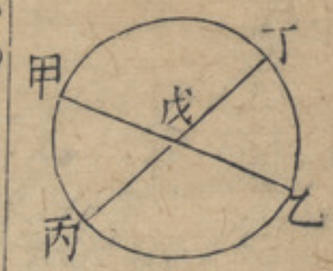
設圜。求割一分。而負圜分角。與所設直線角等



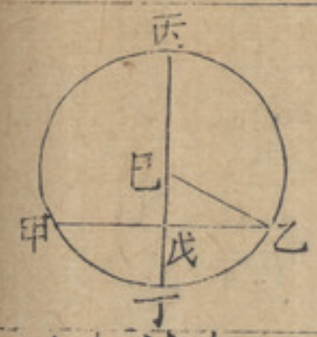
法曰。設甲乙丙圜。求割一分。而負圜分角。與丁等。先作戊巳直線。切圜于甲。本篇十七次作巳甲乙角。與丁等。卽割圜之甲乙線上、所作甲丙乙角。負甲丙乙圜分、而與丁等。何者。巳甲乙角、與丁等、亦與甲丙乙、交互相等故。本篇卅二

第三十五題

圜內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等

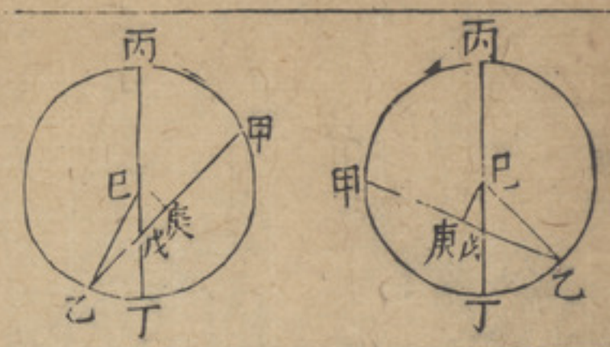


解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩線交而相分于戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心若俱過心者其各分四線等即兩矩內直角形亦等

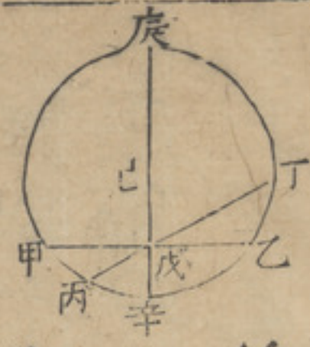


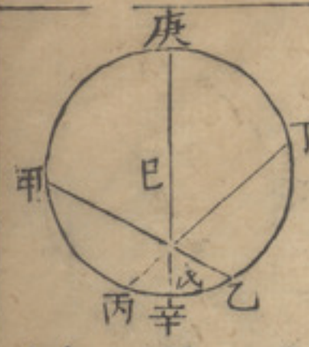
先論曰圜內線獨內丁過巳心者又有二種其一丙丁平分甲乙線于戊即丙戊線在甲乙上爲兩直角本篇三試作巳乙線相聯其丙丁線既兩平分于巳又任兩分于戊即丙戊偕戊丁矩內直角形及巳戊上直角方形并與等巳丁之巳乙上直角方形等二卷五夫巳乙上直角方形與巳戊戊乙上兩直角方形等一卷四七即丙戊偕戊丁矩內直角形及巳戊上直角方形并與巳戊戊乙上兩直角方形并亦等矣次每減同用之巳戊上直角方形則所存丙戊偕戊丁矩內直角形不與戊乙上直角方形等乎戊乙與甲戊既等即甲戊偕戊乙矩內直角形與丙戊偕戊丁矩內直角形亦等

次論曰若丙丁任分甲乙線于戊即以甲乙線兩平分



于庚。次于庚巳、巳乙、各作直線相聯。即巳庚爲甲乙之垂線。而成兩直角（本篇三）其丙戊偕戊丁、矩內直角形、及巳戊上直角方形、并。與等巳丁之巳乙上直角方形等（二卷五）而巳戊上直角方形。與巳庚、庚戊、上兩直角方形并、等（一卷四七）巳乙上直角方形。與巳庚、庚乙、上兩直角方形并、亦等。則丙戊偕戊丁、矩內直角形、及巳庚、庚戊、上兩直角方形并。與巳庚、庚乙、上兩直角方形并、等。次每減同用之巳庚上直角方形。即所存丙戊偕戊丁、矩內直角形、及庚戊上直角方形、不與庚乙上直角方形等乎。夫甲戊偕戊乙、矩內直角形、及庚戊上直角方形、并。亦與庚乙上直角方形等（二卷五）此二相等率者、每減同用之庚戊上直角方形。則丙戊偕戊丁。與甲戊偕戊乙、兩矩內直角形等矣





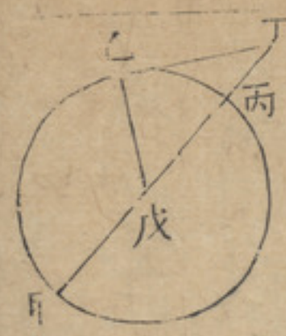
後論曰。圜內兩線俱不過心者。又有二種。或一線平分。或兩俱任分。皆從巳心、與戊相聯作直線、引長之爲庚辛線。依上論甲戊偕戊乙、矩內直角形。不論甲乙線平分、任分。皆與過心之庚戊偕戊辛、矩內直角形等。又依上論、丙戊偕戊丁、矩內直角形。不論丙丁線、平

分任分亦與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等則甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等

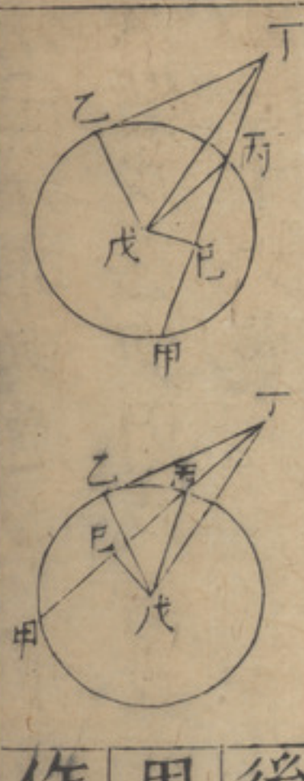
第三十六題

圜外任取一點從點出兩直線一切圜一割圜其割圜之全線偕規外線矩內直角形與切圜線上直角方形等

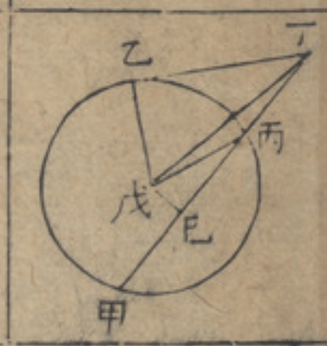
解曰甲乙丙圜外任取丁點從丁作丁乙線切圜于乙本篇十七作丁甲線截圜界于丙題言甲丁偕丙丁矩內直角形與丁乙上直角方形等

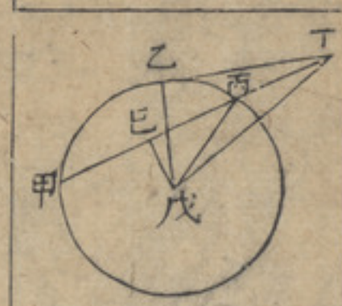


先論丁甲過戊心者曰試作乙戊線爲丁乙之垂線本篇十八其甲丙線平分于戊又引出一丙丁線即甲丁偕丙丁矩內直角形及等戊丙之戊乙上直角方形并與戊丁上直角方形等二卷六而戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等一卷四七即甲丁偕丙丁矩內直角形及戊乙上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等此兩率者每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丙丁矩內直角形與丁乙上直角方形等

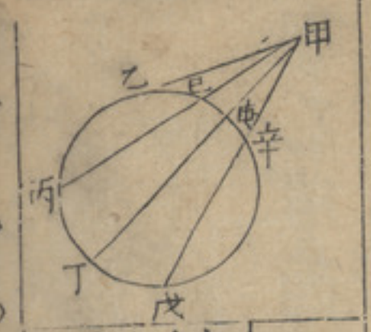


後論丁甲不過戊心者曰試以甲丙線兩平分于巳次從戊心作戊巳戊丙戊丁戊乙四線即



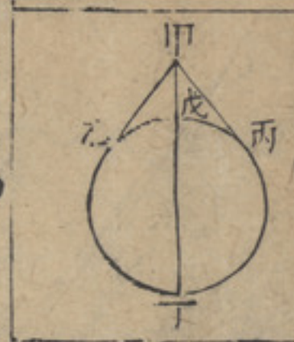


戊乙爲丁乙之垂線本篇十八戊巳爲甲丙之垂線本篇三其甲丙線既兩平分于巳又引出一丙丁線即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙上直角方形并與巳丁上直角方形等二卷六次每加一戊巳上直角方形即甲丁偕丁丙矩內直角形及巳丙戊巳上兩直角方形并與巳丁戊巳上兩直角方形并等夫巳丙戊巳上兩直角方形并與等戊丙之戊乙上直角方形等一卷四七而戊丁上直角方形與巳丁戊巳上兩直角方形并等即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形與戊丁上直角方形等矣又戊丁上直角方形與戊乙丁乙上丙直角方形并等即甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形并與戊乙丁乙上兩直角方形并等次每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等

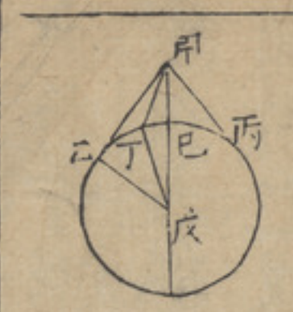


一系若從圜外一點作數線至規內各全線偕規外線矩內直角形俱等如從甲作甲丙甲丁甲戊各線截圜界于巳于庚于辛其甲丙偕巳甲甲丁偕庚甲甲戊偕辛甲各矩內直角形俱等何者試作甲乙切圜線則各矩線內直角形與甲乙

上直角方形俱等故本題



二系從圜外一點作兩直線切圜此兩線等如甲點作甲乙甲丙兩切圜線即甲丙與甲乙等何者試從甲作甲丁線截圜界于戊其甲乙甲丙上兩直角方形各與甲丁偕甲戊矩內直角形等本題則此兩直角方形自相等



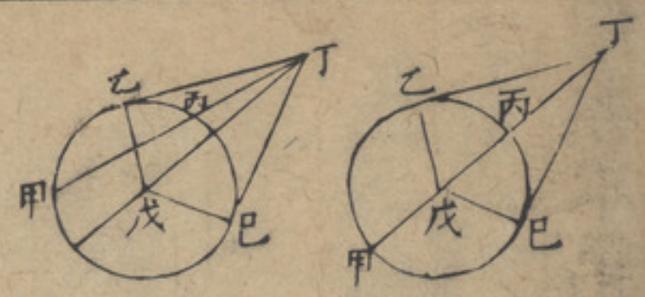
三系從圜外一點止可作兩直線切圜若言從甲既作甲乙甲丙兩線切圜又可作甲丁線亦切圜令從戊心作戊乙戊丁兩線即甲乙戊為直角而甲丁戊亦宜等為直角本篇十八試作甲戊直線則甲乙戊角形內有甲丁戊角應大于甲乙戊角一卷廿一安得為直角也又甲乙甲丁若俱切圜即兩線宜等本題二系試作甲戊線截圜于巳則甲丁為近巳線甚小當小于遠巳之甲乙線本篇八又安得相等也故一點上止可作切圜線兩也

第三十七題

圜外任于一點出兩直線一至規外一割圜至規內而割圜全線偕割圜之規外線矩內直角形與至規外之線上直角方形等則至規外之線必切圜

解曰甲乙丙圜其心戊從丁點作丁乙至規外之線遇

圜界于乙。又作丁甲割圜至規內之線。而截圜界于丙。其丁甲偕丁丙、矩內直角形。與丁乙上直角方形等。題言丁乙爲切圜線。



論曰。試從丁作丁巳線切圜于巳本篇十七次作戊乙、戊巳、兩線相聯。若丁甲不過戊心者。又作丁戊直線。其丁巳上直角方形。與丁甲偕丁丙、矩內直角方形亦等。則丁乙、丁巳、上兩直角方形自相等。而丁乙上直角方形。與丁甲偕丁丙、矩內直角形亦等。夫丁乙戊角形之丁乙、乙戊、與丁巳、戊角形之丁巳、巳戊。各兩腰等。丁戊同底。

卽兩角形之三角各等一卷八而對丁戊底之丁巳戊爲直角本篇十八卽丁乙戊亦直角。故丁乙爲切圜線本篇十六之系

幾何原本第三卷終