三

幾何原本第四卷之首

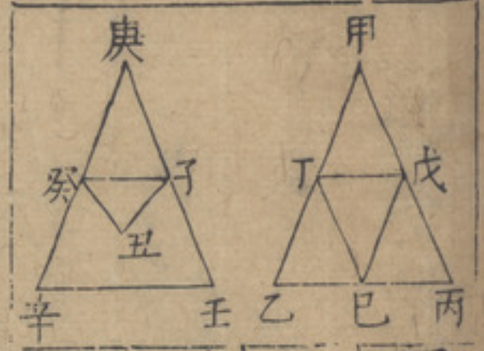
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說七則

第一界

直線形。居他直線形內。而此形之各角。切他形之各邊。爲形內切形

此卷將論切形在圜之內外。及作圜在形之內外。故解形之切在形內。及切在形外者。先以直線形爲例。如前圖。丁戊巳角形之丁戊巳三角切



甲乙丙角形之甲乙乙丙、丙甲、三邊則丁戊巳爲甲乙丙之形內切形如後圖癸子丑角形雖癸子、兩角切庚辛壬角形之庚辛、壬庚兩邊而丑角不切辛壬邊則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形

第二界

一直線形居他直線形外而此形之各邊切他形之各角爲形外切形

如第一界圖甲乙丙爲丁巳戊之形外切形　其餘各形倣此二例

第三界

直線形之各角切圜之界爲圜內切形

甲乙丙形之三角各切圜界于甲、于乙、于丙、是也

第四界

直線形之各邊切圜之界爲圜外切形

甲乙丙形之三邊切圜界于丁、于巳、于戊、是也

第五界

圜之界切直線形之各邊爲形內切圜

同第四界圖

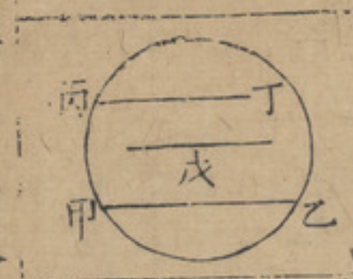
第六界

圜之界切直線形之各角爲形外切圜

同第三界圖

第七界

直線之兩界各抵圜界爲合圜線



甲乙線兩界各抵甲乙丙圜之界爲合圜線若丙抵圜而丁不至及戊之兩俱不至不爲合圜線

幾何原本第四卷之首終

幾何原本第四卷

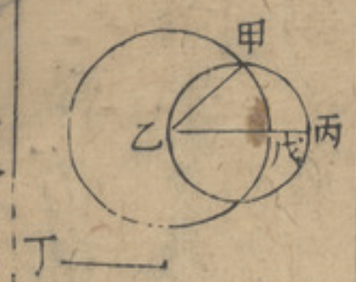
本篇論圜內外形　計十六題

泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

第一題

有圜求作合圜線與所設線等此設線不大于圜之徑線

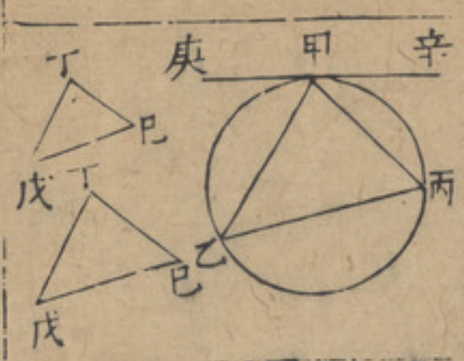


法曰甲乙丙圜求作合線與所設丁線等其丁線不大于圜之徑線（徑爲圜內之最大線更大不可合見三卷十五）先作甲乙圜徑爲乙丙若乙丙與丁等者即是合線若丁小于徑者即于乙丙上截取乙戊與丁等次以乙爲心戊爲界作甲戊圜交甲乙丙圜于甲末

作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等

第二題

有圜求作圜內三角切形與所設三角形等角

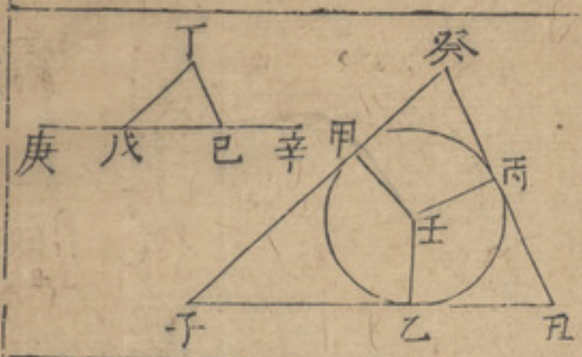


法曰甲乙丙圜求作圜內三角切形其三角與所設丁戊巳形之三角各等先作庚辛線切圜于甲三卷十七次作庚甲乙角與設形之巳角等次作辛甲丙角與設形之戊角等末作乙丙線即圜內三角切形與所設丁戊巳形等角

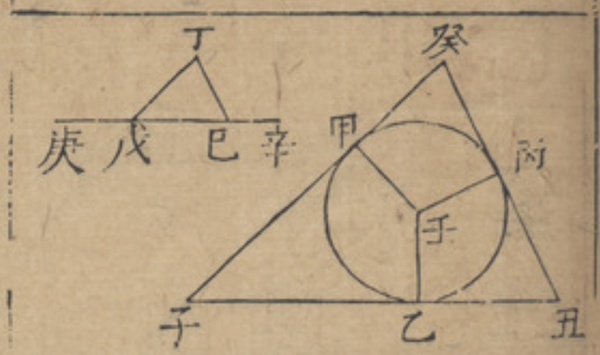
論曰甲丙乙與庚甲乙兩角等甲乙丙與辛甲丙兩角亦等三卷二而庚甲乙辛甲丙兩角既與所設巳戊兩角各等即甲丙乙甲乙丙亦與巳戊各等而乙甲丙必與丁等一卷卅二則三角俱等

第三題

有圜求作圜外三角切形與所設三角形等角



法曰甲乙丙圜求作圜外三角切形其三角與所設丁戊巳形之三角各等先于戊巳一邊引長之為庚辛次于圜界抵心作甲壬線次作甲壬乙角與丁戊庚等次作乙壬丙角與丁巳辛等末于甲乙丙上作癸子丑丑癸三垂線此三線各切圜于甲于乙于丙三卷十六之系而相

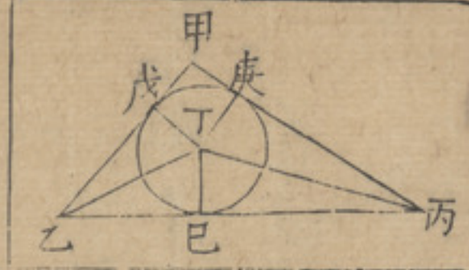


遇于子、于丑、于癸若作甲丙線。即癸甲丙、癸丙甲、兩角、下子兩直角而子癸、丑癸、兩線必相遇餘二倣此此癸子、丑、三角、與所設下戊巳、三角各等

論曰甲壬乙子四邊形之四角、與四直角等。一卷廿二題內而壬甲子、壬乙子、兩爲直角。即甲壬乙甲子乙、兩角幷。等兩直角。彼丁戊庚、丁戊巳、兩角幷。亦等兩直角一卷十三此二等率者。每減一相等之丁戊庚甲壬乙。則所存丁戊巳、與甲子乙等。依顯丑角、與丁巳戊等。則癸與丁亦等一卷卅二而癸子丑、與丁戊巳、兩形之各三角、俱等

第四題

三角形。求作形內切圜



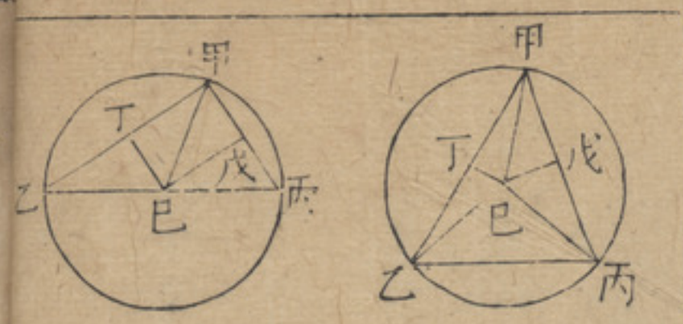
法曰。甲乙丙角形。求作形內切圜。先以甲乙丙角、甲丙乙角。各兩平分之一卷九作乙丁、丙丁、兩直線。相遇于丁。次自丁至角形之三邊。各作垂線。爲丁巳、丁庚、丁戊。其戊丁乙角形之丁戊乙丁乙戊、兩角。與乙丁巳角形之丁巳乙、丁乙巳、兩角。各等。乙丁同邊。即丁戊、丁巳、兩邊亦等一卷廿六依顯丁丙巳角形與丁庚丙角形之丁巳、丁庚、兩邊亦等。即丁戊、丁巳、丁庚、三線俱等。末作圜。以丁爲心。戊爲界。即過庚巳

爲戊庚巳圜而切角形之甲乙、乙丙、丙甲、三邊于戊、于巳、于庚三卷十六之系此爲形內切圜

第五題

三角形。求作形外切圜

法曰甲乙丙角形。求作形外切圜。先平分兩邊若形是直角鈍角則分直角鈍角之兩旁邊于丁、于戊。次于丁、戊上各作垂線。爲巳丁、巳戊。而相遇于巳若自丁至戊作直線。卽巳丁戊角形之巳丁、巳戊、兩角。小于兩直角。故丁巳、戊巳、兩線必相遇其巳點。或在形內。或在形外。俱作巳甲、巳乙、巳丙、三線。或在乙丙邊上。止作巳甲線。其



甲丁巳角形之甲丁、與乙丁巳角形之乙丁、兩腰等。丁巳同腰。而丁之兩旁角。俱直角。卽甲巳巳乙、兩底必等一卷四依顯甲巳戊、丙巳戊兩形之甲巳、巳丙、兩底亦等。則巳甲、巳乙、巳丙、三線俱等。末作圜。以巳爲心。甲爲界。必切丙乙。而爲角形之形外切圜

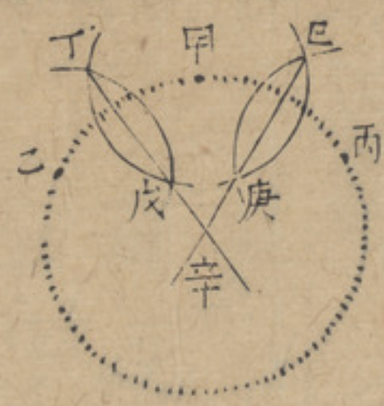
一系。若圜心在三角形內。卽三角形爲銳角形。何者。每角在圜大分之上。故若在一邊之上。卽爲直角形。若在形外。卽爲鈍角形

二系。若三角形爲銳角形。卽圜心必在形內。若直角形。

必在一邊之上若鈍角形必在形外

增從此推得一法任設三點不在一直線可作一過三點之圜其法先以三點作三直線相聯成三角形

次依前作



其用法甲乙丙三點先以甲乙兩點各自爲心相向各任作圜分令兩圜分相交于丁于戊次甲丙兩點亦如之令兩圜分相交于己于庚末作丁戊己庚兩線各引長之令相交于辛即辛爲圜之心　論見三卷二十五增

第六題

有圜求作內切圜直角方形

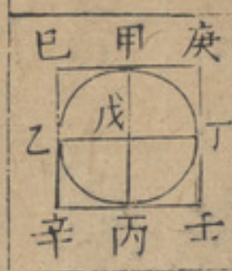
法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次作甲乙乙丙丙丁丁甲四線即甲乙丙丁爲內切圜直角方形

論曰甲乙戊角形之甲戊與乙戊丙角形之戊丙兩腰等乙戊同腰而腰間角兩爲直角即其底甲乙乙丙等（一卷四）依顯乙丙丙丁亦等則四邊形之四邊俱等而甲乙丙丁四角皆在半圜分之上又皆直角（三卷一）是爲內

切圜直角方形

第七題

有圜求作外切圜直角方形

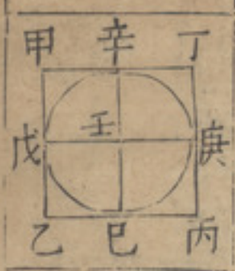


法曰甲乙丙丁圜其心戊求作外切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊次于甲乙丙丁作庚巳巳辛辛壬壬庚四線爲兩徑之垂線而相遇于巳于辛于壬于庚即巳庚壬辛爲外切圜直角方形

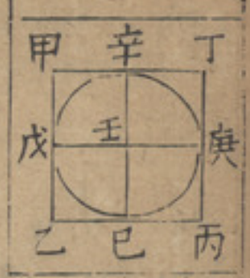
論曰甲戊乙巳乙戊既皆直角即巳辛甲丙平行（一卷廿八）依顯甲丙庚壬亦平行則巳庚辛壬亦平行（一卷三十）又甲丙辛巳既直角形即甲丙巳辛必等（一卷卅四）而甲丙辛甲巳辛兩角亦等甲丙辛既直角即甲巳辛亦直角依顯庚壬辛亦直角而辛壬壬庚庚巳三邊俱等于甲丙乙丁兩徑既四邊俱等于兩徑則巳庚壬辛爲直角方形而四邊各切圜（三卷十六之系）

第八題

直角方形求作形內切圜



法曰甲乙丙丁直角方形求作形內切圜先以四邊各兩平分于戊于巳于庚于辛而作辛巳戊庚兩線交于壬其甲丁與乙丙既平行相等即半減



線之甲辛、乙巳、亦平行相等。而甲乙、與辛巳、亦平行相等。平行相等一卷卅三依顯丁丙、與辛巳、亦平行相等。甲丁、乙丙、戊庚、俱平行相等。而甲壬、乙壬、丙壬、丁壬、四俱直角形。壬戊、壬巳、壬庚、壬辛、四線。與甲辛、戊乙、丁辛、甲戊、四線各等。夫甲辛、戊乙、丁辛、甲戊、各爲等線之半。卽與之等者。壬戊、壬巳、壬庚、壬辛。亦自相等。次作圜以壬爲心。戊爲界。必過巳庚辛。而切甲丁、丁丙、丙乙、乙甲、四邊三卷十六是爲形內切圜

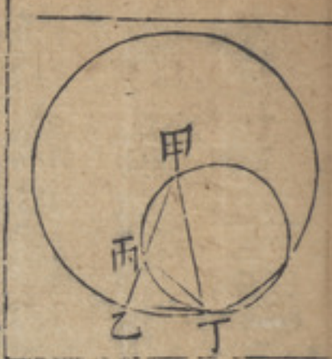
第九題

直角方形。求作形外切圜

法曰。甲乙丙丁直角方形。求作外切圜。先作對角兩線。爲甲丙、乙丁。而交于戊。其甲乙丁角形之甲乙、甲丁、兩腰等。卽甲乙丁、甲丁乙、兩角亦等一卷五而乙甲丁爲直角。卽甲乙丁、甲丁乙、俱半直角一卷卅二依顯丙乙丁、丙丁乙、亦俱半直角。而四角俱等。又戊甲丁、戊丁甲、兩角等。卽戊甲、戊丁、兩邊亦等一卷六依顯戊甲、戊乙、兩邊亦等。而戊乙、戊丙、兩邊。戊丙、戊丁、兩邊各等。次作圜。以戊爲心。甲爲界。必過乙丙丁。而爲形外切圜

第十題

求作兩邊等三角形。而底上兩角。各倍大于腰間角

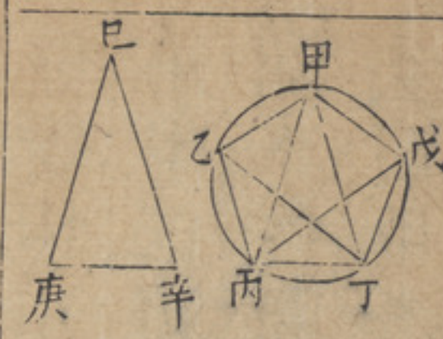


法曰先任作甲乙線次分之于丙其分法須甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等二卷十一次以甲爲心乙爲界作乙丁圜次作乙丁合圜線與甲丙等本篇一末作甲丁線相聯其甲乙甲丁等即甲乙丁爲兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙兩角各倍大于甲角

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圜本篇五其甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等即亦與至規外之乙丁上直角方形等而乙丁線切甲丙丁圜于丁三卷卅七即乙丁切線偕丁丙割線所作乙丁丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等三卷卅二此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁甲兩角并等夫乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲相對之兩內角等一卷卅二即乙丙丁角與甲丁乙全角等而與相等之甲乙丁亦等丙丁與乙丁兩線亦等一卷六夫乙丁元與甲丙等即丙丁與甲丙亦等丙甲丁丙丁甲兩角亦等而甲角既與乙丁丙角等即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等是甲丁乙倍大于丙丁甲必倍大于相等之甲角也而相等之甲乙丁亦倍大于甲也

第十一題

有圜求作圜內五邊切形其形等邊等角



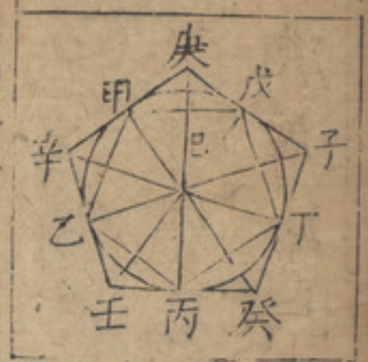
法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊內切圜形等邊等角先作巳庚辛兩邊等角形而庚辛兩角各倍大于巳角本篇十次于圜內作甲丙丁角形與巳庚辛角形各等角本篇二次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分一卷九作丙戊丁乙兩線末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯即甲乙丙丁戊爲五邊內切圜形而五邊五角俱自相等

論曰甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大于丙甲丁角而兩角又平分即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙甲五角皆等而五角所乘之甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五圜分亦等三卷廿六即甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等三卷廿九是五邊形之五邊等又甲乙戊丁兩圜分等而各加一乙丙丁圜分即甲乙丙丁與戊丁丙乙兩圜分等乘兩圜分之甲戊丁乙甲戊兩角亦等依顯餘三角與兩角俱等是五邊形之五角等

第十二題

有圜求作圜外五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形本篇十一次從巳



心作巳甲巳乙巳丙巳丁巳戊五線次從此五線作庚辛壬壬癸癸子子庚五垂線相遇于庚于辛于壬于癸于子庚戊甲庚甲戊兩角小于兩直角故甲庚戊庚線必相遇餘四倣此五垂線既切圜三卷十六即成外切圜五邊形而等邊等角

論曰試從巳心作巳庚巳辛巳壬巳癸巳子五線其巳甲甲辛上兩直角方形巳乙乙辛上兩直角方形之兩并各與巳辛上直角方形等一卷四七即兩并自相等此兩并率者每減一相等之甲巳巳乙上直角方形即所存甲辛辛乙上兩直角方形等則甲辛辛乙兩線等也又甲巳辛角形之甲巳與乙巳辛角形之乙巳兩腰等巳辛同腰而甲辛辛乙兩底又等即甲巳辛辛巳乙兩角等一卷八而甲辛巳乙辛巳兩角亦等一卷四則甲巳乙角倍大于辛巳乙角也依顯乙巳丙角亦倍大于乙巳壬角乙壬丙角亦倍大于乙壬巳角也又甲巳乙乙巳丙兩角乘甲乙乙丙相等之兩圜分線等故圜分等見三卷廿八即兩角自相等三卷廿七半減之辛巳乙乙巳壬兩角亦等乙巳辛角形之乙巳兩角與乙巳壬角形之乙巳壬壬乙巳兩角各等而乙巳同邊是辛乙乙壬兩邊亦等也一卷廿六乙辛巳乙壬巳兩角亦等也則辛壬線倍

大于辛乙線也依顯庚辛線亦倍大于辛甲線也前巳顯甲辛辛乙兩線等則倍大之庚辛辛壬兩線亦等也依顯壬癸癸子子庚與庚辛辛壬俱等也是爲庚辛壬癸子形之五邊等又依前所顯乙辛巳與乙壬巳兩角等是乙辛甲之減半角與乙壬丙之減半角等即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也依顯辛壬癸壬癸子癸子庚子庚辛與庚辛壬俱等也是爲庚辛壬癸子形之五角等

第十三題

五邊等邊等角形求作形內切圜

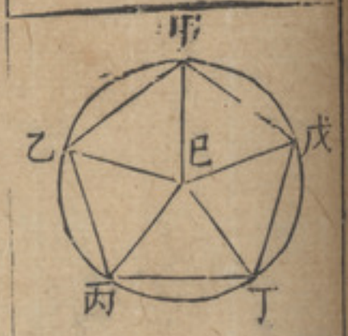
法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作內切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分一卷其線爲巳甲巳乙而相遇于巳巳甲乙巳乙甲兩角小于兩直角故巳甲巳乙兩線必相遇自巳作巳丙巳丁巳戊三線其甲巳乙角形之甲乙腰與乙巳丙角形之乙丙腰等乙巳同腰而兩腰間之甲乙巳丙乙巳兩角等即甲巳巳丙兩底亦等乙甲巳乙丙巳兩角亦等一卷四又乙甲戊與乙丙丁兩角等而乙甲巳爲乙甲戊之半即乙丙巳亦乙丙丁之半則乙丙丁角亦兩平分于巳丙線矣依顯丙丁戊丁戊甲兩角亦兩平分于巳丁巳戊兩線矣次

從巳向各邊作巳庚、巳辛、巳壬、巳癸、巳子五垂線。其甲巳庚角形之巳甲、庚巳、庚甲、兩角。與甲巳子角形之巳甲、子巳、子甲、兩角。各等。甲巳同邊。即兩形必等（一卷廿六）巳子、與巳庚、兩線亦等。依顯巳辛、巳壬、巳癸、三垂線。與巳庚、巳子、兩垂線俱等。末作圜。以巳為心。庚為界。必過辛、壬、癸、子。而為甲乙丙丁戊五邊形之內切圜（三卷十六）

第十四題

五邊等邊等角形。求作形外切圜

法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形。求作外切圜。先分



乙甲戊、甲乙丙、兩角。各兩平分。其線為巳甲、巳乙。而相遇于巳（說見前）次從巳作巳丙、巳丁、巳戊、三線。依前題論。推顯乙丙丁、丙丁戊、丁戊甲、三角。各兩平分于巳丙、巳丁、巳戊、三線。夫五角既等。即其半減之角亦等。而甲乙巳角形之巳甲乙、巳乙甲、兩角等。即甲巳、與巳乙、兩線亦等（一卷六）依顯巳丙巳丁、巳戊、三線。與巳甲、巳乙、俱等。末作圜。以巳為心。甲為界。必過乙、丙、丁、戊。而為甲乙丙丁戊五邊形之外切圜

第十五題

有圜。求作圜內六邊切形。其形等邊等角

法曰。甲乙丙丁戊巳圜。其心庚。求作六邊內切圜形。等邊等角。先作甲丁徑線。次以丁爲心。庚爲界。作圜。兩圜相交于丙于戊。次從庚心。作丙庚戊庚兩線。各引長之。爲丙巳戊乙。末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊巳巳甲六線相聯。卽成甲乙丙丁戊巳內切圜六邊形。而等邊等角

論曰。庚丙庚丁兩線等。而丁丙與丁庚亦等（依圜界說）三邊俱等。卽庚丙丁爲平邊角形。而庚丁丙丁丙庚丙庚丁三角俱等（一卷五）此三角元與兩直角等（一卷卅二）卽每角爲兩直角三分之一。而丙庚丁角爲兩直角三分之一也

依顯丁庚戊角。亦兩直角三分之一。而丙庚丁丁庚戊戊庚巳三角。又等于兩直角（一卷十三）卽戊庚巳角。亦兩直角三分之一矣。則丙庚丁丁庚戊戊庚巳三角。亦自相等。而此三角。與巳庚甲甲庚乙乙庚丙三角。亦等（一卷十五）是輳庚心之六角。俱自相等。而所乘之六圜分（三卷廿六）及甲乙乙丙丙丁丁戊戊巳巳甲六線。俱自相等（三卷廿九）則甲乙丙丁戊巳形之六邊等。又乙丙與甲巳兩圜分等。而各加一丙丁戊巳圜分。卽乙丙丁戊巳與甲巳戊丁丙兩圜分等。而所乘之乙甲巳與甲乙丙兩角等（三卷廿七）依顯乙丙丁丙丁戊丁戊巳戊巳甲四角。與乙甲巳甲

乙丙、兩角俱等。則甲乙丙丁戊巳形之六角等

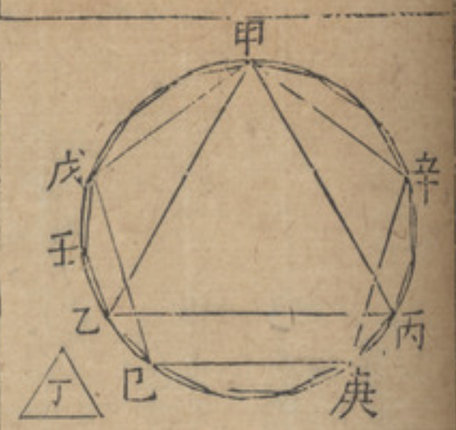
一系。凡圜之半徑爲六分圜之一之分弦。何者。庚丁與丁丙等、故。故一開規爲圜。不動而可六平分之

二系。依前十二、十三、十四題。可作六邊等邊等角形。在圜之外。又六邊等邊等角形內。可作切圜。又六邊等邊等角形外。可作切圜

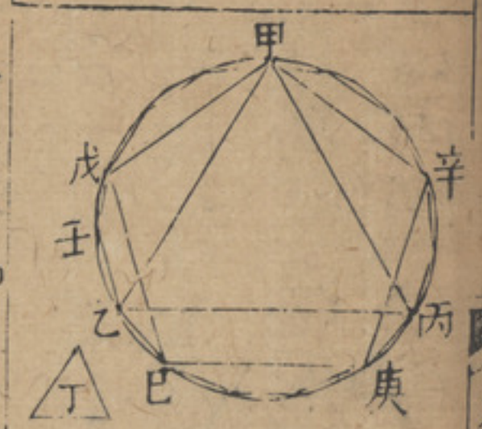
第十六題

有圜。求作圜內十五邊切形。其形等邊等角

法曰。甲乙丙圜。求作十五邊內切圜形。等邊等角。先作甲乙丙內切圜平邊三角形。與丁等角（本篇二）即三邊等。



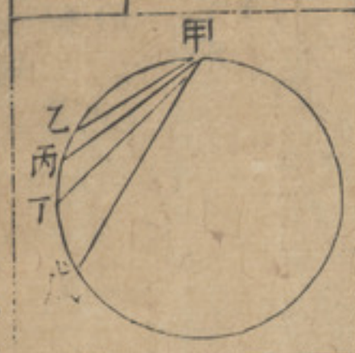
而甲乙、乙丙、丙甲、三圜分亦等（三卷廿八）夫甲乙丙圜。十五分之。則甲乙、三分圜之一。當爲十五分之五。次從甲、作甲戊巳庚辛內切圜五邊形等角（本篇十一）即甲戊、戊巳、巳庚、庚辛、辛甲、五圜分等（三卷廿八）夫甲乙丙圜。十五分之。則甲戊五分圜之一。當爲十五分之三。而戊乙得十五分之二。次以戊乙圜分、兩平分于壬（三卷卅）則壬乙得十五分之一。次作壬乙線。依壬乙共作十五合圜線（本篇一）則成十五邊等邊形。而十五角所乘之圜分等。即各角亦等



一系依前十二十三十四題可作外切圜十五邊形又十五邊形內可作切圜又十五邊形外可作切圜

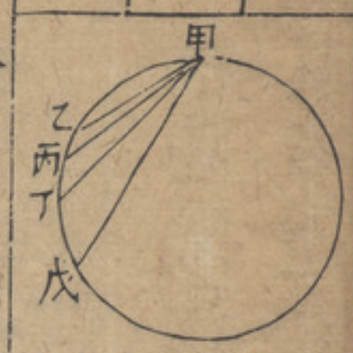
注曰依此法可設一法作無量數形如本題圖甲乙圜分爲三分圜之一即命三甲戊圜分爲五分圜之一即命五三與五相乘得十五即知此兩分法可作十五邊形又如甲乙命三甲戊命五三與五較得二即知戊乙得十五分之二因分戊乙爲兩平分得壬乙線爲十五分之一可作內切圜十五邊形也以此法爲例作後題

增題若圜內從一點設切圜兩不等等邊等角形之各一邊此兩邊一爲若干分圜之一一爲若干分圜之一此兩若干分相乘之數即後作形之邊數此兩若干分之較數即兩邊相距之圜分所得後作形邊數內之分數



法曰甲乙丙丁戊圜內從甲點作數形之各一邊如甲乙爲六邊形之一邊甲丙爲五邊形之一邊甲丁爲四邊形之一邊甲戊爲三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一即乙丙圜分爲所作三十邊等邊等角形之一邊何者

五六相乘爲三十故當作三十邊也較數一故當爲一邊也



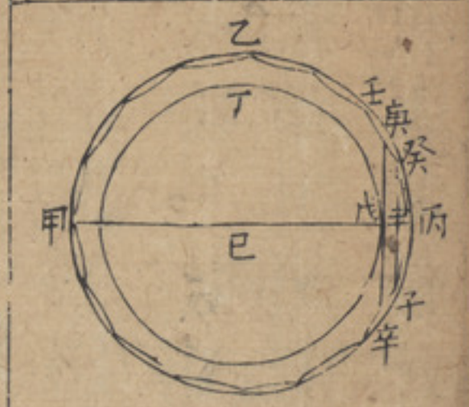
論曰甲乙圜分爲六分圜之一即得三十分圜之五而甲丙爲五分圜之一即得三十分圜之六則乙丙得三十分圜之一也依顯乙丁爲二十四邊形之二邊也何者甲乙命六甲丁命四六乘四得二十四也又較數二也依顯乙戊爲十八邊形之三邊也丙丁爲二十邊形之一邊也丙戊爲十五邊形之二邊也丁戊爲十二邊形之一邊也

二系凡作形于圜之內等邊則等角何者形之角所乘之圜分皆等故三卷廿七凡作形于圜之外即從圜心作直線抵各角依本篇十二題可推顯各角等

三系凡等邊形既可作在圜內即依圜內形可作在圜外即形內可作圜即形外亦可作圜皆依本篇十二十三十四題

四系凡圜內有一形欲作他形其形邊倍于此形邊即分此形一邊所合之圜分爲兩平分而每分各作一合線即三邊可作六邊四邊可作八邊倣此以至無窮

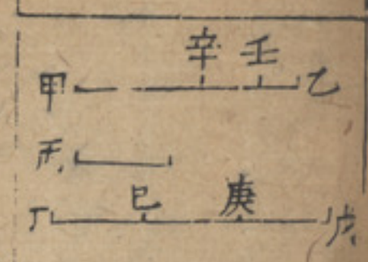
又補題圜內有同心圜求作一多邊形切大圜不至小圜其多邊爲偶數而等



法曰甲乙丙丁戊兩圜同以巳爲心求于甲乙丙大圜內作多邊切形不至丁戊小圜其多邊爲偶數而等先從巳心作甲丙徑線截丁戊圜于戊次從戊作庚辛爲甲戊之垂線即庚辛線切丁戊圜于戊也三卷十六之系夫甲庚丙圜分雖大于丙庚若于甲庚丙減其半甲乙存乙丙又減其半乙壬存壬丙又減其半壬癸如是遍減至其減餘丙癸必小于丙庚如下補論既得丙癸圜分小于丙庚而作丙癸合圜線即丙癸爲所求切圜形之一邊也次分乙壬圜分其分數與丙壬之分數等次分甲乙與乙丙分數等分丙甲與甲乙丙分數等則得所求形三卷廿九而不至丁戊小圜

論曰試從癸作癸子爲甲丙之垂線遇甲丙于丑其庚戊丑癸丑戊兩皆直角即庚辛癸子爲平行線一卷廿八庚辛線之切丁戊圜既止一點即癸子線更在其外必不至丁戊矣何況丙癸更遠于丑癸乎依顯其餘與丙癸等邊同度距心者三卷十四俱不至丁戊圜也此係十二卷第十六題因六卷今增題宜藉此論故先類附于此

補論其題曰兩幾何不等若于大率遍減其大半必可使其減餘小于元設小率



解曰甲乙大率丙小率題言于甲乙遞減其大半至可使其減餘小于丙

論曰試以丙倍之又倍之至僅大于甲乙而止爲丁戊丁戊之分爲丁己己庚庚戊各與丙等也次于甲乙減其大半甲辛存辛乙又減其大半辛壬存壬乙如是遞減至甲乙與丁戊之分數等夫甲辛辛壬壬乙與丁己己庚庚戊分數既等丁戊又大于甲乙若兩率各爲兩分而大丁戊之減丁己止于半小甲乙之減甲辛爲大半即丁戊之減餘必大于甲乙之減餘也若各爲多分而己戊尚多于丙者即又于己戊減己庚于辛乙減其大半壬如是遞減卒至丁戊之末分庚戊大于甲乙之末分壬乙也而庚戊元與丙等是壬乙小于丙也

又論曰若于甲乙遞減其半亦同前論何者大丁戊所減不大于半則丁戊之減餘每大于甲乙之減餘以至末分亦大于末分此係十卷第一題借用于此以足上論

幾何原本第四卷終

幾何原本第五卷之首

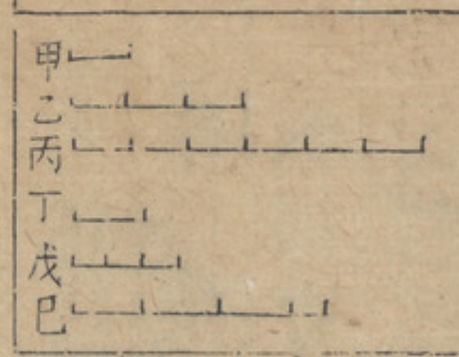
泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也而本卷則總說完幾何之同例相比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絕不及線面體諸類也第六卷則論線論角論圜界諸類及諸形之同例相比者也今先解向後所用名目爲界說十九

第一界

分者幾何之幾何也小能度大以小爲大之分



以小幾何度大幾何謂之分曰幾何之幾何者謂非此小幾何不能爲此大幾何之分也如一點無分亦非幾何即不能爲線之分也一線無廣狹之分非廣狹之幾何即不能爲面之分也一面無厚薄之分非厚薄之幾何即不能爲體之分也曰能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者也如甲爲乙爲丙之分則甲爲乙三分之一爲丙六分之一無贏不足也若戊爲丁之一即贏爲二即不足己爲丁之三即贏爲四即不足是小不盡大則丁不能爲戊己之分也以數明之若四于八于十二于十六于二十諸數皆能盡分無贏不足也若四于六于七于九于十于十八于三十八諸數或贏或不足皆不能盡分者也本書所論皆指能盡分者故稱爲分若不盡分者當稱幾分幾何之幾如四于六爲三分六之二不得正名爲分不稱小度大也不爲大幾何內之小幾何也

第二界

若小幾何能度大者則大爲小之幾倍

如第一界圖甲與乙能度丙則丙爲甲與乙之幾倍若

丁戊不能盡巳之分則巳不爲丁戊之幾倍

第三界

比例者兩幾何以幾何相比之理

兩幾何者或兩數或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比例若線與面或數與線相比此異類不爲比例又若白線與黑線熱線與冷線相比雖同類不以幾何相比亦不爲比例也

比例之說在幾何爲正用亦有借用者如時如音如聲如所如動如稱之屬皆以比例論之

凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此幾何爲前率所比之他幾何爲後率如以六尺之線比三尺之線則六尺爲前率三尺爲後率也反用之以三尺之線比六尺之線則三尺爲前率六尺爲後率也

比例爲用甚廣故詳論之如左

凡比例有二種有大合有小合以數可明者爲大合如二十尺之線比十尺之線是也其非數可明者爲小合如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而非數可明者是也

如上二種又有二名其大合爲有兩度之如二十尺比八尺兩線爲大合則二尺四尺皆可兩度之者是

也如此之類凡數之比例皆大合也何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者若七比九無他數可兩度之以一則可兩度之也其小合線爲無兩度之線如直角方形之兩邊與其對角線爲小合即分至萬分以及無數終無小線可以盡分能度兩率者是也此論詳見十卷末題

小合之比例至十卷詳之本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者如二十比二十十尺之線比十尺之線是也有不等者如二十比十八比四十六尺之線比二尺之線是也

如上等者爲相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也大合比例之以大不等者又有五種一爲幾倍大二爲等帶一分三爲等帶幾分四爲幾倍大帶一分五爲幾倍大帶幾分

一爲幾倍大者謂大幾何內有小幾何或二或三或十或八也如二十與四是二十內爲四者五如三十尺之線與五尺之線是三十尺內爲五尺者六則二十與四名爲五倍大之比例也三十尺與五尺名爲六倍大之比例也倣此爲名可至無窮也

二爲等帶一分者謂大幾何內既有小之一別帶一分此一分或元一之半或三分之一四分之一以至無窮者是也如三與二是三內既有二別帶一一爲二之半如十二尺與九尺之線是十二內既有九別帶三三爲九三分之一則三與二名爲等帶半也十二尺與九尺名爲等帶三分之一也

三爲等帶幾分者謂大幾何內既有小之一別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者是也如八與五是八內既有五別帶三一每一各爲五之分而三一不能合而爲五之分也他如十與八其十內既有八別帶二一雖每一各爲八之分與前例相似而二一却能爲八四分之一是爲帶一分屬在第二不屬三也則八與五名爲等帶三分也又如二十二與十六即名爲等帶六分也

四爲幾倍大帶一分者謂大幾何內既有小幾何之二之三之四等別帶一分此一分或元一之半或三分四分之一以至無窮者是也如九與四是九內既有二四別帶一一爲四　分之一則九與四名爲二倍大帶四分之一也

五爲幾倍大帶幾分者謂大幾何內既有小幾何之二之三之四等別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者

是也如十一與三是十一內既有三三別帶二一每一各爲三之分而二一不能合而爲三之分也則十一與三名爲三倍大帶二分也

大合比例之以小不等者亦有五種俱與上以大不等五種相反爲名一爲反幾倍大二爲反等帶一分三爲反等帶幾分四爲反幾倍大帶一分五爲反幾倍大帶幾分

凡比例諸種如前所設諸數俱有書法書法中有全數有分數全數者如一二三十百等是也分數者如分一以二以三以四等是也書全數依本數書之不必立法書分數必有兩數一爲命分數一爲得分數如分一以三而取其二則爲三分之二即三爲命分數二爲得分數也分一爲十九而取其七則爲十九分之七即十九爲命分數七爲得分數也

書以大小不等各五種之比例其一幾倍大以全數書之如二十與四爲五倍大之比例即書五是也若四倍即書四六倍即書六也其反幾倍大即用分數書之而以大比例之數爲命分之數以一爲得分之數如大爲五倍大之比例則此書五之一是也若四倍即書四之一六倍即書六之一也

其二等帶一分之比例有兩數一全數一分數其全數恒爲一其分數則以分率之數爲命分數恒以一爲得分數如三與二名爲等帶半即書一別書二之一也其反等帶一分則全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加一爲此之命分數如大爲等帶二之一即此書三之二也又如等帶八分之一反書之即書九之八也又如等帶一千分之一反書之即書一千〇〇一之一千也

其三等帶幾分之比例亦有兩數一全數一分數其全數亦恒爲一其分數亦以分率之數爲命分數以所分之數爲得分數如十與七名爲等帶三分即書一別書七之三也其反等帶幾分亦全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加大之得分數爲此之命分數如大爲等帶七之三命數七得數三七加三爲十即書十之七也又如等帶二十之三反書之二十加三即書二十三之二十也

其四幾倍大帶一分之比例則以幾倍大之數爲全數以分率之數爲命分數恒以一爲得分數如二十二與七二十二內既有三七別帶一一爲七分之一名爲三倍大帶七分之一即以三爲全數七爲命分數一爲

得分數書三別書七之一也其反幾倍大帶一分則以大比例之命分數爲此之得分數以大之命分數乘大之倍數加一爲此之命分數如大爲三帶七之一即以七乘三得二十一又加一爲命分數書二十二之七也

又如五帶九之一反書之九乘五得四十五加一爲四十六即書四十六之九也

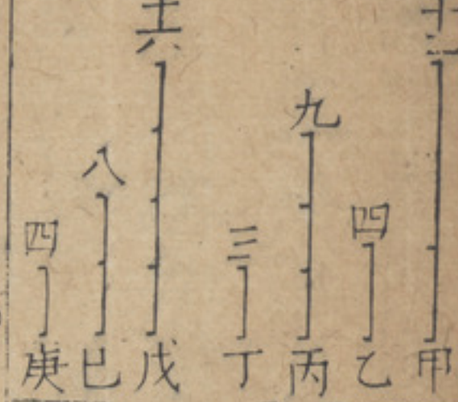
其五幾倍大帶幾分之比例亦以幾倍大之數爲全數以分率之數爲命分數以所分之數爲得分數如二十九與八二十九內既有三八別帶五一名爲三倍大帶五分即以三爲全數八爲命分數五爲得分數書三別書八之五也其反幾倍大帶幾分則以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數乘大之倍數加大之得分數爲此之命分數如大爲三帶八之五即以八乘三得二十四加五爲二十九書二十九之八也又如四帶五之二即書二十二之五也

已上大小十種足盡比例之凡不得加一減一

第四界

兩比例之理相似爲同理之比例

兩幾何相比謂之比例兩比例相比謂之同理之比例如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其



理相似爲同理之比例又若戊與巳兩幾何之比例偕巳與庚兩幾何之比例其理相似亦同理之比例

凡同理之比例有三種有數之比例有量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比例也

量法比例又有二種一爲連比例連比例者相續不斷其中率與前後兩率遍相爲比例而中率既爲前率之後又爲後率之前如後圖戊與巳比巳又與庚比是也

二爲斷比例斷比例者居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

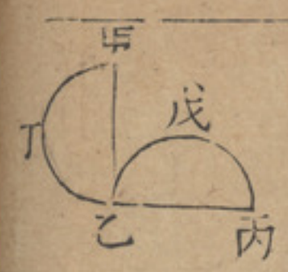
第五界

兩幾何倍其身而能相勝者爲有比例之幾何

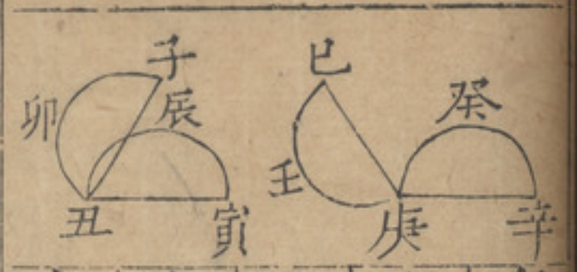
上文言爲比例之幾何必同類然同類中亦有無比例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即大于八尺之線是爲有比例之線也又如直角方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而直角方形之一邊一倍之即大于對角線兩邊等三角形其兩邊并必大于一邊見一卷二十是亦有小合比例之線也又圜之徑四倍之即大于圜之界則圜之徑與界亦有小合比例之線也圜之界當三徑

七分徑之一弱別見圜形書又曲線與直線亦有比例如以大小兩曲線相合爲初月形別作一直角方形與之等六卷三十三一

增題今附即曲直兩線相視有大有小亦有比例也又方形與圜雖自古至今學士無數不能爲相等之形然兩形相視有大有小亦不可謂無比例也又直線角與曲線角亦有比例如上圖直角鈍角銳角皆有與曲線角等者若第一圖甲乙丙直角在甲乙乙丙兩直線內而其



間設有甲乙丁與丙乙戊兩圜分角等即于甲乙丁角加甲乙戊角則丁乙戊曲線角與甲乙丙直角等矣依顯壬庚癸曲線角與巳庚辛鈍

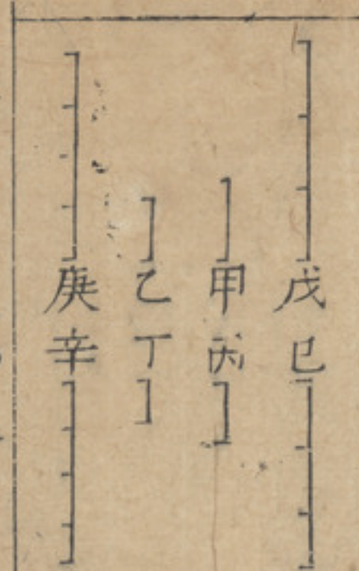


角等也又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角各減同用之子丑丑辰內圜小分即兩角亦等也此五者皆疑無比例而實有比例者也他若有窮之線與無窮之線雖則同類實無比例何者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面面與體各自爲類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切圜角與直線銳角亦無比例何者依三卷十六題所說畢世倍切邊角不能勝至小之銳角故也此後諸篇中每有倍此幾何令至勝彼幾何者故備著其理以需後論也

第六界

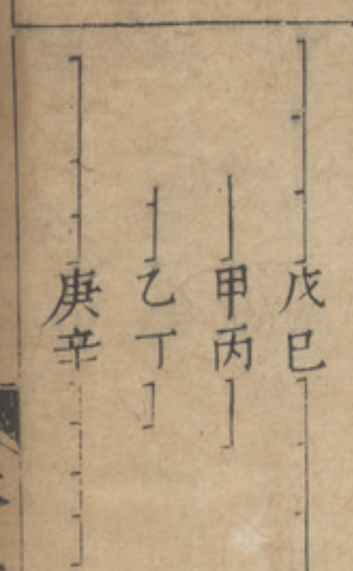
四幾何若第一與二偕第三與四爲同理之比例則第一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱爲大俱爲小恒如是

兩幾何曷顯其能爲比例乎上第五界所說是也兩比例曷顯其能爲同理之比例乎此所說是也其術通大



合小合皆以加倍法求之如一甲二乙三丙四丁四幾何于一甲三丙任加幾倍爲戊爲己戊倍甲己倍丙其數自相等次于二乙四丁任加幾倍爲庚爲辛庚倍乙辛倍丁其數自相等而戊與己偕庚與辛相視或等或俱大或俱小如是等大小累試之恒如是即知一甲與二乙偕三丙與四丁爲同理之比例也

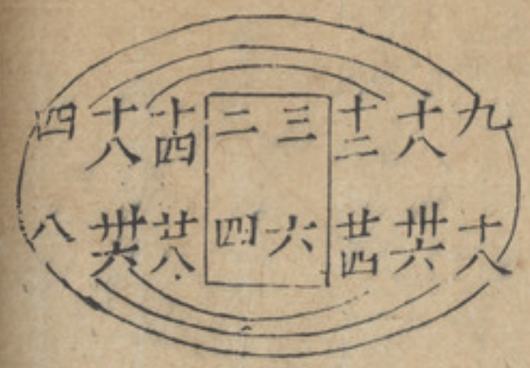
如初試之甲幾倍之戊小于乙幾倍之庚而丙幾倍之己亦小于丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙之庚等而倍丙之己亦與倍丁之辛等三試之倍甲之戊大于倍乙之庚而倍丙之己亦大于倍丁之辛此之謂或



相等或雖不等而俱爲大俱爲小若累合一差即元設四幾何不得爲同理之比例如下第八界所指是也

下文所論若言四幾何爲同理之比例即當推顯第一第三之幾倍與第二第四之幾倍或等或俱大俱小若許其四幾何爲同理之比例亦如之

以數明之如有四幾何第一爲三第二爲二第三爲六第四爲四今以第一之三第三之六同加四倍爲十二爲二十四次以第二之二第四之四同加九倍爲十八爲三十七倍爲十四爲二十八其倍第一之十二既小于倍第二之十四而倍第三之二十四亦小于倍第四之二十八也又以第一之三第三之六同加六倍爲十八爲三十



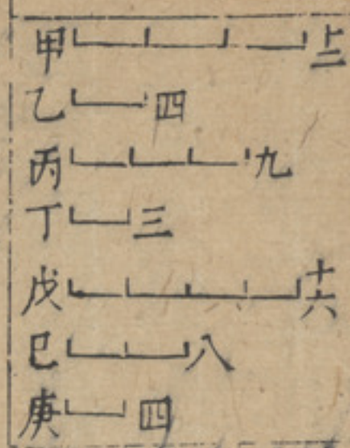
六次以第二之二第四之四同加九倍爲十八爲三十六其倍第一之十八既等于倍第二之十八而倍第三之三十六亦等于倍第四之三十六也又以第一之三第三之六同加三倍爲九爲十八次以第二之二第四之四同加二倍爲四爲八其倍第一之九既大于倍第二之四而倍第三之十八亦大于倍第四之八也若爾或俱大俱小或等累試之皆合則三與二偕六與四得爲同理之比例也

以上論四幾何者斷比例之法也其連比例法倣此但連比例之中率兩用之既爲第二又爲第三視此異耳

第七界

同理比例之幾何。爲相稱之幾何

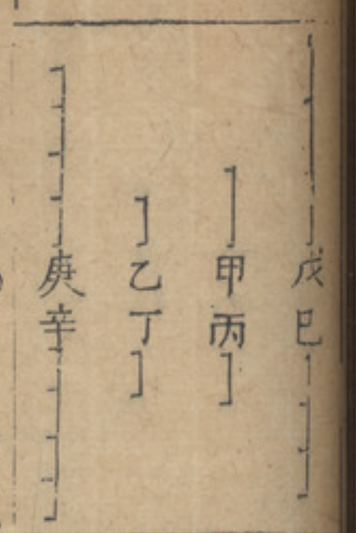
甲與乙。若丙與丁。是四幾何。爲同理之比例。即四幾何。爲相稱之幾何。又戊與巳。若巳與庚。即三幾何。亦相稱之幾何



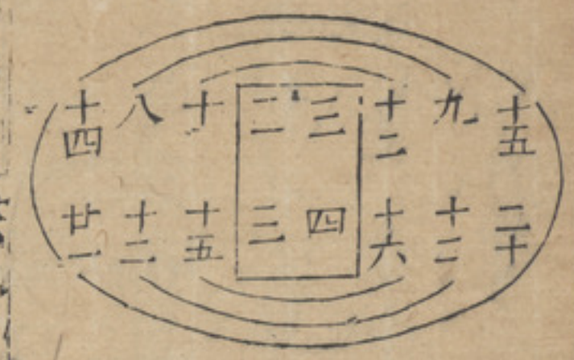
第八界

四幾何。若第一之幾倍。大于第二之幾倍。而第三之幾倍。不大于第四之幾倍。則第一與二之比例。大于第三與四之比例

此反上第六界。而釋不同理之兩比例。其相視曷顯爲大曷顯爲小也。謂第一、第三之幾倍與第二、第四之幾倍。依上累試之。其間有第一之幾倍。大于第二之幾倍。而第三之幾倍。乃或等。或小于第四之幾倍。即第一與二之比例。大于第三與四之比例也。如上圖。甲一、乙二、丙三、丁四。甲與丙。各三倍爲戊巳。乙與丁。各四倍爲庚辛。其甲三倍之戊。大于乙四倍之庚。而丙三倍之巳。乃小于丁四倍之辛。即甲與乙之比例。大于丙與丁也。若第一之幾倍。小于第二之幾倍。而第三之幾倍。乃或等。或大于第四之幾倍。即第一與二之比例。小于第三與四之比



例如是等大小相戾者但有其一不必再試

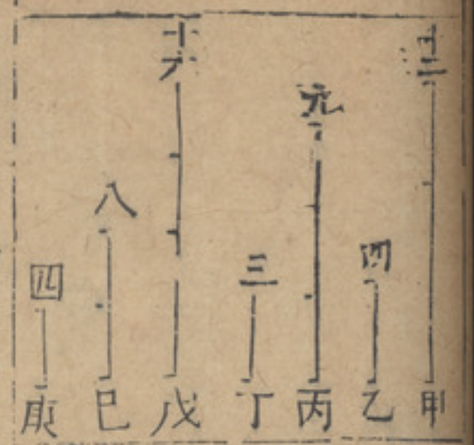


以數明之中設三二四三四幾何先有第一之倍大于第二之倍而第三之倍亦大于第四之倍後復有第一之倍大于第二之倍而第三之倍乃或等或小于第四之倍即第一與二之比例大于第三與四也

若以上圖之數反用之以第一為二第二為一第三為四第四為三則第一與二之比例小于第三與四

第九界

同理之比例至少必三率



同理之比例必兩比例相比如甲與乙若丙與丁是四率斷比例也若連比例之戊與己若己與庚則中率己既為戊之後又為庚之前是以三率當四率也

第十界

三幾何為同理之連比例則第一與三為再加之比例四幾何為同理之連比例則第一與四為三加之比例倣此以至無窮

甲乙丙丁戊五幾何為同理之連比例其甲與乙若乙與丙乙與丙若丙與丁丙與丁若丁與戊即一甲與三

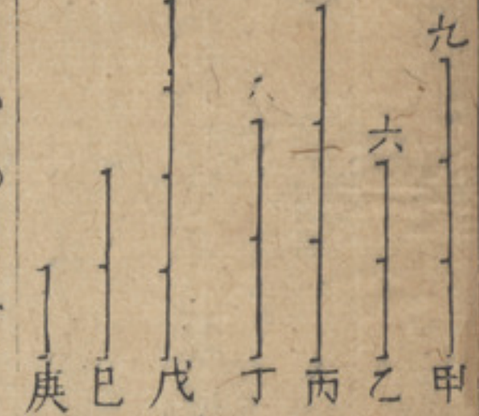
丙視一甲與二乙爲再加之比例又一甲與四丁視一甲與二乙爲三加之比例何者甲丁之中有乙丙兩幾何爲同理之比例如甲與乙故也又一甲與五戊視一甲與二乙爲四加之比例也若反用之以戊爲首則一戊與三丙爲再加與四乙爲三加與五甲爲四加也

下第六卷二十題言此直角方形與彼直角方形爲此形之一邊與彼形之一邊再加之比例何者若作三幾何爲同理之連比例則此直角方形與彼直角方形若第一幾何與第三幾何故也以數明之如此直角方形之邊三尺而彼直角方形之邊一尺即此形邊與彼形邊若九與一也夫九與一之間有三爲同理之比例則九三一三幾何之連比例既有三與一爲比例又以九比三三比一爲再加之比例也則彼直角方形當爲此形九分之一不止爲此形三分之一也大畧第一與二之比例若線相比第一與三若平面相比第一與四若體相比也第一與五若算家三乘方與六若四乘方與七若五乘方倣此以至無窮

第十一界

同理之幾何前與前相當後與後相當

上文已解同理之比例此又解同理之幾何者蓋一比

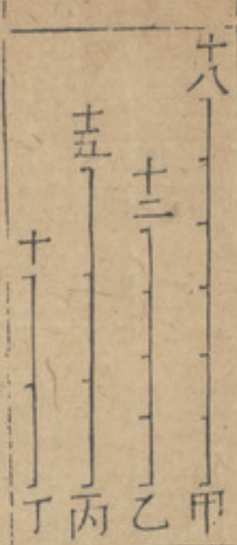


例之兩幾何有前後而同理之兩比例四幾何有兩前兩後故特解言比例之論常以前與前相當後與後相當也如上甲與乙丙與丁兩比例同理則甲與丙相當乙與丁相當也戊己己庚兩比例同理則己既爲前又爲後兩相當也如下文有兩三角形之邊相比亦常以同理之兩邊相當不可混也

上文第六第八界說幾何之幾倍常以一與三同倍二與四同倍則以第一第三爲兩前第二第四爲兩後各同理故

第十二界

有屬理更前與前更後與後



此下說比例六理皆後論所需也

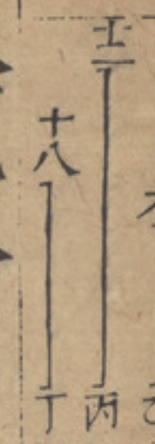
四幾何甲與乙之比例若丙與丁今更推甲與丙若乙與丁爲屬理　下言屬理皆省曰更

此論未證證見本卷十六

此界之理可施于四率同類之比例若兩線兩面或兩面兩數等不爲同類即不得相更也

第十三界

有反理取後爲前取前爲後



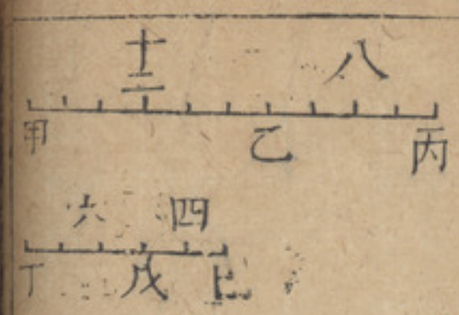
甲與乙之比例。若丙與丁。今反推乙與甲。若丁與丙。爲反理

證見本篇四之系

此界之理。亦可施于異類之比例

第十四界

有合理。合前與後爲一。而比其後

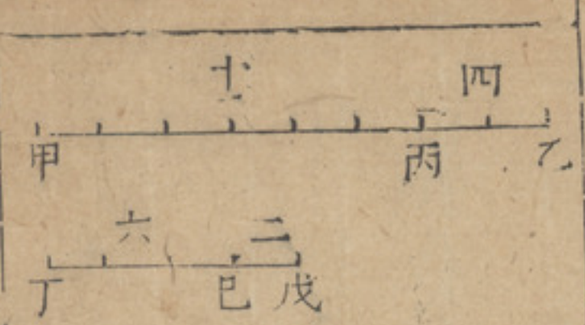


甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊巳。今合甲丙爲一。而比乙丙。合丁巳爲一。而比戊巳。卽推甲丙與乙丙。若丁巳與戊巳是合兩前後率爲兩一率而比兩後率也

證見本卷十八

第十五界

有分理。取前之較。而比其後

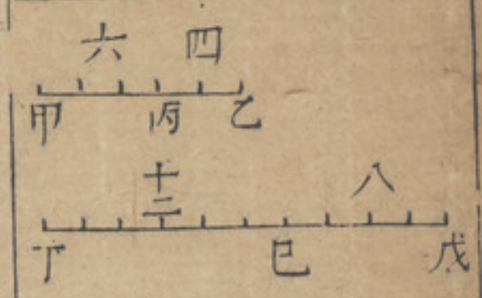


甲乙與丙乙之比例。若丁戊與巳戊。今分推甲乙之較甲丙。與丙乙。若丁戊之較丁巳。與巳戊

證見本卷十七

第十六界

有轉理。以前爲前。以前之較爲後

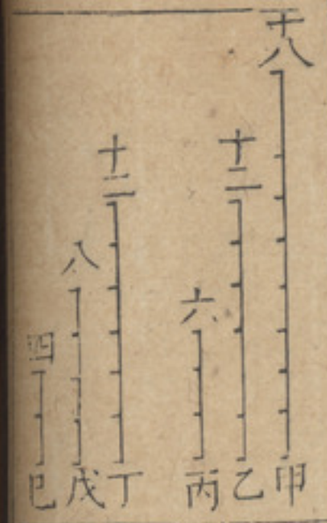


甲乙與丙乙之比例若丁戊與巳戊今轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁巳

證見本卷十九

第十七界

有平理彼此幾何各自三以上相爲同理之連比例則此之第一與三若彼之第一與三又曰去其中取其首尾

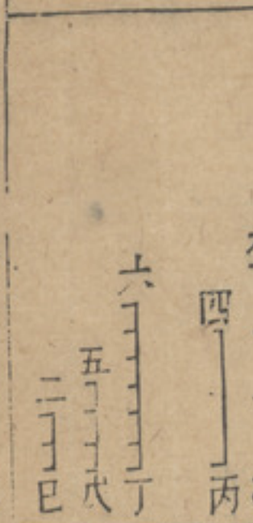


甲乙丙三幾何丁戊巳三幾何等數相爲同理之連比例者甲與乙若丁與戊乙與丙若戊與巳也今平推首甲與尾丙若首丁與尾巳

平理之分又有二種如後二界

第十八界

有平理之序者此之前與後若彼之前與後而此之後與他率若彼之後與他率

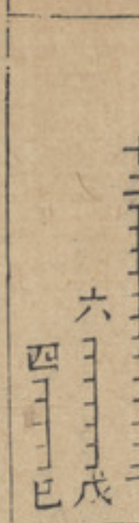


甲與乙若丁與戊而後乙與他率丙若後戊與他率巳是序也今平推甲與丙若丁與巳也此與十七界同重宜序義以別後界也

證見本卷廿二

第十九界

有平理之錯者此數幾何彼數幾何此之前與後若彼之前與後而此之後與他率若彼之他率與其前

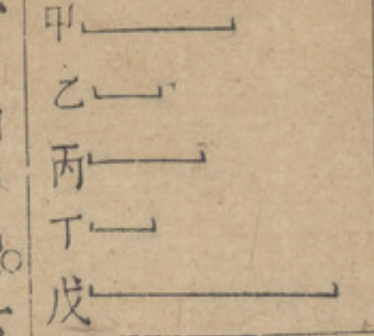


甲、乙、丙數幾何、丁、戊、巳數幾何、其甲與乙、若戊與巳、又此之後乙與他率丙、若彼之他率丁、與前戊是錯也、今平推甲與丙、若丁與巳也十八、十九界推法、于十七界中通論之、故兩題中不再著也

證見本卷廿三

增一幾何有一幾何相與爲比例即此幾何必有彼幾何相與爲比例而兩比例等一幾何有一幾何相與爲比例即必有彼幾何與此幾何爲比例而兩比

例等比例同理省曰比例等



甲幾何與乙幾何爲比例即此幾何丙亦必有彼幾何如丁相與爲比例若甲與乙也丙幾何與丁幾何爲比例即必有彼幾何如戊與此幾何丙爲比例若丙與丁也此理推廣無礙于理有之不必舉其率也舉率之理備見後卷

幾何原本第五卷之首終

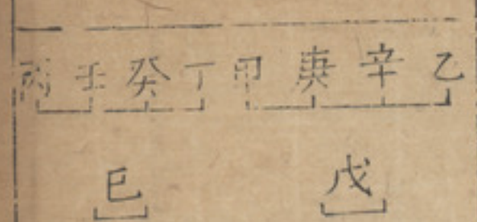
幾何原本第五卷

本篇論比例　計三十四題

泰西利瑪竇口譯
吳淞徐光啓筆受

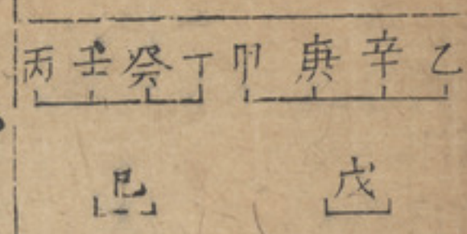
第一題

此數幾何。彼數幾何。此之各率。同幾倍于彼之各率。則此之并率。亦幾倍于彼之并率



解曰。如甲乙、丙丁、此二幾何。大于戊巳。彼二幾何。各若干倍。題言甲乙、丙丁、并。大于戊巳并。亦若干倍

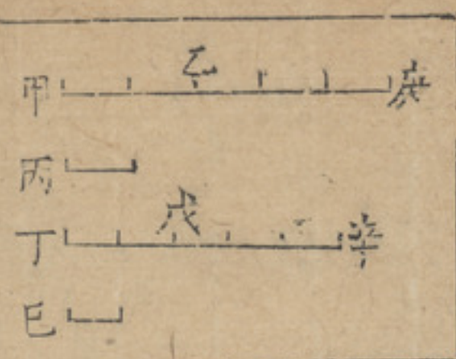
論曰。如甲乙與丙丁。既各三倍大于戊與巳。即



以甲乙三分之各與戊等爲甲庚庚辛辛乙又以丙丁三分之各與己等爲丙壬壬癸癸丁即甲乙與丙丁所分之數等而甲庚既與戊等丙壬既與己等即于甲庚加丙壬于戊加己其甲庚丙壬并與戊己并必等依顯庚辛壬癸并辛乙癸丁并與戊己并各等夫甲乙與丙丁之分三合于戊己皆等本卷界說二則甲乙丙丁并三倍大于戊己并

第二題

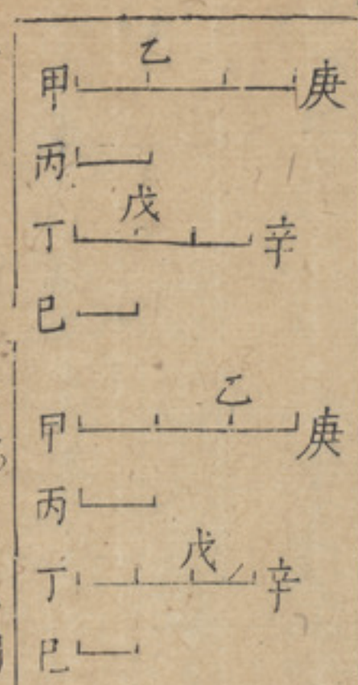
六幾何其第一倍第二之數等于第三倍第四之數而第五倍第二之數等于第六倍第四之數則第一第五并倍第二之數等于第三第六并倍第四之數



解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四己之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛倍四己之數題言一甲乙五乙庚并倍二丙之數若三丁戊六戊辛并倍四己之數

論曰甲乙丁戊之倍于丙己其數等則甲乙幾何內有丙幾何若干與丁戊幾何內有己幾何若干其數亦等本卷界說二依顯乙庚內有丙若干與戊辛內有己若干亦等次于甲乙丁戊兩等數率每加一等數之乙庚戊辛率則甲庚丁辛兩幾何內之分數等而一五并之甲庚

內有二丙若干。與三六并之丁辛內有四巳若干。亦等注曰。若第一第三兩幾何之數。與第二第四兩幾何之數。各等。而第五倍第二之數等于第六倍第四之數。或第一倍第二之數等于第三倍第四之數而第五第二兩幾何之數。與第六第四兩幾何之數。各等。俱同本論。如上二圖。甲庚爲第一第五之并率。其倍二丙之數與丁辛爲第三第六之并率。其倍四巳之數等也甲庚內有丙若干。與丁辛內有巳若干。等。故同理 他若第一第三兩幾何之數第五第六兩幾何之數。與第二第四兩幾何之數。各等。此理更明。何者。第一第五并之倍第二。若第三第六并之倍第四。俱兩倍故



第三題

四幾何。其第一之倍于第二。若第三之倍于第四。次倍第一。又倍第三。其數等。則第一所倍之與第二。若第三所倍之與第四

解曰。一甲所倍于二乙。若三丙所倍于四丁。次作戊巳兩幾何。同若干倍于甲。于丙。題言以平理推。戊倍乙之數。若巳倍丁

論曰。戊與巳之倍甲與丙。其數既等。試以

壬 辛 庚 戊
甲
乙
丑 子 癸 巳
丙
丁

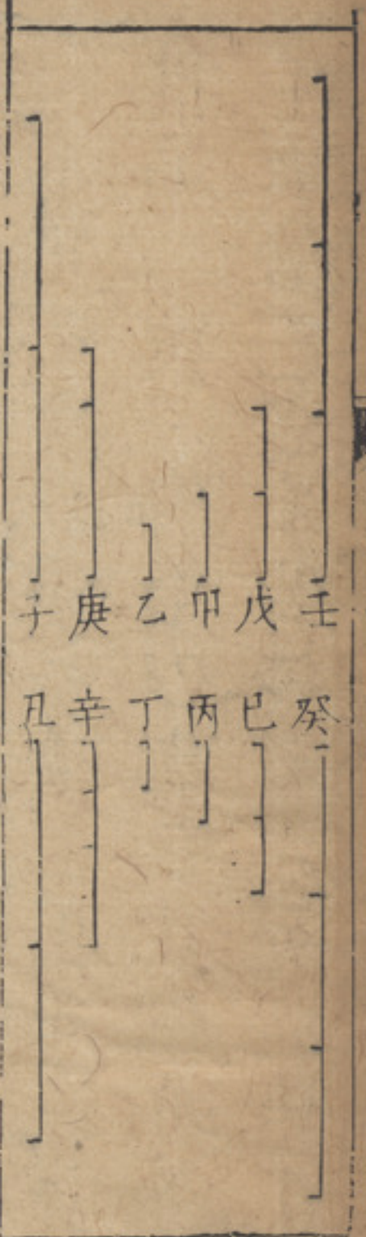
戊作若干分各與甲等爲戊庚庚辛辛壬次分巳亦如之爲巳癸癸子子丑即戊內有甲若干與巳內有丙若干等本卷界說二夫戊庚與甲巳癸與丙既等而甲之倍乙與丙之倍丁又等則戊庚倍乙若巳癸倍丁也依顯庚辛辛壬各所倍于乙若癸子子丑各所倍于丁也夫一戊庚之倍二乙既若三巳癸之倍四丁而五庚辛之倍二乙亦若六癸子之倍四丁則一戊庚五庚辛并之倍二乙若三巳癸六癸子并之倍四丁也本篇二又一戊辛之倍二乙既若三巳子之倍四丁而五辛壬之倍二乙亦若六子丑之倍四丁則一戊辛五辛壬并之倍二乙若三巳子六子丑并之倍四丁也辛壬子丑以上任作多分皆倣此論

第四題其系爲反理

四幾何其第一與二偕第三與四比例等第一第三同任爲若干倍第二第四同任爲若干倍則第一所倍與第二所倍第三所倍與第四所倍比例亦等

壬 癸
戊 巳
甲 丙
乙 丁
庚 辛
子 丑

解曰甲與乙偕丙與丁比例等次作戊與巳同任若干



題言一甲所倍之戊與二乙所倍之庚偕三丙所倍之己與四丁所倍之辛比例亦等

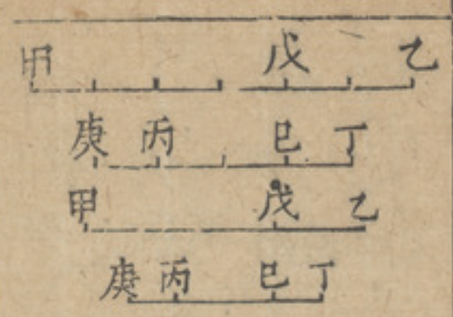
論曰試以戊己二幾何同任倍之爲壬爲癸別以庚辛同任倍之爲子爲丑其戊之倍甲既若己之倍丙而壬之倍戊亦若癸之倍己即壬之倍甲亦若癸之倍丙也本篇三依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙偕丙與丁之比例既等而壬癸所倍于甲丙子丑所倍于乙丁各等即三試之若倍甲之壬小于倍乙之子則倍丙之癸亦小于倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等矣若壬大于子即癸亦大于丑矣本卷界說六夫戊己之倍爲壬癸也庚辛之倍爲子丑也不論幾許倍其等大小三試之恒如是也則一戊所倍之壬與二庚所倍之子偕三己所倍之癸與四辛所倍之丑等大小皆同類也而戊與庚偕己與辛之比例必等本卷界說六一系凡四幾何第一與二偕第三與四比例等即可反推第二與一偕第四與三比例亦等何者如上倍甲之壬與倍乙之子偕倍丙之癸與倍丁之丑等大小俱同

類而顯甲與乙若丙與丁即可反說倍乙之子與倍甲之壬偕倍丁之丑與倍丙之癸等大小俱同類而乙與甲亦若丁與丙本卷界說六

二系別有一論亦本書中所恒用也曰若甲與乙偕丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍偕丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等倣此以至無窮

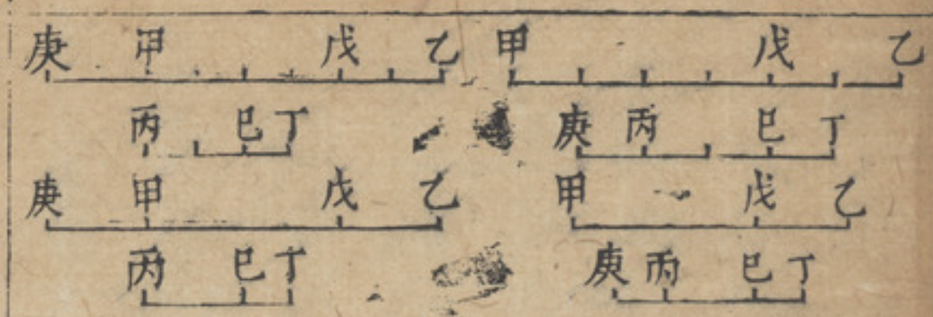
第五題

大小兩幾何此全所倍于彼全若此全截取之分所倍于彼全截取之分餘所倍于彼全之分餘亦如之



解曰甲乙大幾何丙丁小幾何甲乙所倍于丙丁若甲乙之截分甲戊所倍于丙丁之截分丙巳題言甲戊之分餘戊乙所倍于丙巳之分餘巳丁亦如其數

論曰試作一他幾何爲庚丙令戊乙之倍庚丙若甲戊之倍丙巳也本卷界說增甲戊戊乙之倍丙巳庚丙其數等即其兩并甲乙之倍庚巳亦若甲戊之倍丙巳也本篇一而甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙巳則丙丁與庚巳等也次每減同用之丙巳即庚丙與巳丁亦等而戊乙

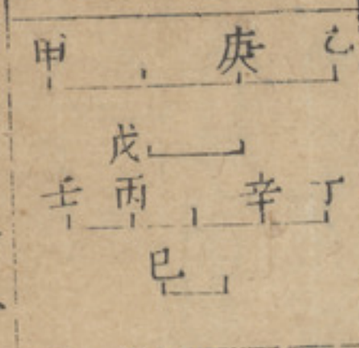


之倍巳丁。亦若戊乙之倍庚丙矣。夫戊乙之倍庚丙。既若甲戊之倍丙巳。則戊乙爲甲戊之分餘。所倍于巳下爲丙巳之分餘者。亦若甲乙之倍丙丁也

又論曰。試作一他幾何。爲庚甲。令庚甲之倍巳丁。若甲戊之倍丙巳（本卷界說二十）即其兩并庚戊之倍丙丁。亦若甲戊之倍丙巳也（本篇一）而甲乙之倍丙丁。元若甲戊之倍丙巳。是庚戊與甲乙等矣。次每減同用之甲戊。即庚甲與戊乙等也。而庚甲之倍巳丁。若甲乙之倍丙丁也。則戊乙之倍巳丁。亦若甲乙之倍丙丁也

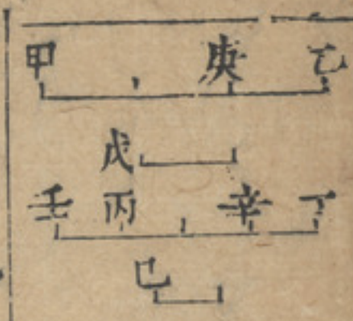
第六題

此兩幾何。各倍于彼兩幾何。其數等。于此兩幾何。每減一分。其一分之各倍于所當彼幾何。其數等。則其分餘或各與彼幾何等。或尚各倍于彼幾何。其數亦等

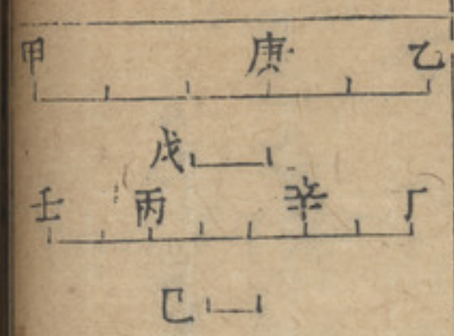


解曰。甲乙、丙丁、兩幾何。各倍于戊、巳、兩幾何。其數等。每減一甲庚、丙辛。甲庚、丙辛之倍戊、巳。其數等。題言分餘庚乙、辛丁。或與戊、巳等。或尚各倍于戊、巳。其數亦等

論曰。甲乙全與其分甲庚。既各多倍于戊。則分餘庚乙、



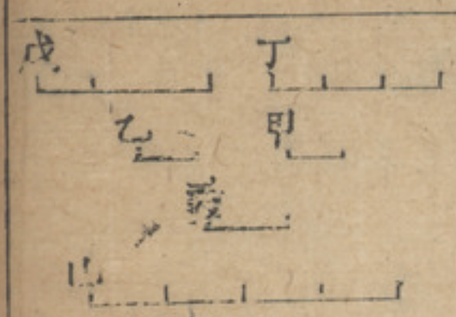
與戊。其或等。或尚幾倍。必矣。何者。庚乙與戊不等。不幾倍。其加于甲庚。不成爲戊之多倍也。然則庚乙與戊等。曷爲辛丁與巳亦等。試作壬丙與巳等。其一甲庚之倍二戊。既若三丙辛之倍四巳。而五庚乙之等二戊。又若六壬丙之等四巳。則第一第五并之甲乙所倍于二戊。若第三第六并之壬辛所倍于四巳也本篇二而甲乙之倍戊。元若丙丁之倍巳。即壬辛與丙丁亦等。次每減同用之丙辛。即壬丙與辛丁必等。是辛丁與巳亦等矣。然則庚乙之倍戊。曷爲與辛丁之倍巳



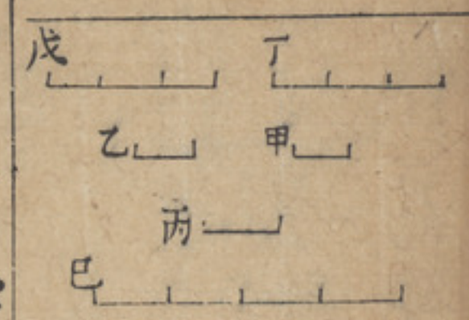
等。試作壬丙。其倍巳。若庚乙之倍戊。依前論甲乙之倍戊。若壬辛之倍巳本篇二而壬辛與丙丁等。壬丙與辛丁亦等。是辛丁之倍巳。亦若庚乙之倍戊矣

第七題二支

此兩幾何等。則與彼幾何各爲比例。必等。而彼幾何與此相等之兩幾何。各爲比例亦等



解曰。甲乙兩幾何等。彼幾何丙。不論等大小。于甲乙。題言甲與丙。偕乙與丙。各爲比例。必等。又反上言丙與甲。偕丙與乙。各爲比例。亦等

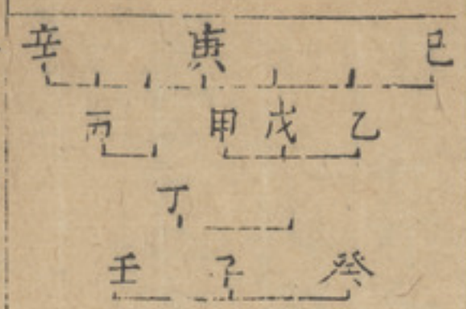


論曰試作丁、戊兩率任同若干倍于甲、乙、卽丁與戊等別作巳任若干倍于丙其丁、戊既等卽丁視巳與戊視巳或等或大或小必同類矣夫一甲、三乙所倍之丁、戊偕當二又當四之丙所倍之巳其等大小既同類本卷界說六則一甲與二丙之比例若三乙與四丙矣反說之當一當三之丙所倍之巳偕二甲、四乙所倍之丁、戊其等大小既同類則一丙與二甲之比例若三丙與四乙矣

後論與本篇第四題之系同用反理如甲與丙若乙與丙反推之丙與甲亦若丙與乙也

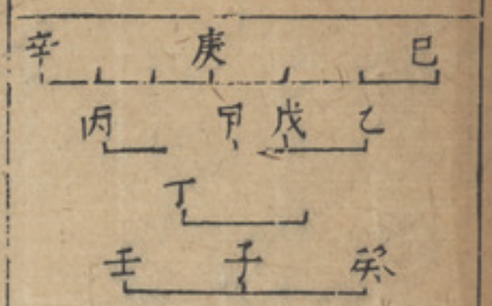
第八題

大小兩幾何各與他幾何爲比例則大與他之比例大于小與他之比例而他與小之比例大于他與大之比例



解曰不等兩幾何甲乙大丙小又有他幾何丁不論等大小于甲乙于丙題言甲乙與丁之比例大于丙與丁之比例又反上言丁與丙之比例大于丁與甲乙之比例

論曰試于大幾何甲乙內分甲戊與小幾何丙等而戊乙爲分餘次以甲戊戊乙作同若干倍之辛庚庚巳而庚巳爲戊乙之倍必令大于丁辛庚爲甲戊之倍必令

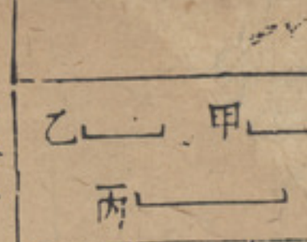


大于丁或等于丁如不足以倍加之也其庚巳辛庚之倍于戊乙甲戊既等即辛巳之倍甲乙若辛庚之倍甲戊矣本篇一甲戊即丙也次作一壬癸爲丁之倍令僅大于辛庚兩倍不足三之又不足任加之巳大勿倍也次于壬癸截取子癸與丁等即壬子必不大于辛庚何者向作壬癸爲丁之倍元令僅大于辛庚若壬子大于辛庚者何必又倍之爲壬癸也故僅大之壬癸截去子癸者必不大于辛庚也則壬子或等或小于辛庚矣夫庚巳既大于丁而子癸與丁等即庚巳必大于子癸又辛庚不小于壬子或大或等即辛巳亦大于壬癸也夫辛巳辛庚同若于倍于第一甲乙第三丙也而壬癸之倍于當二之丁當四之丁又同一率也則第一所倍之辛巳大于第二所倍之壬癸而第三所倍之辛庚不大于第四所倍之壬癸辛庚元小于壬癸是一甲乙與二丁之比例大于三丙與四丁矣本卷界說八次反上說一丁所倍之壬癸反說則丁當一當三丙二甲乙四大于二丙所倍之辛庚而三丁所倍之壬癸不大于四甲乙所倍之辛巳壬癸必小于辛巳是一丁與二丙之比例大于三丁與四甲乙矣本卷界說八

第九題二支

兩幾何與一幾何各爲比例而等則兩幾何必等一幾何與兩幾何各爲比例而等則兩幾何亦等

先解曰甲乙兩幾何各與丙爲比例等題言甲與乙等



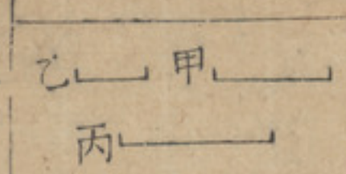
論曰如云不然而甲大于乙即甲與丙之比例宜大于乙與丙本篇八何先設兩比例等也故比例等則甲與乙等

後解曰丙幾何與甲與乙各爲比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大于乙即丙與乙之比例宜大于丙與甲本篇八何先設兩比例等也

第十題二支

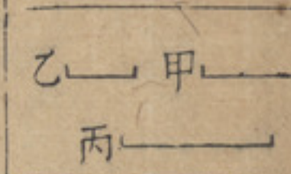
彼此兩幾何此幾何與他幾何之比例大于彼與他之比例則此幾何大于彼他幾何與彼幾何之比例大于他與此之比例則彼幾何小于此



先解曰甲乙兩幾何復有丙幾何甲與丙之比例大于乙與丙題言甲大于乙

論曰如云不然甲與乙等即所爲兩比例宜等本篇七何先設甲與丙大也又不然甲小于乙即乙與丙之比例宜大于甲與丙本篇八何先設甲與丙大也

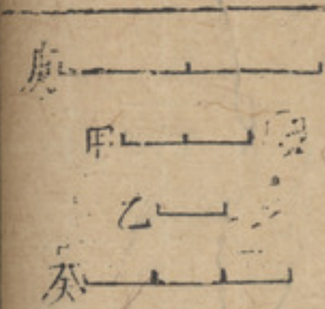
後解曰丙與乙之比例大于丙與甲題言乙小于甲



論曰如云不然乙與甲等即所爲兩比例宜等本篇七何先設丙與乙大也又不然乙大于甲即丙與甲之比例宜大于丙與乙何先設丙與乙大也

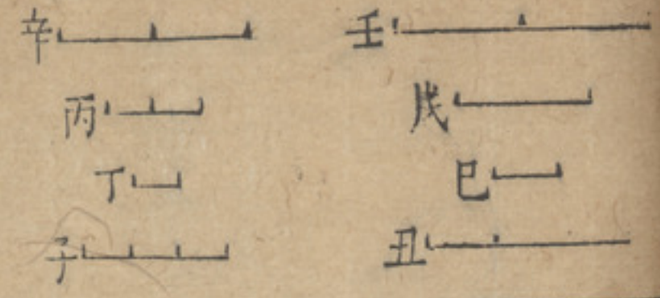
第十一題

此兩幾何之比例與他兩幾何之比例等而彼兩幾何之比例與他兩幾何之比例亦等則彼兩幾何之比例與此兩幾何之比例亦等



解曰甲乙偕丙丁之比例各與戊巳之比例等題言甲乙與丙丁之比例亦等

論曰試于各前率之甲丙戊同任倍之爲庚辛壬別于各後率之乙丁巳同任倍之爲癸子丑其一甲與二乙之比例既若三戊與四巳即三試之若倍一甲之庚小于倍二乙之癸即倍三戊之壬亦小于倍四巳之丑矣若庚癸等即壬丑亦等若庚大于癸即壬亦大于丑矣本卷界說六依顯壬之視丑若辛之視子

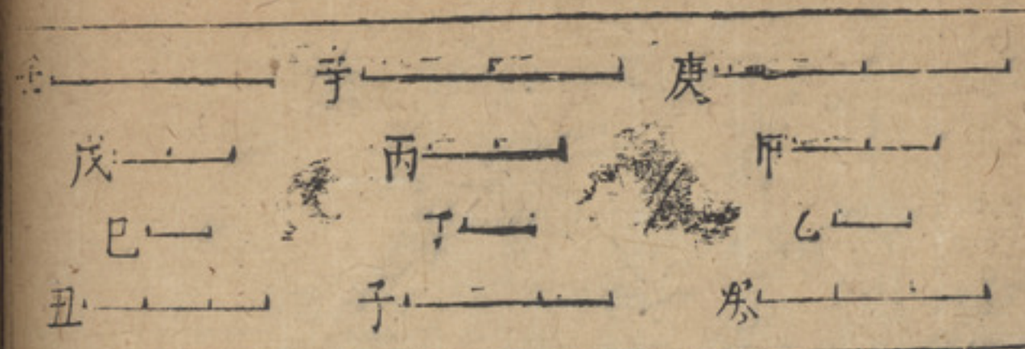


其等大小亦同類矣此三前三後率任作幾許倍其等大小皆同類也本卷界說六

第十二題

數幾何所爲比例皆等則并前率與并後率之比例若各

前率與各後率之比例



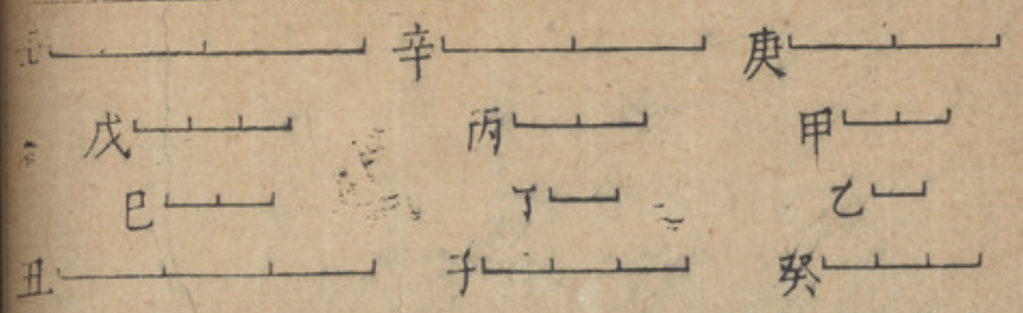
解曰甲乙丙丁戊巳數幾何所爲比例皆等者甲與乙若丙與丁丙與丁若戊與巳也題言甲丙戊諸前率并與乙丁巳諸後率并之比例若甲與乙丙與丁戊與巳各前各後之比例也

論曰試于各前率之甲丙戊同任倍之爲庚辛壬別于各後率之乙丁巳同任倍之爲癸子丑即庚辛壬并之倍甲丙戊并若庚之倍乙甲也癸子丑并之倍乙丁巳并若癸之倍乙也本篇一夫一甲與二乙既若三丙與四丁又若三戊與四巳則庚之倍一甲與癸之倍二乙或等或大或小偕辛壬之倍三丙戊與子丑之倍四丁巳等大小同類也又各前所倍庚辛壬并與各後所倍癸子丑并其或等或大或小亦偕各前所自倍與各後所自倍其等大小必同類也本卷界說六則一甲與二乙之比例若三甲丙戊并與四乙丁巳并矣

第十三題

數幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第三與四之比例大于第五與六之比例則第一與二之比例

亦大于第五與六之比例



解曰一甲與二乙之比例若三丙與四丁而三丙與四丁之比例大于五戊與六己題言甲與乙之比例亦大于戊與己

論曰試以甲丙戊各前率同任倍之爲庚辛壬別以乙丁己各後率同任倍之爲癸子丑其甲與乙既若丙與丁即三試之若倍甲之庚大于倍乙之癸即倍丙之辛必大于倍丁之子矣若庚癸等即辛子亦等若庚小于癸即辛亦小于子矣本卷界說六次丙與丁既大于戊與己又三試之即倍丙之辛大于倍丁之子而倍戊之壬不必大于倍己之丑也或等或小矣本卷界說八夫庚癸與辛子等大小同類則壬丑不類于辛子者亦不類于庚癸也故甲與乙之比例亦大于戊與己本卷界說八

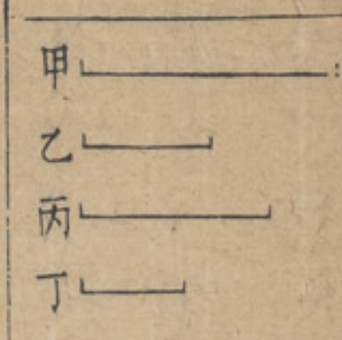
注曰若三丙與四丁之比例或小或等于五戊六己則一甲與二乙之比例亦小亦等于五戊六己依此

論推顯

第十四題

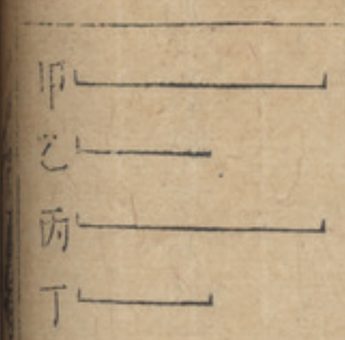
四幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第一幾何大于第三則第二幾何亦大于第四第一或等或小

于第三則第二亦等亦小于第四

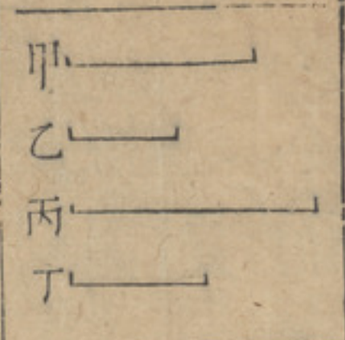


解曰甲與乙之比例若丙與丁題言甲大于丙則乙亦大于丁若等亦等若小亦小

先論曰如甲大于丙即甲與乙之比例大于丙與乙矣本篇八夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而三甲與四乙之比例大于五丙與六乙即一丙與二丁之比例亦大于五丙與六乙本篇十三是丁幾何小于乙也本篇十



次論曰如甲丙等即甲與乙之比例若丙與乙本篇七夫甲與乙之比例元若丙與丁而又若丙與乙是丙與丁之比例亦若丙與乙也本篇十一則乙與丁等也本篇九

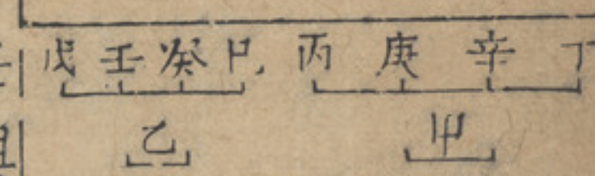


後論曰如甲小于丙即丙與乙之比例大于甲與乙矣本篇八夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而三甲與四乙之比例小于五丙與六乙即一丙與二丁之比例亦小于五丙與六乙也本篇十三是乙小于丁也本篇十

第十五題

兩分之比例與兩多分并之比例等

解曰甲與乙同任倍之爲丙丁爲戊巳題言丙丁與戊

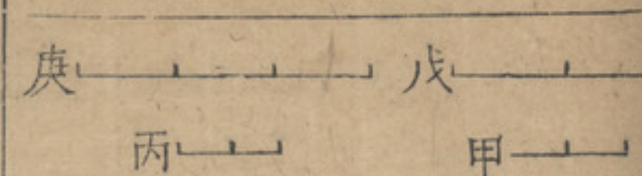


己之比例若甲與乙

論曰丙丁之倍甲既若戊己之倍乙即丙丁內有甲若干與戊己內有乙若干等次分丙丁爲丙庚庚辛辛丁各與甲分等分戊己爲戊壬壬癸癸己各與乙分等即丙庚與戊壬若甲與乙也（丙庚與甲等戊壬與乙等故見本篇七）庚辛與壬癸辛丁與癸己皆若甲與乙也（本篇十一）則等甲之丙庚與等乙之戊壬定若丙丁全與戊己全而丙丁全與戊己全若甲與乙矣（本篇十二）

第十六題（更理）

四幾何爲兩比例等即更推前與前後與後爲比例亦等



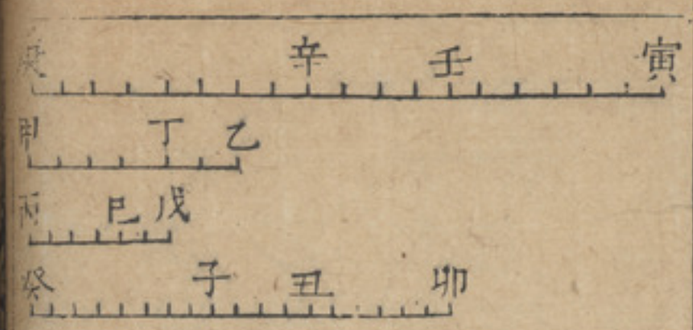
解曰甲乙丙丁四幾何甲與乙之比例若丙與丁題言更推之甲與丙之比例亦若乙與丁

論曰試以甲與乙同任倍之爲戊爲己別以丙與丁同任倍之爲庚爲辛即戊與己若甲與乙也（本篇十五）庚與辛若丙與丁也夫甲與乙若丙與丁而戊與己亦若甲與乙即戊與己亦若丙與丁矣依顯庚與辛若丙與丁即戊與己亦若庚與辛也（本篇十一）次三試之若戊大于庚則己亦大于辛也若等亦等若小亦小任作幾許倍恒如是也（本篇十四）則倍一甲之

戊倍三乙之巳與倍二丙之庚倍四丁之辛其等大小必同類也而甲與丙若乙與丁矣

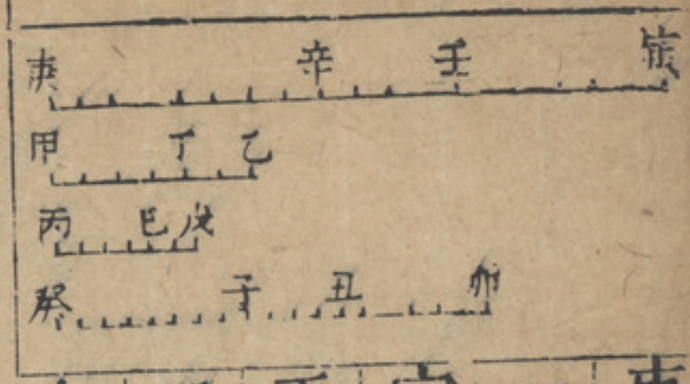
第十七題 分理

相合之兩幾何爲比例等則分之爲比例亦等



解曰相合之兩幾何其一爲甲乙丁乙其一爲丙戊巳戊比例等者甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也題言分之爲比例亦等者甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也

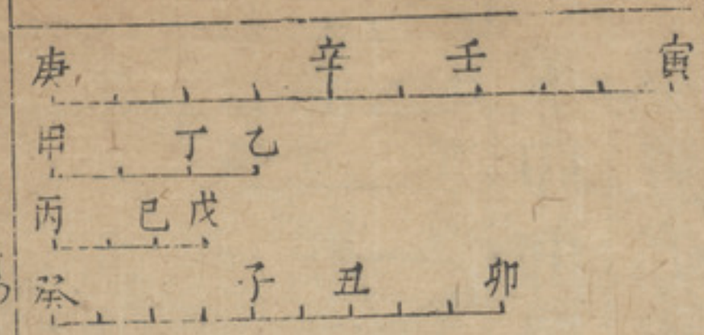
論曰試以甲丁丁乙丙巳巳戊同任倍之爲庚辛辛壬爲癸子子丑卯庚壬之倍甲乙若庚辛之倍甲丁也亦若癸子之倍丙巳也 本篇一 夫癸子之倍丙巳亦若癸丑之倍丙戊也次別以丁乙巳戊同任倍之爲壬寅爲丑卯其一辛壬之倍二丁乙既若三子丑之倍四巳戊而五壬寅之倍二丁乙亦若六丑卯之倍四巳戊卽辛寅之倍丁乙亦若子卯之倍巳戊也 本篇二 夫一甲乙與二丁乙之比例既若三丙戊與四巳戊而一與三二與四各所倍等卽三試之若一甲乙所倍之庚壬大于二丁乙所倍之辛寅卽三丙戊所倍之癸丑亦大于四巳戊所倍之子卯也若等亦等若小亦小也 本卷界說六 如



庚壬小于辛寅而癸丑小于子卯者即每減一同用之辛壬子丑其所存庚辛亦小于壬寅而癸子亦小于丑卯矣依顯庚壬等辛寅而癸丑等子卯者即庚辛等壬寅而癸子等丑卯矣庚壬大于辛寅而癸丑大于子卯者即庚辛大于壬寅而癸子大于丑卯矣夫庚辛爲甲丁之倍癸子爲丙巳之倍壬寅爲丁乙之倍丑卯爲巳戊之倍而甲丁丙巳之所倍視丁乙巳戊之所倍其等大小皆同類則甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也

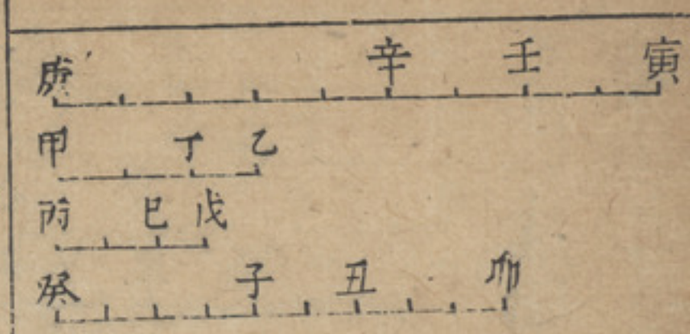
第十八題 合理

兩幾何分之爲比例等則合之爲比例亦等



解曰甲丁丁乙與丙巳巳戊兩分幾何其比例等者甲丁與丁乙若丙巳與巳戊也題言合之爲比例亦等者甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也

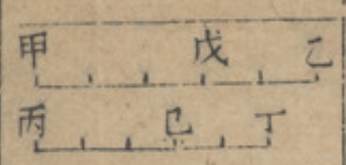
論曰如前論以甲丁丁乙丙巳巳戊同任倍之爲庚辛辛壬爲癸子子丑本篇二次別以丁乙巳戊同任倍之爲壬寅爲丑卯即庚壬之倍甲乙若癸丑之倍丙戊也本篇一而辛寅之倍丁乙若子卯之倍



巳戊也本篇二夫一甲丁與二丁乙既若三丙巳與四巳戊而一與三二與四各所倍等卽三試之若一甲丁所倍之庚辛小于二丁乙所倍之壬寅卽三丙巳所倍之癸子亦小于四巳戊所倍之丑卯也若等亦等若大亦大也本卷界說六如庚辛小于壬寅而癸子亦小于丑卯卽每加一辛壬子丑其所并庚壬亦小于辛寅而癸丑亦小于子卯矣依顯庚辛等壬寅而癸子等丑卯卽庚壬等辛寅而癸丑等子卯矣庚辛大于壬寅而癸子大于丑卯卽庚壬大于辛寅而癸丑大于子卯矣夫一甲乙所倍之庚壬與二丁乙所倍之辛寅偕三丙戊所倍之癸丑與四巳戊所倍之子卯其等大小皆同類則甲乙與丁乙若丙戊與巳戊也本卷界說六

第十九題 其系爲轉理

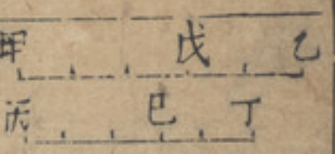
兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比例等則分餘之比例與兩全之比例亦等



解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁全之比例若截取之甲戊與丙巳題言分餘戊乙與巳丁之比例亦若甲乙與丙丁

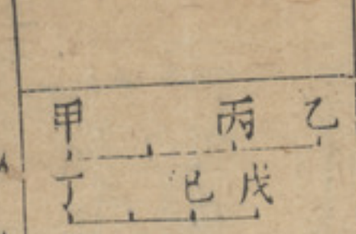
論曰甲乙與丙丁既若甲戊與丙巳試更之甲乙與甲

戊若丙丁與丙巳也本篇十六次分之戊乙與甲戊若巳丁與丙巳也本篇十七又更之戊乙與巳丁若甲戊與丙巳也本篇十六夫甲戊與丙巳元若甲乙與丙丁則戊乙與巳丁亦若甲乙與丙丁矣



一系從此題可推界說第十六之轉理如上甲乙與戊乙若丙丁與巳丁即轉推甲乙與甲戊若丙丁與丙巳也何者甲乙與戊乙既若丙丁與巳丁試更之甲乙與丙丁若截取之戊乙與巳丁也本篇十六即甲乙全與丙丁全又若分餘之甲戊與丙巳矣本題又更之則甲乙與甲戊若丙丁與丙巳也本篇十六此轉理也

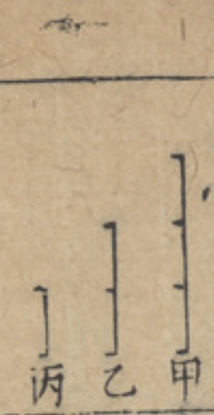
注曰凡更理可施于同類之比例不可施于異類若轉理不論同異類皆可用也依此系即轉理亦賴更理爲用似亦不可施于異類矣今別作一論不賴更理以爲轉理明轉理可施于異類也



論曰甲乙與丙乙若丁戊與巳戊即轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁巳何者甲乙與丙乙既若丁戊與巳戊試分之甲丙與丙乙若丁巳與巳戊也本篇十七次反之丙乙與甲丙若巳戊與丁巳也本篇四次合之甲乙與甲丙若丁戊與丁巳也本篇十八

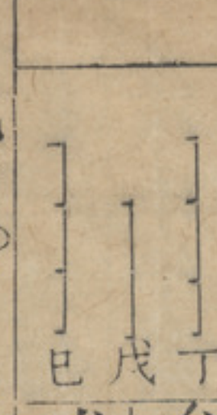
第二十題三支

有三幾何又有三幾何相爲連比例而第一幾何大于第三則第四亦大于第六第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六



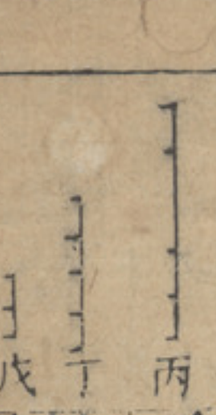
先解曰甲乙丙三幾何丁戊巳三幾何其甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與巳而甲大于丙題言丁亦大于巳

論曰甲既大于丙即甲與乙之比例大于丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦大于丙與乙矣本篇十三又丙與乙之比例若巳與戊乙與丙若戊與巳反之之則丙與乙若巳與戊即丁與戊之比例大于巳與戊矣是丁大于巳也本篇十



次解曰若甲丙等題言丁巳亦等

論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙矣本篇七而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦若丙與乙矣本篇十一又丙與乙之比例若巳與戊反理即丁與戊之比例亦若巳與戊矣是丁巳等也本篇九



後解曰若甲小于丙題言丁亦小于巳

論曰甲既小于丙即甲與乙之比例小于丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊即

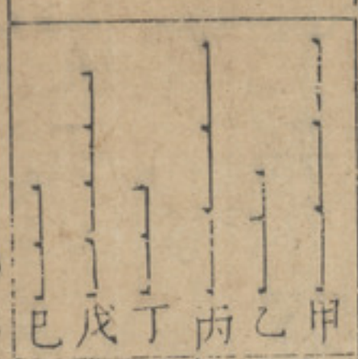
丁與戊之比例。亦小于丙與乙矣。又丙與乙之比例。若巳與戊反理。即丁與戊之比例。小于巳與戊矣。是丁小于巳也本篇十

第二十一題三十支

有三幾何。又有三幾何。相爲連比例而錯。以平理推之。若第一幾何。大于第三。則第四亦大于第六。若第一或等或小于第三。則第四亦等亦小于第六

解曰。甲乙丙三幾何。丁戊巳三幾何。相爲連比例不序。不序者。甲與乙。若戊與巳。乙與丙。若丁與戊也。以平理推之。若甲大于丙。題言丁亦大于巳

論曰。甲既大于丙。即甲與乙之比例。大于丙與乙本篇八而甲與乙。若戊與巳。即戊與巳之比例。亦大于丙與乙也。又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。亦若戊與丁也本篇四則戊與巳。大于戊與丁也。是丁大于巳也本篇廿



次解曰。若甲丙等。題言丁巳亦等

論曰。甲丙既等。即甲與乙之比例。若丙與乙。亦若戊與巳。即丙與乙之比例。若丙與乙。亦若戊與丁本篇七而甲與乙。若戊與巳。即丙與乙之比例。亦若戊與巳也。又乙與丙。既若丁與戊。反之。即丙與乙。亦若戊與丁本篇四則戊與巳。若戊與丁也。是丁巳等

也本篇九

後解曰若甲小于丙題言丁亦小于巳

論曰甲既小于丙即甲與乙之比例小于丙與乙若戊與巳即戊與巳之比例小于丙與乙而甲與乙若戊與巳之比例小于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙若戊與丁本篇四則戊與巳小于戊與丁也是丁小于巳也本篇十

第二十二題平理之序

有若干幾何又有若干幾何其數等相爲連比例則以平理推

解曰有若干幾何甲乙丙又有若干幾何丁戊巳而甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與巳題言以平理推之甲與丙之比例若丁與巳

論曰試以甲與丁同任倍之爲庚爲辛別以乙與戊同任倍之爲壬爲癸別以丙與巳同任倍之爲子爲丑其一甲與二乙既若三丁與四戊即倍甲之庚與倍乙之壬若倍丁之辛與倍戊之癸也本篇四依顯一乙與二丙既若三戊與四巳即倍乙之壬與倍丙之子若倍戊之

甲 庚
乙 壬
丙 子
寅
丁 辛
戊 癸
巳 丑
卯

甲庚
乙壬
丙子
寅
丁辛
戊癸
己丑
卯

癸與倍己之丑也是庚壬子三幾何辛癸丑三幾何又相爲連比例矣次三試之若庚大于子即辛必大于丑也本篇二十若等亦等若小亦小也則倍一甲之庚倍三丁之辛與倍二丙之子倍四己之丑等大小皆同類也是甲與丙若丁與己也本卷界說六其幾何自三以上如更有丙與寅若己與卯亦依顯甲與寅若丁與卯也何者上既顯甲與丙若丁與己而今稱丙與寅若己與卯即以甲丙寅作三幾何以丁己卯作又三幾何相爲連比例依上推論亦得甲與寅之比例若丁與卯也自四以上可至無窮依此推顯

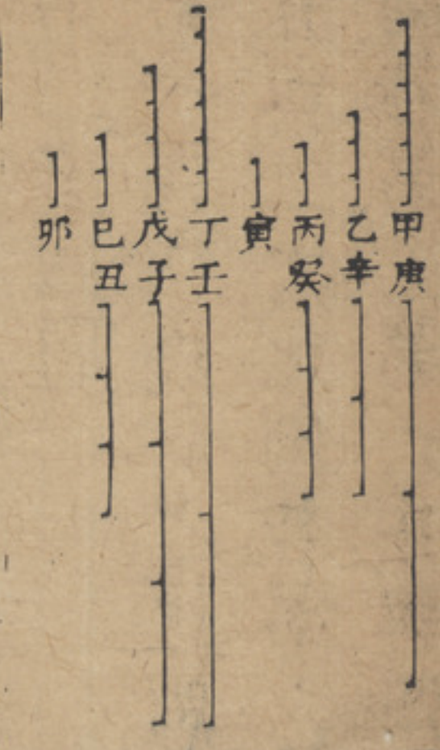
第二十三題 平理之錯

若干幾何又若干幾何相爲連比例而錯亦以平理推

甲庚
乙辛
丙癸
寅
丁壬
戊子
己丑
卯

解曰甲乙丙若干幾何丁戊己若干幾何相爲連比例而錯者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也題言以平理推之甲與丙之比例亦若丁與己

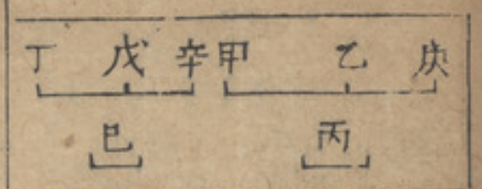
論曰試以甲乙丁同任倍之爲庚辛壬別以丙戊己同



任倍之爲癸子丑即甲與乙若所自倍之庚與辛本篇十五而甲與乙既若戊與巳即庚與辛亦若戊與巳本篇十一戊與巳又若所自倍之子與丑即庚與辛亦若子與丑本篇十一依顯一乙與二丙既若三丁與四戊即倍一乙之辛與倍二丙之癸若倍三丁之壬與倍四戊之子也本篇四是庚辛癸三幾何壬子丑三幾何又相爲連比例而錯矣次三試之若庚大于癸即壬亦大于丑若等亦等若小亦小本篇廿一則一甲一乙一丁所倍之庚壬與二丙四巳所倍之癸丑等大小皆同類也是一甲與二丙若三丁與四巳本卷界說六如三以上既有甲與乙若巳與卯乙與丙若戊與巳又有丙與寅若丁與戊亦顯甲與寅若丁與卯何者依上論先顯甲與丙若戊與卯次丙與寅又若丁與戊即以甲丙寅作三幾何丁戊卯作又三幾何相爲連比例而錯依上論亦得甲與寅若丁與卯四以上悉依此推顯

第二十四題

凡第一與二幾何之比例若第三與四幾何之比例而第五與二之比例若第六與四則第一第五并與二之比例若第三第六并與四



解曰一甲乙與二丙之比例若三丁戊與四巳而五乙庚與二丙若六戊辛與四巳題言一甲乙五乙庚并與二丙若三丁戊六戊辛并與四巳

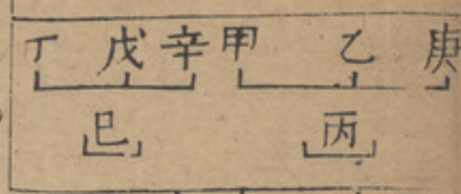
論曰乙庚與丙既若戊辛與巳反之丙與乙庚若巳與戊辛也本篇四又甲乙與丙既若丁戊與巳而丙與乙庚亦若巳與戊辛平之甲乙與乙庚若丁戊與戊辛也本篇廿二又合之甲庚全與乙庚若丁辛全與戊辛也本篇十八夫甲庚與乙庚既若丁辛與戊辛而乙庚與丙亦若戊辛與巳平之甲庚與丙若丁辛與巳矣本篇廿二

注曰依本題論可推廣第六題之義作後增題第六題言幾倍後增題不止言倍其義稍廣矣

增題此兩幾何與彼兩幾何比例等于此兩幾何每截取一分其截取兩幾何比例等則分餘兩幾何與彼兩幾何比例亦等

解曰如上圖甲庚丁辛此兩幾何與丙巳彼兩幾何比例等者甲庚與丙若丁辛與巳也題言截取之甲乙與丙若丁戊與巳則分餘之乙庚與丙亦若戊辛與巳

論曰甲乙與丙既若丁戊與巳即反之丙與甲乙若巳與丁戊也本篇四又甲庚與丙既若丁辛與巳而丙

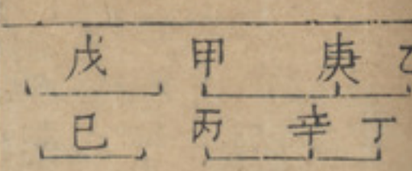


與甲乙亦若巳與丁戊即平之甲庚與甲乙若丁辛與丁戊也本篇廿二又分之乙庚與甲乙若戊辛與丁戊也本篇十七夫乙庚與甲乙既若戊辛與丁戊而甲乙與丙若丁戊與巳即平之乙庚與丙若戊辛與巳也本篇廿三

第二十五題

四幾何爲斷比例則最大與最小兩幾何并大于餘兩幾何并

解曰甲乙與丙丁之比例若戊與巳甲乙最大巳最小題言甲乙巳并大于丙丁戊并

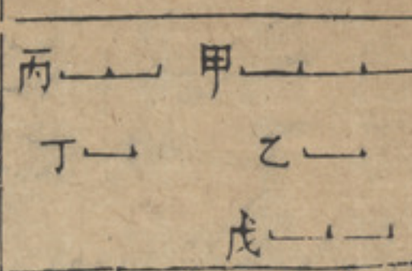


論曰試于甲乙截取甲庚與戊等于丙丁截取丙辛與巳等即甲庚與丙辛之比例若戊與巳也亦若甲乙與丙丁也夫甲乙全與丙丁全既若截取之甲庚與丙辛即亦若分餘之庚乙與辛丁也本篇十九而甲乙最大必大于丙丁即庚乙亦大于辛丁矣又甲庚與戊丙辛與巳既等即于戊加丙辛于巳加甲庚必等而又加不等之庚乙辛丁則甲乙巳并豈不大于丙丁戊并

第二十六題

第一與二幾何之比例大于第三與四之比例反之則第

二與一之比例小于第四與三之比例

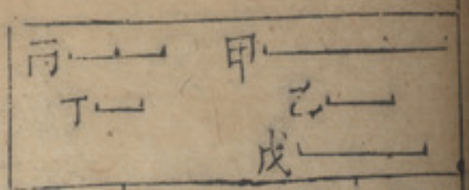


解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言反之二乙與一甲之比例小于四丁與三丙

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊本篇十則乙與戊之比例大于乙與甲也本篇八反之則乙與戊之比例若丁與丙本篇四而乙與甲之比例小于丁與丙

第二十七題

第一與二之比例大于第三與四之比例更之則第一與三之比例亦大于第二與四之比例

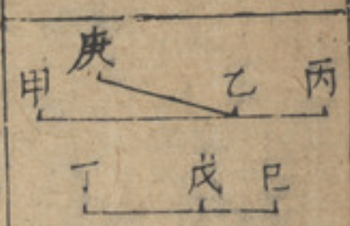


解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四丁題言更之則一甲與三丙之比例亦大于二乙與四丁

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙之比例大于戊與乙而甲幾何大于戊本篇十則甲與丙之比例大于戊與丙也本篇八夫戊與乙之比例既若丙與丁更之則戊與丙之比例亦若乙與丁本篇十六而甲與丙之比例大于乙與丁矣

第二十八題

第一與二之比例大于第三與四之比例合之則第一第二并與二之比例亦大于第三第四并與四之比例

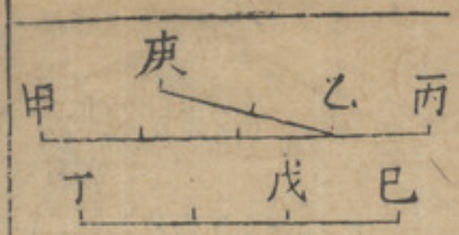


解曰。一甲乙與二乙丙之比例。大于三丁戊與四戊巳。題言合之。則甲丙與乙丙之比例。亦大于丁巳與戊巳

論曰。試作庚乙與乙丙之比例。若丁戊與戊巳。即甲乙與乙丙。而甲乙幾何大于庚乙矣（本篇十）此二率者。每加一乙丙。即甲丙亦大于庚丙。而甲丙與乙丙之比例。大于庚丙與乙丙也（本篇八）夫庚乙與乙丙之比例。既若丁戊與戊巳。合之。則庚丙與乙丙之比例。亦若丁巳與戊巳也（本篇十八）而甲丙與乙丙之比例。大于丁巳與戊巳矣

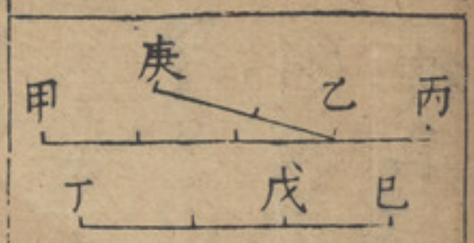
第二十九題

第一合第二與二之比例。大于第三合第四與四之比例。分之。則第一與二之比例。亦大于第三與四之比例



解曰。甲丙與乙丙之比例。大于丁巳與戊巳。題言分之。則甲乙與乙丙之比例。亦大于丁戊與戊巳

論曰。試作庚丙與乙丙之比例。若丁巳與戊巳。即甲丙與乙丙之比例。亦大于庚丙與乙丙。而甲丙幾何大于庚丙矣（本篇十）此二率者。每減一同用之乙丙。即甲乙亦大于庚乙。而甲乙與乙丙之比例。大于庚乙與

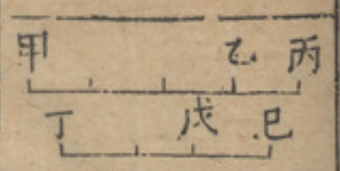


乙丙也本篇八夫庚丙與乙丙之比例既若丁巳與戊巳分之則庚乙與乙丙之比例亦若丁戊與戊巳也本篇十七而甲乙與乙丙之比例大于丁戊與戊巳矣

第三十題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四之比例轉之則第一合第二與一之比例小于第三合第四與三之比例

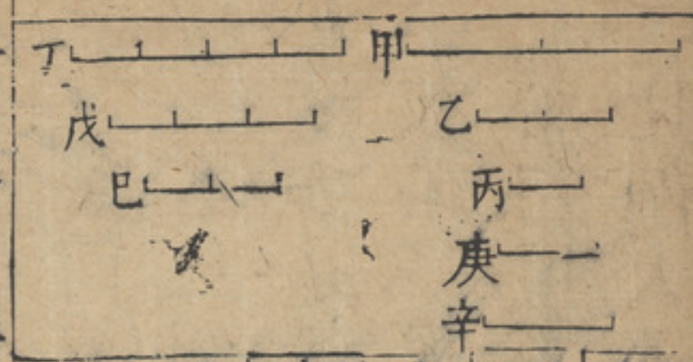
解曰甲丙與乙丙之比例大于丁巳與戊巳題六轉之則甲丙與甲乙之比例小于丁巳與丁戊



論曰甲丙與乙丙之比例既大于丁巳與戊巳分之即甲乙與乙丙之比例亦大于丁戊與戊巳也本篇廿九又反之乙丙與甲乙之比例小于戊巳與丁戊矣本篇廿六又合之甲丙與甲乙之比例亦小于丁巳與丁戊也本篇廿八

第三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第一與二之比例此第二與三之比例大于彼第二與三之比例如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三之比例



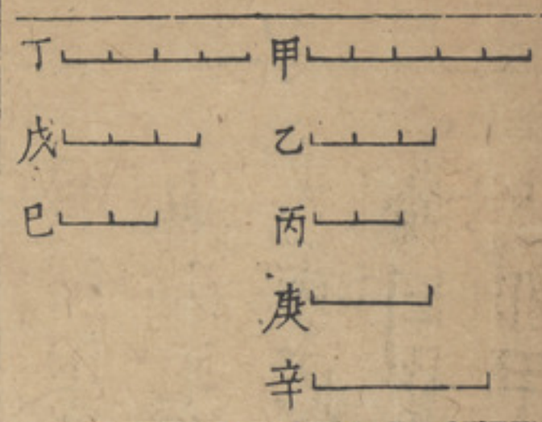
解曰甲乙丙此三幾何丁戊巳彼三幾何而甲與乙之比例大于丁與戊乙與丙之比例大于戊與巳如是序者題言以平理推則甲與丙之比例亦大于丁與巳

論曰試作庚與丙之比例若戊與巳即乙與丙之比例大于庚與丙而乙幾何大于庚本篇八是甲與小庚之比例大于甲與大乙矣本篇八夫甲與乙之比例元大于丁與戊即甲與庚之比例更大于丁與戊也次作辛與庚之比例若丁與戊即甲與庚之比例亦大于辛與庚而甲幾何大于辛本篇十是大甲與丙之比例大于小辛與丙矣本篇八夫辛與丙之比例以平理推之若丁與巳也本篇廿二則甲與丙之比例大于丁與巳也

第三十二題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第二與三之比例此第二與三之比例大于彼第一與二之比例如是錯者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三之比例

解曰甲乙丙此三幾何丁戊巳彼三幾何而甲與乙之比例大于丁與戊乙與丙之比例大于戊與巳也

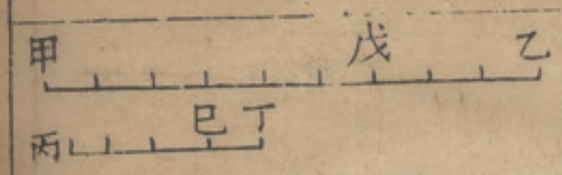


者題言以平理推則甲與丙之比例亦大于丁與巳

論曰試作庚與丙之比例若丁與戊即乙與丙之比例大于庚與丙而乙幾何大于庚本篇十是甲與小庚之比例大于甲與大乙矣本篇八夫甲與乙之比例既大于戊與巳即甲與庚之比例更大于戊與巳也次作辛與庚之比例若戊與巳即甲與庚之比例亦大于辛與庚而甲幾何大于辛本篇十是大甲與丙之比例大于小辛與丙矣本篇八夫辛與丙之比例以平理推之若丁與巳也本篇廿三則甲與丙之比例大于丁與巳也

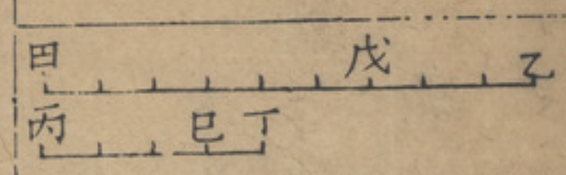
第三十三題

此全與彼全之比例大于此全截分與彼全截分之比例則此全分餘與彼全分餘之比例大于此全與彼全之比例



解曰甲乙全與丙丁全之比例大于兩截分甲戊與丙巳題言兩分餘戊乙與巳丁之比例大于甲乙與丙丁

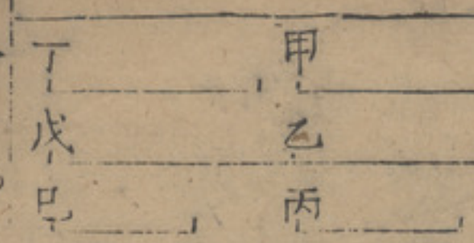
論曰甲乙與丙丁之比例既大于甲戊與丙巳更之即甲乙與甲戊之比例亦大于丙丁與丙巳也



本篇廿七又轉之甲乙與戊乙之比例小于丙丁與巳丁也本篇三十又更之甲乙與丙丁之比例小于戊乙與巳丁也本篇廿七戊乙與巳丁分餘也則分餘之比例大于甲乙全與丙丁全矣依顯兩全之比例小于截分則分餘之比例小于兩全

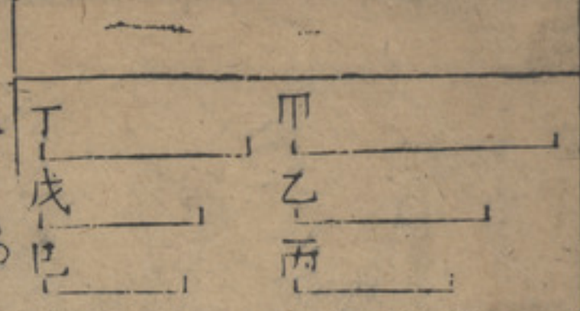
第三十四題三支

若干幾何又有若干幾何其數等而此第一與彼第一之比例大于此第二與彼第二之比例此第二與彼第二之比例大于此第三與彼第三之比例以後俱如是則此并與彼并之比例大于此末與彼末之比例亦大于此并減第一與彼并減第一之比例而小于此第一與彼第一之比例

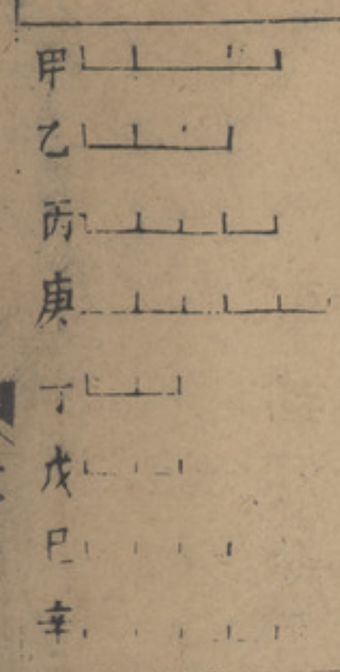


解曰如甲乙丙三幾何又有丁戊巳三幾何其甲與丁之比例大于乙與戊乙與戊之比例大于丙與巳題先言甲乙丙并與丁戊巳并之比例大于丙與巳次言亦大于乙丙并與戊巳并後言小于甲與丁

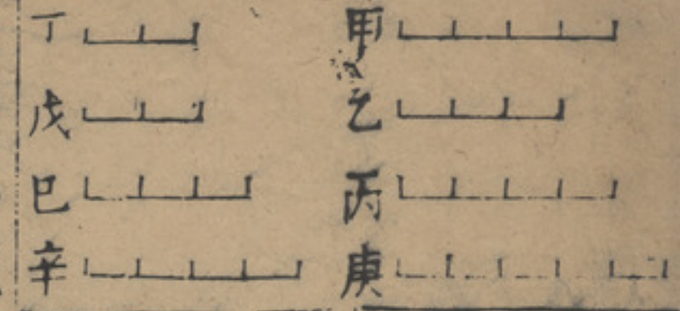
論曰甲與丁之比例既大于乙與戊更之即甲與乙之比例大于丁與戊也本篇廿七又合之甲乙并與乙之比例大于丁戊并與戊也本篇廿八又更之甲乙并與丁戊并之



比例。大于乙與戊也。本篇廿七是甲乙全與丁戊全之比例。大于減并乙與減并戊也。既爾。即減餘甲與減餘丁之比例。大于甲乙全與丁戊全也。本篇卅三依顯乙與戊之比例。亦大于乙丙全與戊巳全。即甲與丁之比例。更大于乙丙全與戊巳全也。又更之。甲與乙丙并之比例。大于丁與戊巳并也。本篇廿七又合之。甲乙丙全與乙丙并之比例。大于丁戊巳全與戊巳并也。本篇廿八又更之。甲乙丙全與丁戊巳全之比例。大于乙丙并與戊巳并也。本篇廿七則得次解也。又甲乙丙全與丁戊巳全之比例。大于減并乙丙與減并戊巳。即減餘甲與減餘丁之比例。大于甲乙丙全與丁戊巳全也。本篇卅二則得後解也。又乙與戊之比例。既大于丙與巳。更之。即乙與丙之比例。大于戊與巳也。本篇廿七又合之。乙丙全與丙之比例。大于戊巳全與巳也。本篇廿八又更之。乙丙并與戊巳并之比例。大于丙與巳也。本篇廿七而甲乙丙并與丁戊巳并之比例。既大于乙丙并與戊巳并。即更大于末丙與末巳也。則得先解也



若兩率各有四幾何。而丙與巳之比例。亦大于庚與辛。即與前論同理。蓋依上文論乙與戊之比例。大



子乙丙庚并與戊巳辛并。即甲與丁之比例。更大于乙丙庚并與戊巳辛并也。更之。即甲與乙丙庚并之比例。大于丁與戊巳辛并也。本篇十八又合之。甲乙丙庚全與乙丙庚并之比例。大于丁戊巳辛全與戊巳辛并也。又更之。甲乙丙庚全與丁戊巳辛全之比例。大于乙丙庚并與戊巳辛并也。本篇廿七則得次解也。又甲乙丙庚全與丁戊巳辛全之比例。既大于減并乙丙庚與減并戊巳辛。即減餘甲與減餘丁之比例。大于甲乙丙庚全與丁戊巳辛全也。本篇卅三則得次解也。又依前論顯乙丙庚并與戊巳辛并之比例。既大于庚與辛。而甲乙丙庚全與丁戊巳辛全之比例。大于乙丙庚并與戊巳辛并。即更大于末庚與末辛也。則得先解也。自五以上至于無窮。俱倣此論。可顯全題之旨

幾何原本第五卷終