2 A. gr. b. 546

Euclides

Erhardus Radolt Ciuis augustñ. bibliothecã
hanc Carmelitarum codice isthoc pie donauit.

Rar. 292

151. C.

Hain 6693 (almost sic)

~~Ausstellung~~

A. gr. 577

Opus elementorum euclidis ad gmetrie campani

Huic libru dedit quidam augustien ordis frm carmelitarum magr erhardus
ratdolt de augusta. cui ds vitam eternam retribuat. Anno dni .MCCC.

In 1200

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

151. C.

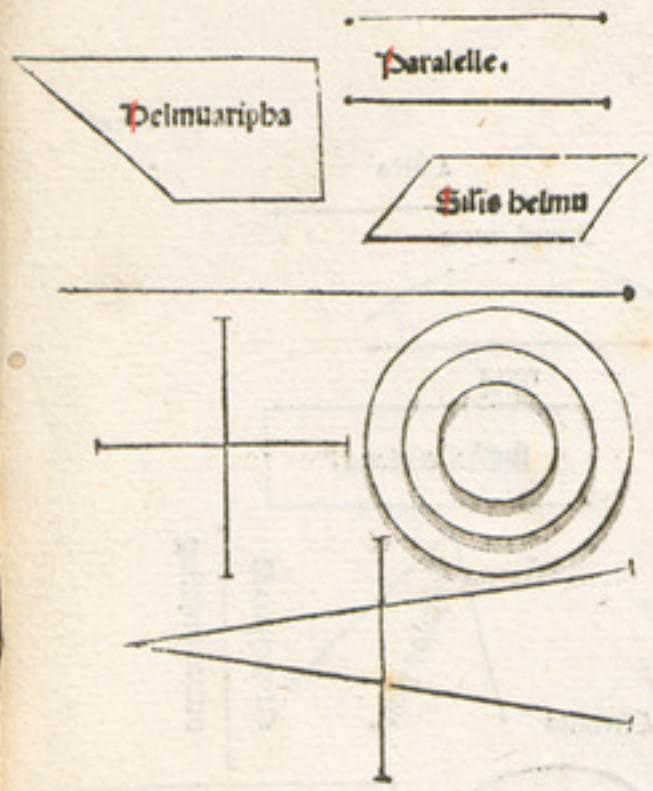
Erhardus ratdolt Augustensis impressor Serenissimo Almae urbis venetae Principi Joanni Mocenico .S.

Solebam antea Serenissime Princeps mecũ ipse cogitans admirari quid causae esset: q̃ in hac tua praepotenti ⁊ tanta urbe cũ varia auctorum veterũ nouorũq; volumina quotidie imprimerent. In hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarũ nobilissima aut nihil aut parua quaedam ⁊ frivola in tanta impressorũ copia qui in tua urbe agunt: viderent impressa. Haec cum mecũ saepius discutierem: inuenebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina scatent: ac sine quibus nihil i his disciplinis fere intelligi optime potest excogitauerant. Itaq; cum hoc ipsum tantũmodo cõmuni omnium utilitati quae ex his percipitur obstaret: mea industria nõ sine maximo labore effeci. vt qua facilitate litterarum elementa imprimuntur. ea etiam geometricae figurae conficerent. Quamobrem vt spero hoc nostro inuento hae disciplinae quas mathemata graeci appellant voluminũ copia sicuti reliquae scientiae breui illustrabũt. De quarũ laudibus ⁊ utilitate possem multa impraesens adducere ab illustribus collecta auctoribꝰ: nisi studiosis iam omnibꝰ haec nota essent. Illud etiam plane cognitũ est caeteras scientias sine mathematibꝰ imperfectas ac veluti mancas esse. Neq; hoc profecto negabũt Dialectici neq; Philosophi abnuent: in quorũ libris multa reperiunt: quae sine mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuinꝰ ille Plato moere veritatis arcanũ. vt adipisceretur cyrenas ad. Theodorum summum eo tempore mathematicũ ⁊ ad egyptios sacerdotes enauigauit. Quid q̃ sine hac vna facultate viuendi ratio nõ perfecte constat. Nam vt de musice taceam: quae nobis muneri ab ipsa natura ad perferendos facilꝰ labores ꝓcessa videtur: vt astrologiã praeteream qua exculti caelum ipsum veluti scalis machinisq; quibusdam conscendentes verum ipsius naturae argumentum cognoscimus: sine arithmetica ⁊ geometria: quarũ altera numeros altera mẽsuras docet: ciuiliter comodeq; viuere qui possumꝰ: Sed quid ego i his moror quae iam omnibus vt dixi: notiora sunt q̃ vt a me dicantur. Euclides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem geometriae rationem ꝓsummatissime complexus est: quem ego summa ⁊ cura ⁊ diligentia nullo praetermisso schemate imprimendũ curaui: sub tuo numine tutus foelixq; prodeat.

Preclarissimũ opus elementoꝝ Euclidis megarensis vna cũ cõmentis Campani ꝓspicacissimi in artẗ geometriã incipit felicit.

PUnctus est cuius ꝑs non est. ¶ Linea est longitudo sine latitudie cuius quidem extremitates sunt duo puncta. ¶ Linea recta ẽ ab vno pũcto ad alium breuissima extensio in extremitates suas vtrũq; eoꝝ recipiens. ¶ Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ ⁊ latitudinẽ tm̃ habet: cuiꝰ termini quidẽ sũt linee ¶ Superficies plana ẽ ab vna linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiẽs ¶ Angulus planus ẽ duarum lineaꝝ alterius cõtactus: quaꝝ expansio est super supficiẽ applicatioq; nõ directa. ¶ Quãdo autẽ angulũ cõtinent due linee recte rectilineꝰ angulus noiatur. ¶ Qm̃ recta linea sup rectã steterit duoq; anguli vtrobiq; fuerint eq̃les coꝝ vterq; rectꝰ erit. ¶ Lineaq; linee superstans ei cui supstat ꝑpẽdicularis vocat. ¶ Angulus vero qui recto maior est obtusus dicit. ¶ Angulꝰ vero minor recto acutꝰ appellat. ¶ Terminꝰ ẽ qd vniuscuiusq; finis ẽ. ¶ Figura ẽ q̃ termino vel terminis ꝓtinet. ¶ Circulꝰ ẽ figura plana vna q̃dẽ linea cõtenta: q̃ circũferẽtia noiat: ã cuiꝰ medio pũctꝰ ẽ a quo oẽs linee recte ad circũferentiã exeũtes sibiinuicẽ sunt equales. Et hic quidẽ punctꝰ cẽtꝝ circuli dicit. ¶ Diameter circuli ẽ linea recta q̃ sup eiꝰ centꝝ transiẽs extremitatesq; suas circũferentie applicans circulũ in duo media diuidit. ¶ Semicirculus ẽ figura plana diametro circuli ⁊ medietate circũferentie cõtenta. ¶ Portio circuli est figura plana recta linea ⁊ parte circũferentie cõtenta: semicirculo quidem aut maior aut minor. ¶ Rectilinee figure sũt que rectis lineis cõtinent̃ quaꝝ quedã trilatere q̃ tribꝰ rectis lineis: quedam quadrilatere q̃ quatuor rectis lineis: q̃dã multilatere q̃ pluribus q̃ꝫ quatuor rectis lineis continentur. ¶ Figuraꝝ trilaterarum: alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habẽs equalia latera. Alia triangulus triũ inequaliũ laterũ. Harũ iteruꝫ alia est orthogoniũ: vnũ. s. rectũ angulum habens. Alia est ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. ¶ Figurarum autem quadrilaterarũ. Alia est quadratũ quod ẽ equilateruꝫ atq; rectangulũ. Alia est tetragonus longus: que est figura rectangula: sed equilatera non est Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

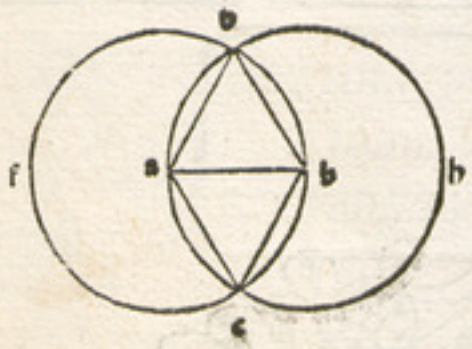


¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atq; oppositos angulos equales: idem tamẽ nec rectis angulis nec equis lateribus cõtinetur. Preter has aũt omnes quadrilatere figure helmuariphe nominantur. ¶ Equidistantes linee sunt q̃ in eadem superficie collocate atq; in alterutram partem protracte nõ conueniũt etiam si in infinitum protrahantur.

Petitiones sunt quinq;. ¶ A quolibet puncto i quemlibꝫ punctũ rectã lineam ducere atq; lineam definitãm in continuum rectũq; quãtũlibet protrahere. ¶ Super centrũ quodlibet quãtũlibet occupando spacium: circulum designare: ¶ Omnes rectos angulos sibi inuicem esse equales. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem partem protractas proculdubio coniuncti ire. ¶ Duas lineas rectas superficiem nullam concludere.

Communes animi cõceptiões sunt hee ¶ Que vni ⁊ eidẽ sunt equalia ⁊ sibiinuicẽ sunt equalia. ¶ Et si equalib⁹ eq̃lia addant̃ tota quoq; fient equalia. ¶ Et si ab eq̃libus eq̃lia auferantur que relinquũt̃ erũt equalia. ¶ Et si ab ineq̃libus eq̃lia demas q̃ relinquunt̃ erũt ineq̃lia. ¶ Et si ineq̃libus equalia addas ipsa quoq; fient ineq̃lia. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiinuicẽ erunt equales. ¶ Si fuerint due res quax vtraq; vnius eiusdẽ fuerit dimidium vtraq; erit equalis alteri. ¶ Si aliqua res alicui superponatur applicet̃q; ei nec excedat altera alteram: ille sibiinuicem erunt equales. ¶ Omne totum est maius sua pte

Siendũ est aũt ꝙ preter has animi ꝛceptiones: siue cões scias multas alias que numero sunt incõprehensibiles pretermisit Euclides: quarũ hec ẽ vna. ¶ Si due quantitates equales ad quãlibet tertiaꝫ eiusdem generis comparentur simul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul eq̃les. ¶ Item alia Quanta est aliqua quantitas ad quãlibet aliam eiusdem generis tantam esse quãlibet tertiam ad aliquam quartam eiusdem generis in quantitatibus continuis: hoc vniuersaliter verum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitudo enim decrescit in infinitum. in numeris autem non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui⁹ quarti: quoniã numerus crescit in infinitũ: sicut magnitudo in infinitũ minuitur.

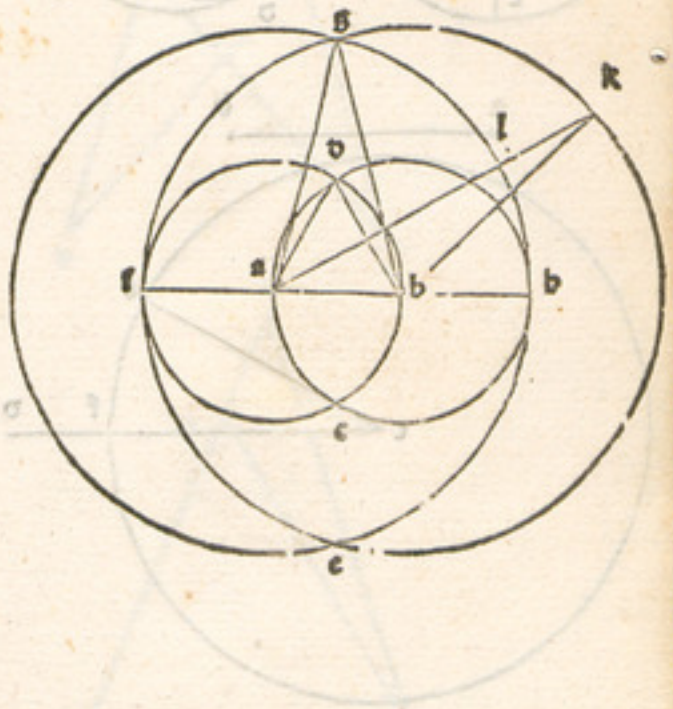


Propositio .i.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.

¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulũ equilaterũ cõstituere super alterã eius extremitatẽ. s. in puncto. a. ponam pedẽ circini immobilem: ⁊ alterũ pedem mobilem extendam vsq; ad. b. ⁊ describam ꝑm quantitatẽ ipsius linee date per secundã petitionẽ circulu;. c. b. d. f.

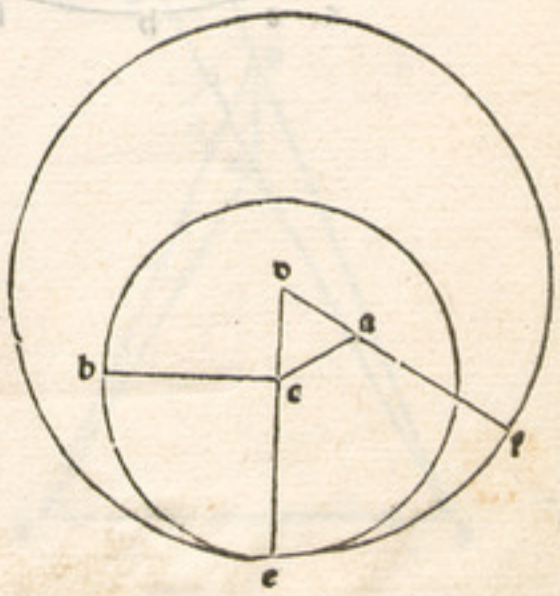
rursus alterã eius extremitatẽ.ſ.punctũ.b.faciã centrũ:ꝛ per eandẽ petitionem et ꝑm eiusdem quantitatem lineabo circulum.c.a.d.b.qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis que ſunt.c.d.ꝛ alterã duarum ſectionũ:ſicut ſectionem.d. cõtinuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis.d.a.d.b.per primã petitionem:quia ergo a puncto.a.quod eſt centrum circuli.c.b.d.protracte ſunt linee.a.d.ꝛ.a.b.vſ ꝫ ad eius circũferentiam ipſe erunt equales per diffinitionẽ circuli.Similiterꝫquoqꝫ:quia a puncto.b.quod eſt cẽtrum circuli.c.a.d. protracte ſũt linee.b.a.ꝛ.a.d.vſqꝫ ad eius circũferentiã ipſe erunt etiaꝫ equales .quia ergo vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.d.b.d.equalis eſt linea.a.b.vt probatũ eſt:ipſe erũt equales inter ſe per primã cõceptionẽ:ergo ſuper datam lineam collocauimus triangulũ equilaterum:quod eſt propoſitum.¶Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorꝫ ſpecies.ſcꝫ triangulũ duũ equaliũ laterũ ꝛ triangulũ trium inequaliũ laterum.ꝓtrahat linea.a.b. in vtrãqꝫ ptẽ vſqꝫquo occurret circũferentie amborꝫ circulorꝫ:ſuper duo puncta.f.ꝛ.b.ꝛ poſito centro in puncto.a. linee tur circulus.e.b.g.ꝑm quãtitatẽ linee.a.b. Itẽqꝫ poſito centro in puncto.b .lineet circulus.e.f.g.ꝑm quãtitatẽ linee.b.f.hi autẽ circuli interſecabunt ſe in duob⁹ punctis qui ſunt.e.g.Cõiungant igit extremitates date linee cum altera dictaꝝ ſectionum ꝑ duas lineas rectas q̃ ſunt.a.g.b.g.ꝛ qꝛ hee linee.a.b.ꝛ.a .f. exeunt a cẽtro circuli.c.d.f.ad eius circũferentiã ipſe erunt equales.Silr quoqꝫ.a.b.ꝛ .b.h. quia exeunt a cẽtro circuli.c.a.d.b.vſqꝫ ad ipſius circũferentiã ipſe erũt equales. Quia ergo vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.f.ꝛ.b.h.equalis ẽ linee.a.b.ipſe erunt inter ſe equales ergo poſito.a.b.cõi erit.b.f.equalis .a.b.ſed.b.f.eſt equalis.b.g.qꝛ ambo exeunt a centro circuli.e.f.g.ad eius circũferentiã.Silr quoqꝫ.a.b.ẽ equalis.a.g.ꝛ vtraqꝫ eaꝝ eſt maiꝛ.a.b.eo q̃ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.b.f.ꝛ.a.b.maiꝛ eſt.a.b.quare ſuper datam lineam collocauimus triangulum duorum equalium lateꝝ. ¶Triangulum etiã trium inequalium lateꝝ ſuper candẽ linea collocauim⁹:ſi aliqꝰ punctũ exiſtẽs in circũferentia alterutrius duoꝝ maioꝝ circuloꝝ qꝰ nõ ſit in altera duaꝝ ſectionũ ꝛ cui nõ obuiet.f.h.cũ in vtrãlibet ptem ꝓtracta fuerit in cõtinuũ ꝛ directũ:cõiungerimus ꝑ duas lineas rectas cũ ambabus extremitatibus date linee.Sit.n.punctus.k.ſignatus in circũferentia circuli.e.f.g.ꝛ nõ ſit in altera ſectionũ nec occurrat ei.f.h.cũ ꝓtraheret in cõtinuũ ꝛ directũ vſqꝫ ad eius circũferentiã. ꝓtrahã ergo lineas.a.k.ꝛ.b.k.ꝛ ſecabit linea.a.k.circũferentiã circuli.e. h.g. ſecet ergo i pũcto.l.eritqꝫ.b.k.equalis.a.l.qꝛ.b.k.ẽ equalis.b.g.ꝛ.a.l.equalis.a.g.quare.a .k.ẽ maiꝛ.b.k.ſed ꝛ.b.k.eſt maiꝛ.a.b.triangulus ergo.a.b. k.eſt trium inequalium laterum.Sic igitur ſuper datam lineam omnes triangulorꝫ ſpecies collocauimus.

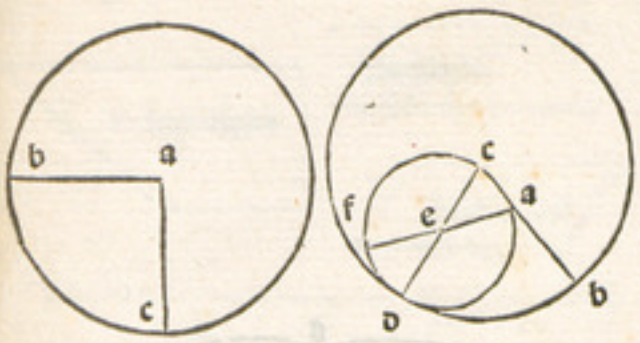


Propoſitio .2.

Dato puncto cuilibet linee recte propoſite equam rectam lineam ducere.

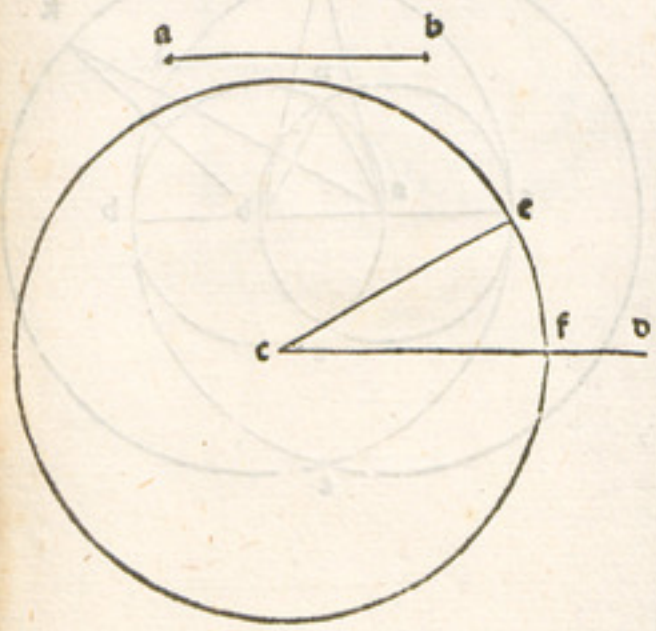
¶Sit.a.punctus dat⁹ ꝛ.b.c.linea data.volo a pũcto.a. ducere lineam vnã equalẽ linee .b.c. in quãcũqꝫ ptem cõtingat:coniungã ergo punctum.a.cũ altera extremitate linee.b.c.cum qua voluero.ꝛ coniungam ipſum.a.cũ extremitate .c.ꝑ lineam.a.c.ſup quã ꝓſtituã triangulũ eqlaterũ ꝑm doctrinã ꝑcedentis qui ſit.a.c.d.ꝛ in illa extremitate linee data cum qua coniunxi punctũ datũ.ſ.in extremitate.c.ponã pedẽ circini imobilẽ ꝛ deſcribã ſup ipſum circulum ꝑm quantitatem ipſius date linee qui ſit circul⁹.e.b. ꝛ lat⁹ triãguli





equilateri qd opponit puncto dato sez latus.d.c.ptrabã p centr circuli descripti vsqz ad eiꝰ circũferentiã: ⁊ sit tota linea sic ptracta.d.c.e.fm cuiꝰ quãtitatẽ linea/ bo circulũ posito centro in.d.qui sit circulus.e.f.⁊ postea ptrabã latus .d.a. vsqz ad circũferentiã huius vltimi circuli ⁊ occurrat circũferentie ipsius in puncto. f.di co igit q.a.f.ẽ equalis.b.c.nã.b.c.⁊.c.e.sunt equales qz exeunt a centro circuli .e. b.ad eius circũferentiã. Silr quoqz.d.f.⁊.d.c.sunt equales qz exeunt a cẽtro circu li.e.f.ad circũferentiam sed.d.a.⁊.d.c.sunt equales qz sunt latera trianguli equila teri.ergo si.d.a.⁊.d.c.demant de.d.e.⁊.d.f.que sunt eqles:erunt residua q̃ sunt a f.⁊.c.e.equalia.qz ergo vtraqz duar linear.a.f.⁊.c.b.est equalis.c.e.ipse sũt equa les inter se:quare a puncto.a.protraximus lineã.a.f.equalẽ.b.c. quod est propo/ situm.

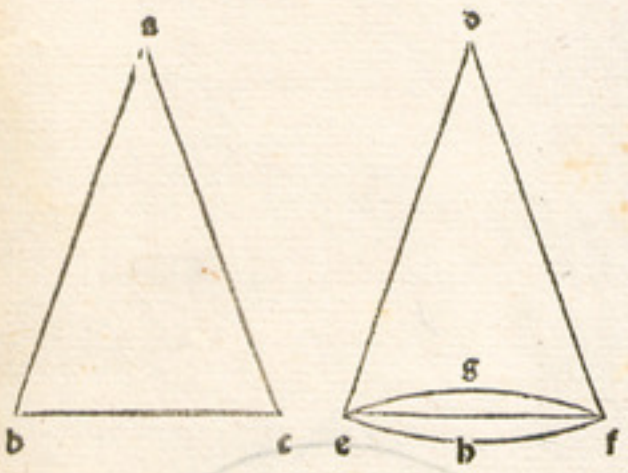
Propositio .3.



Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.

Sint due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ sit.a.b.minor volo ex.c.d. abscindere vnã q̃ sit equalis .a.b.duco ꝑmo a puncto .c.vnã lineã equalẽ .a.b. fm qd docuit ꝑcedẽs q̃ sit.c.e.posito ergo centro in puncto.c.descri bam circulũ fm quantitatẽ.c.e.qui secabit lineã.c.d.sit ergo vt secet eã in puncto .eritqz linea.c.f.equalis linee.c.e.qz ambo exeunt a centro eiusdẽ circuli ad circũ/ ferentiam:⁊ quia vtraqz duarum linear.a.b.⁊.f.c.est equalis.c.e. ipse sunt inter se equales:quod est propositum.

Propositio .4.



Omniũ duor triangulor quor duo latera vnius duob⁹ lateribus alterius equalia fuerint:duoqz anguli eor illis equilateribus contenti equales fuerint alter alteri:latera quoqz illor reliqua se se respicientia equalia :reliqui ve/ ro anguli vnius reliquis angulis alterius equales erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis. Sint duo trianguli.a.b.c.d. e.f.sitqz latus.a.b.equale lateri.d.e.⁊ latus.a.c.equale lateri.d.f.⁊ angulus.a.eq̃ lis angulo.d.tunc dico q basis.b.c.est equalis basi.e.f.⁊ angulus.b. eq̃lis angu/ lo.e. Itẽ angulus.c.equalis angulo.f.qd pbatur: supponam triangulum .a.b.c. triangulo.d.e.f.ita q angulus.a.cadat sup angulũ.d.⁊ latus.a.b.sup latus .d.e. ⁊ latus.a.c.sup latus.d.f.⁊ pz per penult.cõceptionẽ q nec anguli nec latera se se excedent eo q angulus.a.ẽ equalis angulo.d.⁊ latera supposita his quibus super ponunt per ypothesim.puncta ergo.b.c.cadent super puncta.e.f.si ergo linea.b.c cadit super lineã.e.f.patet propositum:quia cum linea.b.c.superposita linee.e.f. non excedat eã nec excedatur ab ea est ei equalis per cõuersionem penultime con/ ceptionis:eadem rõne erit angulus.b.equalis angulo.e.⁊ angulus.c. eq̃lis anglo f.si autẽ linea.b.c.nõ cadit sup lineã.e.f. sed cadit inter triangulũ sicut linea. e.g.f aut extra sicut linea.e.b.f.tunc due linee recte concludunt superficiem:quod ẽ con tra vltimam petitionem.

Propositio .5.

Omnes trianguli duum equalium laterum angulos qui su pra basim sunt equales esse necesse ẽ:q si eius duo equa lia latera directe protrahantur fient quoqz sub basi duo anguli inuicem equales.

Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.a.b.sit equale lateri.a.c.dico q angulus.a.b.c.ẽ equalis angulo.a.c.b.q si ptrabant.a.b.⁊.a.c. vsqz ad.d.⁊.e.

fiet angulus.d.b.c.equalis angulo.e.c.b.qõ sic probat: ptractis.a.b.⁊. a.c.ponã per tertiã lineã.a.d.equalem lince.a.e.⁊ protrahã lineas.e.b.d.c.⁊ intelligã duos triangulos.a.b.e.⁊.a.c.d.quos pbabo eẽ equales ⁊ equilateros ⁊ equiangulos. Sunt enĩ duo latera.a.b.⁊.a.e.trianguli.a.b.e.equalis duobus lateribus.a.c.⁊.a d.trianguli.a.c.d.⁊ angulus.a.ẽ cõis vtriqꝫ ergo p premissã basis.b.e.est equalis basi.c.d.⁊ angulus.e.est equalis angulo.d.⁊ angulus.a.b.e.equalis angulo.a.c.d Item intellige duos triangulos.d.b.c.⁊.e.c.b.quos similiter probabo esse equila teros ⁊ equiangulos.nam duo latera.d.b.⁊.d.c.trianguli.b.d.c.sunt equalia duo bus lateribus.e.c.⁊.c.b.trianguli.e.b.c.⁊ angulus.d.est equalis angulo. e.ergo per premissam basis basi:⁊ reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c.est equalis angulo.e.c.b.⁊ hoc est scõm propositum scꝫ qꝫ anguli sub basi equales sũt ⁊ angulus.b.c.d.est equalis angulo.e.b.c.sed totus.a.b.e.ẽ equalis. a.c.d. vt p/ batum fuit supra:ergo angulus.a.b.c.residuus est equalis angulo. a.c.b. residuo quorum vterqꝫ est super basim:quod primum propositum.

Propositio .6.

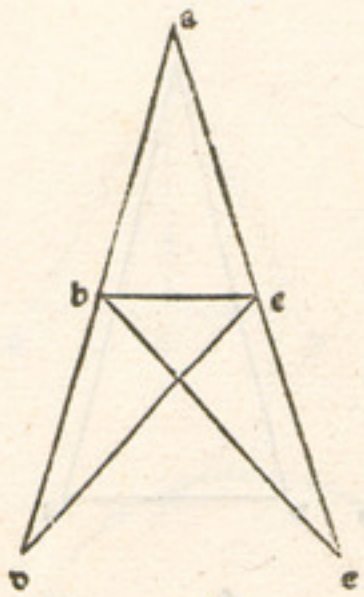
Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoqꝫ la tera angulos illos respicientia equalia erunt.

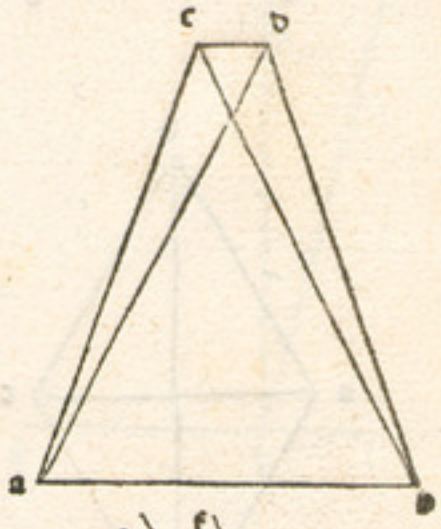
Hec ẽ cõuersa premisse quantũ ad primã eius ptẽ. Sit enĩ triangu lus.a.b.c.cuius duo anguli.b.⁊.c.sunt equales.dico qꝫ latus.a .b.ẽ equalis lateri.a.c.Si enĩ nõ sunt equales erit alterꝫ altero maius:sit/ qꝫ.a.b.maius quod resecetur ad equalitatẽ.a.c.per tertiam propositionem.vt su/ perfluum sit a parte.a.⁊ rese cetur in puncto.d.sitqꝫ .b.d .equalis.a.c. ⁊ ducat li/ nea.d.c. Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.⁊.d .b.c.quos probabo esse equi/ lateros ⁊ equiangulos:sunt enim duo latera.d.b.⁊. b. c. trianguli. d. b.c.equalia duobus lateribus.a.c.⁊.b.c.trianguli.a.b.c.⁊ angulus.b.equalis angulo.c .totali per ypothesim ergo basis.d.c.ẽ equalis basi.b.a.⁊ angulus.d.c.b.equalis angulo a.c.b.pars videlicet toti quod est impossibile.

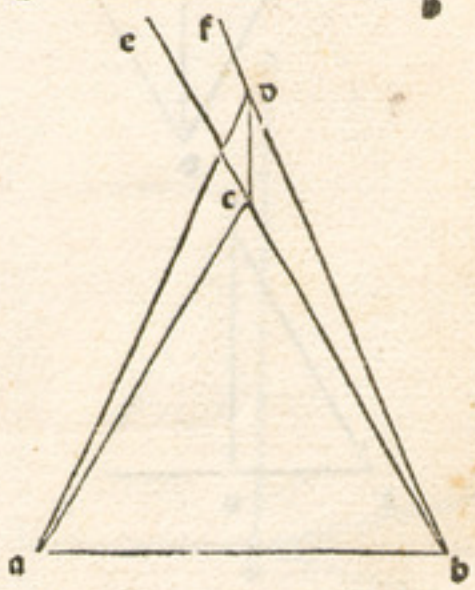
Propositio .7.

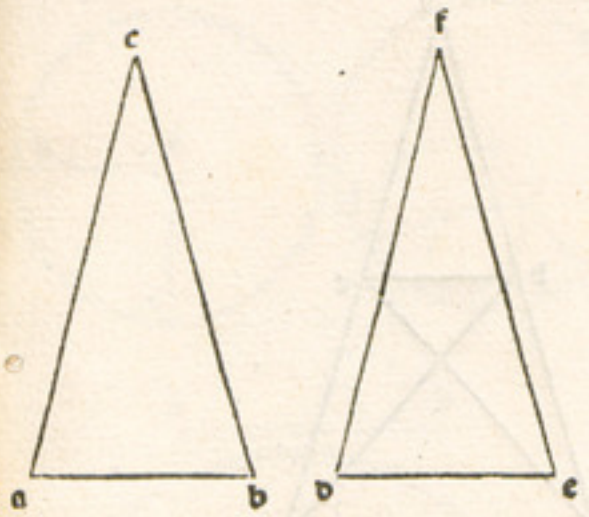
Si a duobus punctis aliquã lineã terminantibus due li/ nee ad punctũ vnum cõcurrentes exierint ab eisdem pun/ ctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales que ad aliũ concurrant in eandem partẽ duci ẽ ipossibile.

Sit linea.a.b.a cuius extremitatibus ptrahant due lince in par/ tem vnam que concurrant in eodem puncto vt sint.a.c.⁊.b.c.que cõcurrant i pun cto.c. dico qꝫ in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremita/ tibus que concurrant ad aliud punctum:ita qꝫ illa que egredietur a puncto. a.sit equalis lince.a.c.⁊ que egredietur a puncto.b.sit equalis lince.b.c. Quod si fuerit possibile protrahantur alie due lince in eandem partem que concurrant in puncto d.⁊ sit linea.a. d.equalis lince.a.c.⁊ linea.b.d. equalis. b.c. aut ergo punctus.d. cadet intra triangulum aut extra:uam in altera laterum.a.c.⁊.b.c.non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum.a .d.et b.d.secabit alteram linearum.a.c.⁊.b.c.aut neutra neutram.⁊ secet primo altera alteram ⁊ protrahatur linea.c.d.quia ergo trianguli.a.c.d.duo latera.a.c.⁊.a.d. sunt equalia.erit angulus.a.c.d.eqlis angulo.a.d.c.per quintam. Similiter quia in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.⁊.b.d.sunt equalia erũt anguli.b.c.d.⁊.b.d.c

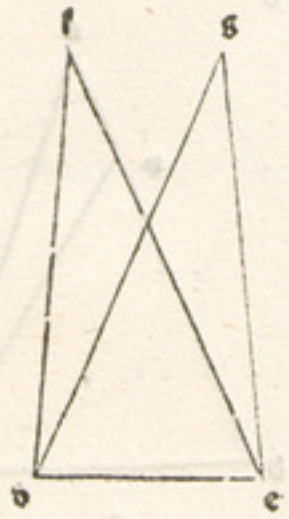








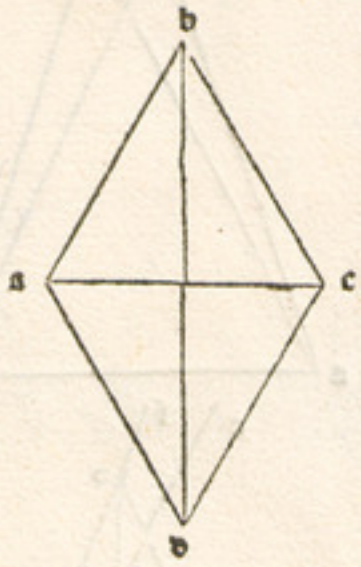
Similiter equales per eandem: ⁊ quia angulus.b.d.c.est maior angulo.a.d. c.sequitur angulum.b.c.d. esse maiorem angulo:a.c.d.partem scz toto quod est impossibile. Si autē.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita ꝙ lince non se secent protraham lineam.d.c.⁊ producam.b.d.⁊.b.c.sub basi vsqz ad.f.⁊ ad.e.⁊ quia linee.a.d.⁊.a.c.sunt equales: erunt anguli.a.c.d.⁊.a.d.c.equales per quintā. Similiter quia:b.c.⁊.b.d.sunt equales.erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f.⁊.d.c.e.equales per secundam partē eiusdem:quia ergo angulus.e.c.d. minor ē angulo. a.c.d .sequitur angulum.f.d.c.esse minorē angulo.a.d.c.quod est impossibile:⁊ codē modo deducetur aduersarius ad inconueniens:si.d.punctus cadat intra triangulum a.b.c.⁊c.



Propositio .8.

Omnium duoꝝ trianguloꝝ quorum duo latera vniꝰ duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisqz vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contētos equales esse necesse est:

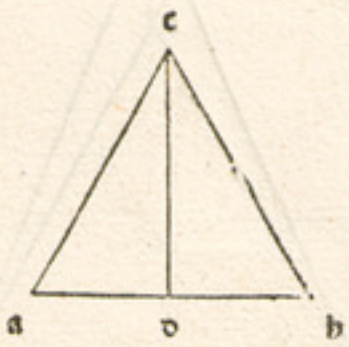
Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitqz.a.c.equalis.d.f.⁊.b.e. equalis:e.f.⁊.a.b.equalis.d.e.dico ꝙ angulus.c.ē equalis angulo.f.⁊ angulus.a .angulo.d.⁊ angulus.b.angulo.e.superponam basim.a.b.basi. d.e. que cū sint equales neutra excedet alterā per penultimā conceptionē:aut ergo punctus.c.cadet super punctum.f.aut non. Si sic:tunc quia angulus.c.superpositus erit angulo.f.et neuter eorum excedit alterum:ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis p̄dicte. Similiter argue reliquos angulos esse equales. Si autem punctus.c.non cadit super.f.sed super quemlibet alium qui sit punctus.g.quia.c.g.est equalis.b.c. inuno eadem:itemqz.d. g.equalis.a.c.erit.e.g.equalis.e.f.⁊.d.g.equalis. d. f.qd̄ est impossibile per precedentem.



Propositio .9.

Datum angulum per equalia secare.

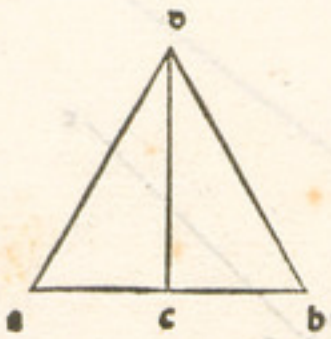
Sit datus angulus quem oportet diuidere:angulus. a.b.c. lineas ipsum continentes que sunt.a.b.⁊.b.c.ponam equales per tertiam ⁊ producam lineam.a.c.super quam constituam triangulum equilaterum.a.d.c.⁊ protraham lineam.b.d.dico ꝙ ipsa diuidit datū angulum per equalia. Intelligo duos triangulos.a.b.d.⁊.c.b.d.⁊ quia duo latera.a b.⁊.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b.⁊.b.d.trianguli.c.b. d.⁊ basis.a.d.basi.c.d. ergo per precedentem angulus.a.b.d.ē equalis angulo.c. b.d.quod est propositum facere.



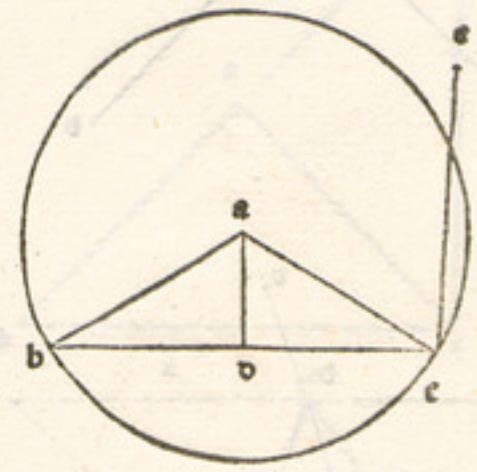
Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.

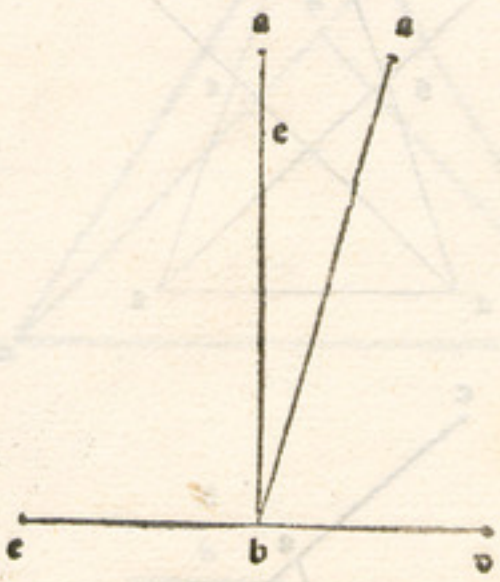
Sit proposita linea quā oportet diuidere per equalia.linea.a. b.super ipsam constituam triangulum equilaterum.a.b.c.⁊ angulum.c. diuido per equalia sm doctrinam precedentis per lineam.c. d.dico ꝙ linea.c.d.diuidit datam lineam.a.b.per equalia. Intelligo enim duos triangulos.a.c.d.⁊.b.c.d.⁊ arguo sic duo latera.a.c.⁊.c.d.trianguli. a.c.d. sunt equalia duobus lateribus.b.c.⁊.c.d.trianguli.b.c.d.⁊ angulus.c. vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.basi.d.b.quod est propositum.



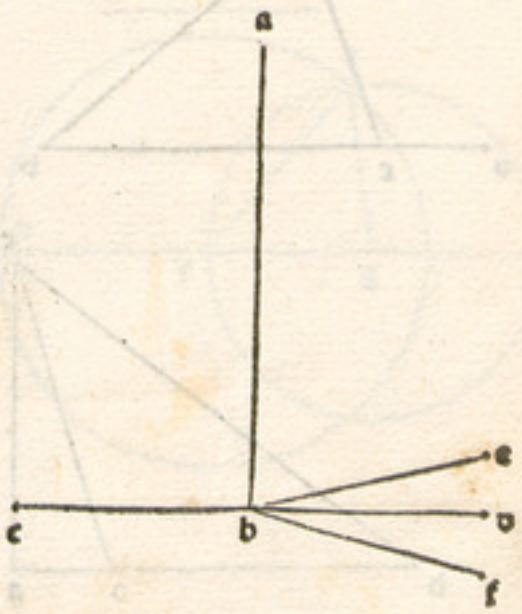
DAta linea recta a puncto in ea signato ppēdicularē extra/
here duob⁹ quidē angulis eq̄lib⁹ ac rectis vtriq3 subnixā
¶ Sit data linea.a.b.in qua sit dat⁹ pūct⁹.c.a quo oportz ppēdicu/
larē extrahere.faciā g̃ p tertiā lineā.b.c.eq̄lē lineē.a.c.ꝛ sup totā.a.b
ꝓstituo triangl'm eq̄lateꝫ.a.b.d.ꝛ ptrah⁹o lineā.c.d.de q̄ dico q̄ ipa
ē ppendicularis sup lineā.a.b. Intelligo duos triangl'os.a.c. d.ꝛ .b.c. d.ꝛ qꝛ duo
latera.a.c.ꝛ.c.d.trianguli.a.c.d.sūt eq̄lia duob⁹ laterib⁹.c.b.ꝛc.d.trianguli.c.b.
d.ꝛ basis.a.d.basi.b.d.erit p.8.angulus.a.c.d.eq̄lis angulo.b.c.d.q̄re vtercq3 co
rū erit rect⁹ p diōnē anguli recti:ꝛ linea.c.b.ppendicularis sup lineā.a.b.p diffini
tionē lineē ppendicularis qd̄ ē ꝓpositū. Propositio .12.



APuncto extra signato ad datam lineam indefinite quan/
titatis perpendicularem deducere. ¶ Sit.a.punctus signatus
extra lineam:b.c.a quo ad ipsā oportet deducere ppendicularē:pro/
bam ergo lineā.b.c.in vtrāq3 partē quantū libuerit.ꝛ sup punctū.a.
describā circulū.b.c.sic vt secet lineā datā in punctis.b.c. ꝛ ptrahaz
lineas.a.b.ꝛ.a.c.ꝛ diuidā angulū.b.a.c. p eq̄lia p lineā.a.d.p.9. dico q̄.a. d.est
ppendicularis sup lineā.b.c. Intelligo duos triangulos.a.b. d.ꝛ .a.c. d.ꝛ qꝛ duo
latera.a.b.ꝛ.a.d.trianguli.a.b.d.sūt eq̄lia duob⁹ lateribus.a. c.ꝛ. a:d. trianguli
a.c.d.ꝛ angulus.a. vni⁹ eq̄lis angulo.a.alterius:erit p.4. basis. b.d. equalis basi
d.c.ꝛ angulus.a.d.b.equalis angulo.d.b.c.q̄re vtercq3 eoꝝ rectus ꝛ linea. a.d.p/
pendicularis super lineā.b.c.p diffinitionē anguli recti ꝛ linee perpendicularis:qd̄
est propositum. Propositio .13.

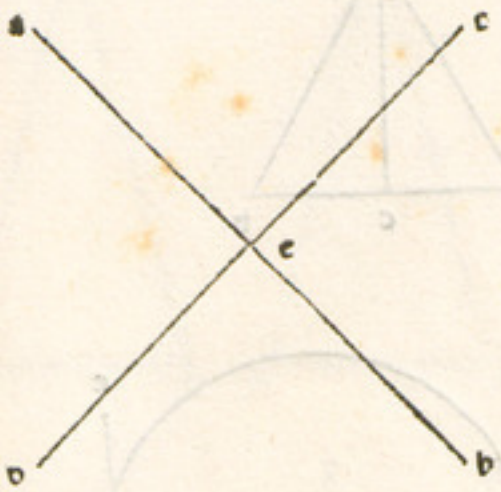


QDnis recte linee super rectam lineam stantis duo vtro/
biq3 anguli aut sunt recti aut duob⁹ rectis eq̄les. ¶ Sit vt li
nea.a.b.supstet lineē.c.d.q̄ si fuerit sup eā ppēdicularis faciet duos
anglos rectos p cōuersionē diōnis.si aūt nō fuerit sup eā ppēdicula
ris a pūcto.b.ducat'.b.e.ppendicularis sup. c.d.p.11.erūtq3 duo an
guli.e.b.c.ꝛ.c.b.d.recti p cōuersionē diffinitiōis:qꝛ ergo duo anguli.d.b.a. ꝛ.a.b
e.adequant' angulo.d.b.e.ipse cū angulo.c.b.e.erunt eq̄les duobus rectis:quare
tres anguli qui sunt.d.b.a.a.b.e.ꝛ.c.b.e.sūt eq̄les duobus rectis: sed angul⁹.c.b.
a.ē eq̄lis duob⁹ angul'.c.b.e.ꝛ.c.b.a.ergo duo ãguli.c.b.a.ꝛ.a.b.d.sūt eq̄les duo
b⁹ rectis.qd̄ ē ꝓpositū.Ex quo pz q̄ totū spaciū qd̄ in qualibet supficie plana pun
ctū qd̄libz circūstat q̄tuoꝛ rectis angul' eē eq̄le. Propositio .14.



SI due linee a pūcto vni⁹ linee i diuersas ptes exierit du/
osq3 circa se angulos rectos aut duob⁹ rectis eq̄les fece/
rint:ille due linee sibi directe coniuncte sunt ꝛ linea vna.
¶ Sit vt a pūcto.b.linee.a.b.exeāt due linee i oppositas ptes q̄ sint
b.c.ꝛ.b.d.ꝛ faciūt duos anglos qui sūt.c.b.a.ꝛ.d.b.a. eq̄les duob⁹
rectis:tūc dico q̄ due linee.c.b.ꝛ.d.b.sūt sibiinicē directe ꝯiūcte ꝛ linea vna ꝛ hec
ē q̄si ꝯuersa ꝓnis:q̄ si nō fuerit linea vna tūc ptrahat'.c.b.in cōtinuū ꝛ oirectū q̄
qꝛ nō ē linea vna cū.d.b.trāsibit sup eā vt.b.e.aut ifra eā vt.b.f.qꝛ ergo sup lineā
rectā q̄ ē.c.b.e.cadit linea.a.b.erūt anguli.c.b.a.ꝛ.e.b.a. eq̄les duob⁹ rectis per
ꝓcedentē ꝛ qꝛ oēs recti sūt adiuicē eq̄les p.3.petitionē ãguli quoqz.c.b.a.ꝛ.d.b.a
sūt eq̄les duob⁹ angul' rectis p ypothesim erūt duo ãguli.c.b.a.ꝛ.e.b.a. eq̄les duo
bus ãgulis.c.b.a.ꝛ.d.b.a.q̄ dēpto cōi anglo.c.b.a.erit angl's.e.b.a.eq̄lis anglo

d.b.a.ꝑs toti:qꝯ est impossibile:silr lineã.c.b.ꝓtractã ꝓbabis angulũ. d.b.a.eẽ equalem angulo.f.b.a.si forte diceret aduersarius lineam.c.b. protractam cadere infra.b.d.

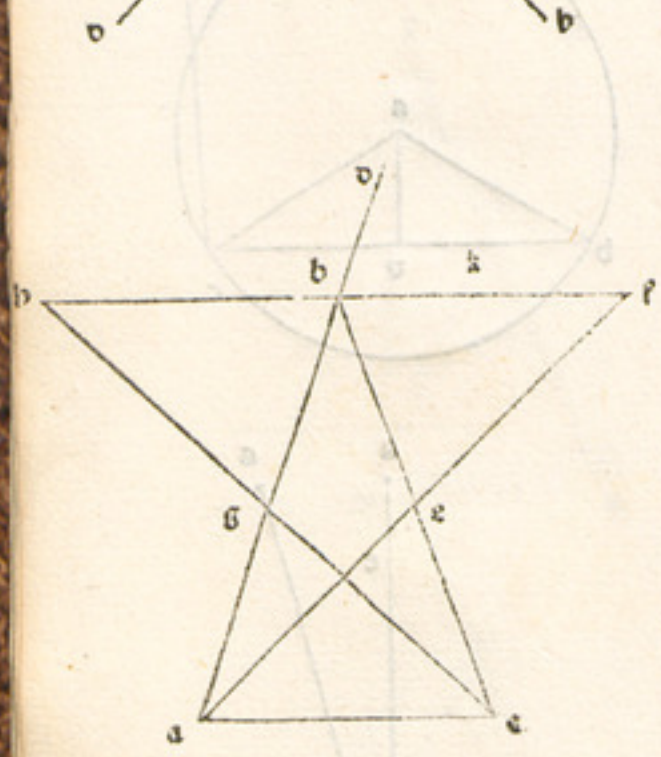


Propositio .15.

Omnium duaꝝ lineaꝝ se inuicẽ secãtiũ:oẽs anguli contra e positi sũt eq̃les:vnde manifestũ est ꝙ cũ due linee recte se inuicẽ secãt q̃tuor qui fiũt anglos q̃tuor rectis eẽ eq̃les ¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.se inuicẽ secãtes i pũcto.e.dico ꝙ angls d.c.b.ẽ eq̃lis angl'o.a.e.c.⁊ angul⁹.b.e.c.ẽ eq̃lis angulo.a.e.d .crũt eni ꝑ.13.duo anguli.a.e.c.⁊.c.e.b.equales duob⁹ rectis:itẽq; duo anguli.c .e.b.⁊ d.e.b.equales duobus rectis ꝑ eandẽ :quare duo ꝑmi sũt eq̃les duob⁹ postremis eo ꝙ oẽs recti sũt adinuicẽ eq̃les ꝑ.4.petitionẽ :dẽpto ergo cõi angulo q̃ ẽ. c.e.b. erit angulus.a.e.c.eq̃lis angulo.d.e.b.Eodẽ mõ ꝓbabit angulũ.c. e.b. eẽ eq̃lem angulo.a.e.d.qꝯ'est ꝓpositũ.

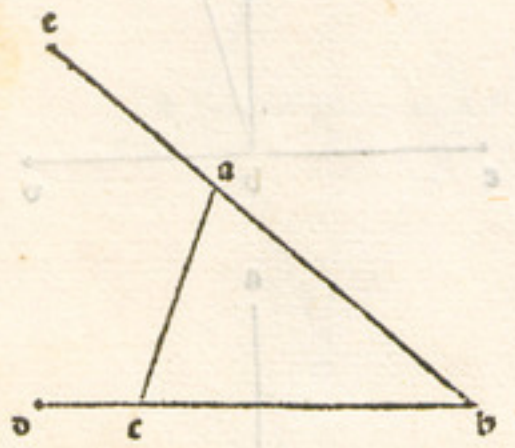
Propositio .16.

Si quotlibet lateꝝ trianguli directe ꝓtrahat faciet angulũ extrinsecũ vtroq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorẽ. ¶ Sit vt trianguli.a.b.c.latus.a.b. ꝓtrahat vsq; ad.d.dico ꝙ angulus.d.b.c.maior ẽ vtroq; duoꝝ angulorꝝ intrinsecorꝝ sibi oppositorꝝ qui sunt.b.a.c.⁊.b.c.a.diuidã eni ꝑ.10.lineã c.b ꝑ equalia in puncto.e.⁊ ꝓtrahã.a.e.vsq; ad.f.ita vt.e.f.fiat equalis.a.e.⁊ ꝓtraham lineã.f.b.intelligo duos triangulos.c.e.a.⁊.b.e.f.⁊ qꝛ duo latera.a.e. ⁊.e.c. trianguli.a.e.c.sũt equalia duobus laterib⁹.f.e.⁊.e.b.trianguli.f.e.b.⁊ angulus e.vnius ẽ eq̃lis angulo.e.alteri⁹ ꝑ premissam:qꝛ sũt anguli ꝗpositi:erit ꝑ.4.angulus.e.c.a.eq̃lis angulo.e.b.f.⁊ iõ angul⁹.e.b.d.maior erit angulo.b.c.a. Similiter quoq; ꝓbabit ꝙ est maior angulo .c.a.b.nam diuidã.a.b.per eq̃lia in puncto g.per.10.⁊ protrahã lineã.g.h.equalẽ linee.c.g.ꝑ.3.postea ꝓtrahã.h.b.k. erũtq; duoꝝ triangulorꝝ qui sũt.a.g.c.⁊.h:g.h.duo latera.a.g.⁊.g.c. primi eq̃lia duob⁹ lateribus.h.g.⁊.h.b.scõi:⁊ angulus.g.vnius angulo.g. alteri⁹ per.15.ergo per.4. angulus.b.c.a.ẽ equalis angulo.g.h.b.quare ꝑ.15.⁊ angulo.k.'b.d. ⁊ qꝛ angulus c.b.d.ẽ maior angulo.k.b.d.erit etiam maior angulo.b.a.c.quod est propositum



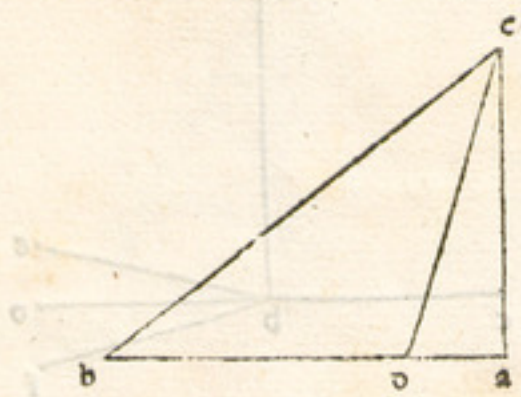
Propositio .17.

Omnis triãguli duo q̃libet ãguli duob⁹ rectis sũt mĩores ¶ Sit triangulus.a.b.c.dico ꝙ duo quilibꝫ ei⁹ anguli duob⁹ rectis sunt minores.ꝓtrahat eni vnũ latus eius vt.b.c.vsq; ad.d.eritq; ꝑ ꝑcedentẽ angulus.c.extrinsecus maior.a.⁊ maior.b.sed.c.extrinsec⁹ cum.c.intrinseco ẽ equalis duobus rectis.ꝑ.13.ergo anguli.b.⁊.c.intrinseci siue anguli.a.⁊.c.intrinseci sũt minores duob⁹ rectis:silr si ꝓtrahat latus b.a.probabitur ꝙ duo anguli.a.⁊.b.sunt minores duobus rectis quod est propositum:

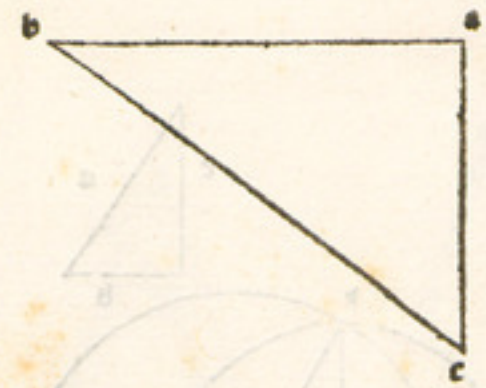


Propositio .18.

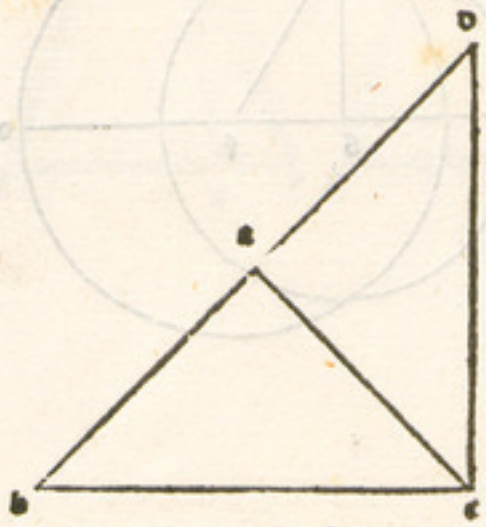
Omnis trianguli longi⁹ latus maiori angulo oppositũ ẽ: ¶ Sit vt i triangl'o.a.b.c.angl's.a.sit maior angl'o.c.dico ꝙ lat⁹.c. b.maior erit latere.a.b.si eni sit eq̃le erit ꝑ.5.angl's.a.eq̃lis angl'o.c. qꝯ ẽ ꝗ ypothesim:si aũt.a.b.sit mai⁹ resecet ad eq̃litatẽ.c.b.ꝑ.3.sit/qꝛ.d.b.eq̃le.c.b. erit ergo ꝑ.5.angulus.d.c.b.eq̃lis angulo.b.d.c.sed b.d.c.est maior angulo.b.a.c.ꝑ.16.ergo.b.c.d.ẽ maior.b.a.c.q̃re multo forti⁹ maior.a.c.b.ꝑs toto:qꝯ ẽ ipossibile.



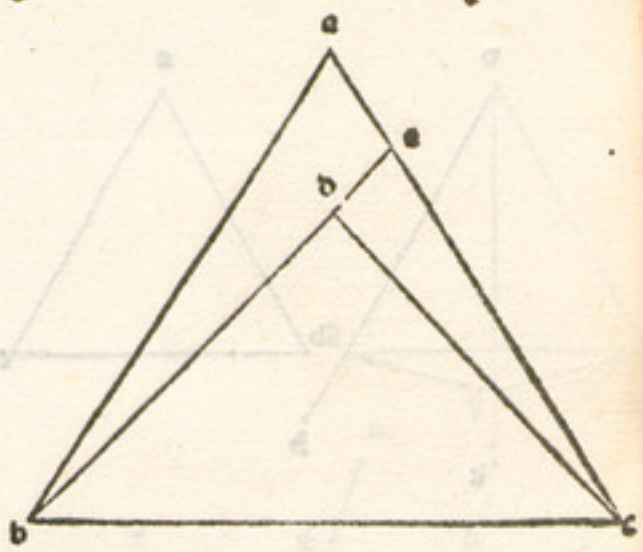
Propositio .19.



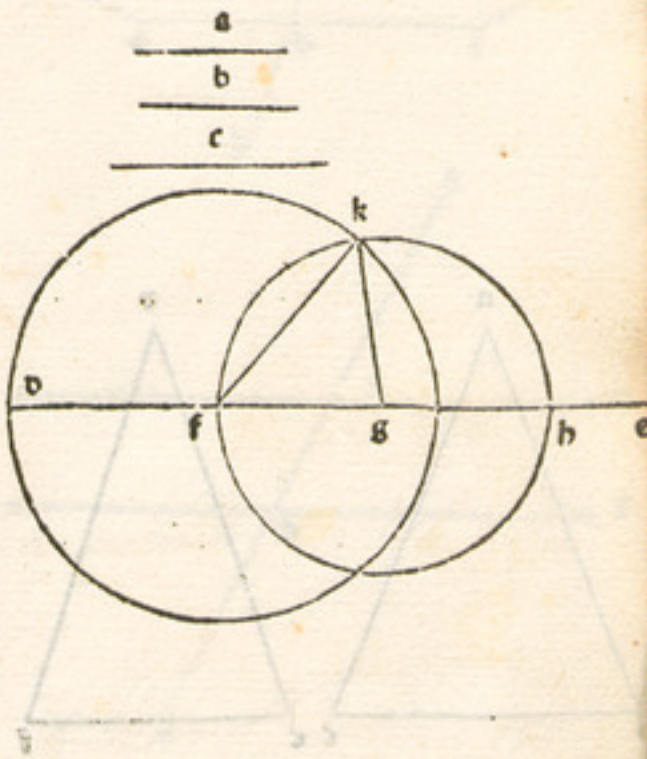
Omnis trianguli maiori angulo longi⁹ latus oppositũ ē. ¶Sit vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit maius latere. a. b.dico ꝙ angulus.a.erit maior anglo.c.ꝛ ē ꝓuersa p̃cedētis: si eni sit equalis tunc p.6.lat⁹.a.b.ē equale lateri.b.c.qd̃ ē ꝓ ypothesim.si autem.c.sit maior tunc per p̃cedentē latus.a.b.est maius latere.b.c. qd̃ est ꝓtra ypothesim quare astruit propositũ. Propositio .20.



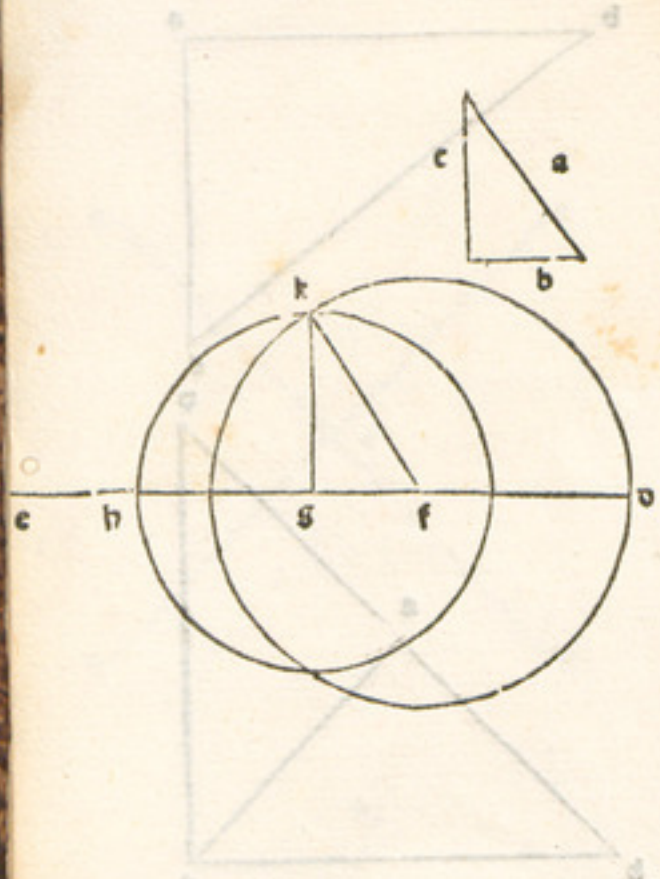
Omnis trianguli duo quelibꝫ latera simul iuncta reliquo sunt longiora. ¶Sit triangulus.a.b.c.dico ꝙ duo latera. a.b. ꝛ a.c.sunt longiora latere.b.c.protrahatur linea.b.a.vsqꝫ ad.d.ita vt a.d.sit equalis.a.c.ꝛ protrahatur.c.d.per quintam erit angulus.a. c.d.equalis angulo.d.q̃re angulus.b. c.d.ē maior angulo .d. ergo p 18.latus.b.d.est maius latere.b.c.sed.b.d.est equale.a.b.ꝛ.a.c.quare.b.a.ꝛ.a.c. simul iuncta sunt maiora.b.c. Propositio .21.



Si de duobus punctis terminalibus vnius lateris triãgu'i due linee exeuntes intra triangulũ ipsum ad punctũ vnuꝫ conueniant eedem duabus quidē reliquis trianguli lineis breuiores erunt ꝛ maiorem angulum continebunt. ¶Sit vt in triangulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris. b.c .concur/rant due linee.b.d.ꝛ.c.d.ad punctum d.intra triangulũ.a.b.c. dico ꝙ ipse simul iuncte sunt breuiores duabus lineis.a.b.ꝛ.a.c.simul iunctis ꝛ ꝙ angulus. d.ē minor angulo.a.protraham eni.b.d.vsqꝫ quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntqꝫ p 20.b.a.ꝛ.a.c.simul iuncte maiores.b.c.ergo.b.a.ꝛ.a.c.sunt maiores. b.e.ꝛ .e.c. At vero.d.e.ꝛ.e.c.simul iuncte per eandem sũt maiores.d.c.quare.b.c.ꝛ.e .c.sũt maiores.b.d.ꝛ.d.c.ꝛ quia.b.a.ꝛ.a.c.sunt maiores.b.e.ꝛ.e.c.vt probatum ē prius:erunt multo fortius maiores.b.d.ꝛ.d.c.qd̃ est primum propositum.At qm̃ angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c.per.16.ꝛ angulus.d.e.c.ē maior angulo.e.a. b.per eandem erit angulus.b.d.c.multo fortius maior angulo.b.a.c.quod est se/cundum propositum. Propositio .22.

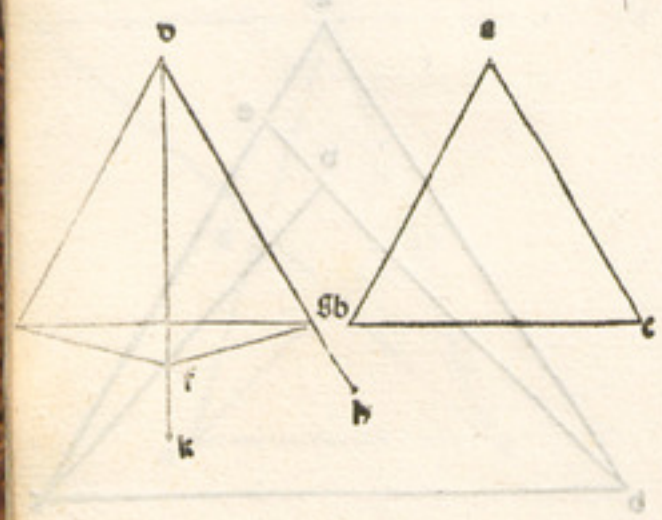


Propositis tribus lineis rectis quarũꝫ due quelibet simul iuncte reliqe sint lõgiores de trib⁹ alijs lineis sibi equa/libus triangulum constituere. ¶Sint tres linee recte propositę.a.b.c.ꝛ sint quelibet due simul iuncte longiores reliqua:aliter enim ex illis tribus equalibus triangulus non posset constitui per.20.cum ergo ex illis tribus predictis volo constituere tri/angulum:summo lineam rectam que sit.d.e.cui non pono a pte.e. determinatum finem:de qua sũmo p.3.d.f.equalem.a.ꝛ.f.g.equalem.b.ꝛ.g.h.equalem.c.facto/qꝫ puncto.f.centro describo ꝼm quantitatem linee.f.d.circulum.d.k.itemqꝫ facto g.centro describo ꝼm quantitatē linee.g.h.circulum.k.h.qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quorum vnum sit.k.alioquin sequerēt vnã dictarũ linearũ esse equalem alijs duabus iunctis aut maiorem eis: qd̃ est contrarium poni: duco ergo lineam.k.f.ꝛ.k.g.eritqꝫ triangulus.k f.g.constitutus ex tribus lineis equali/bus lineis.a.b.c.datis:sunt enim.f.d.ꝛ.f.k.equales qm̃ sunt a centro ad circum/ferentiam quare.f.k.est equalis.a.similiterqꝫ.g.h.ꝛ.g.k.sunt equales :quia exeũt a centro ad circumferentiam:quare.g.k.est equalis.c.ꝛ quia.g.f.sumpta fuit equalis.b.pꝫ ꝓpositũ manifeste. Propositio .23.



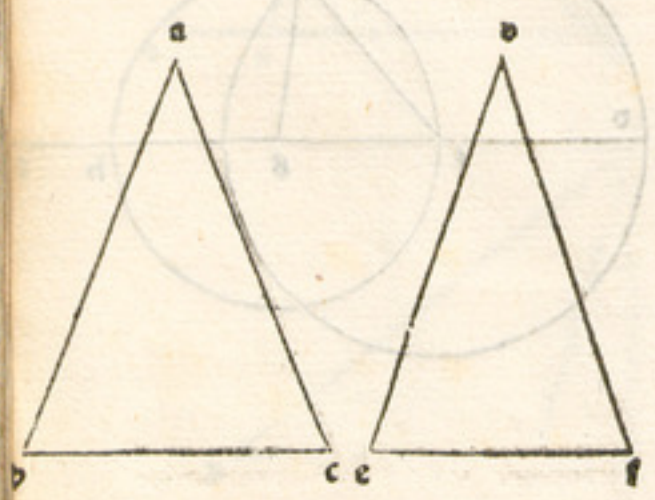
DAta recta linea sup terminũ eius cuilibet angulo ꝓposito equũ angulũ designare. ¶ Sit data linea.f.e.que ē i supiori figura: ⁊ sint linee.b.a.ꝓtinentes angulũ datũ cui subtendã basim.c sup pũctũ.f.linee.e.f.iuberē facere equalē ãgulũ ãgulo dato ad lineã e.f.adiungo.f.d.equalē linee.a.⁊ ex.f.e.sũmo.f.g.equalē.b.⁊ ex.g.e summo.g.b.equalē.c.⁊ super puncta.f.⁊.g.describo duos circulos.d.k.⁊.k.b.fm quãtitatē duaꝝ lineaꝝ.f.d.⁊.g.b.⁊ intersecantes se in puncto.k.sicut docuit pre/cedens ductisq; lineis.k.f.⁊.k.g.erunt equalia duo latera.k.i.⁊.f.g.trianguli.k.f g.duobus lateribus.a.⁊.b.trianguli.a.b.c.⁊ basis.g.k.equalis basi.c.ergo ꝑ octauam angulus.k.f.g.equalis erit angulo contento ab.a.⁊.a.b.quod est propositũ.

Propositio .14.



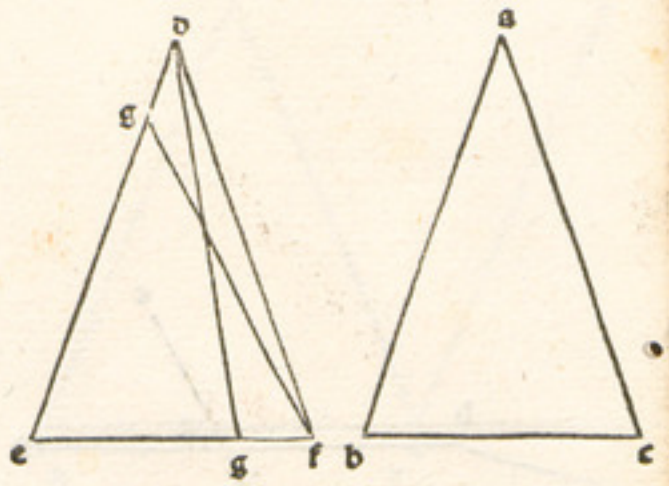
DUoꝝ triangulorꝝ quorꝝ duo latera vnius duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̃lia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus cõtentorꝝ alter altero maior basis quoq; eiusdẽ basi alteri⁹ maior erit. ¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e. f.sintq; duo latera.a.b.⁊.a.c.equalia duobus lateribus.d.e.⁊.d.f.⁊ vnũqõq; suo correlatiuo dextrũ sc; dextro: sinistrũq; sinistro: sitq; angulus.a. maior angulo.d.dato: dico ꝙ basis.b.c.maior erit basi.e.f.faciã enim iuxta doctrinam ꝑcedentis.e.d.g.equalẽ angulo.a.eritq; angulus.e.d.f.ꝑs eius ⁊ ponã.d.g.eq̃lẽ a.c.⁊ ꝓtrahã.e.g.q̃ aut transibit supra.e.f.vt secet lineã.d.f.aut sup.e. f.vt sit se/cũ linea vna: aut infra. Transeat ergo ꝓmo supra ⁊ qr.a.b.⁊.a.c.latera trianguli.a b.c.sũt eq̃lia.e.d.⁊.d.g.lateribus trianguli.e.d.g.⁊ angulus. a. angulo. d.totali: erit ꝑ.8.basis.b.c.eq̃lis basi.e.g.at vero qr.d.g.⁊.d.f.sunt eq̃les.nã vtraq; ē eq̃/lis.a.c.erit ꝑ.5.angulus.d.f.g.equal' anglo.d.g.f.q̃re.d.f.g.maior erit.f.g.e.g̃.e. f.g.multo fortiꝰ maior ē eodẽ.f.g.e.g̃ ꝑ.18.latus.e.g: maius ē latere.e.f.q̃re ⁊.b.c. maior ē.e.f.qõ ē ꝓpositũ. Si vero.e.g.trãseat sup.e.f.⁊ sit secũ linea vna tunc.e.f erit ꝑs.e.g.ꝑ vltimã ergo ꝓceptionẽ ꝑ ꝓpositũ. si vero.e.g.trãseat infra.e.f.ꝓtra hant̃ duc linee.d.f.⁊.d.g.q̃ sũt eq̃les vt ꝓbatũ ē vsq; ad.k.⁊ ad.b.fientq; ꝑ scõd; ptẽ quiti sub basi.f.g.anguli.k.f.g.⁊.f.g.b.eq̃les quare ãgulꝰ.e.f.g.maior erit an gulo.f.g.e.ergo ꝑ.18.latꝰ.e.g.maiꝰ ē latere.e.f.q̃re.b.c.maior ē.e.f. qõ est ꝓpositum. Istud vltimũ mẽbrũ posset etiã probari ꝑ.21.ꝑ ipsã cui erũt i dispõne tertia due linee.d.g.⁊.e.g.maiores duabus lineis.d.f.⁊.f.e.⁊ qr.d.g.ē equalis.d .f.pro pter hoc ꝙ ambe sunt eq̃les.a.c.erit.g.e.maior.e.f.q̃re ⁊.b.c.maior qõ est propo situm: melius tamẽ est demonstrare priori modo vt in omni dispositione arguat̃ per quintam.

Propositio .25.



DUoꝝ triangulorꝝ quorꝝ duo latera vniꝰ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̃lia: basis vero vni⁹ basi alteri⁹ fuerit maior erit quoq; angulꝰ trianguli maioris illis equis lateribus cõtentus angulo alterius se respiciente maior. ¶ Sint duo triãgli.a.b.c.d.e.f.sintq; duo latera.a.b.⁊.a.c.ꝑmi eq̃lia duob⁹ laterib⁹.d.e.⁊.d.f.secũdi vnũqõq; suo correlatio: sitq; basis.b.c.maior basi.e.f.dico ꝙ anglꝰ.a.maior erit anglo.d.hec ē ꝓuersa ꝑcedẽtis. Eq̃lis quidẽ non erit: sic enim cẽt ꝑ.4.basis.b.c.eq̃lis basi.e.f.qõ est ꝗ ypothesim: sed nec minor qr sic esset.d.maior: ⁊ ita ꝑ ꝑcedentẽ basis.e.f.erit maior basi.b.c.qõ ē ꝗriũ ꝓpositioni q̃re maior erit sicq; ꝓpositũ astruit̃. Propositio .26.

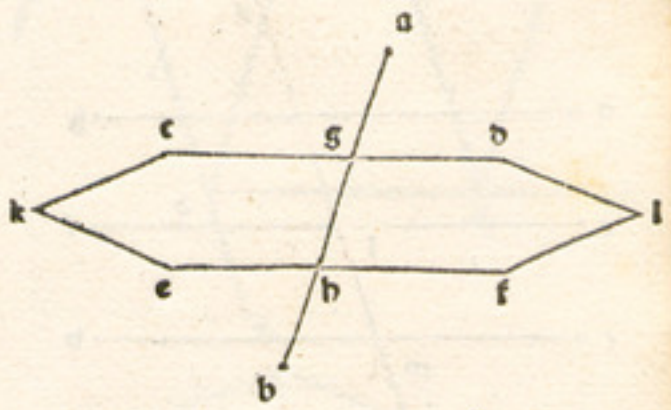
Omnium duoꝝ triangulorꝝ quorꝝ duo anguli vnius duobus angulis alterius ⁊ vterq; se respicienti equales fuerint latus quoq; vnius lateri alterius equale: fueritq; latꝰ illud inter duos angulos eq̃les aut vni eorꝝ oppositũ erũt quoq; duo vnius reliqua latera duobꝰ reliquis alterius trianguli laterib⁹ vnũqq̃ se respicienti equalia: angulusq; reliquus vnius angulo reliquo alterius equalis. ¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f. sitq; angulus.b.equalis angulo.e.⁊ angulus.c.eq̃lis angulo.f.sitq; latus.b.c.eq̃le lateri.e.f.aut alterꝝ duorꝝ laterꝝ.a.b.⁊.a.c.equale alteri duorꝝ laterꝝ. d.e.⁊.d. f.ita q̃.a.b.sit equale.d.e.aut.a.c.d.f.dico q̃ reliqua duo latera vnius erunt equalia: reliquis duobus laterib⁹ alteri⁹ ⁊ reliqu⁰ angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet.a.angulo.d. Ponã ergo p̃mo vt latus.b.c.sup q̃d iacent anguli.b.c.sit eq̃le lateri.e.f.sup q̃d iacẽt anguli.e.f.qui positi sũt eq̃les angulis.b.c.tũc dico q̃ latus.a.b.ẽ eq̃le lateri.d.e.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d. Si enĩ latus.a.b.nõ sit equale lateri.d.e.alterꝝ erit maius: sit ergo maius. d.e. q̃d resecabo ad equalitatẽ.a.b.sitq;.g.e.equale.a.b.⁊ p:ducã lineã.g.f.eritq; p.4.angulus.g f.e.equalis angulo.a.c.b.quare ⁊ angulo.d.f.e.p; toti q̃d est impossibile: erit ergo d.e.equale.a.b.ergo p.4.d.f.equale.a.c.⁊ angulus.d.eq̃lis angulo.a. q̃d ẽ p̃mum mẽbrũ diuisiõis ꝓposite. Sint rursus vt pri⁹ duo anguli.b.⁊.c.eq̃les duobus angulis.e.⁊.f.sitq; latus.a.b.q̃d opponitur angulo.c.eq̃le lateri.d. e.q̃d opponitur angulo.f.cui positus ẽ eq̃lis angulus.c.dico q̃ latus.b.c.erit eq̃le lateri.e.f. ⁊ latꝰ a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d.si enĩ latus.e.f.non fuerit equale lateri.b.c. erit alterꝝ maius: sit ergo.e.f.maius: ponat itaq;.e.g.eq̃le.b.c.⁊ p:ducam lineã d.g. eritq; p.4.angulus.d.g.e.equalis angulo.a.c.b.quare ⁊ angulo.d.f.e. extrinsecus videlicet intrinseco q̃d ẽ impossibile: p.16.erit ergo.e.f.equale.b.c. ergo p.4. latꝰ.d.f.eq̃le lateri.a.c.⁊ angulus.d.totalis angulo.a.q̃d ẽ scõm membꝝ diuisionis ꝓposite: quare totũ manifeste p;.



Propositio .27.

Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosq; angulos coalternos sibiinuicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

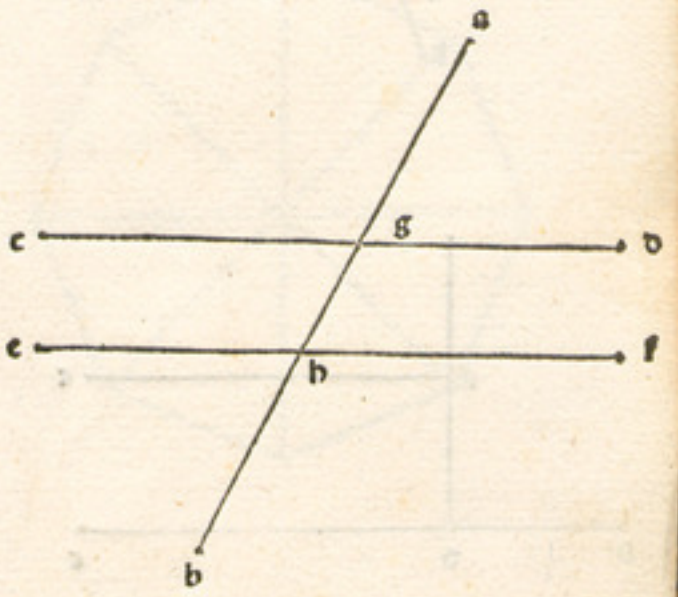
¶ Sit vt linea.a.b.cadat super duas lineas.c.d.⁊.e.f.⁊ secet lineaꝰ c.d.in puncto.g.⁊ lineã.e.f.in puncto.b.sitq; angulus.d.g.b.equalis angulo.e.b.g.dico q̃ linee.c.d.⁊.e.f.sunt equidistantes. Si enĩ nõ concurrant aut ad p̃tẽ.c.e.sup punctũ.k. aut a p̃te.d.f.sup punctũ.l.⁊ qualitercũq; fuerit accidet impossibile p. 16.videlicet angulũ extrinsecũ ẽ equalẽ intrinseco: nã vn⁹ dictorũ angulorꝝ coalternorꝝ qui positi sunt eq̃les erit extrinsecus ⁊ reliqu⁹ intrinsec⁹ q̃ igit ipossibile ẽ eas cõcurrere i alterutrã p̃tẽ ꝓtractas ipse p̃ diffinitionẽ erũt equidistantes: quod est propositum.



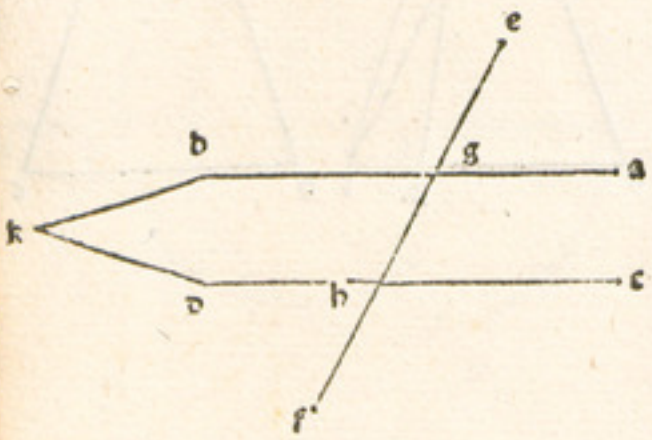
Propositio .28.

Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex vna p̃te duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

¶ Sit vt linea.a.b.secet duas lineas.c.d.⁊.e.f.in puncto .g.⁊ .h.sitq; angulus.g.extrinsecus eq̃lis angulo.h.intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem parte sumpti sint equales duobus angulis

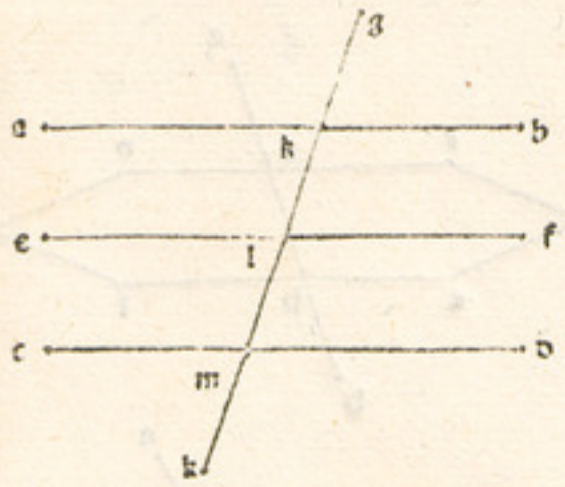


rectis:dico q̃ duc linee.c.d.⁊.e.f.sunt equidistantes.Sit ergo p̃mo angulus.d.g a.eq̃lis angulo.f.b.g.eritq̃ per.15.angulus.c.g.b.equalis eidẽ angulo.f.b.g.q̃re per p̃missam.d.⁊.e.f.sunt equidistantes.Sint rursus duo anguli.d.g.b.⁊.f.b.g. equales duobus rectis:⁊ q̃ per.13.duo anguli.d.g.b.⁊.c.g.b.sunt sil̃r eq̃les duo/ bus rectis erit angulus.c.g.b.equalis angulo.f.b.g.quare per premissã.c.d.⁊. e.f erunt equidistantes:quod est ꝓpositũ. Propositio .29.



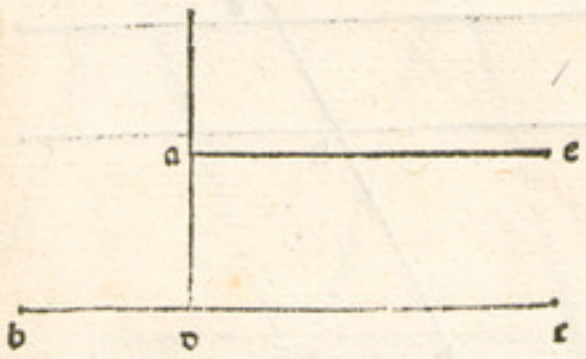
Si duab⁹ lineis equidistantibus linea supuenerit duo an/ li coalterni equa les erunt:angulusq̃ extrinsec⁹ ãgulo intrinseco sibi opposito equalis Itẽq̃ duo anguli intrise ci ex alterutra pte constituti duob⁹ rectis angulis eq̃les.

¶ Sint duc linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes sup quas cadat linea .e.f secans eas in punctis.g.⁊.h.dico q̃ anguli.g.⁊.h.coalterni sunt equales:⁊ q̃ an/ gulus.g.extrinsec⁹ ẽ equalis angulo.h.itrinseco sibi opposito ex eadẽ pte sumpto: ⁊ q̃ anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadẽ pte sumpti sunt eq̃les duobus rectis. ⁊ hec est cõuersa duaꝝ precedentiũ. Primũ sic pz.Si enim angul⁹.b.g. h.nõ ẽ equalis angl'o c.h.g.alter coꝝ erit maior:sit ergo maior angulus.c.h.g.⁊ q̃ duo anguli.c. h.g.⁊ g.h.d.sunt eq̃les duobus rectis ergo p.13.erunt duo anguli.h.g.h.⁊.d.h.g.mino res duobus rectis ergo p quartã petitionẽ duc linee.a. b:⁊.c. d.si ꝓtrahant̃ con/ current in parte.b.⁊.d.ad punctũ aliquẽ vt ad.k.nõ ergo sunt equidistantes per tionem qõ ẽ ꝓtra ypothesim:⁊ q̃ hoc ẽ impossibile:erunt igit̃ duo anguli coalter/ ni.h.g.h.⁊.c.h.g.eq̃les qõ est primũ ꝓpositũ.Ex hoc pz scõm:est enim p.15.angu/ lus.h.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit eq̃lis angulo.c.h.g. ex/ trinsecus videlicet intrinseco:qõ ẽ scõm ꝓpositum.Ex hoc rursus pz tertiũ. Sunt enim p.13.duo anguli.a.g.e.⁊.a.g.h.equales duob⁹ rectis:ergo duo anguli.a.g.h. ⁊.c.h.g.erunt etiã equales duob⁹ rectis qui sunt duo intrinseci ex eadẽ parte sum/ pti:quod est tertiũ propositum. Propositio .30.



Si fuerint duc linee vni equidistantes eedem sibiinuicem equidistantes erunt.

¶ Sint duc linee.a.b.⁊.c.d.quaꝝ vtraq̃ equidistet linee.e.f.dico il las duas videlicet.a.b.⁊.c.d.eẽ equidistantes.hoc aũt ẽ vniuersali/ ter veꝝ siue duc linee.a.b.⁊.c.d.sint in vna supficie cũ linea.e.f.sine nõ:hic tamẽ nõ intelligit̃ nisi ꝑm q̃ oẽs sunt in supficie vna:scõm enim q̃ sunt i di/ uersis supficieb⁹ ꝓbat̃ in nona libri. 11.q̃ sunt equidistãtes.Sint ergo in oẽs sup/ ficie vna:ꝓtrahã aũt lineã.g.h.secantẽ lineas.a.b.⁊.c.d.in punctis.k.l.m.⁊ quia a.b.equidistat.e.f.erit angulus.b.k.l.equalis angulo.c.l.k.per primã ptẽ p̃ceden tis cum illi sint coalterni:atq̃.c.d.equidistat.e.f.erit angulus.k.l.e.extrinsec⁹ eq̃/ lis angulo.l.m.c.intrinseco p scõam ptem p̃cedentis ergo angulus.b.k. l.ẽ equa/ lis angulo.c.m.l.qui cum sint coalterni erunt per.27.linee.a.b.⁊.c.d. equidistan tes:quod est propositum. Propositio .31.



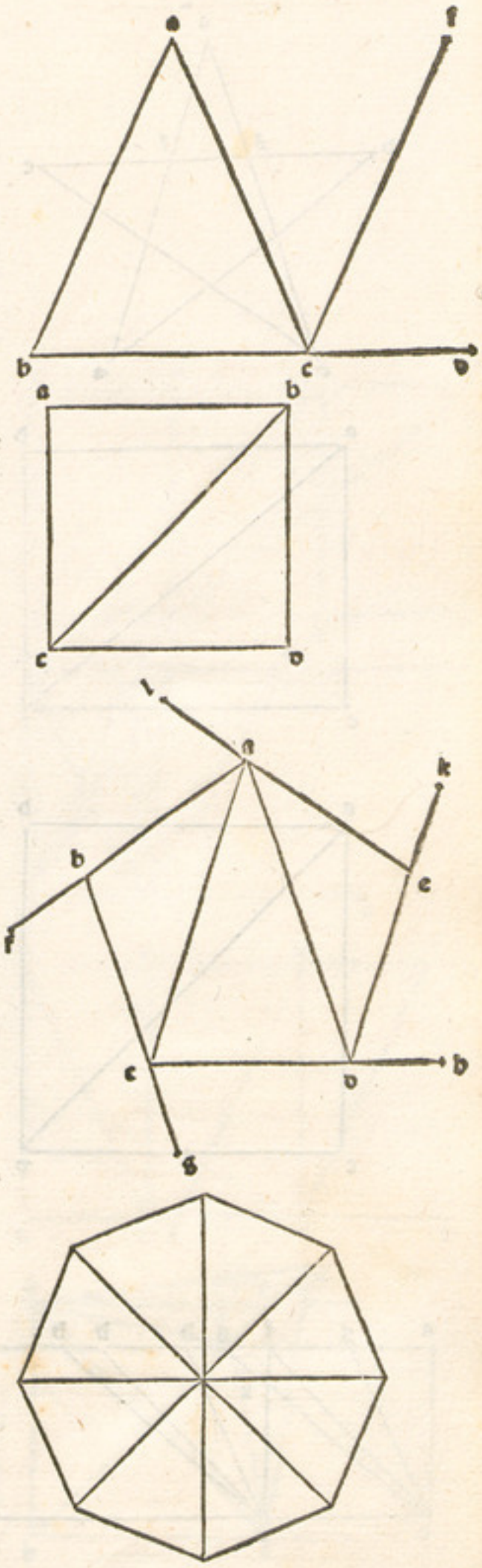
Puncto extra lineam dato linee proposite equidistantẽ ducere.

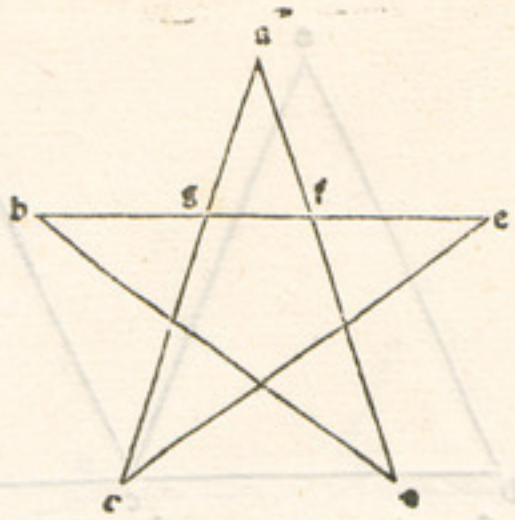
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq̃ pro/ trahatur per ipsũ nõ transit.Sit ergo punctus.a.datus extra lineaꝝ b.c.a quo oportet protrahere lineam equidistantem. b.c. protra/ bo lineam.a.d.qualitercunq̃ contingat ⁊ super punctum. a. qui est extremitas

linee.a.d.ꝓstituo ãgulũ.e.a.d.ꝑ doctrinã.23. eq̃lẽ ãgulo.b.d.a.sibi coalterno:eritq; e.a.eq̃distans.b.c.ꝑ.27.qd̃ ẽ ꝓpositũ. Propositio 32.

Omnis trianguli ãgulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis. Omnes autẽ tres ãgulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

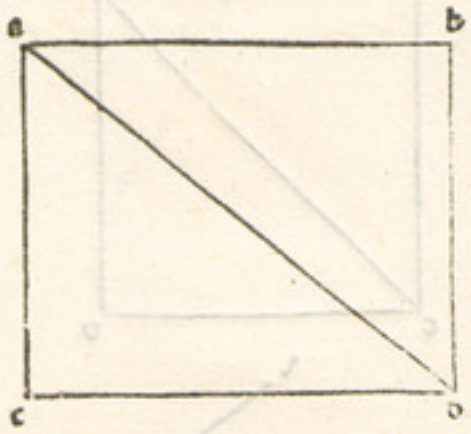
Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.b.c.ꝓtrahatur vsq; ad.d. dico q̃ angulus. c.extrinsecus est equalis duobus angulis.a.⁊.b.intrin/secis sibi oppositis sil' iunctis:⁊ q̃ tres anguli trianguli.a.b.c.sil' iuncti sunt eq̃les duobus rectis.a puncto.c.ꝓtrahã.c.f.equidistantẽ. a. b.ꝟm doctrinã ꝑcedentis: eritq; angulus.f.c.a.equalis angulo.a.q; sũt coalterni ꝑ ꝑmã partẽ.29.⁊ angulus f.c.d.extrinsec⁹ equalis angulo.b.intrinseco ꝑ scõam ꝑtẽ eiusdẽ:quare tot⁹. a.c.d. extrinsecus ẽ equalis duob⁹ angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis:qd̃ ẽ primus ⁊ q; duo anguli.a.c.b.⁊.a.c.d.sunt equales duobus rectis ꝑ.13.erunt tres anguli a.b.⁊.c.intrinseci eq̃les duob⁹ rectis:qd̃ ẽ scõm ꝓpositũ. Ex hac aũt ꝑ q̃ oĩs figure poligonie oẽs anguli sil' sumpti tot rectis angulis sunt eq̃les quot⁹ ẽ numer⁹ quo a prima destiterit duplicat⁹:verbi grã. Poligoniax figurax ẽ triangula ꝑma: q; si eẽt duax linecax cũ figura sit clausio linecax:tunc due linee recte includerẽt sup ficiẽ qd̃ ẽ impossibile ꝑ vltimã petitionẽ. Quadrilatera scõa:pentagona tertia. sil'r aũt q̃libet tota erit ĩ ordine quot⁹ erit numer⁹ latex aut angulox ei⁹ inde dempto binario. Dico ḡ q̃ triangule que ẽ prima oẽs anguli sunt eq̃les duob⁹ rectis. Quadrilatere q̃ ẽ scõa erũt eq̃lis q̃tuor rectis:⁊ pentagone q̃ ẽ tertia erunt eq̃les sex rectis. Hoc aũt inde manifestũ ẽ qm̃ cũ q̃libet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a ꝑma ductis rectilineis a quouis angulox ei⁹ ad oẽs angulos oppositos:sintq; oẽs anguli oĩs trianguli duob⁹ rectis eq̃les erũt oẽs laterate figure oẽs anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a ꝑma: qd̃ est ꝓpositum. Sit.n.exẽpli grã. Pentagonus.a.b.c.d.e.a cui⁹ angulo.a.ducã lineas ad angl'os c.d.sibi oppositos:eritq; totus pẽthagonus resolutus in triangulos.a.b.c.a.c.d. ⁊.a.d.e.quox cũ cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erũt pentagoni anguli equales sex rectis:qd̃ ẽ duplũ eius numeri quo a ꝑma distat:siue duplũ numeri angulox aut latex eius inde dempto. Possumus quoq; ⁊ sic idẽ ꝓponere dicentes q̃ oĩs figure poligonie oẽs anguli pariter accepti sũt tot rectis angulis eq̃les quantus est numerus quẽ eius anguli duplicant inde demptis quatuor: pũcto eni quolibet intra figurã signato ⁊ ab eo ad singulos angulos lineis ꝓtractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quãti fuerit ei⁹ anguli: iõq; oẽs anguli omniu; illox triangulox ꝑiter accepti tot rectis angulis erũt equales quãtus ẽ numer⁹ quẽ duplicãt anguli ꝓposite figure:cũ itaq; sint oẽs anguli triangulorum ĩ quos ipsa resoluta ẽ punctũ mediũ circũstantes quatuor rectis equales per.13.manifestũ cõstat ꝓpositũ. Sil'r quoq; ꝑ q̃ oĩs figure poligonie anguli oẽs extrinseci q̃tuor rectis angulis sunt equales:sũt enim intrinseci ⁊ extrinseci ⁊ bis tot rectis equales quot habuerint angl'os ꝑ.13. Intrinseci aũt sũt bis tot rectis eq̃les quot habuerit angulos dẽptis inde quatuor:ḡ extrinseci sũt q̃tuor rectis equales:qd̃ ẽ ꝓpositum Exempli grã: ꝓpositi penthagoni latera ꝓtrahant vt fiant anguli extrinseci. a.b. quidẽ ꝓtrahat vsq; ad.f.b.c.vsq; ad.g.c.d.vsq; ad.h.d.e.vsq; ad.k.e.a.vsq; ad l.eruntq; per tredecimam duo anguli.a.intrinsecus ⁊.a.extrinsecus equales duobus rectis:eadem autem ratione duo anguli.b.intrinsecus ⁊ .b. extrinsecus. sic et





ceteri: quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci ⁊ extrinseci decē rectis. dēptis igit̄ intrinsecis qui sunt eq̄les sex rectis erūt extriseci videlz. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. b. ⁊ a. e. k eq̄les q̄tuor rectis. ¶ Patet etiā q̄ ois pentagoni cui⁹ vnūqd̄q̄ lat⁹ duo secat ex reliq̄s hz. 5. angulos duob⁹ rectis eq̄les. sit q̄lis ꝓponit̄ pentagon⁹. a. b. c. d. e. ⁊ secet lat⁹. a. c. lat⁹. b. e. in pūcto. g. ⁊ lat⁹. a. d. idē lat⁹. b. e. i pūcto. f. eritq̄z angul⁹. a. f. g. eq̄lis duob⁹ angulis. b. ⁊ d. cū sit extrinsec⁹ ad ipsos i triangl'o. f. d. b. Jtemq̄z angulus. f. g. a. erit equalis duobus angulis. c. ⁊ e. cū sit extrinsecus ad ipsos i triangulo. g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. ⁊ f. g. a. cū angulo. a. sunt equales duobus rectis: ergo quatuor anguli. b. d. ⁊ c. e. sunt cum angulo. a. equales duobus rectis: q̄d est propositum.

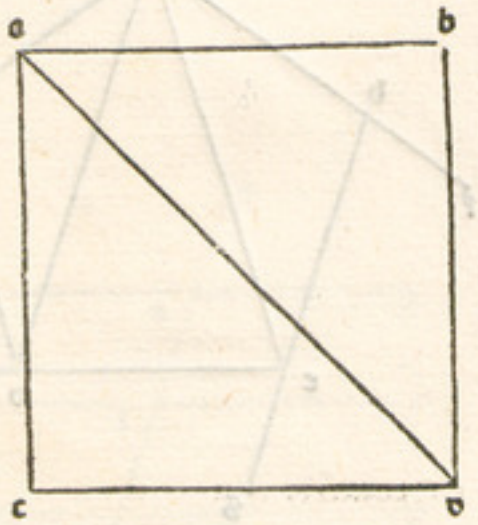
Propositio .33.



Si i sūmitatib⁹ duaꝝ lineaꝝ eq̄distātiū ⁊ eq̄lis quātitatis alie due linee ꝓiūgāt̄ ipse quoq̄z eq̄les ⁊ eq̄distātes erūt

¶ Sint due linee. a. ⁊ b. c. d. eq̄les ⁊ equidistātes q̄rū extremitates ꝓiungā p̄ lineas. a. c. ⁊ b. d. q̄s dico esse eq̄les ⁊ equidistantes: ꝓtrabā enī lineā. a. d. ⁊ q̄ linee. a. b. ⁊ c. d. sūt equidistantes erit ā̄gulus b. a. d. equalis angulo. a. d. c. p̄ primā p̄tē. 29. ergo erūt duo latera. a. b. ⁊ a. d. trianguli. a. b. d. eq̄lia duob⁹ lateribus. d. c. ⁊ d. a. trianguli. d. c. a. ⁊ angulus p̄mi eq̄lis angulo. d. scd̄i: ergo p̄ .4. basis. b. d. primi est equalis basi. a. c. scd̄i ⁊ angulus. a d. b. primi equalis angulo. d. a. c. scd̄i. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. ⁊ a. c. equidistantes per. 27. ⁊ quia prius probatum est ipsas esse equales: patet propositum vtrunq̄z.

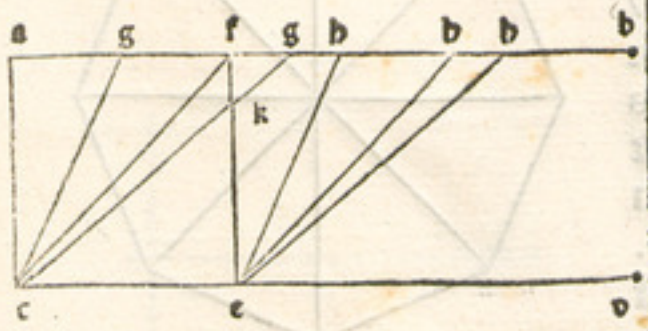
Propositio .34.



Omnis superficies equidistantibus contenta laterib⁹ lineas atq̄z angulos exaduerso collocatos habet equales diametro ⁊ diuidente eam per medium.

¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantiū latex: ita q̄ linea. a. b. equidistet. c. d. ⁊ a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. ⁊ c. d. item duas lineas a. c. ⁊ b. d. esse equales. sil'r ⁊ dico angulū. a. esse equalē angulo. d. ⁊ angulū. b. angulo. c. ꝓtrabā diametrū. a. d. que etiā diuidet supficiē illā p̄ mediū cum. a. b. ⁊ c. d sint equidistantes: erunt anguli. b. a. d. ⁊ c. d. a. qui sunt coalterni eq̄les per. 29. at quia etiā. a. c. ⁊ d. b. sunt equidistantes: erunt anguli. c. a. d. ⁊ b. d. a. qui sunt coalterni equales p̄ candē. Jntelligo enī duos triangulos. a. d. b. ⁊ d. a. c. ⁊ q: duo anguli. a. ⁊ d. trianguli. a. d. b. sunt equales duobus angulis. d. ⁊ a. trianguli. d. a. c. ⁊ latus. a. d. sup q̄d̄ iacent illi anguli in vtroq̄z triangulo ē cōc: erit p̄. 26. lat⁹. a. b. equale lateri. c. d. ⁊ latus. a. c. lateri. b. d. ⁊ angulus. b. angulo. c. ⁊ quia angulum. a totalem patet esse equalē angulo. d. totali p̄ scd̄am cōceptionē: totū ꝓpositum cum correlario liquet.

Propositio .35.



Omnes superficies equidistantiū laterū sup vnā basim atq̄z in eisdē alternis lineis cōstitute eq̄les esse probantur:

¶ Sint due linee. a. b. ⁊ c. d. equidistantes inter quas fiat. a. c. f. e. supficies equidistantiū latex sup̄ basim. c. e. ⁊ sup̄ candē basim ⁊ inter easdē lineas fiat alia supficies. g. c. b. e. sil'r equidistantiū latex: dico duas p̄dictas supficies ēē eq̄les: q̄d̄ sic ꝓbat̄. aut enī linea. c. g. secabit lineam. a. b. in aliquo puncto linee. a. f. aut in puncto. f. aut in aliquo puncto linee. b. f. secet ergo p̄mo in aliquo puncto linee. a. f. vt i p̄ma figuratiōe apparet. ⁊ q: vtraq̄z duaꝝ lineaꝝ. a. f. ⁊ g. b. ē equalis linee. c. e. per precedentē vna earum erit equalis alteri

oempta ergo linea.f.g.cõi remanebit.a.g.equalis f.b.qz per precẽdentẽ itez.ẽ.a.c.equalis.f.e.z angulus.b.f.e.angulo.g.a.c.p scõam ptẽ.29.videlicet extrinsecus intrinseco erit p.4.triangulus.a.c.g.equalis triangulo.f.e.b.ergo irregulari figura quadrilatera que est.g.c.f.e.addita vtriqz erit supficies.a.c.f.e.equalis superficici.g.c.b.e.qõ est propositũ.Secet ergo modo linea.c.g.lineam.a.b.in puncto f.vt in secunda figuratione apparet.eruntqz sibi argumentatione priori duo trianguli.a.c.f.z.f.c.b.equales:quare vtrobiqz addito triangulo.f.c.e.pz propositum Secet tertio modo linea.c.g.lineã.a.b.inter duo puncta.f.b.ut in tertia figuratione apparet:secabitqz lineã.f.e.sic vt in puncto.k.z qz simili argumentatione prior linea.a.f.ẽ equalis linee.g.b.facta cõmuni linea.g.f.erit.a.g.equalis. f.b. z triangulus.a.g.c.equalis triangulo.f.c.b.addito ergo vtriqz triangulo.c. k.e.z detracto ab vtroqz triangulo.f.k.g.erit superiicies.a.c.f.e.equalis superficici.g.c.b e.quod est propositum.

Propositio .36.

Omnia paralellograma in basibus equalibus atqz in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

Paralellogramũ dicit supficies eqdistãtiũ latez.Sint due superficies.a.b.c.d.z.e.f.g.b.equidistantiũ latez constitute inter duas lineas equidistantes que sunt.a.f.z.c.b.z super equales bases q̃ sunt c.d.z.g.b.dico eas cẽ equales.nã protraham duas lineas.c.e.z.d.f. eritqz p.33. superficies.c.d.e.f.equidistantiũ laterũ ꝓpter hoc q.e.f.est equalis z equidistans c.d.nam vtraqz eaz est equalis.g.b.quia ergo per premissam vtraqz duaz superficierum.a.b.c.d.z.e.f.g.b.est equalis superficici.c. d.e.f. ipsi erunt sibi inuicem equales:quod est propositum.

Propositio .37.

Quales sunt sibi cuncti trianguli qui sup eandẽ basim atqz inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

Sint duo triãguli .a.b.c.z.d.b.c.cõstitute super basim.b.c.inter duas lineas.a.e.z.b.f.que sint equidistantes dico eas esse equales ꝓtrabã eni.c.g.equidistantẽ.a.b.z.c.b.equidistantẽ.d.b.p.31.erũt qz due superficies .a. b.c.g .z.d. b.c. b.equales per.35.z quia dicti trianguli sunt earũ dimidia per corell.34.ipse erũt equales per cõem sciam:que ẽ quoz tota sunt equalia z dimidia:sicqz patet ꝓpositũ.

Propositio .38.

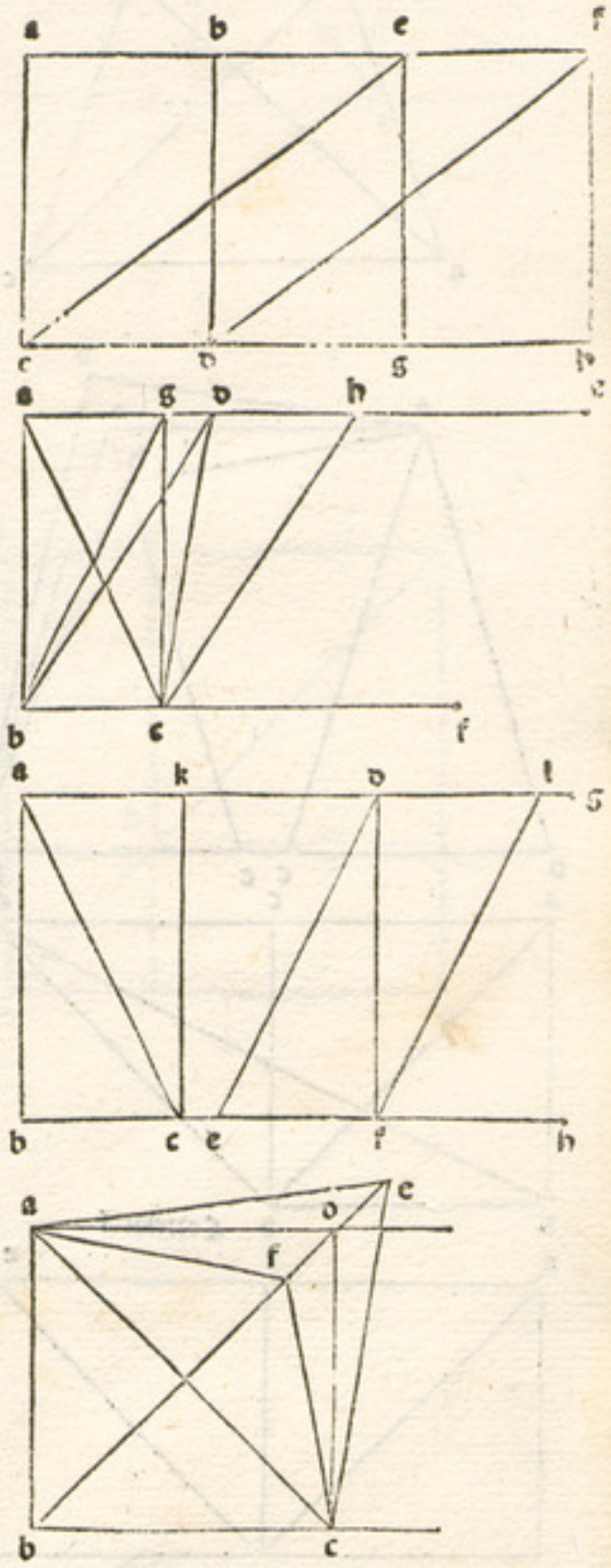
Si duo trianguli super bases equales atqz iter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

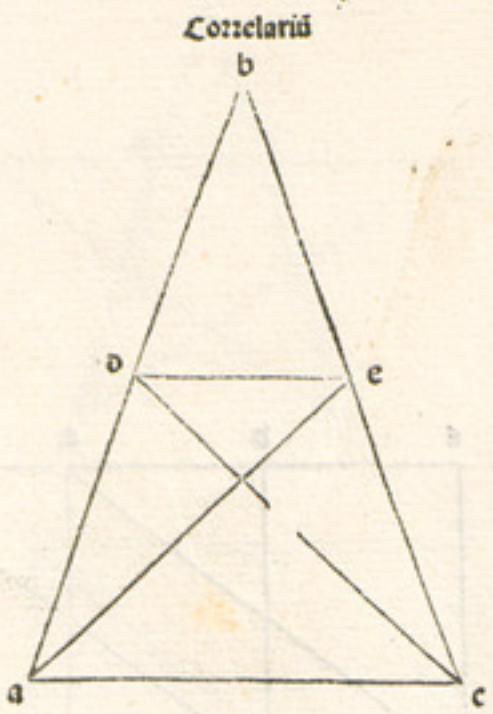
Sint duo trianguli.a.b.c.z.d.e.f.ꝓstituti sup bases.b.c.z.e.f.eq̃les z inter lineas .a.g.z.b.h.equidistãtes:dico eos cẽ eq̃les.ꝓtrabã eni.c.k.equidistantẽ.a.b.z.f.l.equidistãtẽ.e.d. erũtqz due supficies a.b.c.k.z.d.e.f. l eq̃les per.36.z qz dicti trianguli sunt eaz dimidia p corell.34. ipsi erũt eq̃les p antedictã cõem sciam.

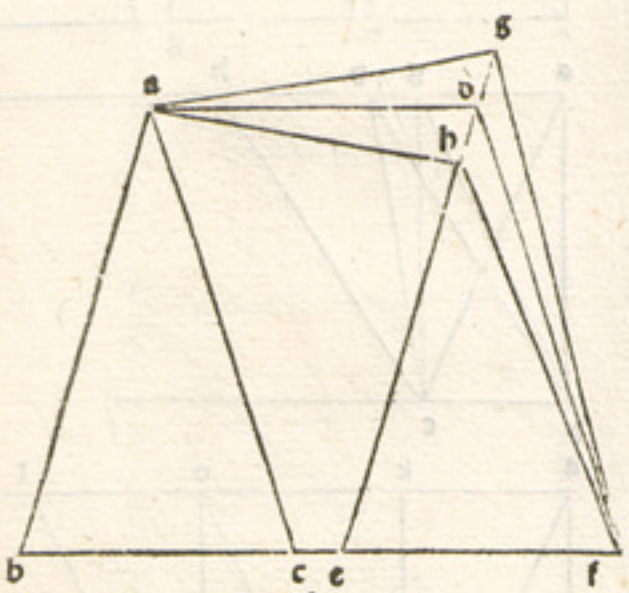
Propositio .39.

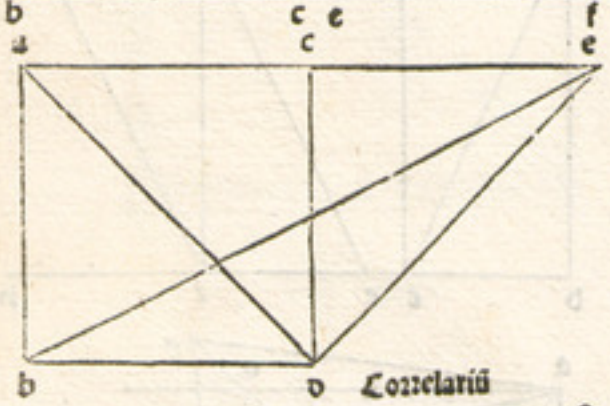
Omnes duo trianguli equales si in eandẽ basim z ex eadẽ pte ceciderint :inter duas lineas equidistantes erunt.

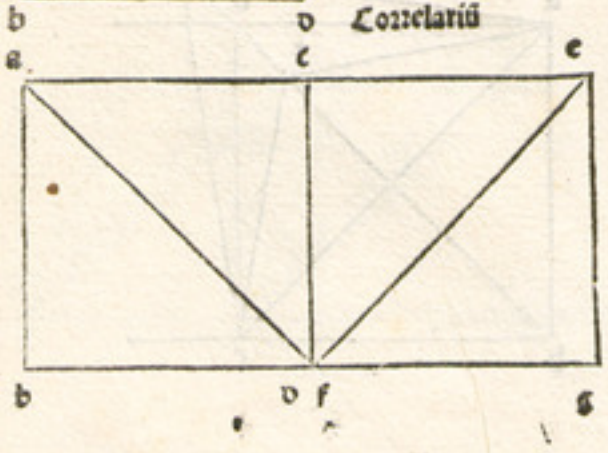
Sint duo trianguli .a.b.c.z.d.e.f.ꝓstituti sup basi.b.c.ex vna eademqz pte:sintqz equales :dico eas cẽ iter lineas equidistãtes:z hec est conuersa.37.a puncto.a.ꝓtrabam lineã equidistantem lines .b.c.que si pertransierit p punctum.d.liquet propositum.Si autem pertransierit supra aut infra :transeat primo supra z sit .a.e. producamqz.b .d. vsquequo secet











linea.a.c.in puncto.c.⁊ ꝓtrahã linea.c.e.⁊ q̃ triangulus.e.b.c.ẽ equalis triangulo.a.b.c.p.37.⁊ triangul⁹.d b.c.posit⁹ ẽ equalis triangulo.a.b.c.erit triangul⁹.d.b.c.eq̃lis triangulo.e.b.c.pars toti qd̃ est impossibile. Nõ igit̃ ꝓtransibit lineaq̃ a puncto a ducit̃ equidistanter.b.c.supra.d.transeat ergo infra ⁊ sit.a.f.secãs lineã d.b.in puncto.f.ꝓtrahã ergo lineam.f.c.⁊ q̃ per.37.triangulus.f.b.c.est equalis triangulo.a.b.c.ipse etiã erit equalis triangulo.d.b.c.pars toti qd̃ est impossibile Quia ergo linea a puncto.a.equidistanter.b.c.nõ transit nisi per punctum .d .p3 propositum. Ex hac aũt ⁊ premissa nota q̃ si aliqua linea recta duo alicui⁹ trianguli latera per equa secet vel secuerit ipsa erit tertio equidistãs qd̃ sic probatur. Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera que sunt.a.b.⁊.b.c.secet lineã.d.e. ꝑ equalia.a.b.quod in puncto.d.⁊.b.c.in puncto.e.dico q̃ linea.d.e.ẽ equidistans. a.c. protraham enim in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.⁊.d.c.eritq3 per.38.triangulus.a.e.d.equalis triangulo.d.e.b.propter id qd̃ linea.a.d.posita est equalis linee.d.b.itẽq3 per eandem triangulus.c.e.d.erit equalis idẽ triangulo .d.e.b. propter id qd̃ linea.c.e.posita ẽ equalis linee.e.b.q̃ triangulus.a.e.d. est equalis triangulo.c.e.d.quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basim videlicet lineã e.d.⁊ ex eadem parte ipsi erunt per hanc.39.inter lineas equidistantes ergo linea d.e.est equidistans linee.a.c .quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

Propositio 40.

Si duo trianguli equales super equales bases vnius eiusdemq3 linee ex eadem parte fuerint cõstituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.equales ꝓstituti sup̃ duas bases q̃ sunt.b.c.⁊.e.f.⁊ ex eadem ꝑte dico eos esse inter duas lineas equidistantes ⁊ hec est cõuersa.38.⁊ probat̃ ꝑ ipsam sicut precedens per.37.a puncto.a: ducat̃ linea equidistans linee.b.f.que si transierit per punctũ.d.patet propositum Sin autem pertransierit supra vt.a.g.⁊ producatur.e.d.vsq3 ad ipsum que sit.e.g.⁊ ducatur linea.g.f.eritq3 per.38.triangulus.a .b.c.equalis triãgulo.g.e. f.quare ⁊ triangulus.d.e.f.erit equalis triangulo.g.e.f.pars toti quod est impossibile. Non ergo transibit supra:transeat ergo infra.⁊ secet lineã.d.e.in puncto.b.⁊ ducatur linea.f.b.eritq3 per.38.triangulus.b .e. f.equalis triangulo .a.b.c. quare ⁊ triangulo.d.e.f.pars toti quod est impossibile.quia ergo nõ transibit nisi per punctum.d.patet propositum.

Propositio .41.

Si paralellogramum triangulusq3 in eadẽ basi atq3 ĩ eisdẽ alternis lineis fuerint constituta paralellogramũ triangulo duplum esse conueniet.

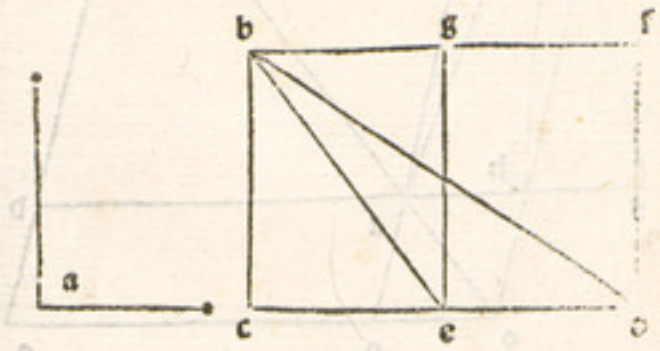
Sit palellogramũ.a.b.c.d.⁊ triangulus.e.b.d.sup̃ basiꝫ. b.d.⁊ inter lineas.a.c.⁊.b.d.q̃ sint equidistantes:dico ꝑalellogramũ duplũ cẽ triangulo: ꝓtrahã in palellogramo diametꝫ.a.d.eritq3 triangulus.a.b.d.dimidiũ ꝑalellogrami ꝑ concl̃.34.⁊ q̃ triangulus.e.b.d.ẽ eq̃lis triangulo.a.b.d.ꝑ.37 patet triangulũ.e.b.d.esse dimidiũ ꝑalellogrami.a.b.c.d.qd̃ ẽ ꝓpositũ Sil̃r quoq3 põt probari q̃ si ꝑalellogramũ triangulusq3 inequalibus basibus atq3 iter lineas equidistantes fuerint ꝓstituta ꝑalellogramũ.duplũ erit triãgulo:qd̃ iõ nõ posuit euclides q̃ leuit̃ p3 ex hac ꝑcedente concl̃.⁊.38.diuiso ꝑalellogramo per diametꝫ in duos triangulos.vel super basim paralellogrami iter easdẽ lineas equidistãtes

triangulo cõstituto ad quẽ duplũ erit paralellogramũ per hanc precedentẽ ⁊ ipse equalis alteri triangulo per.38.

Propositio .42.

Equidistantium laterum superficiẽ designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

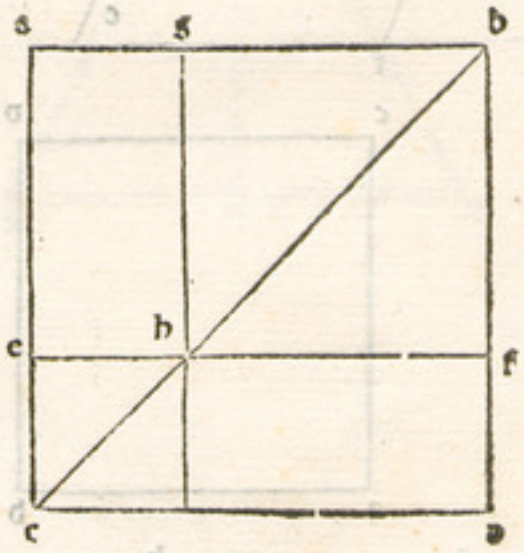
Sit assignatus angulus.a.⁊ assignatus triangul⁹.b.c.d. volo describere supficiẽ equidistantium laterũ equalem triangulo .b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ angulorum contra se positoꝝ sit equalis.a. diuido basim.c.d.per dimidiũ in puncto.e.⁊ protrabo lineã.b.e.⁊ a puncto.b. duco.b.f. equidistantem c.d.eritqꝫ per.38.triangulus.b.e.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e d.est dimidiũ totalis trianguli.b.c.d.igitur super punctũ.e.linee.d.c.constituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.⁊ perficio paralellogramũ.g. e.d.f. quod etiã qꝫ per precedentẽ ẽ duplũ ad triangulũ.b.c.d.erit etiã equale triangulo.b.c. d.p hãc cõem scienciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoqꝫ sunt equalia . est cui triangulus.b.e.d.vtriusqꝫ dimidiũ quare descripsimus palellogramũ. g.e .d.f. equale triangulo.b.c.d.cuius vterqꝫ duoꝝ anguloꝝ.g.e.d.⁊.d.f.g.cõtrase positorum est eqlis angulo.a.quod fuit propositum.



Propositio .43.

Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrũ sunt palellogramoꝝ supplementa equa sibi inuicẽ esse necesse est.

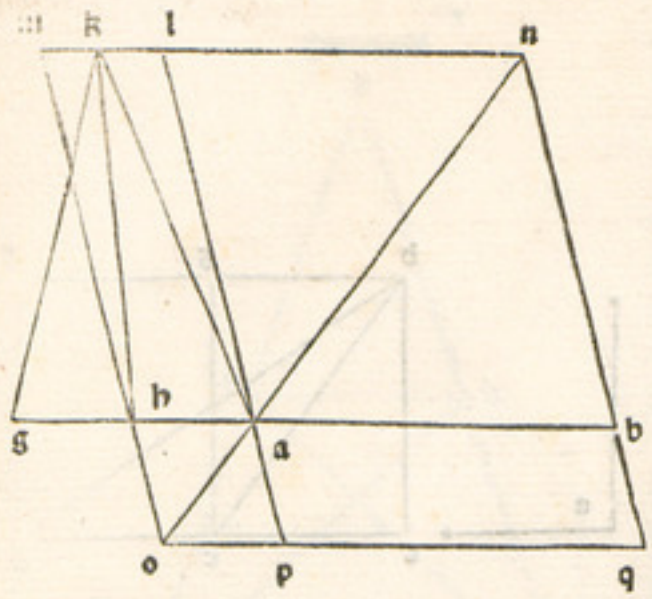
Sit paralellogramũ.a.b.c.d.in quo protrabam diametrum.b.c. ⁊ protrabam.e.f.equidistantẽ vterqꝫ duoꝝ lateꝝ.a.b.⁊.c.d.que secet diametrum in puncto.k.a quo ducã.k.g.equidistantest vtriqꝫ duoꝝ laterũ.a. c.⁊.b.d.⁊ producã eam quousqꝫ secet vtrũqꝫ lat⁹.a.b ⁊.c.d.sitqꝫ tota.g.k.b .erit qꝫ totum palellogramũ.a.b.c.d.diuisum in quatuor palellograma quoꝝ duo scꝫ.e c.k.b.⁊.g .k.b.f. dicunt consistere circa .c.b.qꝑ diametrum transit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum :reliqua duo scilicet .a.e.g.k.⁊.k.b.f.d.dicũt supplemẽta hec duo supplementa dicunt eẽ equalia.sunt cui duo trianguli.a. b.c.⁊.c.d.b.equales p corol'.34.sil'r quoqꝫ duo trianguli.g.k.b.⁊.f.k.b.sũt equales per idẽ corol'.34.At duo trianguli.c.c.k.⁊.k.b.c.sil'r equales p idẽ corollariuꝫ demptis igitur duobus triangulis.b.g.k.⁊.k.c.c.de totali triãgulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis.b.f.k.⁊.k.c.b.de totali triangulo reliquo.c.d.b. erunt per cõem sciam residua:que sunt duo dicta supplemẽta equalia:quod est propositum.

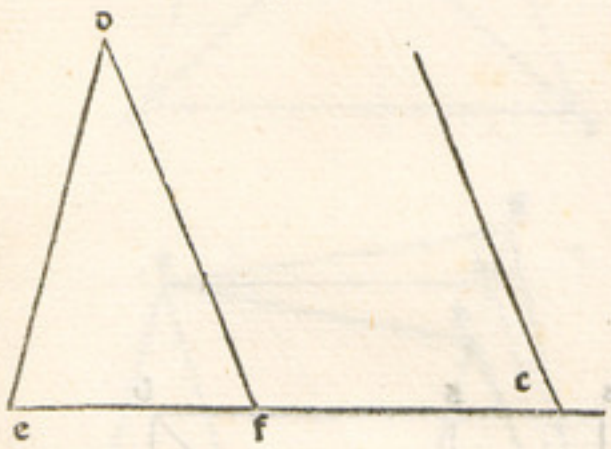


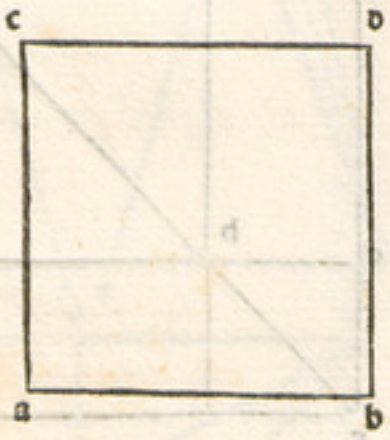
Propositio .44.

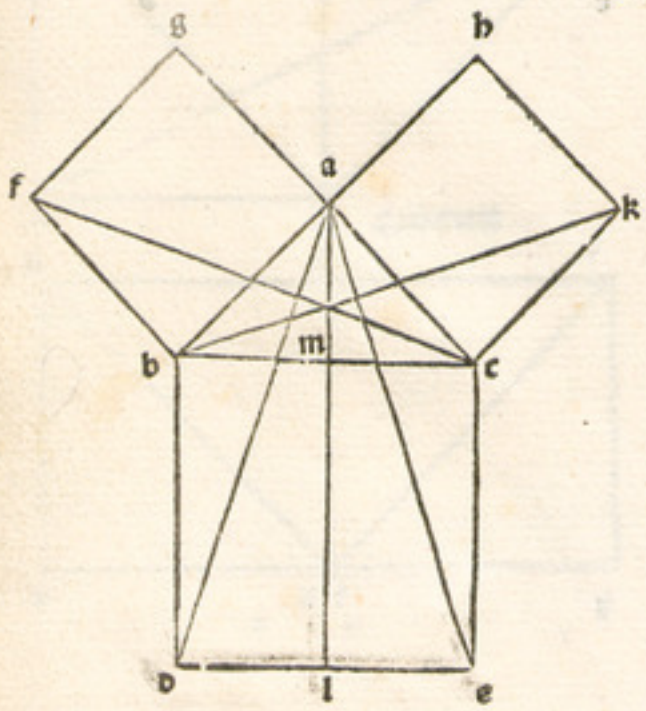
Proposita linea recta sup eam supficiẽ equidistantiũ laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

Designare superficiẽ equidistantiũ lateꝝ super lineã aliquã ẽ lineã ipsã facere latus vnũ ipsi⁹ supficici .Sit ergo data linea.a.b.⁊ dat⁹ angulus.c.⁊ datus triangulus.d.e.f.super lineã.a.b.volo designare supficiẽ vnã equidistantiũ lateꝝ ita qꝑ linea.a.b.sit vnũ ex lateribus eius cuius vterqꝫ duorum angulorum contra se positorum sit equalis angulo.c.⁊ ipsa totalis supficies sit eqlis triangulo .d.e.f.differt autem hec a.47.qꝫ hic dat latus vnius supficici deseri/bende scꝫ linea.a.b. ibi autem nullum.cũ ergo voluero facere adiungo lineam.a.g









lince .a.b.ſm rectitudinem:quã pono equalem lince.e.f. baſi trianguli dati ſuper quã cõſtituo triangulũ vnũ ei eq̃lẽ ⁊ equilaterũ.qõ hoc modo facio. Conſtituo ãgu um.a.g.k.equalem angulo.e.⁊ ngulum.g.a.k.equalem angulo.f.per.23.⁊ quia g.a.poſita fuerat equalis.e.f.erit per.26.triangulus.g.a .k. equalis ⁊ equilaterus triangulo.e.f.d.diuidã ergo.g.a.per equalia in puncto.b.⁊ ꝓtrabã.k.b. ⁊ producam a puncto.k.lineã .m.k.n. equidiſtantẽ lince.g.b.eritq3 per.38.triangul⁹.a.b k.equalis triangulo.g.b.k.tunc ſuper punctũ.a.lince.g.a.faciã angulum.g.a.l.ꝑ 23. equalem angulo.e.dato:⁊ conplebo ſup baſim.a.b.⁊ inter lineas.g.b.⁊.m.n. equidiſtantes ſuperficiem equidiſtantiu3 laterum.m.l.b.a.que ꝑ.41.dupla erit ad triangulũ.k.b.a quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare ⁊ triangulo.d.e.f.ꝑ/ poſito:protrabam ergo.b.n.equidiſtantẽ.a.l.⁊ producã diametrum. n.a.quã ꝓ/ trabã quouſq3 cõcurrat cũ.m.b.in puncto.o.⁊ cõplebo ſuperficiem equidiſtãtium laterum .m.o.n.q.⁊ protrabam.l.a.vſq3 ad.p.eritq3 per precedentẽ ſupplementũ a.b.p.q. equale ſupplemento.m.l.b.a.quare ⁊ triangulo.d.e.f.⁊ qꝝ per.15.angu/ lus .l.a.b.ẽ equalis angulo.b.a.p.⁊ ideo angulus.b.a.p.eſt equalis angulo.c. p3 ſuper datam lineã .a.b.deſcriptã eſſe ſuperficiem equidiſtantiũ laterum.a.b.p.q. equalem dato triangulo.d.e.f.cuius vterq3 duorum angulorum contra ſe poſito/ rum qui ſunt.a.⁊.q.ẽ equalis dato angulo.c.quod fuit propoſitum.

Propoſitio .45.

X data linea quadratum deſcribere.

Sit data linea .a.b. ex qua volo q̃dratum deſcribere:a punctis.a ⁊.b.lince .a.b.educo ꝑ.vi.lineas.a.c.⁊.b.d.perpendiculares ad li/ neam.a.b.que erũt equidiſtantes per vltimã ꝑtem.28. ⁊ pono vtrã q3 eaꝝ eidem.a.b.per ſcõam equalem ⁊ protrabo lineam.c.d.eritq3 ipſa equalis et equidiſtans lince.a.b.per.33.⁊ quia vterq3 duorum angulorꝝ. a.⁊ b.eſt rectus.erit vterq3 duoꝝ.c.⁊.d.rectus per vltimã ꝑtem.29.ergo per diffiniti/ onem.a.b.c.d.ẽ quadratum quod eſt propoſitũ. Idem aliter ſit.a.c. perpendicu/ laris ſuper lineam.ab.per.11.⁊ ſit ei equalis vt prius ⁊ a puncto.c.per.31. ducatur c.d.equidiſtans.a.b.⁊ ponatur equalis ei ⁊ ducatur linea.d.b.que per.33.erit eq̃/ lis ⁊ equidiſtans .a.c.⁊ omnes anguli recti per vltimã ꝑtem.29.quare per diffiniti onem habemus propoſitum.

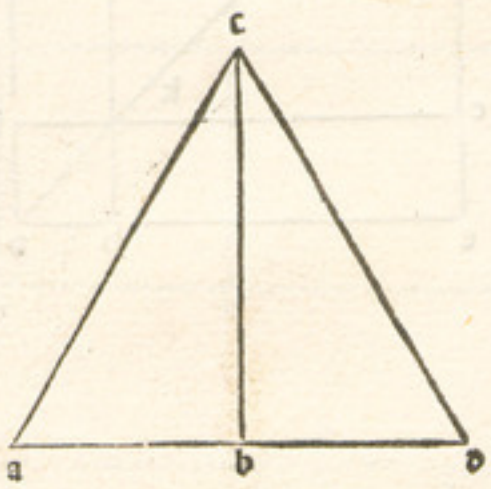
Propoſitio .46.

IN omni triangulo rectangulo quadratum qõ a latere re cto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribit equũ ẽ duobus quadratis que ex duob⁹ reliquis lateribus con/ ſcribuntur.

Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.ſit rectus dico ꝙ quadra/ tũ lateris .b.c.equũ ẽ quadrato.a.b.⁊ quadrato.a.c.ſit ſumptis. Quadrabo g̃ hec tria latera ſm doctrinã ꝑcedentis:ſitq3 q̃dratũ.b.c.ſuꝑficies.b.c.d.e.⁊ q̃dratũ.b. a.ſuꝑficies .b.f.g.a.⁊ q̃dratũ.a.c.ſuꝑficies.a.c.h.k.ab ãgulo.a.recto ducã ad baſ iz.d.c. baſiz maximi q̃drati tres lineas .ſ.a.l eq̃diſtãtẽ vtriq3 lateri.b.d.⁊.c.e.q̃ ſe cet.b.c i pũcto.m.⁊ ꝓthemiſas.a.d.⁊.a.e.itẽq3 a duob⁹ reliq̃s ãglis triãgli q̃ ſũt b.⁊.c.ducã ad duos angl'os duoꝝ q̃dratoꝝ mioꝝ duas liẽas ſe inſecãtes itra ipſũ

triangulū que ſunt.b.k.⁊.c.f.⁊ q: vterq; duoꝝ angulorum.b.a.c.⁊.b.a.g.eſt rect⁹ per.14.erit.g.c.linea vna: cadē rōne erit.b.h.linea vna.q: vterq; duoꝝ augulorū c.a.b.⁊.c.a.h.eſt rectus:quia ergo ſup baſim.b.f.⁊ inter duas lineas equidiſtan/tes q̄ ſunt.c.g.⁊.b.f.cōſtituta ſūt palellogramū .b.f.g.a.⁊ triāgul⁹.b.f.c.erit p.41: palellogramū.b.f.g.a.duplū triāgulo.b.f.c. ſ; triāgul⁹.b.f.c. ē eq̄lis triāgulo.b.a d.p.4.quia .f.b.⁊.b.c.latera primi ſunt equalia.a.b.⁊.b.d.lateribus poſtremi .et angulus.b.primi ē equalis āgulo.b.poſtremi.eo q̄ vterq; cōſtat ex angulo recto ⁊ angulo.a.b.c.communi.ergo palellogramū.b.f.g.a.eſt duplum ad triāgulu; .a.b.d ſed pallellogramū.b.d.l.m.eſt duplū ad eundē triangulū. p.41.q: cōſtituti ſūt ſup eandem baſim ſc;. b.d .⁊ inter lineas equidiſtantes que ſunt. b.d.⁊.a.l. ergo per cōmunē ſciam quadratū.a.b.f.g.⁊ palellogramū.b.d.l.m.ſunt equalia. q: eorum dimidia videlicet predicti trianguli ſunt equalia £odē mō ⁊ per eaſdē ꝓpoſitiōes mediantib⁹ triangulis.k.b.c.⁊.a.c.c.ꝓbabim⁹ q̄dratū.a.c.b.k.ē equale palello gramo.c.e.l.m.q̄re p; ꝓpoſitū.

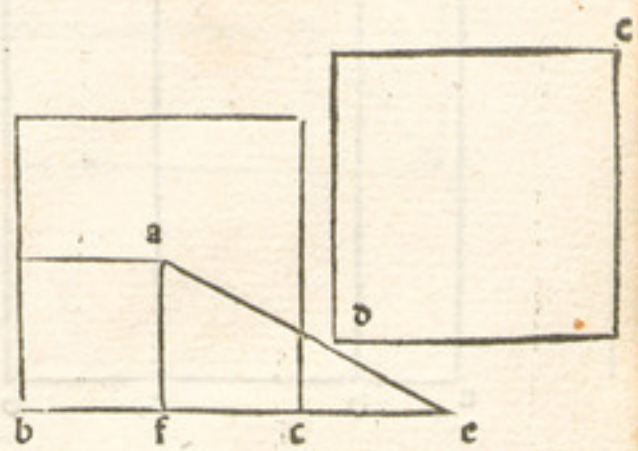
Propoſitio .47.



Si qō ab vno trianguli latere in ſeipſū ducto ꝓducit̄:equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis laterib⁹ de ſcribuntur.rectus eſt angulus cui latus illud opponitur.

¶ Lineā in ſe ipſam ducere eſt eius quadratū deſcribere. ¶ Sit trian gulus.a.b.c.ſitq; quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterū.a.b.⁊.b.c.ſimul iunctis.dico angulū.b.cui latus.a.c.opponit̄ eſſe rectū:⁊ hec eſt cōuerſa prioris. ¶ A puncto.b.extrabo lineā.b.d.p. 11 .ꝓpendicularē ſuper lineam.b.c.quā pono equalem .a.b.⁊ produco lineam .d.c.eritq; per precedentē quadratum.d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.c. ⁊ q:.b.d poſita eſt equalis.b.a.erunt per cōmunē ſcientiā que eſt linearū equaliū equalia eſ ſe quadrata:quadrata duarū lineaꝝ.a.b.⁊.b.d.equalia:quapropter erit quadra/tum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliam cōmunem ſciam que ē conuerſa pri oris ſc; lineas quaꝝ quadrata ſunt equalia eſſe equales:erit.d.c.equalis.a.c.qua/re p.s. angulus.b.triāguli.a.b.c.ē rectus qō ē ꝓpoſitū.

Propoſitio .48.

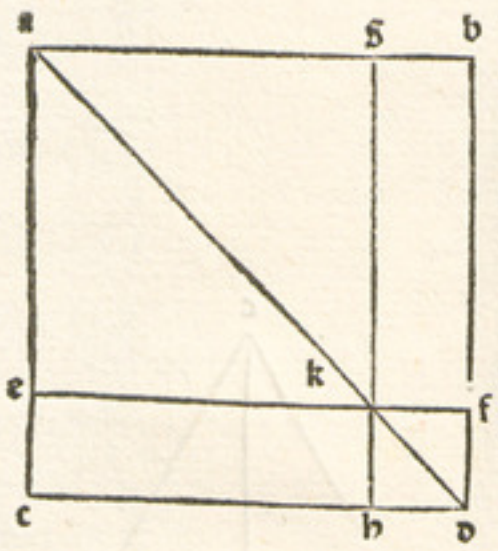


Propoſitis quibuſcunq; quadratis alteri illoꝝ gnomonē reliquo equalem deſcribere.

¶ Proponant̄ ergo duo quadrata ſc;.a.b.⁊.c.d.⁊ ſit propoſitū pro/ducere gnomonē circa.a.b.equalem.c.d.quadrato:protrahat̄ itaq; vnū latus quadrati.a.b.ad equalitatem vni⁹ lateris quadrati. c.d. in continuum ⁊ directum ⁊ ſit.f.e.ita q̄ .f.e.ſit equale vni laterū quadrati.c.d. ⁊ ex.e.ducā lineam rectā ad.a. ſit ergo triangul⁹ orthogoni⁹ quia.f.ē angul⁹ rectus arguat̄ ergo ꝑm penultimā primi ſic:q̄dratū.e.a.ē tm̄ quātū q̄dratū.c.f.⁊ q̄dratū f.a.ſed q̄dratū.c.f.ē eq̄le q̄drato.c.d.⁊ quadratū.f.a.eſt equale quadrato.a.b.er go quadratū.a.e.eſt equale quadratis.a.b.⁊.c.d. Item.c.f.a.eſt triangulus ergo e.f.⁊.f.a.latera ſunt longiora.a.e.latere.ſecūdū.20.primi.ſed.f.a.eſt equale:a.b. rōne quadrature:ergo.e.f.⁊.f.b.ſunt longiora.a.e.ergo illa totalis linea ſc; .e.b. eſt maior.a.e.reſecet̄ ergo .b.e.ad equalitatē.a.e.ad punctū.e.ita q̄.b.e.ſit equa le.a.e.ergo quadratum.b.e.eſt equale.quadrato.a.e. ſed quadratū.a.e. vt prius ꝓbatū fuit ē equale quadratis.a.b.⁊.c.d.ergo quadratū.b.e.ē equale eiſdem ſed quadratum.b.e.addit ſuper quadratum.a.b.gnomonē illū quē vides.ergo gno/

mo ille est quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum. Explicit liber primus

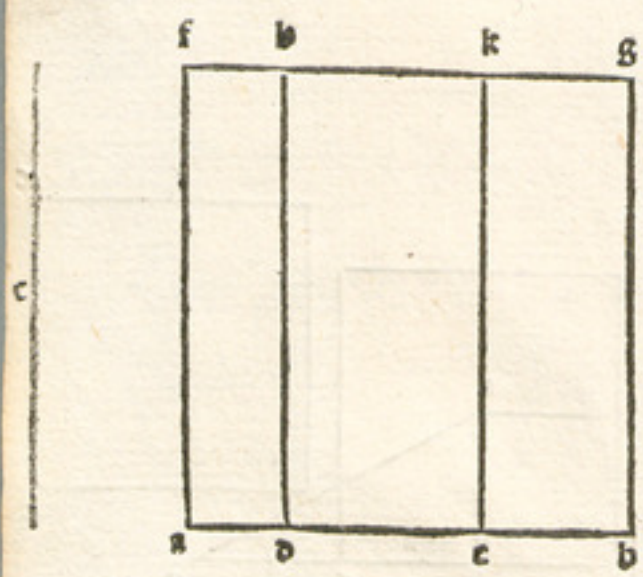
Incipit liber secundus.



Omne paralellogramū rectāgulū sub duab⁹ lineis āgulū rectū ābiētib⁹ dicit ꝓtineri. ¶ Paralellogramū est supficies equidistātiū latex ¶ Paralellogramū rectangulū est habens omnes angulos rectos.ꝛ ꝓducit ex vno duorū latex eius ambientiū vnū ex suis angulis in reliquū. ꝛ ideo sub illis dicitur cōtineri.

Omnis paralellogrami spacij ea q̄dē q̄ diameter secat ꝑ mediū ꝑalellograma circa eandē diametx cōsistere dicunt. Eox vero paralellogramox que circa eandē diametrū consistūt quodlibet vnū cū supplementis duob⁹ gnomo noiat. ¶ Que paralellograma dicunt cōsistere circa diametx.ꝛ que sūt supplemēta: expositū est supra in demonstratione.43.primi. ¶ Sit enim paralellogramū.a.b.c.d. cuius diameter.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equidistanter: laterib⁹ oppositis dicti parallellogrami.secātes se sup diametx.a.d.in puncto .k. eritq3 ipsum paralellogramū diuisū in .4. parallellograma ꝛ vnūquodq3 duox paralellogramox que sunt.a.g.e.k.ꝛ.k.f.h.d.que diameter secat ꝑ medium dicitur consistere circa diametx. Reliqua duo que diameter nō secat dicunt supplemēta q̄ duo supplementa cū vtroq3 dictox paralellogramox cōsistentiū circa diametx cōponūt figurā quādā q̄ gnomo appellat cui deest ad cōplemētū ꝑalellogrami ꝑalellogramū vnū reliquū circa diametx cōsistēs: qō si addat supra diametx totalis cōpositi cōsistet.eritq3 simile totali. Unde ꝑalellogramū addito gnomone quāuis crescat minime tñ alterat.quēadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Propositio .j.



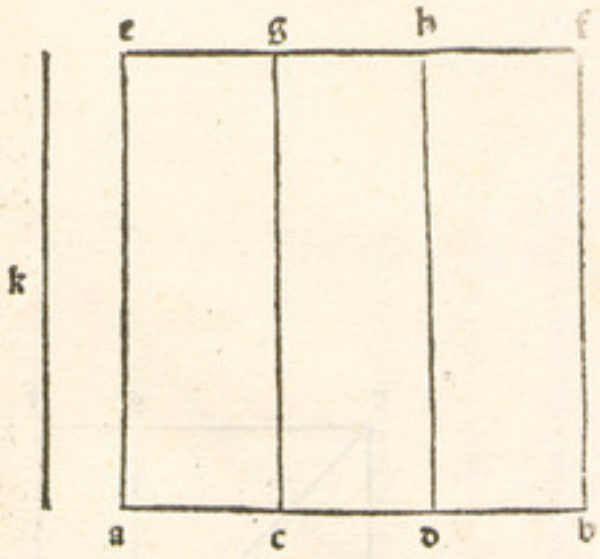
Si fuerint due linee quarū vna in quodlibet partes diuidatur.illud q̄ ex ductu alterius in alteram fiet.equum erit his que ex ductu linee indiuise in vnāquāq3 partem linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineā in aliam lineā ducere ē supra terminos vnius eax duas lineas orthogonaliter alij eq̄les erigere.ꝛ supficiē equidistātiū latex rectāgulū cōplere q̄ sub illis duab⁹ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sunt due linee.a.b. ꝛ.c.quax.vna sc3.a.b.in quodlibet ꝑtes diuidat que sint.a.d.ꝛ.d.e ꝛ.e.b.dico q̄ illud quod fit ex ductu.c.in totū.a.b. equū est illis paralellogramis rectangulis simul iunctis que fiūt.ex.c.i.a.d.ꝛ i.d.e.ꝛ in.e.b. ¶ Sup pūcta.a.b erigā lineas.a f.ꝛ.b.g.perpēdiculares sup lineā.a.b.quax vtraq3 sit eq̄lis linee.c. ꝛ complebo rectangulā supficiē.a.f.b.g.ducta linea.f.g.que per diffinitionē producit ex.c. in.a b.ꝛ sub illis dicit contineri.protraham quoq3 a punctis.d.ꝛ.e.lineas.d.h.ꝛ .e.k. equidistantes lateribus .a.f.ꝛ.b.g.eritq3 vtraq3 earū eq̄lis.c.ꝑ.34.primi vtraq3 eax est eq̄lis .a.f.ꝑ diffinitionē igit rectangulū .a.d.f.h.ꝓducit ex.c.i.a.d.ꝛ sub illis dicitur cōtineri ꝛ rectangulū.d.h.ꝛ.e.k.ex.c.in.d.e.ꝛ rectangulū.e.k.b.g.ex c.in.e.b.ꝛ qꝛ hec rectangula simul iuncta sunt equalia totali rectangulo.a .f.b.g. patet vex eē ꝓpositum.

Propositio .2

Si fuerit linea ī ptes diuisa. illud qd̄ ex ductu totī⁹ lincę in seipsā fit: equū erit bis q̄ ex ductu eiusdē ī oēs suas ptes.

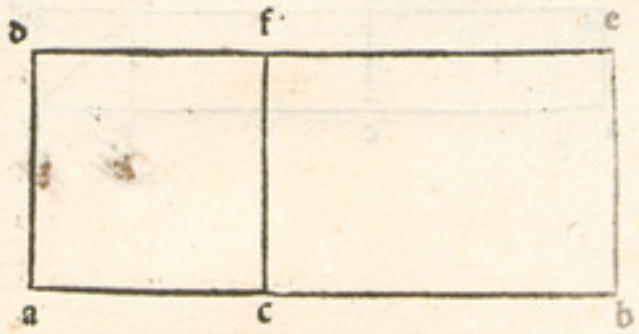
¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. ⁊. c. d. ⁊. d. b. dico q̄ illud qd̄ fit ex ductu totius. a. b. in se qd̄ sit. a. c. b. f. equū est bis quę fiunt ex ipsa to/ta in vnamquāq; dictarum partium qd̄ palam patebit. ductis. c. g. ⁊. d. b. equidi/stanter. a. c. ⁊. b. f. ¶ Aliter sumatur. k. eq̄lis. a. b. eritq; p̄ premissam qd̄ fit ex du/ctu. k. in totam. a. b. equū ei qd̄ fit ex ductu. k. in omnes ptes. a. b. ⁊ q̄ ex. k. ī. a. b. tantū fit quantū ex. a. b. in se. ⁊ ex. k. in omnes ptes. a. b. quātū ex. a. b. in omnes ptes eiusdē. ꝓpter id q̄. k. ⁊. a. b. sūt equales patet vex esse propositum.



Propositio .3.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd̄ fiet ex ductu to tius in alterutrā partē equū erit bis q̄ ex ductu eiusdē par tis in seipsam ⁊ alterius in alteram.

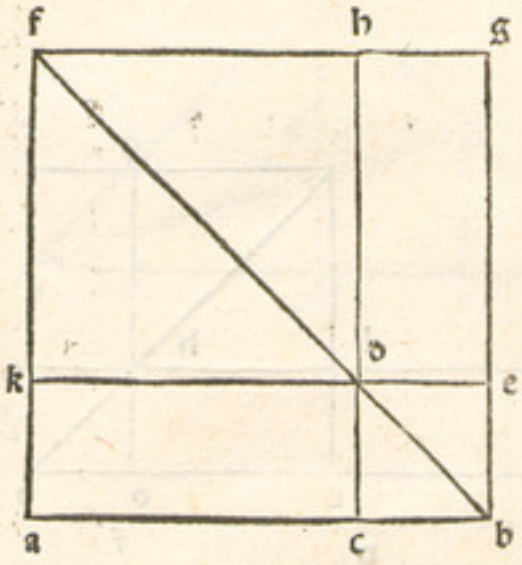
¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. ⁊. b. c. dico q̄ illud quod fit ex tota. a. b. in eius partem. a. c. equū est quadrato eiusdem. a. c. partis. ⁊ ei quod fit ex eadē parte. a. c. in. b. c. fiat quadratum lincę. a. c. q̄ sit. a. c. d. f. ⁊ pficiatur superficies. a b. d. e. patebitq; propositū. ¶ Aliter sumat̄. g. eq̄lis. a. c. ⁊ q̄. b. a. in. a. c. tantū est quantū. a. c. in. a. b. ecōuerso. ⁊. a. c. in. a. b. ⁊ in. c. b. ⁊ in seipsaꝫ quātū. g. ī easdē. At. g. in totā. a. b. quātū in. a. c. ⁊ in. c. b. p̄ primam huius patet ꝓpositū scz q̄ tm̄ erit. a. c. ī. a. b. quātū in se ⁊ in. c. b. q̄re ecōuerso. a. b. ī. a. c. quātū. a. c. in se. ⁊ in. c b. qd̄ volum⁹ demōstrare.



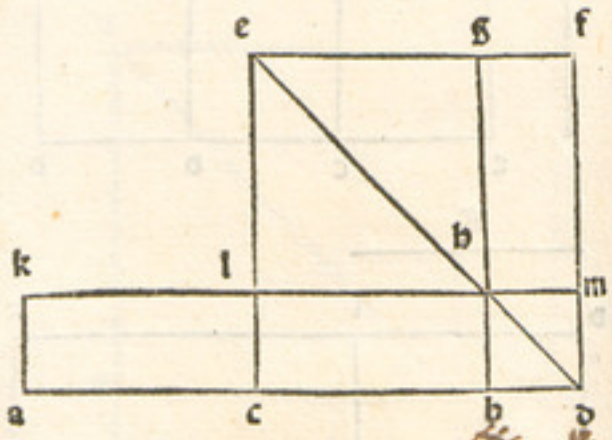
Propositio .4.

Si fuerit linea in duas ptes diuisa illud qd̄ ex ductu totī⁹ ī seipsā fit: equū ē bis q̄ ex ductu vtriusq; ptis ī seipsā ⁊ alte ri⁹ ī alterā bis. Ex hoc manifestū ē q̄ ī oī q̄drato due sup ficies quas diameter secat p̄ medīū sunt ambe quadrate.

¶ Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. ⁊. b. c. dico q̄ quadratum totius a. b. equum est duobus quadratis duarum linearum. a. c. ⁊. b. c. duplo eius qd̄ fit ex ductu vnius eax in alteram: describam quadratum alterius partialium sitq; c. d. b. e. quadratū lincę. c. b. cui adiungam gnomonē secūdū ductū directuū lincę alterius scz. a. c. qd̄ faciam hoc mō. in quadrato descripto protraham diametrū b. d. ⁊ a puncto. a. educam perpendicularem sup lincam. a. b. quę sit. a. k. quā. a. k ⁊ diametrū. b. d. ꝓducam vsq; quo cōcurrāt in puncto. f. ⁊ a puncto. f. producam f. h. equidistantē lincę. a. b. quā. f. h. ⁊. b. e. producam vsq; quo concurrāt ī pūcto g. ⁊ producā. c. d. vsq; ad. h. ⁊. e. d. vsq; ad. k. Et quia duo latera. d. e. ⁊. e. b. trian guli. d. e. b. sunt equalia: erūt per. 5. primi duo anguli. e. d. b. ⁊. e. b. d. equales: ⁊ q̄ angulus. e. est rectus erit p̄. 32. primi vterq; eox medietas recti. Eadē rōne vter/q; duorū angulorū. c. d. b. ⁊. c. b. d. erit medietas recti. quare p̄ secūdā ptem. 29. p̄ mi erit vnusquisq; quatuor angulox qui sunt. b. f. d. ⁊. b. d. f. ⁊. k. f. d. ⁊. k. d. f. me dietas recti ergo p̄. 6. primi. f. g. ⁊. g. b. sunt equales. similiter quoq; . f. a. ⁊. a. b. pari rōe. f. h. ⁊. h. d. itēq; . f. k. ⁊. k. d. quare vtraq; duarū supficierū. a. b. g. f. ⁊. k. d. h. f. est quadrata ⁊ q̄ totale quadratum. a. b. f. g. q̄ est quadratū lincę. a. b. con stat ex duobus quadratis quę cōsistunt circa diametx quę sunt quadrata duarum linearum. a. c. ⁊. c. b. ⁊ ex duobus supplementis quox vnūqd̄q; ꝓducit ex . a. c. in b. c. patet propositum nostrū. ¶ Aliter sit linea. a. b. vt prius diuisa in. a. c. ⁊. c. b.



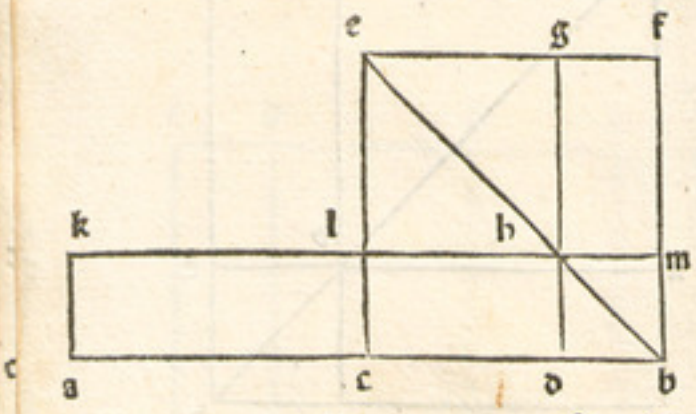
eritq; p.2.huius quod fit ex tota.a.b. in se:equũ ei qd̃ fit ex ipsa in.a.c.⁊.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm̃ fit quãtũ ex.a.c.in se.⁊ ex.a.c.in.b.c.p.3.hui⁹. Itéq; ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm̃ fit quãtum ex.c.b.in se.⁊ ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qd̃ fit ex tota.a.b.in se equũ ẽ ei qd̃ fit ex.a.c.in se ⁊ in.c.b.⁊ ex.c.b.in se.⁊ in.a.c.qd̃ est propositum. Sed hac via non patet corolariũ. sicut via precedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.



Propositio .5.

Si linea recta per duo equalia duoq; ĩequalia secetur.qd̃ sub inequalibus totius sectionis rectangulũ continet cũ eo quadrato qd̃ ab ea que inter vtrasq; ẽ sectiones describitur equum est ei quadrato qd̃ a dimidio totius linee ĩ se ducto describitur.

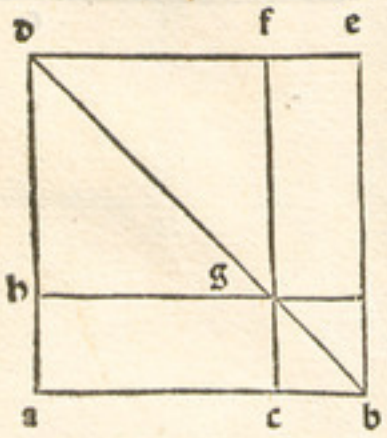
Sit linea.a.b.diuisa p equalia in pũcto.c.⁊ p inequalia in puncto.d. dico quadratuz.c.b.esse equale ei qd̃ fit ex.a.d.in.d.b.⁊ q̃drato.c.d. Describã quadratum.c.b.q̃ sit.c.b.f .e.in quo ꝓtraham diametrũ. e.b. ⁊ ducã.d.g. equidistantẽ b.f.q̃ secet diametꝛ.e.b.ĩ pũcto.b.⁊ a pũcto.b.educã eq̃distãtẽ linee.a.b.q̃ sit.b.k.secãs lineã.b.f.in puncto.m. ⁊ lineã.c.e.in puncto.l.⁊ ꝓtrahã.a.k.equidistantẽ.c.e.eritq; p corolariũ p̃misse vtraq; duaꝝ supficieꝝ.l.g.⁊.d.m.quadrata.⁊ per 43.primi duo supplemẽta.c.b.⁊.b.f.equalia.ergo addito quadrato .d.m. vtriq; erit palellogramũ.c.m.equale palellogramo.d.f.⁊ qꝛ.a.l.est equale.c.m. p.36.primi:erit.a.b.equale gnomoni qui circũstat quadrato .l.g. ergo addito vtriq; quadrato.l.g.erit.a.b.cũ quadrato.l.g.equale quadrato.c.f.qd̃ est propositum.



Propositio .6.

Si recta linea in duo equalia diuidat.alia vero ei linea in longũ addat.qd̃ ex ductu totiꝰ iã cõpolite ĩ eã q̃ iã adiecta ẽ cũ eo qd̃ ex ductu dimidie in seipsã:equũ ẽ ei q̃drato qd̃ ab ea q̃ cõstat ex adiecta ⁊ dimidia ĩ seipsã ducta describit

Sit linea.a.b.diuisa p equalia in puncto.c.eiq; addat linea.b.d. dico q̃ quadratũ.c.d.qd̃ sit.c.d.e.f.equale ẽ ei qd̃ fit ex tota.a.d.ĩ.b.d.⁊ quadrato.c.b. Producã ĩ quadrato predicto diametrũ.d.e.⁊ ducã lineã.b.g.equidistãtẽ d.f.q̃ secet diametrũ.d.e.in pũcto.b.a quo.b.ꝓducã equidistãtẽ linee.a.b.que sit b.k.secans.d.f. in pũcto.m.⁊.c.e.in pũcto.l.⁊ producã.a.k. equidistantem .c.l. eritq; per.36.primi.a.l.equale.c.b. At.c.b.erit equale.b.f.per.43.primi.quare.a l.ẽ equale.b.f.ergo addito.c.m.vtrobiq; erit.a.m. equalis toti gnomoni circũstãti.l.g.quare.l.g.addito vtrobiq; erit.a.m.cũ.l.g.equale toti quadrato.c.f.⁊ quia vtraq; duaꝝ superficieꝝ.l.g.⁊.b.m.ẽ quadrata:p corolariũ.4.hui⁹ p; propositũ.



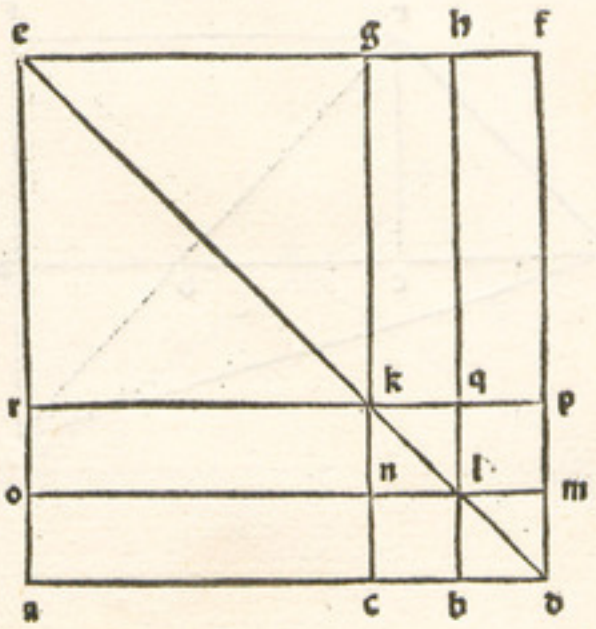
Propositio .7.

Si linea in duas partes diuidat.qd̃ fit ex ductu totius ĩ se ipsam cum eo qd̃ est ex ductu alterius partis ĩ seipsam. equum est q̃ eis ex ductu totius linee ĩ eandem partem bis ⁊ ex ductu alterius partis in seipsam.

Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c. dico q̃ quadratum totius.a.b.cũ quadrato.b.c.equũ est ei qd̃ fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.describatur quadratuz totius qd̃ sit.a.b. d.e.⁊ ducatur diametrum .b.d.⁊

e.f.equidistans.b.e.secans diametrum in puncto.g.⁊ ducatur.k.g.h. equidistãs a.b.⁊ quia quadratum.a.e.cum quadrato.e.b.tm̃ sunt quãtum quadratum .k.f. cum duabus superficiebus.a.h.et.g.e.patet propositum

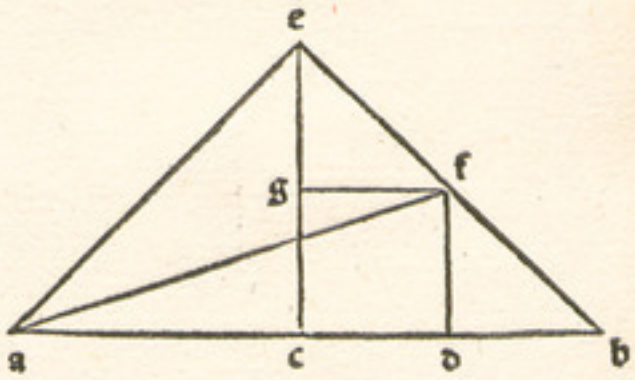
Propositio .8.



Si linea in duas partes diuidatur :eiq; in longum equalis vni diuidentium adiungatur:qd̃ ex ductu totius iam cõposite in seipsaꝫ fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. ⁊ ei qd̃ ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

Sit.a.b.diuisa in puncto.c.qualitercũq; contingat:cui addatur.b.d. equalis.c b.dico ꝙ quadratum totius.a.d.qd̃ fit.a.d.e.f.est equale ei qd̃ fit ex.a.b. ⁊.b.d. quater cũ quadrato.a.c.hoc aũt patebit ducta diametro.d.e.⁊ lineis. e.g. ⁊.b.h equidistantibus linee.d.f.⁊ secantibus diametrum in puncto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.⁊.m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per corolariũ.4.huius vnaqueq; superficierum .r.g.n.q.⁊.b.m.quadrata:⁊ quia.c.b.posita est equalis b.d.erit vtraq; superficierum.c.l.⁊.l.p.quadrata.Erũtq;.4.quadrata diuidentia quadratũ.c.p.equalia ⁊ quia totus gnomo circũstãs q̃drato .r.g.est q̃druplus ei qd̃ ex.a.b.in.b.d.q; quadruplus ad supficiẽ.a.l.patet propositum.

Propositio .9.

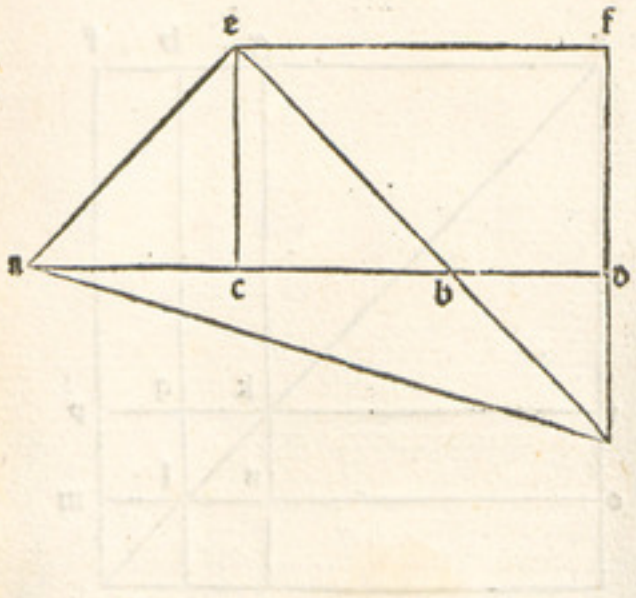


Si linea ĩ duo equalia duoq; inequalia diuiditur:q̃ fiũt ex ductu inequaliũ sectionũ in seipsam pariter accepta: duplũ sũt vtriusq; pariter acceptis.q̃ q̃dẽ ex dimidia.eaq; q̃ vtriq; sectioni interiacet quadratis describuntur.

Sit linea.a.b.diuisa per equalia.m.c.⁊ per inequalia.in.d.Dico ꝙ quadratum.a.d.⁊ quadratũ.d.b.simul iuncta:dupla sunt quadrato.a.c. ⁊ quadrato.c.d.simul iunctis.Super lineã:a.b.erigo lineã.c.e. perpendicularẽ ⁊ eq̃lem vtriq; caꝫ linea.a.c.⁊.c.b.⁊ produco.e.a.⁊.e.b.eritq; p.32.primi vterq; angulorum.a.⁊.b.⁊ vterq; angulo⁊ partialium qui sunt ad.e.medietas recti.tot⁹q; e.rectus.⁊ produco.d.f.equidistantẽ.c.e.⁊ perpendicularem super lineaꝫ.a.b.erit q; vterq; angulorum.d.rectus:⁊ angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:sive per secũdã partẽ.29.primi:quare per.6.primi.d.f.⁊.d.b.sunt equalia.a puncto f.duco.f.g.equidistantẽ.a.b.eritq; per secũdã ptẽ.29.primi:vterq; angulorum.g rectus.⁊ angulus.e.f.g.medietas recti quare p sextã ciusdẽ latera.e.g. ⁊.g.f. sunt equalia:⁊ quia per penultẽ.eiusdem quadratum:e.f.est equale quadrato.e.g.⁊ q̃drato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratũ.c.d. Itẽq; per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato.a.c.⁊ quadrato .c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ quia quadratum.a.f.est equale quadrato.e. f.⁊.a.e per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum.c.d.sed quadratum.a.f.est iterum equale per eandem quadrato.a.d.⁊ quadrato.d.f.ergo q̃dratum.a.d.⁊ quadratum .d.f duplа sunt ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum c.d.⁊ quia quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erũt quadrata duaꝫ linearũ.

a.d.⁊.d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.⁊.c.d.qd ē ꝓpositum

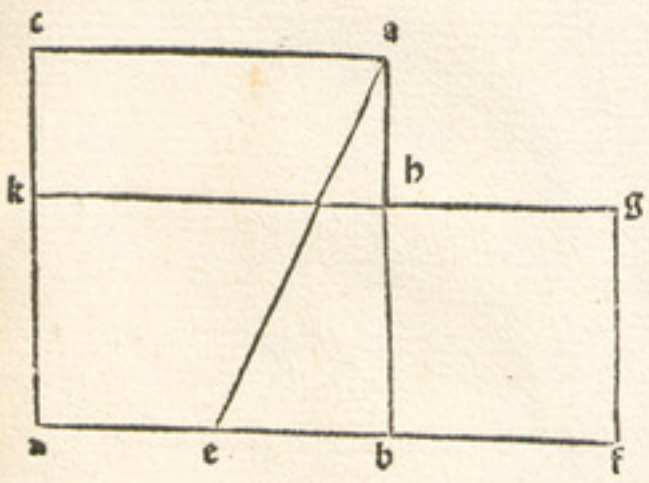
Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur eiqꝫ ī longum alia addatur: quadratum qd describitur a tota cum addita ⁊ quadratum qd ab ea que addita est. vtraqꝫ quadrata pariter accepta. ei quadrato qd a dimidia. eiqꝫ qd ab ea producitur q̄ ex dimidia adiectaqꝫ consistit vtriusqꝫ quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶ Sit linea.a.b.diuisa per equalia in.c.⁊ addita sibi linea.b.d.dico q̄ duo quadrata duarum linearum.a.d.⁊.b.d.pariter accepta dupla sunt duob⁹ quadratis duarum linearum.a.c.⁊.c.d.pariter acceptis. ¶ Erigo.c.e.perpendicularem sup lineam.a.b.⁊ equalē vtriqꝫ linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ perficio triangulū.a.e.b.ductis lineis.a.e.⁊.e.b eritqꝫ ut in p̄missa vterqꝫ angulorū.a.⁊.b.⁊ vterqꝫ eorum q̄ sunt ad.e.medietas recti p.32.primi: totusqꝫ.e.ē rectus a puncto.e.produco.e.f.equalem ⁊ equidistantem.c.d.⁊ produco.f.d.⁊.e.b.quousqꝫ cōcurrūt in puncto.g.⁊ ꝓduco lineam.a.g.eritqꝫ per vltimam partem.29.primi: angulus.c.e.f. rectus sed angulus.c.e.b. est medietas recti. ergo angulus .b.e.f. est similiter medietas recti: ⁊ quia per.33.eiusdē.f.d.est equidistans.c.e.erit per.34.eiusdem angulus .f. rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti. Itemqꝫ per eandē angulus.d.b.g.similiter medietas recti: propter id quod angulus.b.d.g. est rect⁹ ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f.⁊.f.g.sunt equalia. Itēqꝫ duo latera. d.b.⁊.d.g.sunt equalia: ergo per penultimam eiusdem quadratum.e.g.duplum est ad quadratum.e.f.quare ad quadratum.c.d. ¶ Itemqꝫ per eandem quadratum.a.e.duplum est ad quadratum.a.c.⁊ quia quadratum.a.g.est per eandem equale quadrato.a.e.⁊.e.g.similiter quoqꝫ ⁊ quadrato. a.d.⁊.d.g. At q̄ quadratū.d.g.est equale quadrato.b.d.erūt duo quadrata duarum linearum.a.d.⁊.b.d.pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum.a.c. ⁊.c.d. pariter acceptis qd est propositum: hec autem ⁊ omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11

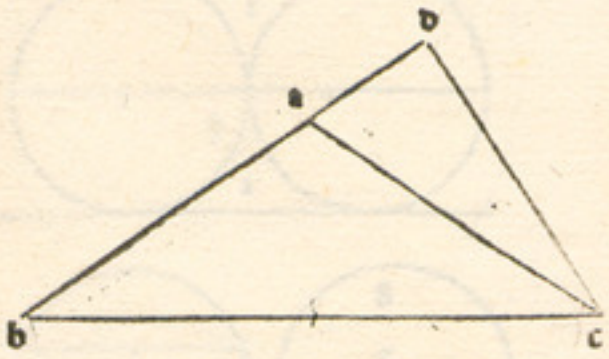


Datam lineam sic secare. vt qd sub tota ⁊ vna portione rectangulum continetur: equum sit ei qd fit ex reliqua sectione quadratū.

¶ Sit linea data.a.b.q̄ꝫ volumus sic diuidere: vt qd ex tota ⁊ eius minore producitur equum sit quadrato maiori. ¶ Describo quadratum ipsius qd sit.a.b.c.d.⁊ latus. b.d.diuido per equalia in.e.⁊ produco.a. e.et e.b.produco vsqꝫ ad.f.ita quod .c.f.sit equalis.a.e.⁊ ex.b.f. portione extrinseca: describo quadratum quod ex latere.a.b.resecat portionem equalem.b.f. que sit . b.h .⁊ quadratum descriptum sit. b.f. h. g. Dico q̄ : a.b. sic est diuisa in puncto.h.qd illud qd fit ex tota.a.b.in eius portionem.h.a.est equale quadrato b.h.,ꝓduco.g.h.vsqꝫ ad.k.que erit equidistans.a.c.q̄ ergo linea .d.b. diuisa est per equalia in.e.⁊ est sibi addita linea.b.f.erit per.6.huius qd fit ex.d.f.in.b.f.cū quadrato.e.b.equale quadrato.e.f.quare ⁊ quadrato.e.a. Quare ꝑ penultimam

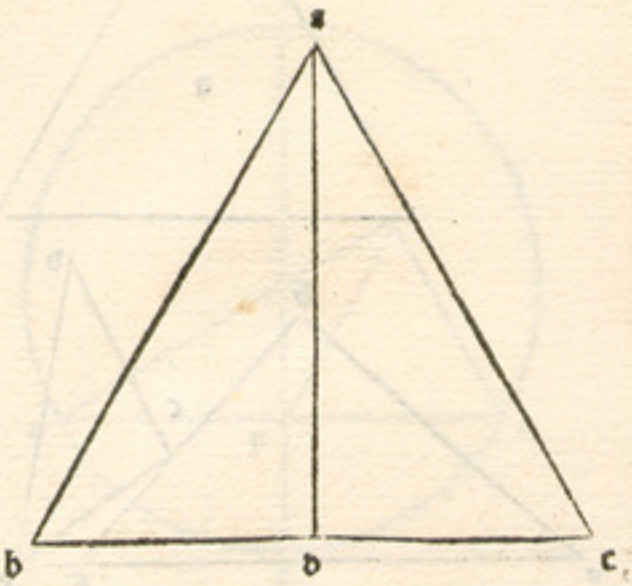
primi:quadratis duarum linearum.c.b.⁊.b.a.ergo dempto ab vtrisq; quadrato li/
nee.c.b.erit qd fit ex.d.f.in.b.f.⁊ ipsũ est superficies.d.g .equale quadrato linee
a.b.ergo dempto ab vtrisq; paralelogramo.b.d.erit quadratũ.b.f.equale palello
gramo.b.c.⁊ quia quadratum.b.f.est quadratum linee.b.b.⁊ palellogramũ.b.c.
producitur ex.c.a.que est equalis.a.b.in.a.b.pater factum esse propositũ. ¶ Ad
hoc autẽ faciendum in numeris non labores:quia impossibile est numerum sic di/
uidi:vt hic vndecima proponit sicut scies sexti.29.te docente.

Propositio .12.

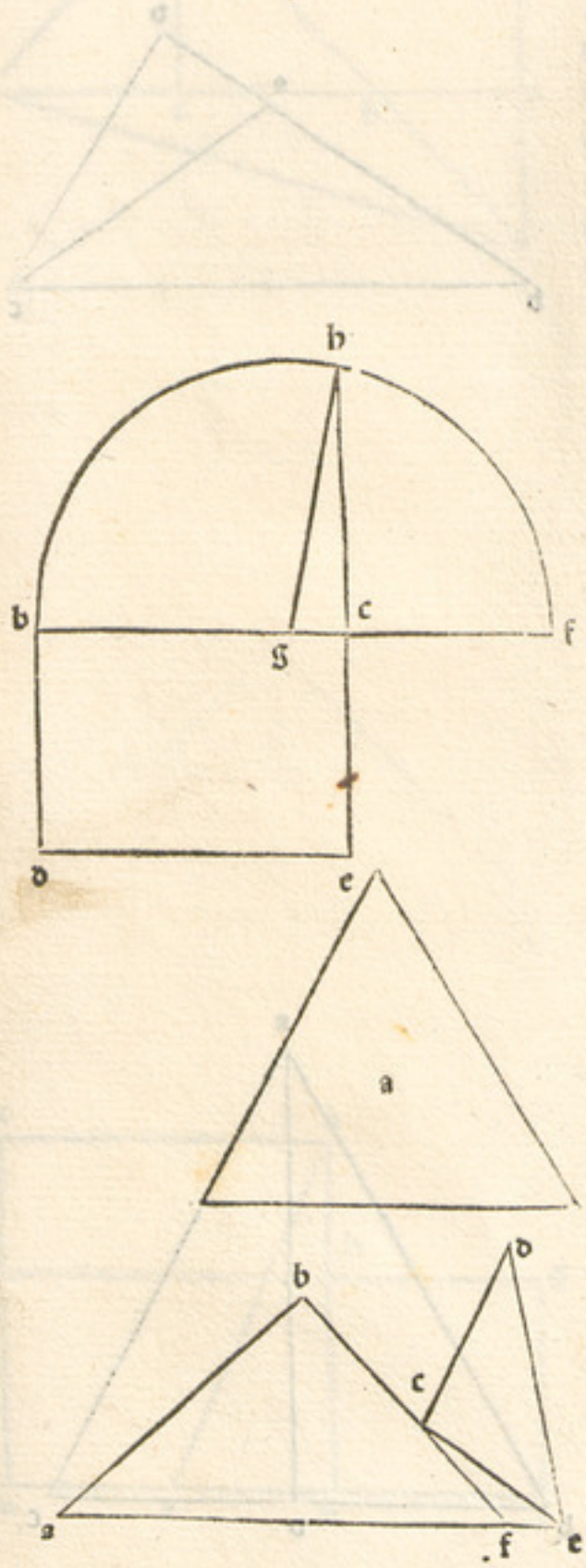


IN his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea
que obtusum subtendit angulum:ambobus reliquis lateri
bus que obtusum continent angulum amplius potest.quã
tũ est qd cõtinet bis sub vno eorũ:atq; ea que sibi directe
iũcta ad obtusum angulũ a ppẽdiculari extra deprehendit.
¶ Sit triangulus.a.b.c.habens angulum.a.obtusum.a puncto.c.ducat linea p/
pendicularis ad lineã.b.a.que necessario cadet extra triangulũ.a.b.c. alioqn an/
gulus obtusus esset rectus aut minor recto p.16.primi:sit ergo.c.d. perpendicula
ris super lineam.a.b. productam vsq; ad.d. Dico q̃ quadratum lateris.b.c.qd
subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum
a.b.⁊.a.c.ambientibus ipsum angulum obtusum.quantum est illud qd fit ex.b.
a.in.a.d.bis: potentia enim linee respectu q̃drati sui est.vnde tm̃ dicit posse linea
quelibet quantũ in se ducta producit. Erit enim p.4.hui⁹ q̃dratũ.b.d.equale duo/
bus quadratis duarum linearum.b.a.⁊.a.d.⁊ duplo eius qd fit ex.b.a.in.a. d.et
quia quadratum.b.c.per penultimam primi est equale quadrato.b.d.⁊ quadrato
d.c.ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d. ⁊.d.c. ⁊ duplo eius qd
fit ex.b.a.i.a.d.sed p eandẽ quadratũ.a.c.ẽ equale quadratis.a.d.⁊.d.c.ergo q̃/
dratum.b.c.est equale quadratis duarum linearum.b.a.⁊.c.a.⁊ duplo eius qd fit
ex.b.a.in.a.d.quare.b.c.tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c. quantum
est duplũ eius.qd fit ex.b.a.in.a.d. Jam enim diximus q̃ tantũ dicitur posse li/
nea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.

Propositio .13.



OMnis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulũ am
bobus lateribus angulum acutum continentibus minus
potest:quãtum est qd bis continetur sub vno eorum cui p
pendicularis intra superstat:eaq; sui parte:que perpendi
culari anguloq; acuto interiacet.
¶ Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxi/
gonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangu/
lo sine sit orthogonius sive ambligoni⁹ sive oxigonius. ¶ Sit ergo in triangulo
a.b.c.quicũq; triangulus fuerit.angulus.c.acutus qui si fuerit oxigonius ducatur
ppendicularis ab vtroq; angulorũ.a.vel.b.ad vtrãq; basim.b.c.vel.a.c.quia cum
sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambligo/
nius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad la
tus oppositũ quã manifestũ est cadere intra triangulũ:⁊ ut simpliciter dicam cum
in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquorũ angulorũ.
qui sunt.a.⁊.b.acutus. Ducam igitur perpendiculare ad lineam illam que duobus



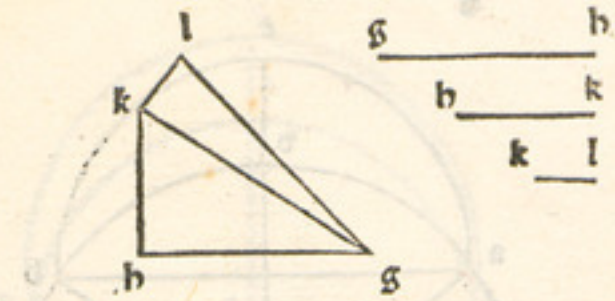
acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli.a.b.c.angulus.b.etiã sit acutus ducã :ergo ad b.c.ppẽdicularẽ q̃ sit.a.d.que vt dictũ est cadet intra triangulũ.dico itaq; q̃ q̃/dratum.a.b.qd̃ subtendit̃ angulo acuto.c.tanto minus est duobus quadratis duarum linearũ.a.c.ꝛ.c.b.quãtũ duplũ eius qd̃ fit ex.b.c.in.d.c. ¶ Vel dico q̃ quadratum.a.c.qd̃ etiam subtenditur angulo.b.quẽ posuimus acutum quicquid fuerit de angulo.a.tanto minus est duobus quadratis duarum linearum.a.b.ꝛ.b.c. quãtũ est duplum eius qd̃ fit ex.c.b.in.b.d.Erit enim per.7.huius quadratũ .b.c cum quadrato.d.c.equale ei quod fit ex.b.c.in.d.c.bis ꝛ quadrato alterius ptis scz.b.d.quare addito vtriq; quadrato.a.d.erit quadratũ.b.c.cũ quadratis duaꝝ linearum.a.d.ꝛ.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.ꝛ.d.b.ꝛ duplo eius quod fit ex.c.b.in.c.d.At quia per penultimam primi quadratum.a.c.est equale quadratis duarum linearuꝫ.a.d.ꝛ.d.c.erit quadratum.b.c.cum quadrato .a.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.ꝛ.b.d.ꝛ duplo eius quod fit ex.b.c.i.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratũ.a.b.equũ est quadratis duarum linearum.a.d.ꝛ.b.d.ergo quadratum.b.c.cum quadrato.a.c.equum est quadrato a.b.ꝛ duplo eius qd̃ fit ex.b.c.i.c.d.quare tanto min⁹ potest.a.b.duobus lateribꝰ b.c.ꝛ.a.c.quantũ est duplum eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quod est propositũ. Simili modo probabis latus.a.c.qd̃ subtenditur angulo.b.acuto posse tanto minꝰ duobus lateribus.a.b.ꝛ.b.c.quantum est duplum eius :quod fit ex.c. b.in. b.d. ¶ Notãdũ aũt per hanc ꝛ precedentẽ ꝛ penultimam primi: q̃ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit̃ arca ipsius ꝛ auxiliantibus tabulis de corda ꝛ arcu cognoscitur omnis eius angulus.

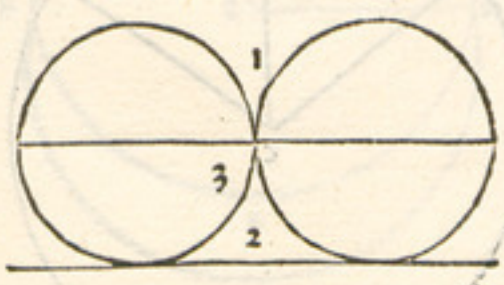
Propositio .14.

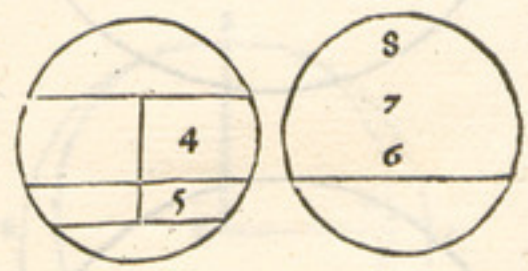
Dato trigono equum quadratum describere.

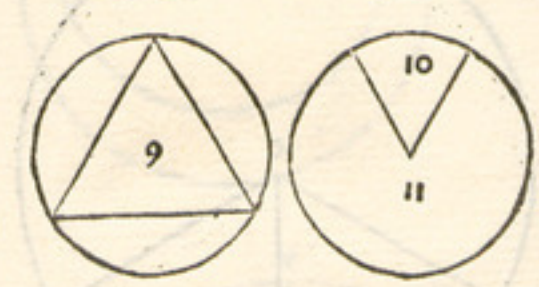
¶ Sit datus trigonus.a cui nos volumus equum quadratũ describere. Designabo superficiẽ equidistantium laterum ꝛ rectorum angulorum equalem trigono dato ꝟm quod docet.42.primi:sitq; superficies illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus qd̃ querimꝰ. ipsa eni erit q̃drata.p diffinitionẽ Si aũt latera sint ineqũlia tũc adiũgã minꝰ ipsorum laterũ maiori ꝟm rectitudinẽ.sitq; linea.e.f.equalis minori duoꝝ laterũ qd̃ ẽ c.e.adiuncta maiori quod est.b.c.ꝟm rectitudinẽ. Totam.b.f.diuidam per equalia in pũcto.g.ꝛ facto.g.cẽtro sup̃ lineã.b.f.ꝟm quãtitatẽ linee.g.b. describam semicirculũ.b.h.f.ꝛ latus.e.c.pducã vsq̃quequo secet circũferentiã in puncto.h.dico q̃ quadratũ linee.c.h.est equale trigono dato. Producã lineã.g.h.ꝛ q: linea .b.f. diuisa ẽ p̃ equalia in.g. ꝛ p̃ inequalia in.c.erit p̃.5.huiꝰ qd̃ fit ex ductu.b.c.i.c.f.cũ q̃drato.c. g.equale q̃drato .g.f.quare ꝛ quadrato.g.h.quare per penultimã primi ꝛ duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.g.c.ꝛ.c.h.ergo dempto vtriq; quadrato.c.g erit qd̃ fit ex.b.c.in.c.f.qd̃ est equale superficiei.b.c.eo q̃.e.f.ẽ equale.c.e. equale quadrato linee.c.h.quare quadratũ linee.c.h.ẽ equale trigono.a.qd̃ ẽ propositũ: ¶ Et nota q̃ p̃ hoc inueniṁ latꝰ tetragonicũ cuiuslibꝫ altera pte lõgioris ꝛ simpliciter omnis figure rectis lineis cõtente quecũq; fuerit.qm̃ omnẽ figurã talẽ in triangulos resoluemꝰ ꝛ cuiuslibꝫ illoꝝ triangulorum inueniemꝰ tetragonicũ latus ꝟm doctrinam istius.ꝛ inueniemus per penultimam primi . lineam vnam que possit in omnia latera tetragonica inuenta.verbi gratia volo nunc inuenire latus tetragonicũ rectilinee figure irregularis .a.b.c.d.e.f.resoluo eam.in.3.triangulos qui sũt

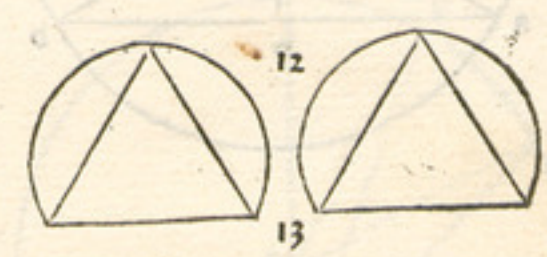
a.b.f.c.d.e.⁊.c.f.e. Inuenio quoq; ſm doctrinam iſtius tria latera tetragonica iſtoꝝ trium triangulorum.qui ſunt.g.h.h.k.⁊.k.l:⁊ erigo.h.k.perpendiculariter ſuper.g.h.⁊ produco.g.k.eritq; per penultimã quadratum primi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.h.⁊.h.k.⁊ tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter ſuper lineam.g.k.⁊ produco lineam.g.l.eritq; per penultimam primi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee propoſite. ¶ Explicit liber ſecundus. Incipit liber tertius.

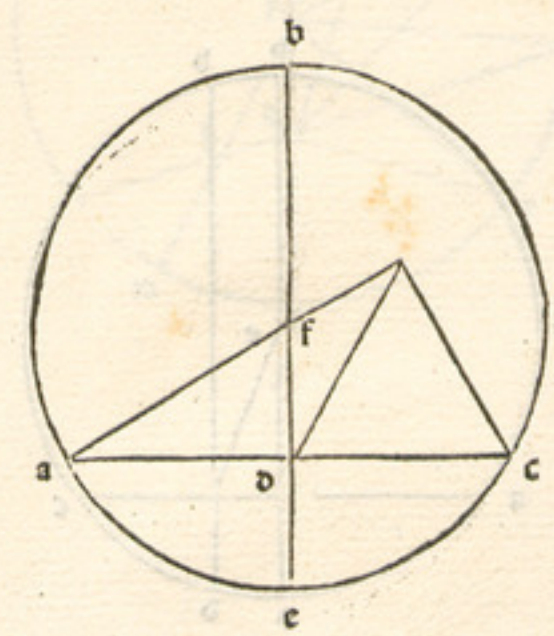










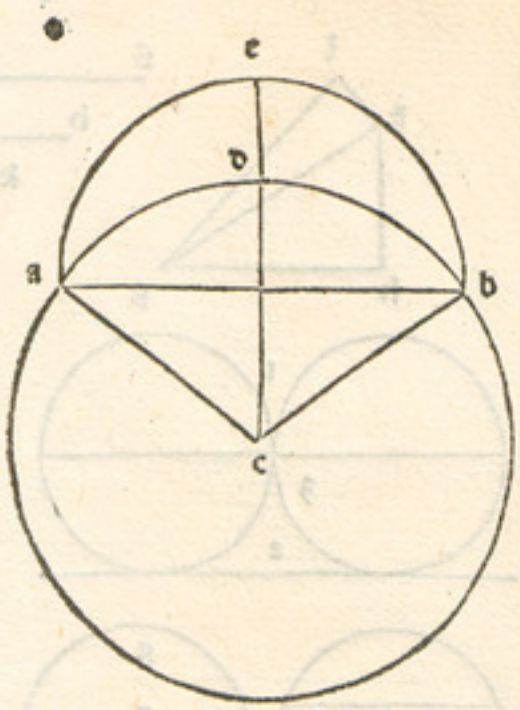


Uoꝝ diametri ſunt eq̃les.ipſos circulos eq̃les eſſe. ¶ Maiores aũt quoꝝ maiores ⁊ minores quoꝝ minores. ¶ Circulũ linea ꝓtingere dicitur:que cũ circulũ tangat in vtrãq; parte eiecta.circulũ non ſecat. ¶ Circuli ſeſe contingere dicunt qui tangentes ſeinuicem non ſecant. ¶ Recte linee in circulo equaliter diſtare dicũt a centro.cũ a centro ad ipſas ducte perpendiculares fuerint equales. ¶ Plus vero diſtare a centro dicit.in quã ꝓpendicularis longior cadit. ¶ Recta linea portionũ circuli cõtinẽs corda noiat. ¶ Portio vero circũferentie arcꝰ nũcupat. ¶ Angulus aũt portionis dicit q̃ a corda ⁊ arcu continet. ¶ Supra arcũ angulus conſiſtere dicit.qui a quolibet pũcto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeuntibꝰ cõtinet. ¶ Sector circuli eſt figura q̃ ſub duabꝰ a cẽtro ductis lineis ⁊ ſub arcu qui ab eis cõprehendit cõtinet. ¶ Angulus aũt qui ab eis lineis ambitur ſupra centrũ cõſiſtere dicit. ¶ Sil'es circuloꝝ portiões dicũt ĩ quibꝰ qui ſupra arcum conſiſtunt anguli ſibi inuicẽ ſũt eq̃les. ¶ Arcꝰ quoq; ſimiles ſunt qui'equos angulos predicto modo ſuſcipiunt.

Propoſitio .i.

Irculi ꝓpoſiti cẽtrũ inuenire.vñ manifeſtũ ẽ q̃ duabꝰ rectis lineis in eodẽ circulo apud circũferẽtiã terminatis neutra illaꝝ alterã per eq̃lia orthogonal'r ſecat niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

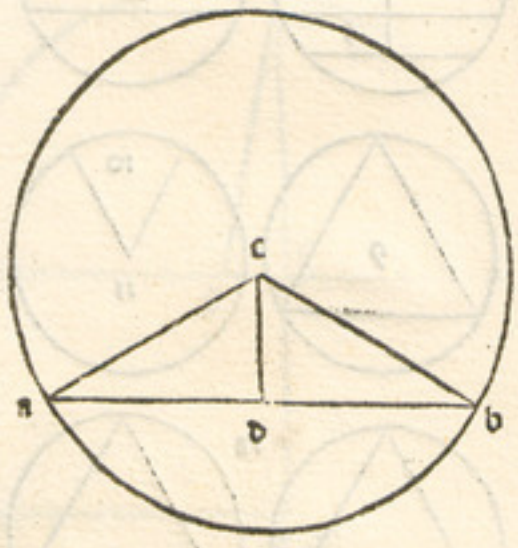
¶ Sit circulus propoſitus.a.b.c.cuius volumus centrũ inuenire. duco in ipſo circulo lineã.a.c.qualitercũq; contingat quã diuido per equalia ĩ pũcto d.a quo duco perpendicularem ad lineã.a.c.quã applico circũferentie ex vtraq; ꝑte.ſit q;.e.d.b.quã rurſus diuido ꝑ eq̃lia in pũcto.f.quẽ dico eſſe centrũ circuli. Si enim nõ ẽ:erit aũt alibi aut ĩ linea.e.b.aut extra. In linea.e.b.nõ: ſi enim fuerit ĩ ea vt ĩ puncto.g.erit linea.e.f.maior linea.e.g.ꝑs videlicet toto q̃d eſt ipoſſibile. Qd̃ ſi fuerit extra lineã.e.b.ut in pũcto.h.ducant̃ linee.h.a.h.d.h.c.⁊ qꝛ latera,h.d.⁊ d.a.trianguli.h.d.a.ſũt eq̃lia laterib̃ꝰ.h.d.⁊.d.c.trianguli.h.d.c.⁊ baſis.h.a. baſi.h.c.erit ꝑ.8.primi angulꝰ.a.d.h.eq̃lis angulo.c.d.h.q̃re vterq; rectꝰ ⁊ qꝛ angulus.a.d.b.fuit etiã rectꝰ erit.a.d.b.eq̃lis.a.d.b.ꝑ.3.petitione p̃mi ꝑs videlicet toti q̃d ẽ ipoſſibile.nõ ẽ ergo cẽtrũ dati circuli alicubi quã ĩ pũcto.f.q̃d ẽ propoſitũ.



Propositio .2.

Super circuli circũferentiam duobus punctis signatis.li/ueam rectam ductam ab altero ad alterum.circulum seca re necesse est.

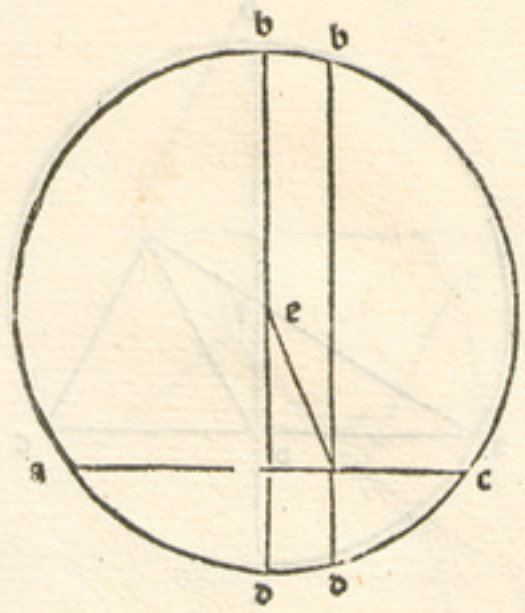
Sit vt in circũferentia circuli.a.b.cuius centrũ sit.c.signata sint duo puncta que sunt.a.et.b.dico q̃ linea recta coniũgens vnũ cum altero secabit circulum.Alioquin cadet extra circulum:sitq̃.a.c.b.linea recta si possibile est:producã lineas.c.a.et.c.b.erũtq̃ per.5.primi:angulus.c. a.b.et.c. b.a.equales:protraham itẽ lineã.c.e.que secet circãferentiam in puncto.d. eritq̃ per. 16.primi:angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.e. quare per. 18.eiusdem latus.a.c.maius latere.c.e.et quia.c.d.est equalis.c.a.erit.c.d maior.c.e.pars toto quod est impossibile:quia ergo linea coniungens duo pũcta a.b.non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.



Propositio .3.

Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet.orthogonaliter sup̃ eam insistere.et si in eam orthogonaliter steterit. eam p̃ equa/lia diuidere necesse est.

Sit vt lineam.a.b.collocatã intra circulum.a.b.cuius centrum sit c.linea.c d.veniẽs a cẽtro diuidat p̃ eq̃lia: dico q̃ diuidit eam orthogonaliter.et e conuerso videlicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia:producã lineas.c.a.et.c.b.et ponã primo q̃ diuidat eã per eq̃lia: erũt ergo duo latera.c.d. et.d.a.trianguli.c.d.a.equalia duobus lateribus.c.d.et.d.b.trianguli.c.d.b.et ba/sis.c.a.basi.c.b.ergo per.8.primi:angulus.d.vnius est equalis angulo.d.alterius quare vterq̃ rectus:quare.c.d.est perpendicularis super.a.b.qõ est propositum. Ponam iterum q̃.c.d.sit perpendicularis super.a.b.et ostendam q̃ ipsa diui/dit.a.b.per equalia erit enim ꝓpter hanc positionẽ vterq̃ angulorũ qui sunt ad.d rectus quare vnus equalis alteri. At qr p̃.5.primi angulus.c.a.d.est equalis an/gulo.c.b.d.et latus.c.a.eq̃le lateri.c.b.per.26.primi:eiusdem erit linea.a.d.equa/lis linee.d.b.quod est propositum.

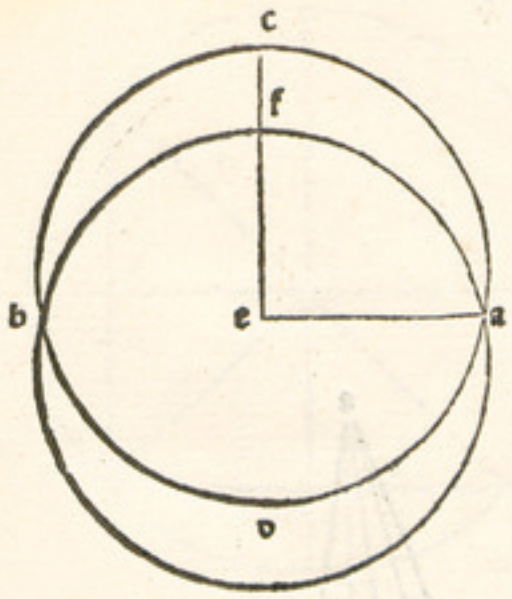


Propositio .4.

Si intra circulum due linee se inuicem secent. et super cen/trũ non transeant.nõ per equalia eas secari necesse est.

Sit vt in circulo.a.b.c.d.cui centrũ sit.c.due linee.a.c.et.b. d.se cent se in pũcto.f.et vtraq̃ earũ vel altera non trãseat per centrũ.dico q̃ ipse nõ diuidunt sese p̃ equalia:ita q̃ vtraq̃ p̃ equalia diuidat̃ ab altera. Qõ si fuerit hoc possibile:ponat̃ et sic primo vt neutra trãseat p̃ centrum a centro.c.producã lineã.c.f.eritq̃ p̃ primã premisse vnusquisq̃.4. angulorũ qui sunt.a.f.c.c.f.c.b.f.c.et.c.f.d.rect̃ qõ ẽ impossibile:sic enĩ rect̃ esset minor recto. Sit igit̃ vt altera eorũ trãseat p̃ centrũ et altera nõ:sitq̃.b.d.trãsiens per centrum adhuc dico q̃ nõ diuidunt sese per equalia:qõ si sic.tunc p̃ primã p̃tẽ premisse:cũ b.d.ducta a centro diuidat.a.c.per equalia diuidat eã orthogonaliter. quare etiã a.c.diuidet.b.d.orthogonaliter:et qr diuidit.a.c.ipsã.b.d.p̃ eq̃lia vt ponit aduer sarius:ipsa transibit per centrum p̃ corolarium prime huius:quare ambe tran/seunt per centrum quod est contra ypothesim.

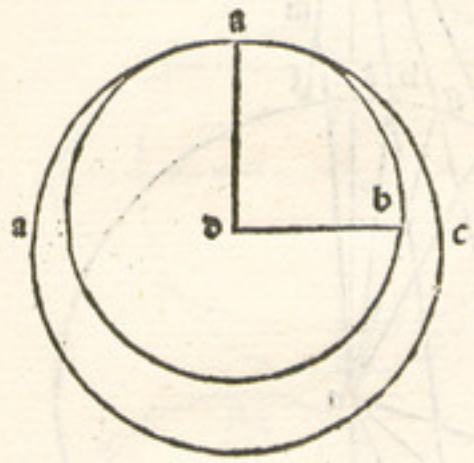
Propositio .5.



Circulorum se inuicem secantium centra diuersa esse.

¶ Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.⁊.b Dico q̃ eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberẽt idem cẽtrum ipsũ erit per diffinitionẽ in portione vtriq; circulo cõmuni:sitq; illud e.⁊ ducantur linee.e.a.⁊.e.f.e.eruntq; p̃ diffinitionẽ due linee.e.a.⁊ e.f.equales. ¶ Itemq; per diffinitionem due linee.e.a.⁊.e .c.equales:quare e.f. est equalis.e.c.cum vtraq; earum sit equalis.e.a.pars videlicet toti q̃ d̃ est impossibile.

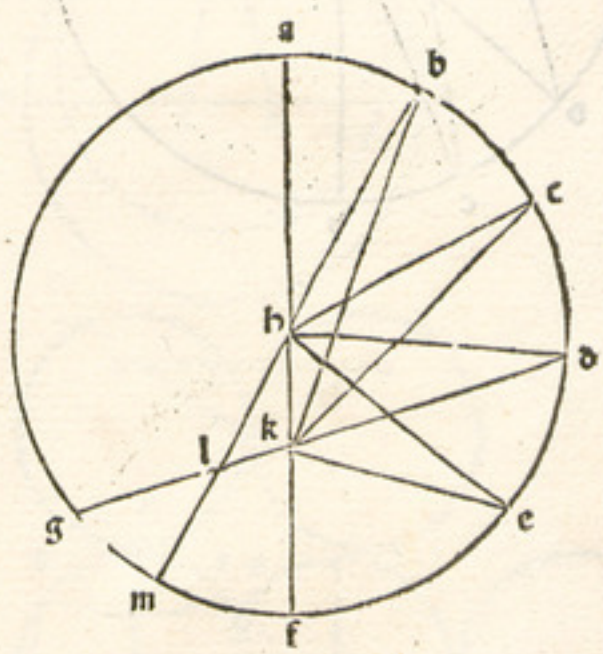
Propositio .6.



Circulorum se se contingentium nõ idem centrum esse necesse est.

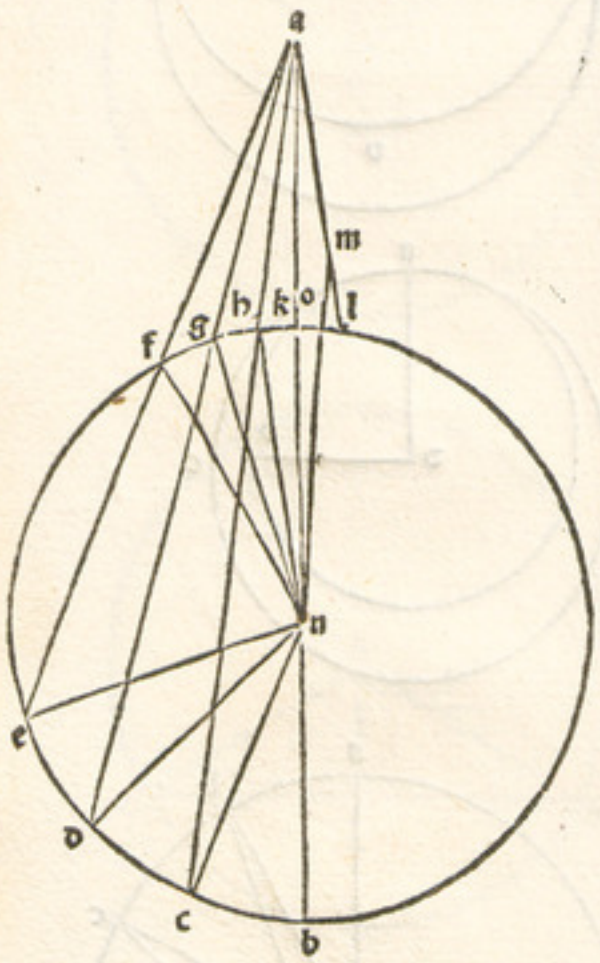
¶ Sint duo circuli.a.b.⁊.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico q̃ eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum erit p̃ diffinitionem inter minorem eorũ cum minor positus fuerit itra maiorem:sitq; ipsum.d.⁊ ducantur linee.d.a.⁊.d.b.c.eritq; per diffinionem vtraq; duarum linearum.d.b.⁊.d.c.equalis.a.d.q̃ d̃ est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra quorum sc̃ vnus est extra alterũ:manifestum est per diffinitionem centri q̃ d̃ ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



Si in diametro circuli punctus preter centrum signetur:⁊ ab eo ad circũferentiam linee plurime ducãtur.que super centrum transierit omnium erit longissima.que vero d̃ ya metrum perficiet omnium erit breuissima.que autem centro proxime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tanto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoq; equidistãtes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit vt in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus punctus k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt.k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k. f.k.g.ad circumferentiam:⁊ transeat.a.k.per centrum.h.⁊.k.f.sit complemẽtum dyametri:sitq; vt.k.e.⁊.k.g.equidistent a.k.f.hoc est dicere vt angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico q̃.k.a.est omnium longissima.⁊.k.f.omnium breuissima:alie vero tanto lõgiores quãto cẽtro ꝓpinquiores:vt.k.b.est longior. k.c.⁊ k.c.est longior. k.d.⁊.k.d.longior. k.e.⁊. k. e.⁊.k.g. sunt equales: quia enim in triangulo.b.k.h.duo latera.b.h.⁊.h.k.per.20.primi:sunt maiora latere.b. k .et ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior b.k.⁊ eadem ratione maior omnibus alijs ⁊ hoc est primum. ¶ Itemq; quia in triangulo.e.h.k.duo latera .h.k.et. k. e.per eandem sunt maiora latere.h.e. quod est equale linee .h.f. ipsa erũt maiora linea.h.f. ergo dempta communi linea que est.h.k. remanebit .k.e.maior k.f.eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa ⁊ hoc est secundum. ¶ Itẽq; q̃ duo latera.h.h.⁊.h.k.trianguli .h.h.k.sunt equalia duob⁹ laterib⁹ .e.h.⁊.h.k



trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b.b.k.ē maiꝛ angulo.c.b.k. erit p.24.primi basis .b.k.maiꝛ basi.k.c.cadē rōne.k.c.maiꝛ erit.k.d.ꝛ.k.d.maiꝛ.k.e. ꝛ hoc ē tertium ¶ Qō si due linee.k.g.ꝛ.k.e.nō sunt equales erit altera maiꝛ:sitq3.k.g. de q̄ summam.k.l.equalem.k.e.ꝛ producā.b.l.quousq3 secet circūferentiam in puncto.m. ꝛ qꝛ per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.primi:angulus.l.k.b.equalis angulo.e.k.b.ꝛ duo latera.l.k.ꝛ.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equalia duobus laterib⁹.e.k.ꝛ.k.b.trianguli.e.k.b.ergo p.4.primi basis.b.l. est equalis basi.b.e.ꝛ qꝛ.b.m.est equalis.b.e.erit.b.m.equalis.b.l.qō ē impossibile.sunt ergo due linee.k.g.ꝛ.k.e.equales qō est nostrū propositum.quartum

Propositio .8.

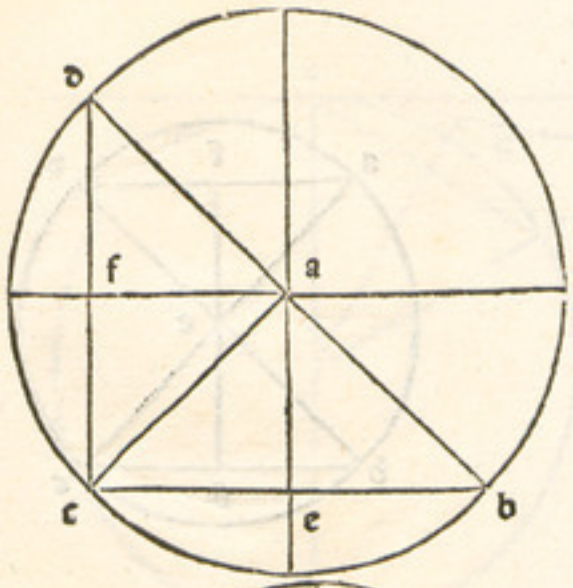
I extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur circulum secando.que super centrum transierit omnium erit longissima. ¶ Centro autem propinquiores ceteris remotioribus lōgiores. ¶ Linee vero partiales ad circūferentiaꝫ extrinsecus applicate:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiq3 propinquiores remotioribus breuiores. ¶ Due vero que linee breuissime vtrūq3 eque propinquāt equales sunt.

¶ Sit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducātur plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d. ꝛ.a.f.e.Dico q̄.a.b.transiens per centrum omniū erit longissima.ꝛ q̄.a.c.ē maiꝛ.a.d.ꝛ.a.d.maiꝛ.a.c.ꝛ q̄.a.k.ē omniū breuissima extrinsecaꝫ: ꝛ q̄.a.b. est minꝛ.a.g.ꝛ.a.g.minꝛ.a.f.ꝛ dico q̄ si ducatur.a.l.ita q̄ ipsa ꝛ. a.b. equalit̄ distent ab.a.k.hoc est q̄ angulus.k.a.b.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equales ¶ Producā enī a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.e.n.f.n.g.ꝛ n.b.erūtq3 per.20.primi duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.maiꝛa.a.c.ꝛ qꝛ ipsa sunt equalia linee.a.b erit.a.b.maiꝛ.a.c.eadeq3 ratione erit maiꝛ omnibus alijs qō est primum.ꝛ quia duo latera.a.n.ꝛ.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.ꝛ.n.d. trianguli.a.n.d.ꝛ angulus.a.n.c.est maiꝛ angulo.a.n. d. erit per.24.primi:basis.a.c.maiꝛ basi.a.d.ꝛ eadē rōne erit.a.d.maiꝛ.a.e.qō est scōm. ¶ Itēq3 quia in triāgulo.a.n.b.duo latera.a.b.ꝛ.n.b.sunt maiꝛa.a.n.per.20.primi.ꝛ.b.n. ē equalis.n.k.erit per cōmunē sciam.a.b.maiꝛ.a.k.eadem rōne quelibet extrinsecus applicataꝫ maiꝛ erit.a.k.qō est tertiuꝫ. ¶ Item quia per.21.primi:due linee a.b.ꝛ.b.n.sunt minꝛes duabus lineis.a.g.ꝛ.g.n.ꝛ.b.n.est equalis.g.n.erit per communem scientiam.a.g.maiꝛ.a.b.eadem rōne erit.a.f.maiꝛ.a.g.qō ē quartum. ¶ Qō si.a.l.non sit equalis.a.b.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k .erit altera maiꝛ:sitq3.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.b.ꝛ producam.n.o.m. quia ergo duo latera.m.a.ꝛ.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹. b.a.ꝛ a.n.trianguli.b.a.n.ꝛ angulus.m.a.n.est equalis angulo.b.a. n.erit per.4.primi:basis.m.n.equalis basi.n.b.ꝛ quia.m.o.est equalis.n.b.erit.n.o.equalis .n. m. pars videlicet toti qō est impossibile ꝛ hoc est quintū

Propositio .9.

SI intra circulū puncto signato.ab eo plures q̃z due linee ducte ad circūferentiam fuerint equales.punctū illud centrum circuli esse necesse est.

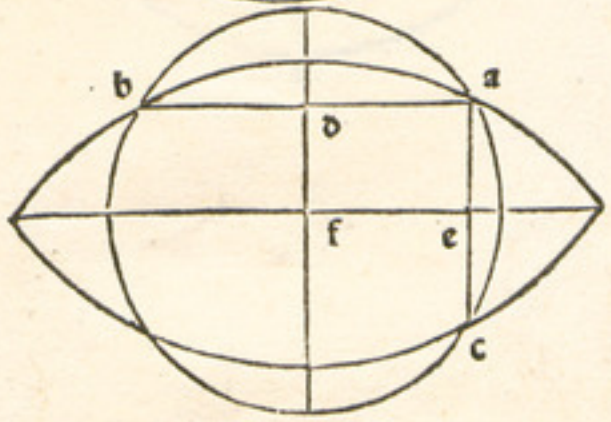
¶ Sit vt a puncto.a.signato intra circulū.b.c.d.ducte sint.3.linee.a b.a.c.a.d.ad circūferentiā quas pono ēc equales dico punctum.a. esse centrū circuli. Producā enim duas lineas.c.b.⁊.d.c.⁊ diuidā vtrāq3 eaꝝ p eq̃ lia.c.b.quidem in puncto.e.⁊.d.c.in puncto.f.⁊ producam.e.a.⁊.f.a. quas ap/ plico circūferentie ex vtraq3 parte.eritq3 per.8.primi vterq3 angulorū qui sunt.a . d.e.eq̃l'alteri.igit̃ p.13.vterq3 erit rect⁹.Sil'r quoq3 p eādē vterq3 angulorꝝ q̃ sūt.a d.f.rectus:ergo per corolariū prime huius.quia.a.c.diuidit.c.b.per equalia ⁊ or/ thogonaliter ipsa transit per centrū.similiter quoq3.a.f.transit per centrum. qua diuidit .d.c .per equalia ⁊ orthogonaliter.quare.a.ē centrū qd̃ est propositum



Propositio .10.

SI circulus circulum secet.in duobus tantum locis secare necesse est.

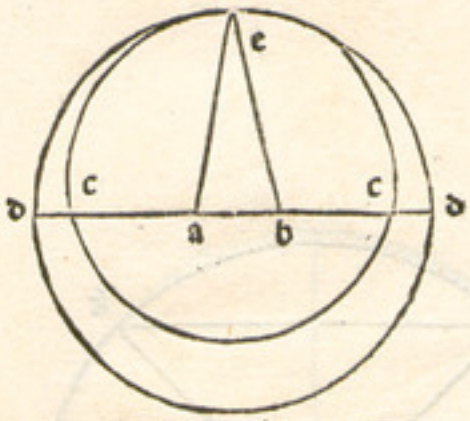
¶ Sint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̃z in duo bus locis super .3.puncta.a.b.c.producam lineas.a.b.⁊.a.c. quas diuidam per equalia in punctis.d.⁊.e.⁊ producam a puncto.e.line am.e.f.per pendicularem super lineam.a.c.⁊ a puncto.d.lineam.d. f. ꝑpendicu/ larem super lineam.a.b. ⁊ secent se due linee.e.f.et.d.f.i puncto. f. eritq3 per co/ rolarium prime huius punctu3.f.centrum circuli vtriusq3 qd̃ est impossibile. per 5.huius.



Propositio .11.

SI circulus circulum contingat.lineaq3 per centra eorum transeat.ad punctum contactus eaꝝ applicari necesse est.

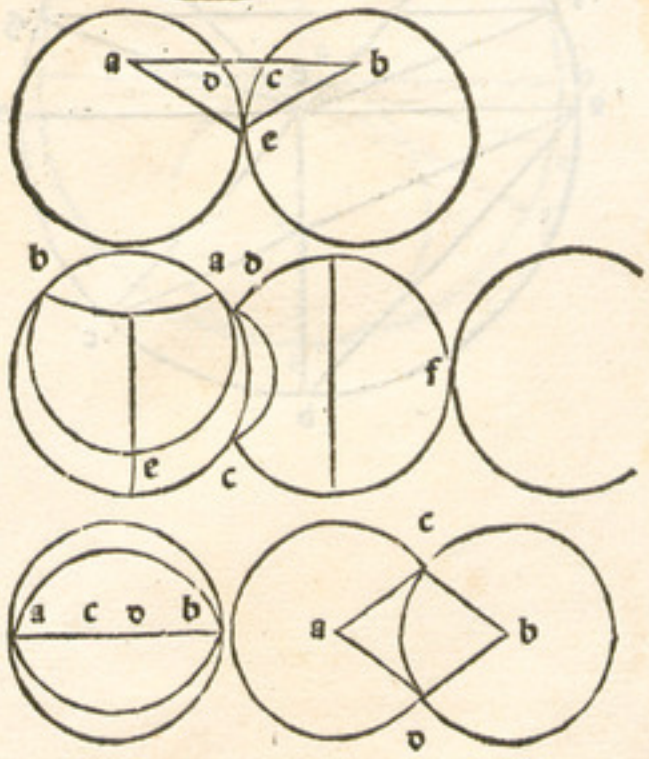
¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum.c.e.et.d.e sese contingentium intra vl' extra.nō vadit ad locum contactus se/ cet circūferentiam vtriusq3:sitq3.a.centrum circuli.e.d.et.b. centrū circuli.e.c.et ducatur linea recta.a.b.c.d.secans circūferentiam vtriusq3: et ducan tur linee a puncto.e.qui sit locus contactus ad centra que sunt. e.a.e.b. eruntq3 in cōtactu interiori.p.20.p̃mi due linee.e.b.⁊.b.a.longiores.e.a.q̃re longiores.a d.est enim.a.ceutrū circuli.e.d.⁊ qm̃.b.c.est equalis.e.b.qm̃ .b.est centrum circu li.e.c.erit.c.a.longior.a.d.qd̃ est impossibile.¶ In cōtactu vero exteriori erūt due linee.a.e.⁊.e.b.longiores.a.b.quare.a.d.⁊.c.b.maius erūt q̃ꝑ tota.a.b.qd̃ est fal sum.



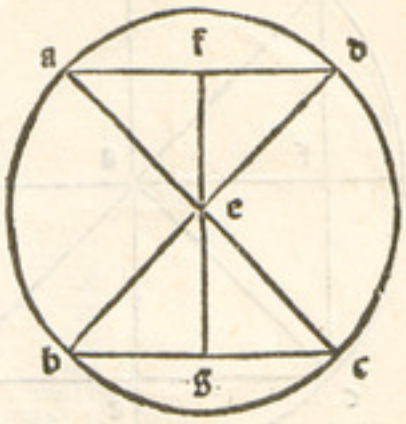
Propositio .12.

SI circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrin secus.in vno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si eni fuerit possibile.vt circulus circulū cōtingat in duob⁹ locis intra vl' extra cōtingat circulū.a.b.c.d.circulus.a.b.e.interi⁹ i duo/ bus p̃ctis.a.b.vel exteri⁹ circulus.c.d.f.i duob⁹p̃ctis.c.d. Cū er/ go ducemus lineā rectā ab.a.ad.b.si ipsa cadat extra circulū .a.b.e. interiorē ac/ cidet ꝓtrariū secūde hui⁹.Qd̃ si ipsa cadat intra ipsū:cū diuiserimus ipsā p equa/ lia ⁊ eduxerim⁹ a p̃cto diōis ꝑpendicularē ad ipsā.fueritq3 applicata circumfe/ rentie ex vtraq3 ꝑte ipsa trāsibit p centrū amboꝝ circuloꝝ.quare accidet cōtrarium premisse.¶ In circulo vero cōtingente exteri⁹ in p̃ctis.c.d.si ducam⁹ lineā rectā a puncto.c.ad punctū.d.necesse est accidere ꝓtrariū ꝑ hb⁹.quare vtrūq3 ipossibile



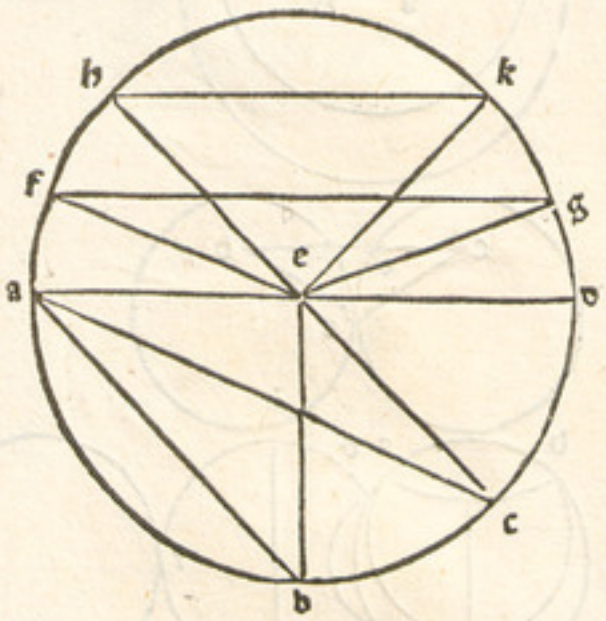
Propositio .13.



Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equidistare. ⁊ si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.duc linee.a.b.⁊.c.d sint equales.dico ꝙ ipse equidistant a centro ⁊ econuerso. Producãtur enim a centro.e.linee.e.f.⁊.e.g.perpendiculares ad.a. d.⁊.b. c. eritq; per.2. partem tertie hui⁹.a.d.diuisa per equalia.in.f.⁊.b.c.in.g:q; ergo duo latera.e.d ⁊.d.a.trianguli.e.d.a.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.c.b.trianguli.e .c.b. ⁊ basis.e.a.basi.c.b.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.c.⁊ q; duo latera.e.d.⁊.d.f.trianguli .e.d. f.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.c.g.trianguli e.c.g.Nam.d.f.est equalis.c.g.eo ꝙ tota.a.d.posita est equalis. b.c.⁊ angulus d.est equalis angulo.c.erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi.c.g. ⁊ quia iste sũt ꝑpẽdiculares veniẽtes ad eas a cẽtro patet ꝑ diffinitionẽ:siue.4.hui⁹ipsas eq̃liter distare a centro. Aliter idem. Quadratũ enim.e.d.per penultimam primi valet quadrata duarum linearum.e.f.⁊.f.d.⁊ quadratum.e.c.quadrata duarũ linearũ que sunt.e.g.⁊.c.g.⁊ quia quadratum.d.e.est equale quadrato.e.c.⁊ quadratum d.f.quadrato.g.c.erit quadratũ.e.f.equale quadrato.e.g.quare.e.f.est equale.e. g.sicq; patet idem. Sit ergo.e.f.equalis.e.g.qõ est eas equaliter distare a centro. dico tunc ꝙ .a.d.est equalis.b.c.d.e.quadratis enĩ duarum linearum.e.d.⁊.e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e.f.⁊ .e.g. equalibus remanẽt per penultimam primi quadrata duaru; linearum.f.d.⁊.g. c.q̃ per cõmunẽ scientiam necesse est esse equalia:quare.f.d.est equalis.g.c.ergo duplum.f.d.qõ est.a. d.est equale duplo.g.c.quod est.b.c.⁊ hec est scõa pars propositi.

Propositio .14.



Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrũ eius omnium longissimam. eiq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

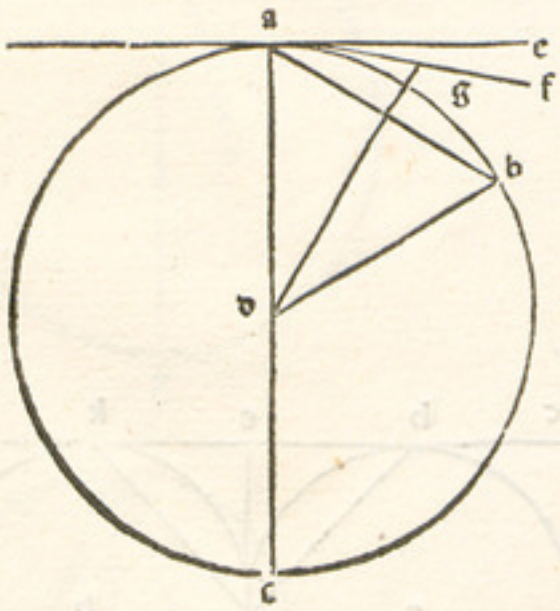
Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.e.cadant plurime linee que sint.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.sitq;.a.c.d.diameter.dico ipsam esse longissimam ⁊ alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro.e. linee ad extremitates omnium que sint.e.b.e.c.e.f.e.h.⁊.e.k.eruntq; per.20.primi duo latera.e.f.⁊.e.g.trianguli.e. f.g.longiora.f.g.⁊ quia ipsa sunt equalia.a.d.erit.a.d.maior.f.g.eadem ratione maior erit q̃.a.c.quia.a.e.⁊.e.c. sunt maiora.a.c.⁊ equalia.a.d.ergo.a.d.maior est.a.c.sic quoq; est maior.h.k. ⁊ maior etiã q̃.a.b. Qõ autem.f.g.sit maior.h.k. ⁊.a.c.a.b.patet.quia per.24. primi cum duo latera.f.e.⁊.e.g.trianguli.f.e.g.sint equalia duobus laterib⁹.h.e. ⁊.e.k.trianguli.h.e.k.⁊ angulus.f.e.g.maior angulo.h.e.k.erit basis.f.g.maior basi.h.k. Similiter quoq; quia.a.e.⁊.e.c.sunt equalia.a.e.⁊.e.b.⁊ angulus.a.e.c maior angulo.a.e.b.erit basis.a.c.maior basi.a.b.⁊ sic est propositum.

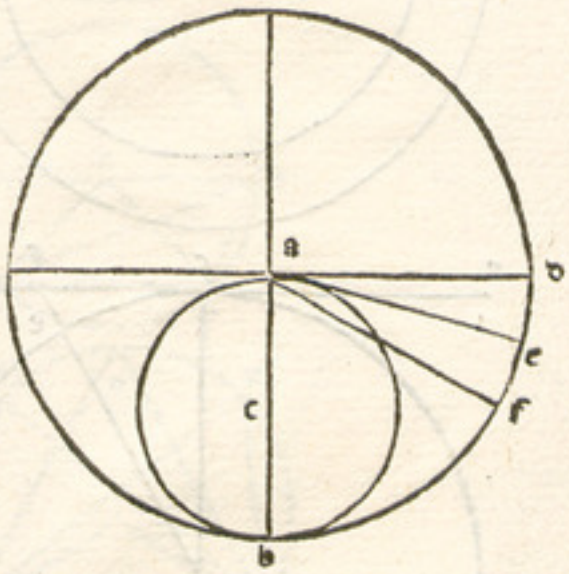
Propositio .15.

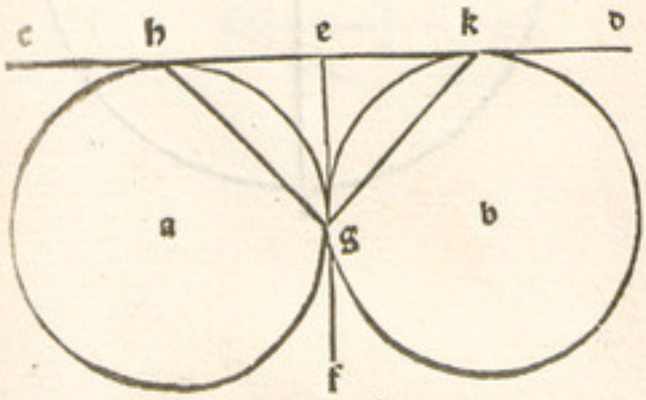
Si ab altero terminorũ diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur:extra circulum eam cadere necesse est. Atq; inter illam ⁊ circulũ aliã lineã rectã ca

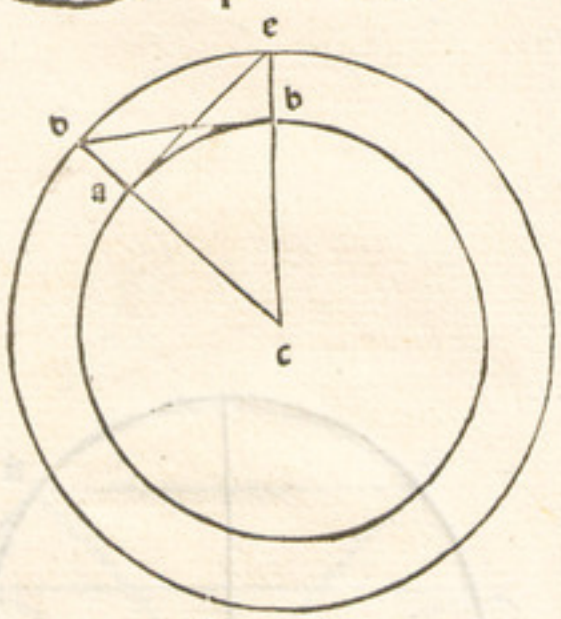
pi impossibile est ¶ Angulum autem ab illa ⁊ circũferentia contentũ. omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro ⁊ circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestũ est omnem lineam rectam a termio diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

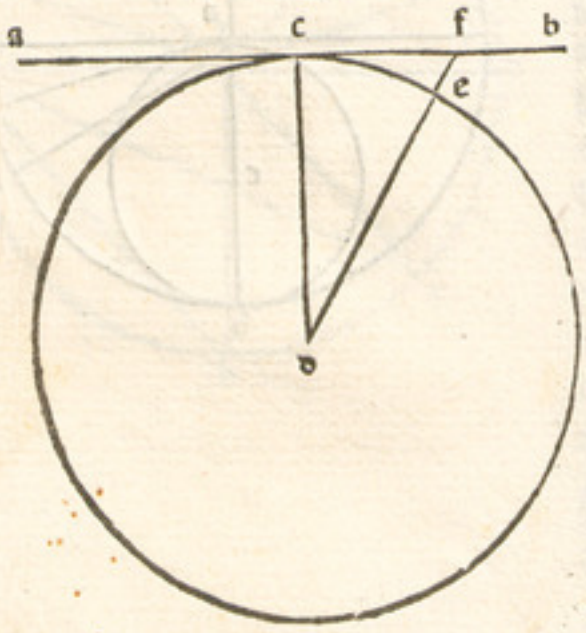
¶ Sit vt a termio a diametri.a.c.circuli.a.b.c.cui⁹ cĕtꝗ.d.ducaĩ linea orthogonaliter: dico ꝙ ipsa cadit extra circulum.⁊ ꝙ inter lineam illam ⁊ circũferentiã nulla alia recta linea itercipiĩ: ⁊ ꝙ angulus quĕ ipsa ⁊ circũferẽtia cõtinet ẽ minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. ⁊ ꝙ angulus cõtentus a diametro ⁊ circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. ¶ Si enim linea ducta. ab.a orthogonaliter super.a.c.lineam: potest cadere infra circulũ.sit illa linea.a.b.⁊ ducatur linea.a.d.b.eritqꝫ per.5.primi angul⁹.d.a.b.equalis angulo.d.b.a.⁊ quia angulus.d.b.a.est rectus per ypothesim.habebit triangulus.a.b.d.duos angulos rectos quod est impossibile.p.32.primi: ¶ Cadet ergo extra sitqꝫ.a.e.ꝙ si inter ipsam ⁊ circũferentiã põt linea recta intercipi sit illa a.f.ad quã ducaĩ perpendicularis.d.g.⁊ quia angulus.d.g.a.est rectus.erit p.18. primi linea.a.d.longior linea.d.g.quod est impossibile.quare inter ipsam ⁊ circũferentiã nulla linea recta intercipieĩ. ¶ Propter quod patet ꝙ angul⁹ cõtentus.ab e.a.⁊ circũferentia qui dicitur angulus contingentie ẽ minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cõtingentie equalis.aut eo minor cum omnis talis possit per equalia diuidi secũdũ doctrinaꝫ.9.primi inter lineã.a.c.⁊ circũferentiam posset linea recta itercipi ꝙ monstrauimus esse nõ posse.per quod patet angulum contentum a diametro ⁊ circũferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem.quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. ¶ Corolariũ patet per primam partem. Cum enim linea.a.e.in vtrãqꝫ partem erecta non secet circulum ⁊ tangat ipsum in puncto.a.ipsa est contingens p diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum ꝙ nõ valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius.⁊ per omnia media.ergo per equale.nec ista contingit reperire maius hoc ⁊ minus eodem ergo cõtingit reperire equale.hoc autem sic patet. Sit circulus.a.b. super centrum.c.cuius diameter .a.c.b. ⁊ ducatur ab eius termino a.linea.a.d.orthogonaliter: eritqꝫ contingens circulum per corolarium huius. Describaĩ iterũ sup pũctũ.a.ꝑm quãtitatẽ diametri.a.b.circul⁹.b.e.d.⁊ imagineĩ linea.a.b.moueri super punctum.a.per circumferentiam arcus.b.e.d.ita ꝙ punctum.b.numeret omnia puncta arcus.b.e.d.quousqꝫ perueniat ad lineam. a.d. ⁊ cooperiat ipsam.⁊ quia angulus.b.a.d.est rectus: erit vt nõ sit sumere aliquem angulum acutum cui equalẽ non fecerit linea.a.b.cum diametro .a.c.b. minoris circuli.quia transiuit ad angulum rectum diuumerans situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia . a.b . ⁊ diametro.a .c.b. ⁊ angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico ꝙ nullus in transitu ab acutis minoribus ad recto maiorẽ intermedius fuit ei equalis. Si eni fuerit aliquis: sit vt illũ fecerit linea .a. b. cum punctus. b.fuit in puncto .c. arcus .b. e. d. quia ergo angulus











c.a.b.est equalis angulo semicirculi predicto:angulus aũt semicirculi ẽ amplissim⁹ omniũ acutoꝝ ꝑ vltimã partẽ huius:erit angulus.e.a.b.amplissim⁹ omniũ acutorũ:diuidat̃ ergo angulus.e.a.d.sicut proposuit.9.primi ꝑ equalia ducta linea.a.f. eritq3 ꝑ cõceptionẽ angulus.f.a.b.ãplior angulo.e.a.b.quare erit aliq̃d ãpli⁹amplissimo quod ẽ ipossibile. ¶ Vel sic cũ angulus e.a.b.sit equalis angulo semicirculi sicut ponit̃. At angulus semicirculi cũ angulo cõtingẽtie ẽ equalis vni recto. Similiter quoq3 angulus.e.a.b.cũ angulo.e.a.d.ẽ equalis vni recto:erit angul⁹.e.a d.equalis angulo cõtingentie:ꝛ qꝛ angulus cõtingentie ẽ angustissimus omnium acutoꝝ per.3.ꝑtem huius:erit simliter angulus.e.a.d.sibi equalis angustissimus omniũ acutoꝝ.sed angul⁹.e.a.f.ẽ eo angustior ꝑ cõceptionẽ:erit ergo aliquid angustius angustissimo quod ẽ impossibile: ¶ Non ergo erit angulus rectilineꝰ equalis angulo semicirculi ꝛ qꝛ trãsitur a minori ad maius ꝛ non ꝑ equale. Itẽ qꝛ est reperire minorẽ eo ꝛ maiorẽ :patet instantia cõtra vtrãq3 argumẽtationẽ predictam Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

Posset probari quod angulus contingentie est diuisibilis scõm lineã rectã vt cõstat per figurationẽ hic a latere positam. Certum ẽ qꝑ angulus qui causat̃ ex cõtactu duoꝝ circuloꝝ vel spaꝝ ẽ angulus contingentie ꝛ talis diuidat̃ per lineã.c.g: qꝛ hic habet̃ triangulus. b.g.k.cuius basis.b.k.diuidatur per equalia in puncto.e.ꝛ protrahat̃ versus.g.contactum ꝛ arguitur per.4.primi. deinde ꝑ.26, huius ꝛ patet ꝓpositum.

Propositio .16.

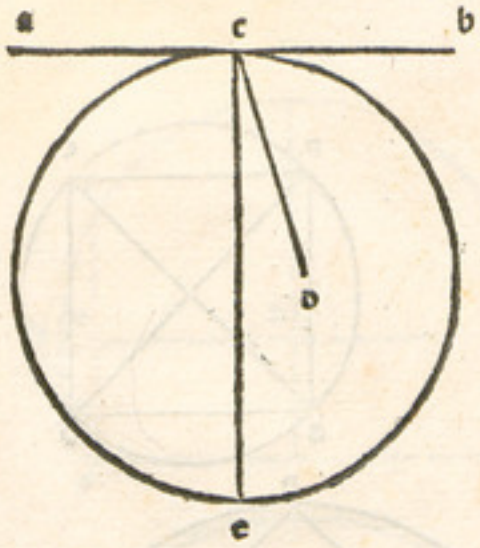
Dato puncto ad datum circulũ lineã cõtingentẽ ducere.

¶ Sit circulus datus.a.b.cui⁹ centꝝ.c.punctusq3 datur.d.volo ergo a puncto.d.ducere lineã ꝯtingentẽ circulũ.a.b.ꝓduco lineã.d.c.secantẽ circũferentiã circuli.a.b.in puncto.a.supꝝ quã describo circulum.d.e.secũdũ quãtitatẽ linee.d.c.concẽtricũ circulo.a.b.ꝛ a pũcto a.produco lineam.a.e.ꝓpendiculareꝝ ad lineã.d.c.que secet circũferentiã circuli.d e.in puncto.e. ꝛ ꝓduco lineã.e.c.secantẽ circũferẽtiã circuli.a.b.in puncto.b. deinde produco lineã.d.b.que erit cõtingens circulum.a.b.qꝛ eni duo latera.a.c. et c.e.trianguli.a.c,e.sunt equalia duobus laterib⁹.b.c.ꝛ.c.d.trianguli.b.c.d.ꝛ angulus.c.ẽ cõis vtriq3 erit ꝑ.4.primi angulus.e.a.c.equalis angulo .d.b.c. angulus autem.e.a.c.est rectus quare angulus.d.b.c.est rectus:ꝑ corolarium ergo precedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b .quod est propositum.

Propositio .17.

Si circulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur.necesse est eam super lineã contingentem esse perpendicularem.

¶ Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius centrũ sit.d.in puncto.c.qui iungatur cũ centro per lineam.c.d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsã. sit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que secet circũferentiam circuli i puncto e.eritq3 vterq3 angulorum qui sunt.ad.f.rectus igitur per.18. primi linea. c.d.est maior linea.d.f.quod est impossibile: Constat itaq3.d.c.esse perpendicularem super.a.b.quod est propositum.



Propositio .18.

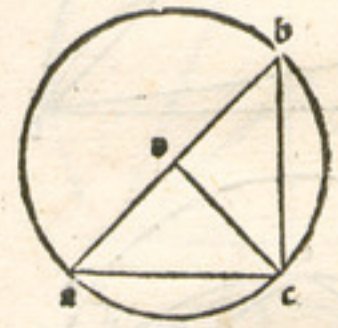
SI circulũ linea recta cõtingat: ⁊ a cõtactu in circulũ linea quedã orthoganaliter ducat. i eadẽ cẽtꝫ eẽ necesse ẽ.

¶ Sit vt prius linea.a.b.contingens circulum.c.c.in puncto.c. ⁊.a contactu ducat intra circulũ.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a.b.dico ꝙ centrum circuli est in linea.c.c.⁊ est cõuersa prioris. Si enim non fuerit centrũ in linea.c.c.sit alibi vbicunqꝫ cõtingat.sitqꝫ.d.⁊ ꝓducat linea.d c.eritqꝫ.d.c.per premissam perpendicularis ad lineã.a.b.qõ est impossibile cũ.e.c.posita sit perpendicularis ad ipsam:quare patet propositum.

Propositio. 19.

SI intra circulum angulus supra centrũ consistat: alius vero angulus supra circũferẽtiã cõsistẽs cãdẽ basim habeat inferior superiori duplus erit.

¶ Sit vt in circulo.a.b.c. cuius centrũ.d .fiat angulus. a.d.c.super centrũ ⁊ angulus.a.b.c.sup circũferentiã.sitqꝫ vtriusqꝫ anguli cadẽ basis q̃ sit arcus.a.c.dico angulũ.a.d.c.duplũ esse ad angulũ.a.b.c. ¶ Qõ sic ꝓbatur. Aut eni due linee.a.b.⁊.b.c.iludũt duas lineas.a.d.⁊.d.c.aut altera cadꝫ fit linea vna cũ altera reliquaꝫ.aut etiã altera primarum secat alterã postremarũ ¶ Sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuratione apparet.⁊ producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per.32.primi:angulus.a.d.e.extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt.b.a.d.⁊.a.b.d.anguli ⁊ quia ipsi sunt equales per.5.eiusdẽ erit angulus.a.d.c.duplus ad angulũ.a.b.d.similiter quoqꝫ erit augulus.e.d.c. duplus ad angulũ.d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus ẽ ad totũ angulũ. a.b.c.qõ est propositum. ¶ Qõ si altera duaꝫ linearum.a.b.⁊.b.c.fiat linea vna cũ altera duaꝫ lineaꝫ q̃ sunt.a.d.⁊.d.c.vt in secũda figuratione apparet.per casdẽ ꝑ quas prius:⁊ simili mõ liquet ꝓpositum. ¶ Qõ si altera duarum primaꝫ secet alteram duarum postremarum.vt in.3.figuratione apparet.vbi linea.a.b.secat lineã.d.c. producatur linea.b.d.e.eritqꝫ per casdeꝫ quas prius assumpsimus ⁊ simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulũ.d.b.a.⁊ totus angulus.e.d.c.duplus ad totũ angulũ.d.b.c.quare angulus.d.b.c.dupl⁹ ẽ ad angulũ.a.b.c. qõ est propositum.



Propositio .20

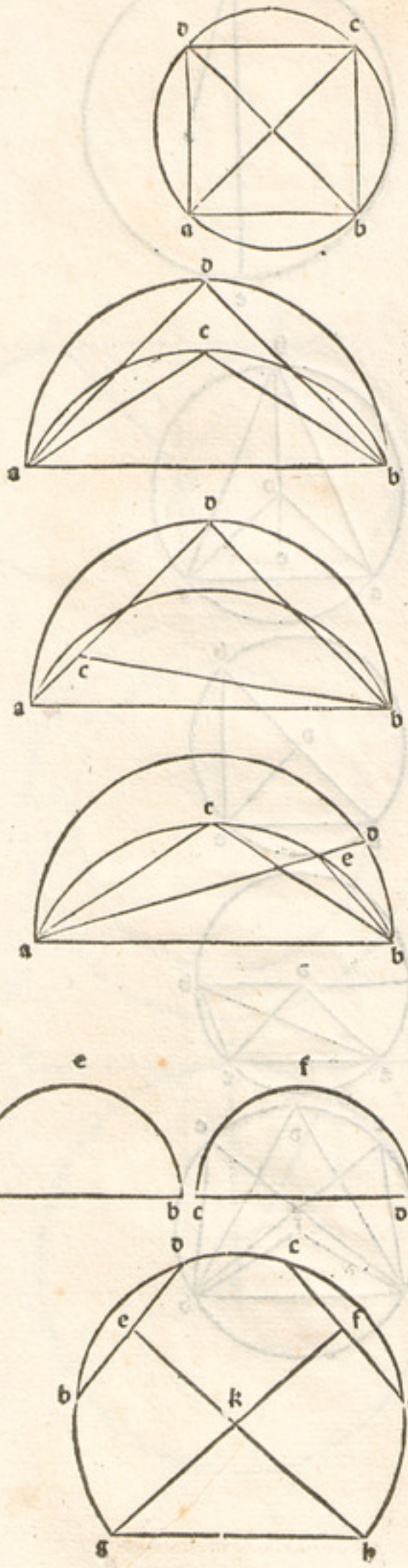
SI in vna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

¶ Sit vt in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius centrum.f.cõsistant quoslibet anguli super arcum.a.d.b.qui sũt.c.d.e.dico eos eẽ equales.protrahatur eni corda.a.b.⁊ ab eius extremitatibus :ducantur in centrum linee.a.f.⁊.b.f.eritqꝫ per premissam angulus.f. consistens super centrũ ad vnũquẽqꝫ eorum.duplus:quare ipsi sunt equales:qõ est propositum.

Propositio .21.

SI intra circulum quadrilaterũ describat. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

¶ Sit quadrilaterũ.a.b.c.d.inscriptũ circulo.a. b.c.d. dico quosqꝫ duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos eẽ eq̃les duob⁹ rectis. ꝓtrahant eni in q̃drilatero diamertri.a.c.b.d.eritqꝫ ꝑ premissã angulus. c.b.d. eq̃lis



angulo.c.a.d.⁊ angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.erit eq̃lis duo/ bus angulis qui sunt.a.c.d.⁊.c.a.d.⁊ quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt eq̃les duo bus rectis.per.32.primi: erunt duo anguli.b.totalis.⁊.d.totalis equales duob⁹ rectis quod est propositum. Similiter quoqꝫ probabitur angulos. a.⁊.c. totales esse equales duobus rectis.

Propositio .22

DUas circuli similes portiones inequales.super vnam re/ ctam lineam assignatã.ex eadẽ parte cadere impossibile ẽ

¶ Sit linea recta assignata.a.b.sup quã fiat portio circuli.a.c.b.di/ co ꝙ sup eandem lineã ex parte eadem non fiet alia portio que sit si milis huic.⁊ ea maior aut minor. ¶ Nõ si fuerit hoc possibile fiat er go portio.a.d.b.maior ea que tamen sit similis ei.fiat ergo angulus.a.c. b.ĩ por tione minori.⁊ angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo vt linee.a.d.⁊ .d.b. includant lineas.a.c.⁊.c.b.vt pꝫ ĩ figuratiõe prima. Aut vt altera primarum fiat eadem cum altera postremaꝫ.vt in scõa.aut vt altera secet alteram vt in tertia. ¶ Nõ si fuerit primo mõ erit per.21. primi: ãgulus.c.maior angulo.d.nõ ergo sũt portiones si/ miles per diffinitionẽ. Nõ si scõo modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d. per. 16.eiusdem.nec sic igit̃ erũt portiones similes. Si aũt tertio modo sit ut linea a.d.secet lineam..c.b.⁊ secet circũferentiam portionis minoris in puncto.e.⁊ du/ cat̃ linea.e.b.eritqꝫ ꝑ cãdẽ.16.primi:angulus.a.e.b.ꝓsistẽs ĩ portiõe.a.c.b.maior ãgulo.d.sꝫ.e.ẽ eq̃lis.c.ꝑ.20.b⁹ q̃re.c.ẽ maior.d.q̃re nullo mõ sil̃es. ¶ Sil̃i quoqꝫ mõ ꝓbabis ꝙ sup lineã. a.b.nõ fiet portio sil̃is portioni.a.c.b.mior.e.a.posito.c in loco.d.⁊.d.in loco. c.in figurationibus predictis.erit eni per premissas sꝫ per 21.⁊.16.primi:⁊ premisso modo angulus.d.omniũ figurationũ maior angulo.c. quare portiones nõ erũt similes. ¶ Et nota ꝙ licet proponatur super lineam vnaꝫ nõ posse fieri portiones similes inequales ex eadem parte.verum est tamẽ ꝙ nec ex diuersis qõ licet probare minori que est ex vna parte supposita maiori que ẽ ex alia.necesse eni.erit per cõmunem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt si/ miles per hanc.22.

Propositio .23.

SI circulorum similes portiones super lineas equas fue/ rint.ipsas portiones equales esse necesse est.

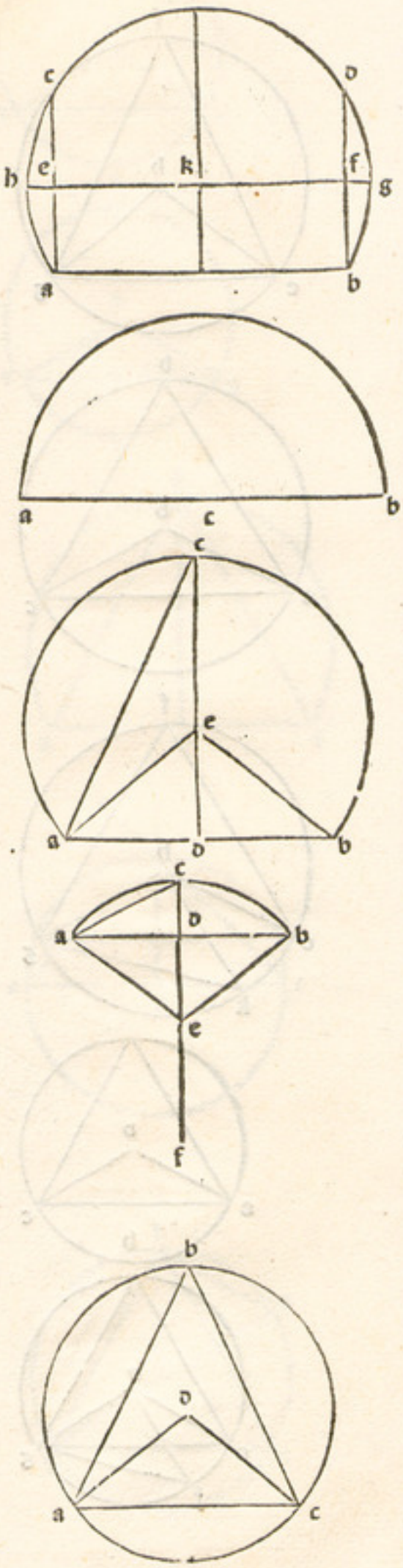
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equales super quas sint due portiones circulorum.a.e.b.c.f.d.que sunt similes.dico ꝙ ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet ma/ ior minorem. sed linea .a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum sint equales.quare accidit contrariuꝫ ꝑmisse qõ ẽ impossibile.erũt eni.a.b.⁊.c.d.linea vna.

Propositio .24.

DAti semicirculi.sine semicirculo maioris minorisue porti onis circulum perficere.

¶ Intentum per hanc cõclusionẽ est ex omni arcu dato sine ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b. quilibet arc⁹

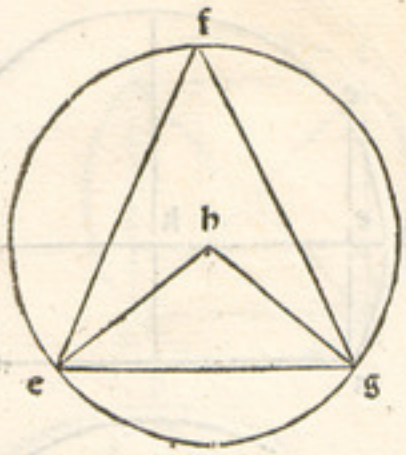
ex quo volo perficere circulum protraham in eo duas lineas qualitercunq; cõtin
gat que sint.a.c.⁊.b.d.quas dividam per equalia.a.c.quidã i puncto.e.⁊.b.d.in
puncto.f.⁊ protraham.e.g.perpendicularem ad.a.c .⁊.f.h .perpendicularem ad
b.d.que secent se in puncto.k.critq; per corell.prime huius centrũ circuli in vtra/
q; linearum.e.g.⁊.f.h.quare centrum est punctũ.k. Si autem.e.g.non secet. f.h.
sed sint linea vna.quãadmodũ erit si due linee.a.c.⁊.b.d.sint equidistantes tunc
ipsa applicabit circũferẽtie dati arc⁹.ex vtraq; pte ipsa igit diuisa p medium i pũcto
k.erit ibi centrũ circuli per idem corell. Equidistantes autem non erũt.e.g. ⁊.f.h.
quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum corell.essent eiusdem circuli duo
centra.Sic potest de omni arcu siue de omni portione cõmuniter demõstrari qua
liter inde circulus perficiatur. ¶ Quia tamen auctor videt hanc cõclusionẽ varia/
re fin diuersas species arcuũ omniũ portionũ enumerãdo species:demõstrabim⁹
diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo
primũ.a.b.portio data semicirculus.critq; per diffinitionẽ semicirculi.linea .a.b.
diametri.ea igitur diuisa per medium in puncto.c.erit.c.centrũ circuli. ¶ Sit rur
sus portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b.quã diuido per equalia in
puncto.d.a quo duco.d.c.perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum
per corell.prime huius:⁊ protrabo lineam.a.c.⁊ quia linea.a.b.est minor diame
tro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo:erit.a.d: minor semidiametro.sed.d.c
est maior semidiametro. ergo.d.c.est maior q̃;.a.d.ergo per.19.primi: angulus
c.a.d.est maior angulo.a.c.d.fiat itaq; per.23.primi:angulus.c.a.e equalis an/
gulo.a.c.d.producta linea.a.e.que secet lineam.c.d.in puncto.e.critq; p sextã pri
mi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat igitur linea.e.b .critq; per.4.primi linea
e.b.equalis linee.a.e.quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per.9.huius
e.est centrum circuli. ¶ Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo.cuius corda sit
a.b.quã diuido per equalia in puncto.d.a quo produco lineam.c.d.e.perpendicu
larem ad lineã.a.b.que secet circũferentiam in puncto.c. hãc manifestũ est transi
re per centrum per corelarium prime huius.produco iterũ lineam.a.c:critq; an/
gulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est equalis erit portio.a.c.b, semicirculus.⁊ si
minor erit maior semicirculo:positũ est autẽ q̃ sit minor.produco igitur lineã .a.
e.que cum linea.a.c.faciat angulũ equalem angulo.c.⁊ secet lineam.c.f.in puncto
e.⁊ manifestũ ẽ q̃ punctum.e.cadat extra datam portionẽ.⁊ produco lineam.e.b
⁊ quia angulus.a. totalis est equalis angulo.c .erit per.6.primi linea.e.a.equalis
linee.e.c.⁊ quia per quartã primi linea .e.b.est equalis linee. e.a. erit per.9. hu/
ius punctũ.e.centrum circuli quare patet propositum fm omnes species portio/
num circuli.



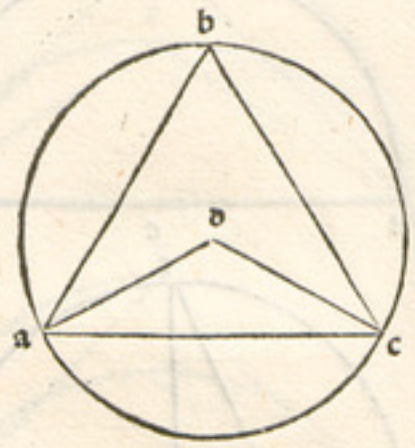
Propositio 25.

Si in equis circulis seu super centra.seu sup circũferẽtias equales anguli consistant.super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrũ.d.⁊.e.f.g.cuius cen trũ.h.⁊ fiãt supra cẽtra eorũ duo anguli.a.d.c.⁊.e.h.g. qui ponant equales.dico duas arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.esse equales.protrahantur due linee.a.c. ⁊.e.g.⁊ fiant duo anguli in circũferentiis ipsorũ consistentes supra predictos ar cus qui sint angulus.a.b.c.⁊ angulus.e.f.g.quia ergo circuli sunt equales. erunt



per diffinitionez equalium circulorum semidiametri equales: ⁊ quia duo anguli.d ⁊.h.sunt equales erit per.4.primi: linea .a.c.equalis linee.e.g.⁊ per.19.huius erit angulus.b.equalis angulo.f.cum.d.angulus sit equalis angulo.h.ergo per diffi/ nitionem similium portionum due portiones.a.b.c.⁊.e.f.g.sunt similes: ⁊ qꝛ ipse sunt sup lineas:a.c.⁊.e.g.equales ipse erunt equales per.23. huius: quare arcꝰ.a b.c.⁊.e.f.g.sunt equales. Qꝛ̄ si anguli.b.⁊.f.qui sunt in circũferentia ponantur equales erunt per diffinitionẽ portiones similes ⁊ anguli.d.⁊.h .equales p.19. hu ius: ⁊ quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due linee.a.c. ⁊.e.g.equales quare ut prius portiones equales per.23.huius cum sint similes ⁊ super equales lineas.igitur ⁊ arcus equales: quod est propositum.



Propositio .26.

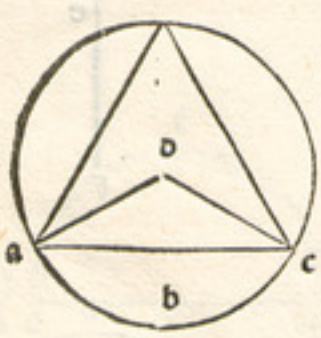
Si in equis circulis equi sumãtur arcus.infra illos forma/ tos angulos. qui supra centra eoꝝ seu supra circumferẽ/ tias cõstituãtur equos esse necesse est.

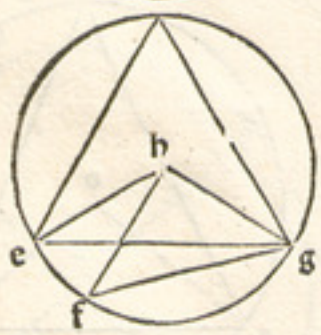
Sint vt prius duo circuli.a.b.c.cuius centrũ.d.⁊.e.f.g.cuiꝰ centrũ h.sintqz duo arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.equales fiantqz super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d.⁊. h.ductis.a.d.c.d.e.h.g .h. Itemqz super eos/ dem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint.b.⁊.f.ductis lineis.a.b c.b.e.f.⁊.g.f.dico duos angulos d.⁊.h.adinuicẽ eẽ eq̃les Itẽqz duos.b.⁊.f.adinu icem esse equales ⁊ est hec conuersa prioris.si enim non sunt.d.⁊. h.anguli ad in uicem equales: sit ergo.h.maior a quo abscindatur angulus.k.h.g.qui sit equalis angulo.d.eritqz per premissam arcus.k.e.f.g.equalis arcui.a.b.c. sed duo arcus a.b.c.⁊.e.f.g.positi sunt equales: accidet ergo partẽ esse equalem toti: quod ẽ im/ possibile: quare anguli.d.⁊.h.totales sunt equales. Simili quoqz modo proba bis angulos.b.⁊.f.esse equales. vel si maius probato ꝙ anguli.d.⁊.h.sint equa/ les.sequitur.b.⁊.f.esse equales per.19.huius ⁊ econuerso.

Propositio .27.

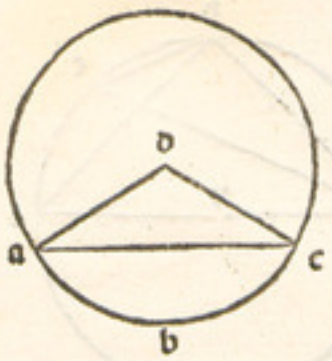
Si in circulis equalibus eque linee arcus resecent. arcus quoqz equos esse.si antẽ linee ĩequales fuerint arcꝰ quo qz inequales.⁊ a maiore linea maiorem arcum: a minore vero minorem abscindi necessariũ est.

Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centꝝ.d.⁊.e.f.g.cuiꝰ cẽtruz h.sitqz corda.a.c.eq̃lis corde.e.g.dico duos arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.quos p̃dicte cor de ex predictis circulis resecant esse equales. Qꝛ̄ si corda.e.g.ponat̃ maior corda a.c.dico arcũ.e.f.g.esse maiorẽ arcu.a.b.c. Primũ quidem sic probat̃ ducantur a centris linee ad extremitates cordaꝝ que sint.d.a.d.c.h.e.h.g.⁊ quia circuli posi ti sunt fore eq̃les.erũt hee semidiametri equales.⁊ qꝛ linea. a.c. posita est equalis linee.e.g.erit per.8.primi: angulus.d.equalis angulo.h.totali: quare per.25.huiꝰ erit arcus.a.b.c.equalis arcui.e.f.g.sicqz patet primum. scõm sic. sit.e.g. maior a.c.eritqz per.25.primi angulus.h.maior angulo.d.fiat ergo angulus.f.h.g.eq̃/ lis angulo.d.eritqz per.25.huius arcus.f.g.equalis arcui.a.b.c.quare arcus. e.f. g.est maior arcu a.b.c.quod est scõm. ꝓpositũ.





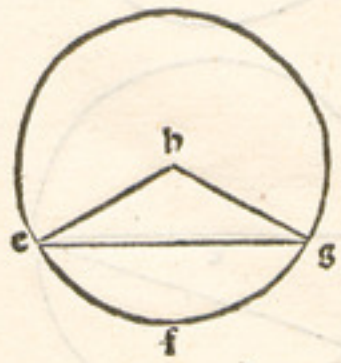
Propositio .28.



Circulorum equalium equos arcus.equas cordas habere necesse est.

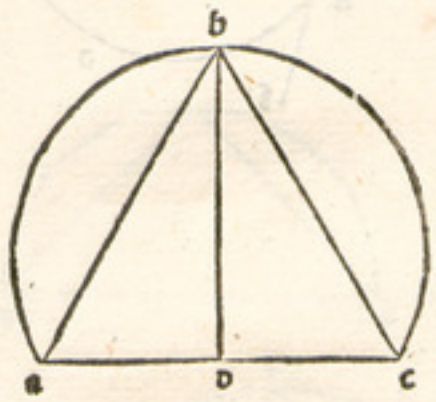
¶ Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrum.d.et.e.f.g .cui⁹ centrum.b.sitq3 arcus.a.b.c.equalis arcui. e.f.g. dico ꝙ corda.a. c.est equalis corde.e.g.et est hec conuersa prime partis premisse. ¶ Ducãt lineе.d.a.d.c.b.e.b.g.eruntq3 per.26.huius anguli.d.et.b.equales:quare ꝑ quartam primi:erit.a.c.equalis.e.g.quod est propositum. Quecunq3 autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

Propositio .29.



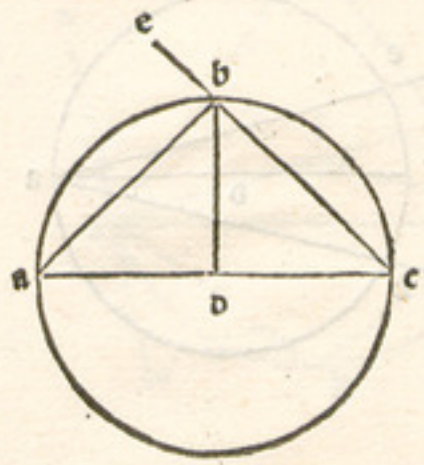
Datum arcum per equalia dividere.

¶ Sit datus arcus.a.b.c.cui subtendatur corda.a.c.que diuidat̃ per equalia in puncto.d.a quo ducatur perpendicularis ad ipsa3 que sit d.b.secans circũferentiam dati arcus in puncto.b.quẽ dico dividere datum arcum per equalia.ducantur enim lineе.b.a.b.c.que erũt eq̃les per.4. primi quare ꝑ primã partem.27.hui⁹ arcus.a.b.erit equalis arcui.b.c. quod est propositum.

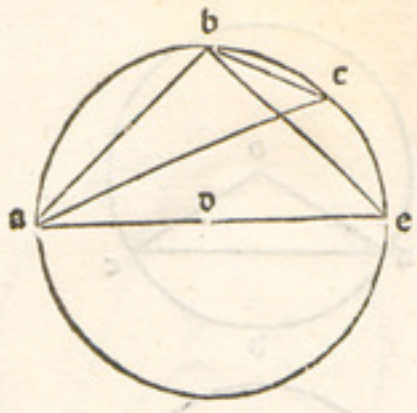


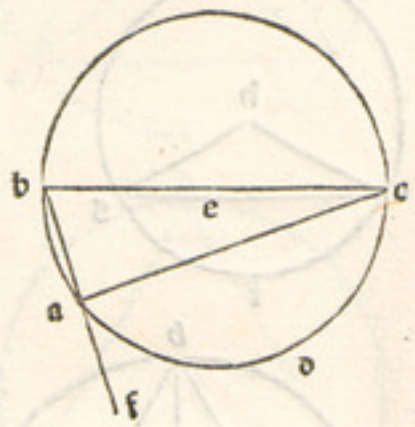
Propositio .30.

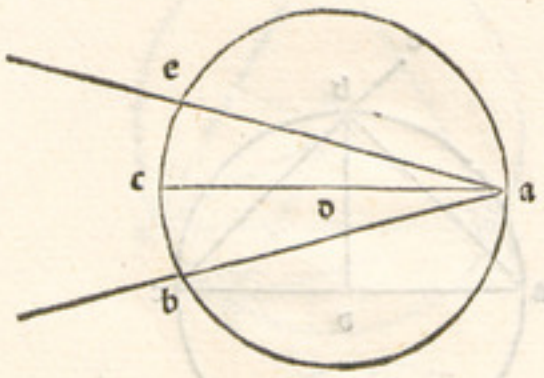
Si rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat.rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemq3 omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

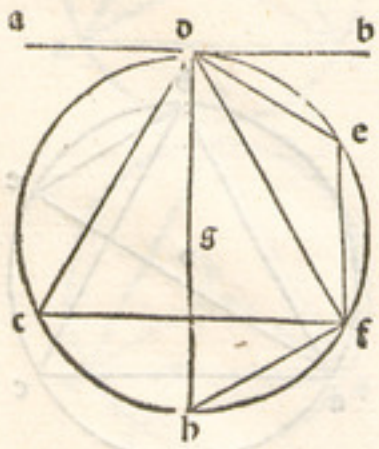


¶ Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.et diameter.a.d.c.semicirculus. a.b.c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus.a.b.c.ductis lineis.a.b.et.b.c.dico illum angulum esse rectum.protrahatur ab ipso angulo in centrum linea .b.d. eritq3 per quintã primi: angulus.a.b.d.equalis angulo.a.et angulus.d.b.c. equalis angulo.c.et quia ãgulus.c.d.b.ẽ equalis duobus angulis.d.b.a. et.a.per.32.p̃mi:ipse erit duplus ad angulum.d.b.a.eadem ratione angulus.a.d.b.dupl⁹ erit ad angulum.d.b.c.ergo duo anguli.c.d.b.et.a.d.b.dupli sunt ad totalem angulum.a.b.c.sed ipsi sunt equales duobus rectis. per.13.primi: erit igitur angulus a.b.c.totalis medietas duorum rectorum:quare rectus quod est primum propositum. ¶ Idẽ aliter protrahatur.b.c.vsq3 ad.e.eritq3 per.32.primi:angulus .a.b. c.equalis duobus angulis.a.et.c.et quia angulus.a .est equalis angulo .a.b. d.et angulus.c.angulo.c.b.d.erit angulus.a.b.c.equalis totali ãgulo.a.b.c.ergo vterq3 eorum est rectus per diffinitionem. ¶ Secõdo sic patet:sit in circulo. a.b.c. cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo:et fiat super eius circferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.et.b.c.dico illum angulum esse minorem recto.ducantur enim diametri.a.d.e.et linea.c.b.eritq3 per primam partem huius.b.totalis rectus.quare angulus.a.b.c.erit minor recto per cõmunem scientiam cum sit pars eius:sicq3 patet secõm. ¶ Tertium sic.Sit rursus in circulo. a.b.









c.cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.que sit semicirculo minor: ⁊ fiat super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.⁊.b.c.dico hunc angulum esse maiorem recto.producantur enim diametri a.d. e .⁊ linea.b.e. eritq3 per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus. a.b.c. erit maior recto quod est tertium propositum. ¶ Quartum ⁊ quintum sic. Sint in circulo a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo ⁊ portio.a.d.c.cuius cadē corda.a.c.minor semicirculo dico angulū contentum ab arcu b.a.⁊ corda.a.c.esse maiorem recto ⁊ angulum contentum ab arcu .d.a. ⁊ corda a.c.esse minorem recto.producantur diametri .c.e.b.⁊ linea.b.a.vsq3 ad.f.eritq3 per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus.quare per.13.primi angulus.f. a.c.est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi ⁊ secūdus pars recti euidenter patet vtrūq3.quare tota liquet hec pēthamembris conclusio. ¶ Ex istis autem duobus vltimis partibus nota etiā instantiam contra illas duas argumē/tationes ad quas tulimus instantiam.in.15.huius.transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius.non tamen per equale. Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo.aut minor:sit autem tam angulus semicirculi per primam partem.15.quā angulus portionis minoris per vltimā partē huius minor recto. portionis vero maioris sit maior recto.⁊ tñ nō erit alicui ᵒ portionis āgul ᵒ.nec simplr aliquis contentus a circumferentia.⁊ linea recta nec rect ᵒ nec eq̄lis recto. Qd̄ ut clarius pateat sit i circulo.a.b.c.cuius centrum.d.linea.a.b.cui non sit determinatus finis ex parte.b.secans ex ipso portionē semicirculo minorē.eritq3 per vltimā partem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.d.c.⁊ imaginetur linea. a.b. moueri ad partem.c.super punctū.a.que quādiu fuerit citra.c.vel in ipso.6.coopiens diametrum.a.d.c.faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem pūcto vltra.c.velut in.e.faciet p penulť ptem b ᵒ angulū maiorē recto.trāsit ergo a minori ad maius non per equale.⁊ sicut in rectilineis angulis est reperire maiorez angulo semicirculi ⁊ minorem.non tamē equalem ut mōstratū ē .i. 15.huius:sic in angulis portionis est reperire maiorem recto ⁊ minorem non tamen equalem :vt patet ex ista demonstratione.

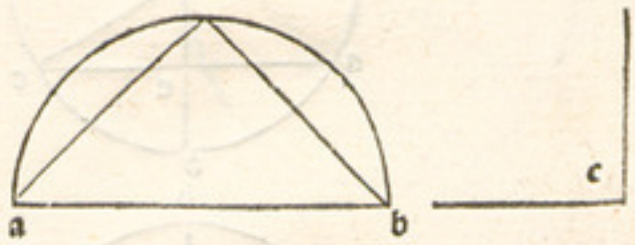
Propositio .31.

Si circulum linea recta contingat ⁊ a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum ducatur quoscunq3 duos angulos cum contingēte facit.duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus:equales sunt.

¶ Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.e.f.cuius centrū.g .in puncto.d. a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea.d.f.secans ipsum.fiantq3angulus.d.c.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.c.d.⁊.c.f. ⁊ angulus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.e.d.⁊.e.f.dico angulum.c.esse equalem angulo.b.d.f.⁊ angulum.e. angulo. a.d.f. ducantur enim diametri.d.g.b.⁊ linea.f.b.eritq3 per.17.huius.d.b.perpendicularis super. a.b. ⁊ per primam partem premisse angulus.d.f.b.rectus.quare duo anguli.a. d.b.⁊

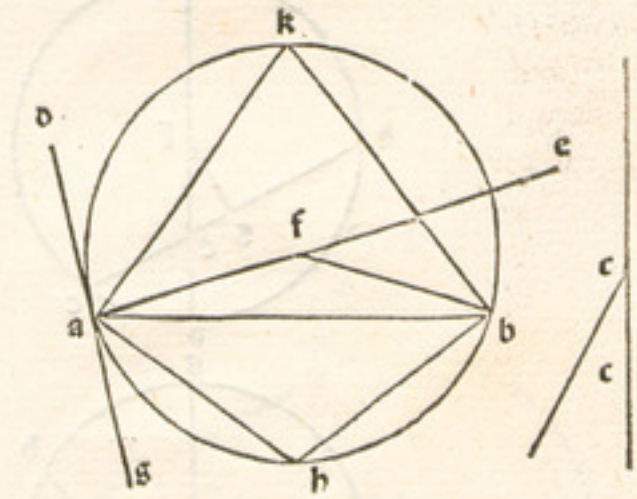
d.f.b.ſunt equales.poſito ergo cõmuni angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui ſunt.d.f.b.ꝛ.b.d.f.ſed hi duo cum angulo.b. ſunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. equales duobus rectis.ſed angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.primi:ergo angulus.b.d.f.eſt equalis angulo.b.ergo ꝛ angulo. c.per.20.hui⁹ ꝛ hoc eſt primum.ꝛ quia duo anguli.c.ꝛ.c.ſunt equales duobus rectis per.21. hui⁹ erit angulus.c.equalis angulo.a.d.f.quod eſt ſcõm. Vel iſtud ſcõm ſit angulus. a.d.f cum angulo.b.equiualet duobus rectis.vt premonſtratum eſt.ſed angulus.c.cum angulo.b.equiualet duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.c.eſt equalis angulo.a.d.f.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .32.

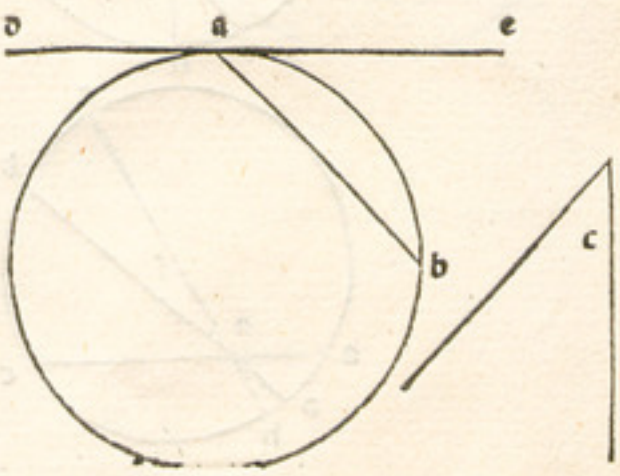


Super datam lineam.circuli portionẽ deſcribere capientem angulum.dato angulum equalem.ſeu rectum. ſeu maiorem ſeu minorem recto.

¶Sit.a.b.linea data ꝛ.c.datus angulus ſuper lineam a.b.volo deſcribere vnã circuli portionẽ recipiẽtẽ i circũferẽtia rectilineũ angulũ equalem angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuiſa.a.b.ꝑ medium deſcribam ſuper eam ſemicirculum.factumq3 erit propoſitum.per primam partem.30. huius.¶Si autẽ ſit obtuſus ductã lineam.d.a.cum linea.b.a. continentẽ equalẽ angulum angulo.c.ꝛ a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem ſup lineam a.d.ꝛ ſuper punctũ.b.faciã angulũ ꝑ.23.p̃mi equalẽ angulo.e.a.b.i quo obtuſus excedet rectum.ducta linea.b.f.vſq3 ad perpendicularem.a.e.eruntq3 per.6.p̃mi: linee.f.a.ꝛ f.b.equales:facto itaq3 p̃ncto.f.centro circuli deſcribam ꝑm quantitatem linee.f.a:circulum.a.k.b.eritq3 per corol.15.huius linea.a.d.contingens circulum.quare per premiſſam angulus qui fit in portione.a.k.b.eſt equalis angulo.d.a.b.quare ꝛ angulo.c.quod eſt propoſitum.¶Si autem angulus.c. ſit acutus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalem angulo.c.ꝛ a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.ꝛ ſuper punctum b.faciam angulum equalem angulo.c.a.b.in quo rectus excedit acutũ.ducta linea b.f.vſq3 ad perpendicularez.a.e.eruntq3 per.6.primi linee.f.a.ꝛ.f.b.equales: facto itaq3 puncto.f centro circuli.deſcribam ꝑm quantitatem linee.f.a.circulum.a. k.b.eritq3 per corolarium.15.huius linea.a.g.contingens circulũ.quare per premiſſam angulus qui fit in portione.a.k.b.eſt equalis angulo.g.a. b. quare ꝛ angulo.c.quod eſt propoſitum.

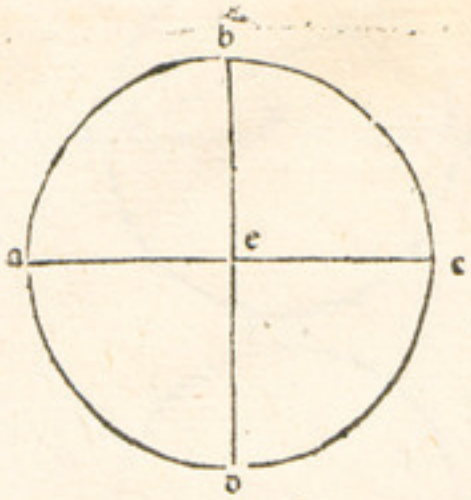


Propoſitio .33.



A dato circulo :dato angulo. equum angulum capientem portionem abſcindere.

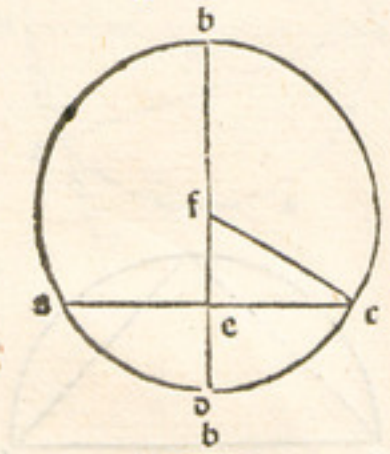
¶Sit.a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volo ergo a circulo.a b.abſcindere portionem vnam capientem equalez angulum angulo.c.produco lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in puncto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea .a.c. angulum equalem angulo.c.eritq3 per.31.huius portio.a.b.exiſtens a parte linee.a.d.recipiens angulum equalem angulo.c.quod eſt propoſitum.

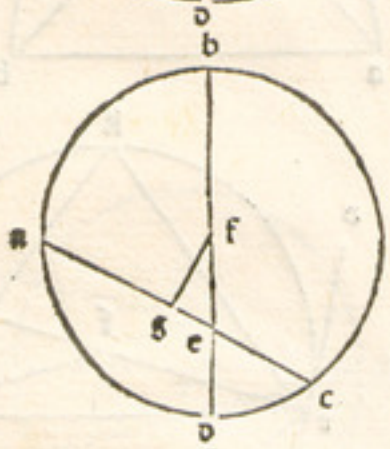


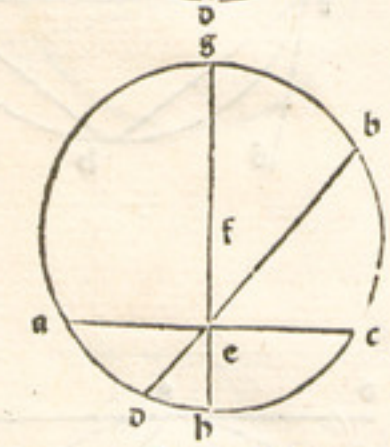
Propositio .34.

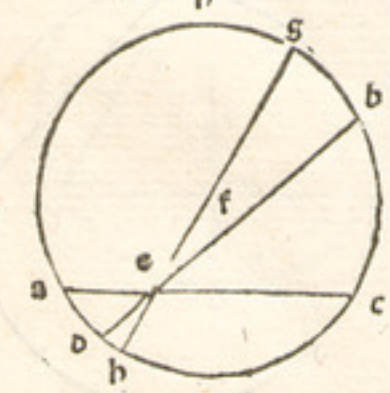
Si intra circulu3 due recte linee sese inuicem secent. q̃ sub duabus partibus vnius earu3 ꝓcedit. equũ est ei rectãgulo qd̃ sub duabus alterius linee ꝑtibus cõtinetur.

¶ Sint due linee. a.c. ⁊ b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super pũctũ e. dico q̃ illud rectangulum qd̃ fit ex. a.e. i e.c. equum est ei qd̃ fit ex b.e. in e.d. aut enim ambe linee a.c. ⁊ b.d. transibũt ꝑ centrum circuli aut altera tm̃ aut neutra. q̃ si ambe transeant per centrũ. erit. e. centrum circuli. omnesq3 4 linee equales: quare liquet ꝓpositum. ¶ Qd̃ si altera earũ tantum transit per centrũ sit illa. b.d. centrumq3 circuli sit. f. aut ergo. b.d. secabit a.c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia: eritq3 per primã partẽ. 3. huius secans eã orthogonaliter. ducatur itaq3 linea. f.c. eritq3 per. 5. secundi qd̃ fit ex. b.e. in. e.d. cũ quadrato. e.f. equale quadrato linee. f.d. quare ⁊ quadrato linee. f.e. ergo per penultimam primi ⁊ quadratis duaꝝ linearum. f.e. ⁊ e.c. dempto ergo vtriq3 quadrato. e.f. erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale quadrato linee. e.c. ⁊ quia. e.c. ẽ equalis. a.c. patet propositum. ¶ Qd̃ si. b.d. transiens per centrum secat. a.c. per inequalia a centro. f. ducatur. f.g. perpendicularis ad. a.c. eritq3 per secundam partem tertii huius. a.g. equalis. g.c. ⁊ ducatur linea. f.c. eritq3 per. 5. secundi quod fit ex. b.e. in. e.d. cũ quadrato. e.f.c. ⁊ ideo per penultimã primi cũ quadratis duarum linearum. f.g. ⁊. g.c. propter id qd̃ angulus. f.g.e. ẽ recto ⁊ ẽ equalis quadrato linee. d.f. ⁊ ideo linee. f.c. propter quod per penultimã primi ⁊ quadratis duarum linearum. f.g. ⁊. g.c. dempto ergo vtriq3 quadrato linee. f.g. erit quod fit ex. b.e. i e.d. cum quadrato linee. g.c. equale quadrato linee. g.c. sed per. 5. secundi quod fit ex. a.e. in. e.c. cum quadrato linee. g.e. est equũ ei quod fit ex. a.e. in. e.c. cum quadrato eiusdem. g.e. dempto igitur vtriq3 quadrato linee. g.e: erit quod fit ex. b.e. in. e.d. equale ei quod fit ex. a.e. in. e.c. quod est propositum. ¶ Qd̃ si neutra earũ transit per centrum siue altera dividat alteraꝝ per equalia siue per inequalia. producam lineam. g.f.e.b. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera dividat alteram per equalia. ut. b.d. a.c. tũc. g.b. dividit etiã. a.c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modũ huius conclusionis quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quod fit ex. a.e. in. e.c. ⁊ per tertium modum huius quod fit ex. g.e. in. e.b. equum est ei quod fit ex: b.e. in. e.d ergo quod fit ex. a.e. in. e.c. equum est ei quod fit ex. b.e. in. e.d. quod est propositum. ¶ At si neutra dividit alterã per equalia erit per tertiũ modũ huiꝰ cõclusiõis qd̃ fit ex. g.e. in. e.b. eq̃le vtriq3 eorum que fiunt ex. a.e. in. e.c. ⁊. b.e. in. e.d. quare vnum eorum erit equale alteri: quod est propositum.







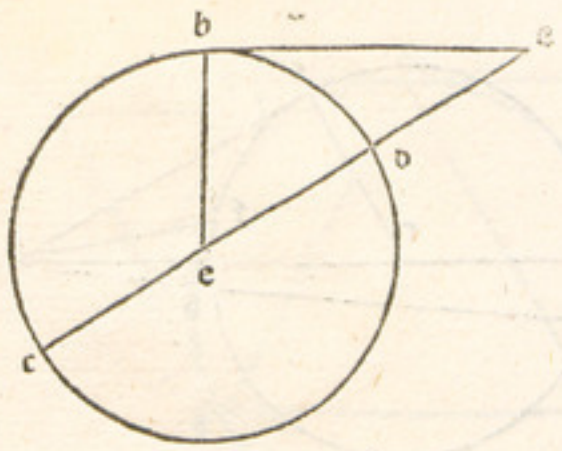


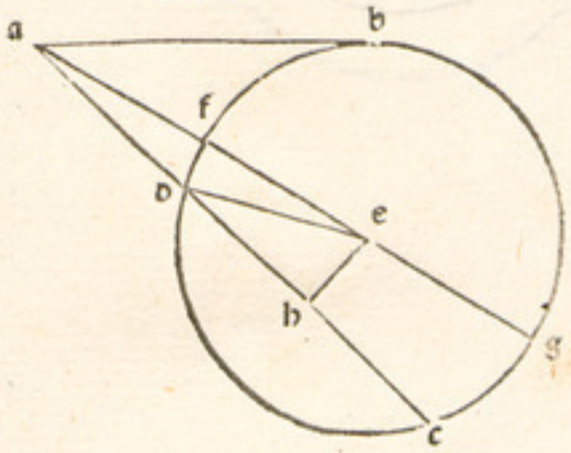
Propositio .35.

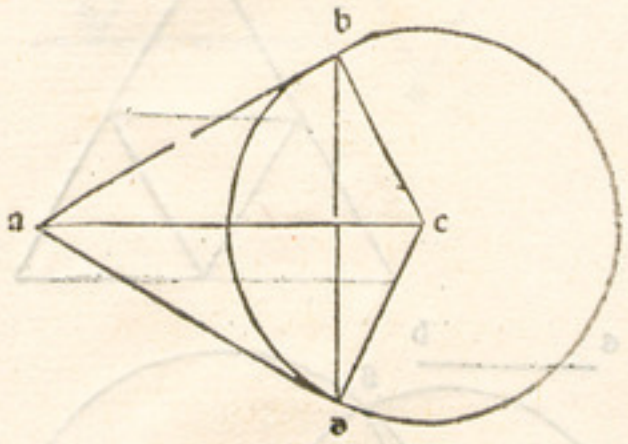
Si extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circulu3 alia linea secãs. alia contigens due recte linee ducant̃ qd̃ sub tota secante. atq3 parte sui extrinseca continet̃ equũ est ei quadrato qd̃ ex contingente linea describitur.

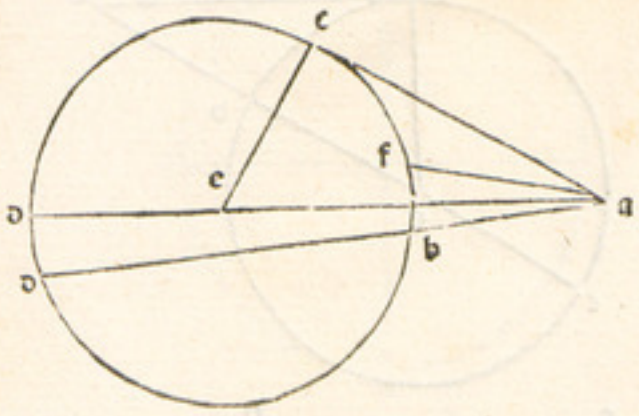
Sit. a. punctus signatus extra circulum. b.c.d. cuius centrũ. e. a quo

ducantur ad circulum due linee.a.b.contingens.⁊.a.c.d.secãs.dico ꝙ illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b.aut enim.a.d.c. transit per centrum aut non transeat:ergo primo per centrum quod est.e.⁊ ducatur linea. e.b. que per.17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.⁊ quia linea. d.c. diuisa est per equalia in puncto.c.⁊ est ei addita linea.d.a.erit per sextam secundi quod fit ex.c.a.⁊.a.d.cum quadrato linee.c.d.⁊ ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee.e.a.⁊ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum:e.b.⁊.b.a.propter id quod angulus.b.est rectus.dempto ergo vtriqꝫ quadrato.e.b.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale quadrato linee.a.b.quod est propositũ. ¶ Qõ si linea.a.d.c.non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centrũ ⁊ ducãt linee.e.d.⁊.e.b.⁊ sit.e.b.ꝓpendicularis ad.a.d.c.eritqꝫ ꝑ.3.huius d.b.equalis.b.c.quia ergo linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto.b. ⁊ addita sibi linea.a.d.erit per.6.secundi quod fit ex.c.a.in.a.d.cum quadrato.d.b. equale quadrato linee.a.b.ergo addito vtriqꝫ quadrato.b.e.erit quod fit ex.c.a.in .a.d.cum quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.e.⁊ ideo per penultimam primi cũ quadrato.d.e.propter id quod angulus.b.est rectus .⁊ ideo cum quadrato.e.f. propter id quod.e.d.⁊.e.f.sunt equales.equale quadratis duarum linearum.a.b ⁊.b.e.⁊ ideo per penultimam primi quadrato linee .a.e.sed quia per sextam secundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.equale est quadrato linee.a:e. qꝫ ergo vtriqꝫ eorum que fiunt ex.c.a.in.a.d.⁊ ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f.e.est equale quadrato linee.a.e.ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtriqꝫ quadrato linee.e.f.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a:f.sed id quod fit ex.g.a.in.a.f.est equale quadrato linee. a.b .per premissum modum huius:ergo quod fit ex.c.a.in.a.d.est equale quadrato linee.a.b.quod est propositum. ¶ Et ex hac nota ꝙ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. ⁊ earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.quoniam omnia sunt equalia quadrato linee contingentis. ¶ Nota etiam ꝙ si a quolibet puncto extra circulum signato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur.ipse erunt adinuicem equales.erit enim quadratum vtriusqꝫ earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum.in partem eius extrinsecam .hoc autem euidentius patet per penultimam primi. ¶ Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d. cuius centrum.e.⁊ ab ipso ducantur due linee.a.b.⁊.a.d. contingentes circulum in punctis .b.d.dico ipsas esse equales. producam enim lineas. e.a. e.b.⁊.e.d. eritqꝫ per.17.huius vterqꝫ angulorum.b.⁊.d.rectus. quare per penultimam primi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarum linearum .a.b.⁊.b.e. Similiter quoqꝫ ⁊ duobus: duarum.a.d.⁊.d.e.quare quadrata duarum linearuꝫ a.b.⁊.b.e.sunt equalia quadratis duarum.a.d.⁊.d.e .⁊ quia quadrata duarum que sunt.b.e.⁊.e.d.sunt equalia:erunt quadrata duarum que sunt. a.b.⁊. a.d.equalia:ergo.a.b.est equalis.a.d.quod est propositum. ¶ Aliter etiã ducatur linea b.d. eritqꝫ per quintam primi angulus .e.b.d.equalis angulo.e.d.b. propter id quod linea:e.b.est equalis linee.e.d.⁊ quia vterqꝫ duorum angulorum.b.⁊.d. est rectus.erit per cõmunem sciẽtiam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b residuo.per sextam.ergo primi est linea.a.b.equalis linee.a.d.









Propositio .36.

SI fuerit punctus extra circulũ signatus aquo due linee ad circũferẽtiã ducant̃ .altera secans.altera circumferentie applicata fueritq3 qõ ex ductu totius secantis in parte sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit:erit linea applicata ex necessitate circulũ contingens.

¶ Sit a punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e. a quo ducantur ad circulum linea.a.b.d.secans ipsum ⁊ linea.a.c.applicata circumferentie.⁊ esto vt qõ fit ex.d.a.in.a.b.sit equale quadrato.a.c.dico lineam.a,c.esse contingentẽ ⁊ est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a.f: eritq3 per premissam quod fit ex.d.a.in.a.b.equale quadrato linee.a.f.quare quadratum linee.a.f.est equale quadrato linee.a.c.ergo.a.c.est equalis.a.f.quod est impossibile.per.8.huius.erit ergo.a.c.contingens quod est propositu3. ¶ Idẽ ostẽsine ꝓbabiĩ maneat prior dispositio ⁊ ypothesis.⁊ si linea.a.b.d.trãsit ꝑ cẽtꝝ ducatur linea.c.e.q3 erit per.6.secundi qõ fit ex.d.a.in.a.b.cum quadrato.e,b .et ideo cum quadrato.c.e.equale quadrato.a.e.sed qõ fit ex.d.a.in.a.b.positum est equale quadrato.a.c.ergo quadratum.a.c.cũ quadrato .c.e.ẽ equale quadrato.a e. ergo per vltimã primi angulus.c.est rectus.ergo per corell̃ 15.huius linea. a.c. est contingens circulum quod est propositum. ¶ Si autem.a.b.d.non transit per centrum ducatur a puncto.d.linea transiens per centrum.⁊ quia qõ fit ex hac to/ ta in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex.d.a.in.a.b.per premissam ipsum erit equale quadrato linee.a.c.quare vt prius.a.c.erit contingens circulũ.

¶ Explicit liber tertius ¶ Incipit liber quartus.

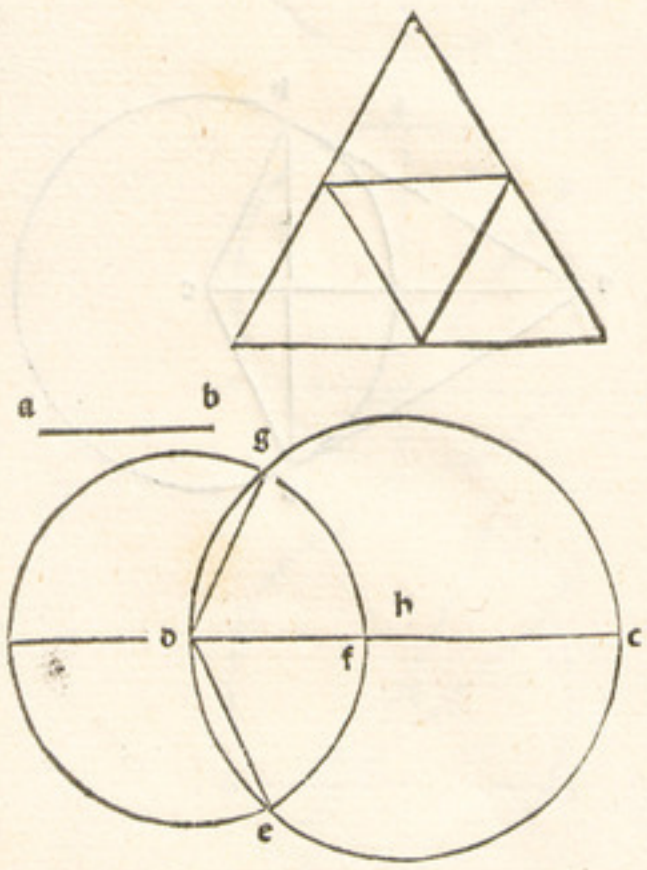


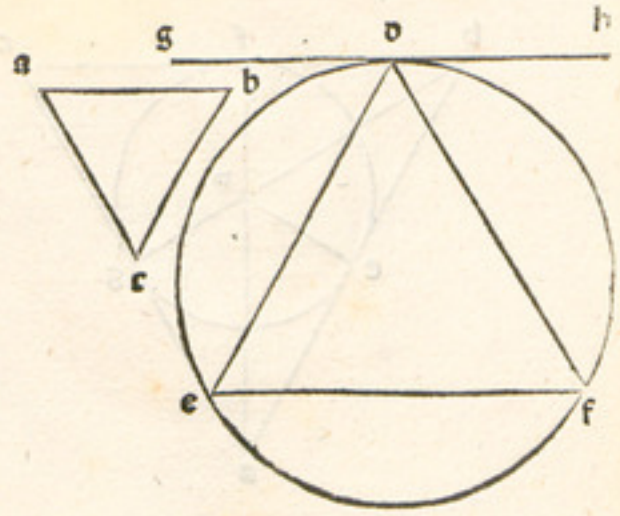
FIgura intra figuram dicitur ĩscribi quando ea que inscribitur esus in qua inscribitur.la tera vno quoq3 suorum angulorum ab interiore parte contingit. ¶ Circumscribi vero figura figure perhibetur quotiẽs ea quidẽ figura eius cui circũscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio. .1.

INtra datum circulum date linee recte que diametro mi/ nime maior existat equam rectam lineam coaptare.

¶ Sit linea data.a.b.circulusq3 datus.c.d. e.cui⁹ diameter.c.d.qua nõ ẽ maior linea.a.b.volo itra datũ circulũ coaptare lineã eq̃lẽ.a.b que si fuerit equalis diametro cõstat ꝓpositũ.si aũt minor ex diame tro sumat̃.d.f.sibi eq̃lis ⁊ sup puncũ.d.fm quãtitatẽ linee.d.f.describat̃ circulus f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.⁊.c.ad alterum quorum ducatur linea a puncto.d.vt.d.e.vel.d.g.eritq3 vtralibet earum equalis linee.a. b.eo ꝙ vtraq3 earũ est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli:quare habemus propositũ.

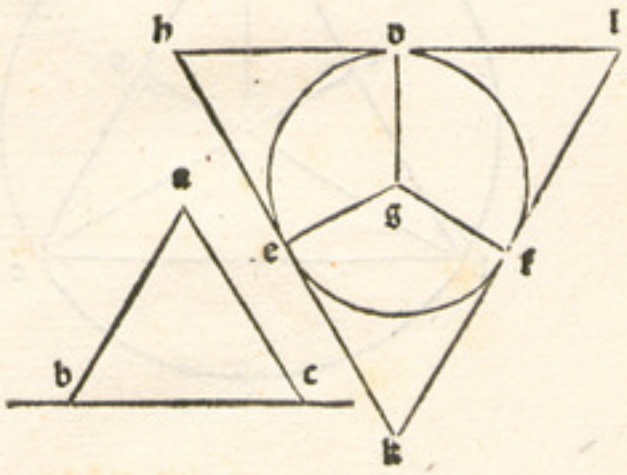
Propositio .2.



INtra assignatũ circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

Sit assignatus triãgulus.a.b.c.assignatusq3 circulus.d.e.f.volo intra hunc circulum collocare vnũ triangulum equiangulum triangulo.a.b.c. equilateruz enim non ẽ necessariũ ẽ sed ẽ possibile.produco.g.d.h.contingentem circulum in puncto.d.super quẽ facio angulum.b.d.f. ducta linea.d.f.equalẽ angulo.c.ꝛ angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angulo.b.ꝛ protrabo lineam.e.f.eritq3 per.31.tertii angul9.e.equalis angulo.c.q2 vterq3 est equalis angulo.b.d.f.c.quidẽ per positionẽ .e .vero per.31.tertii eadẽ rõne erit angulus.f.equalis angulo.b.quare per.32.primi.d.tertius erit equalis.a.tertio.quare habemus propositum.

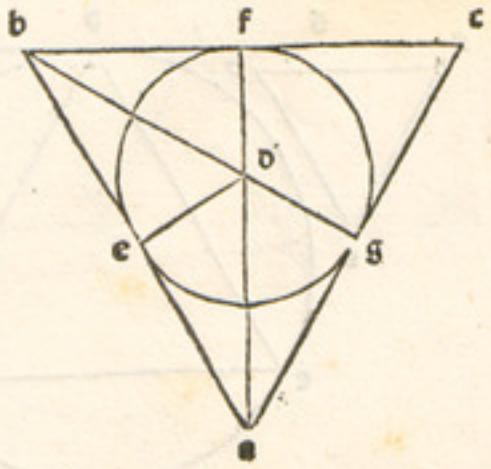
Propositio .3.



CIrca assignatum circulum assignato triangulo triangulũ equiangulum describere.

Sint vt prius assignatus triangulus.a.b.c. assignatusq3 circulus d.e.f.cuius centrum.g.circa hunc circulum volo describere vnũ triangulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim nõ ẽ necessarium sed ẽ possibile.producam basim.b.c.i vtrãq3 partem.vt fiant duo anguli extrinseci.ꝛ a centro.g.producam lineam.g.d.ad circũferentiam.ꝛ constituã angulum.d.g.e.ducta linea.g.e.equalem angulo.b.extrinseco. ꝛ.d. g.f. ducta linea g.f.equalem.c.extrinseco.ꝛ a punctis.d.e.f.producam in vtranq3 partem lineas orthogonaliter que per corol'.15.tertii erunt contingentes circulũ q̃s cõtingentes ꝓtrabã quousq3 concurrant in punctis.h.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim vterq3 angulorum qui sunt ad.d.ꝛ vterq3 eorum qui sunt ad.e. sit rect9 si intelligatur protrahi linea.d.e.erunt duo anguli qui sunt ad partez.h. minores duobus rectis.quare ꝑ penultimã petitionẽ ĩ ꝑtem illam ꝓtracte concurrent linee l.d.h.k.e.h.eadem rõne concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum vterq3 angulorum qui sunt. ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .h.d.e.g. duo anguli.d.ꝛ.e.sunt recti.erunt duo anguli.g.ꝛ.h.equales duobus rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor auguli sunt equales quatuor rectis.vt mõstratũ ẽ supra.32 primi:ꝛ quia duo anguli.h.intrinsecus ꝛ extrinsecus sunt similiter equales duob9 rectis.ꝑ.13.p̃mi:at vero.h.extrinsec9 posit9 ẽ equalis.d.g.e.erit intrinsec9.h.equalis.h.simili quoq3 rõne erit.c.intrisecus equalis.l.ꝛ quia duo anguli.h.ꝛ.c. intrinseci sunt minores duobus rectis.per .32.primi:erunt similiter duo anguli .h.ꝛ.l. minores duobus rectis.quare per penultimaz petitionem due linee. h.c.ꝛ.l.f.ꝑtracte concurrent in puncto.k.fieq3 triangulus.h.k.l.ꝛ quia angulus.h. ẽ equalis angulo.h.intrinseco.ꝛ angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per.32.primi: angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.

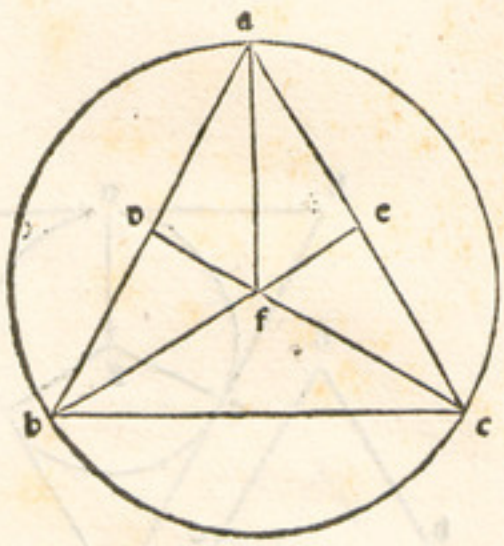
Propositio .4.



Intra datum triangulum circulu3 deſcribere.

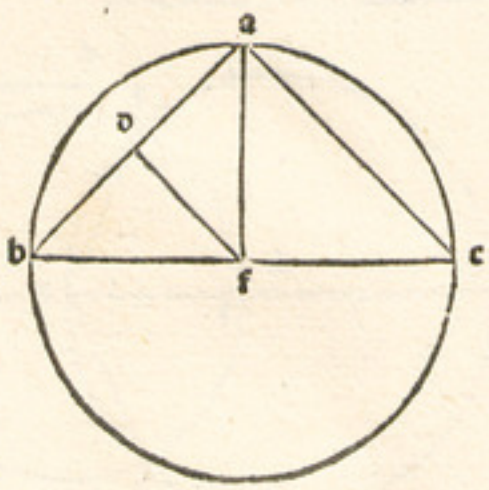
¶ Sit aſſignat⁹ triãgulus.a.b.c.volo intra ipſu3 circulum deſcribere hec ē q̃ſi cõuerſa ſcõe .diuido cui duos ei⁹ angulos.a.ꝛ.b .p eq̃lia.a q̃dã ducta linea.a.d.b.vero .ducta linea.b.d.q̃ ꝓcurrãt ĩ puncto.d. a quo ducã ppẽdiculares ad tria latera ipſi⁹.d.e.q̃dẽ:ad.a.b.d.f.ad .b.c.ꝛ.d.g.ad.a.c.ꝛ quia duoꝝ triangulorꝝ.e.a.d.ꝛ.g.a.d. angulus.a.vni⁹ ē eq̃/ lis angulo.a.alterius.ꝛ vterq3 angulorũ.e.ꝛ.g.rectus ꝛ latus.a.d.cõmune. erit p 26.primi:linea.d.c.equalis linee.d.g.eadem rõne cum duorum triangulorum.c.b d.ꝛ.f.b:d.angulus.b.vnius ſit equalis angulo.b.alterius ꝛ vterq3 angulorꝝ.e. et f.rectus:latus quoq3.d.b.commune:erit per eandem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.ſunt equales.poſito ergo centro in.d.ꝛ deſcripto cir culo ſecundũ quantitatẽ vnius earum tranſibit per.9.tertii per reliquarum duarũ extremitates:ꝛ quia per corol.15.tertii vnaqueq3 linearum.a.b.b.c.ꝛ.c.a. erit cõ tingens circulum.patet perfectum eſſe propoſitum.

Propoſitio .5.

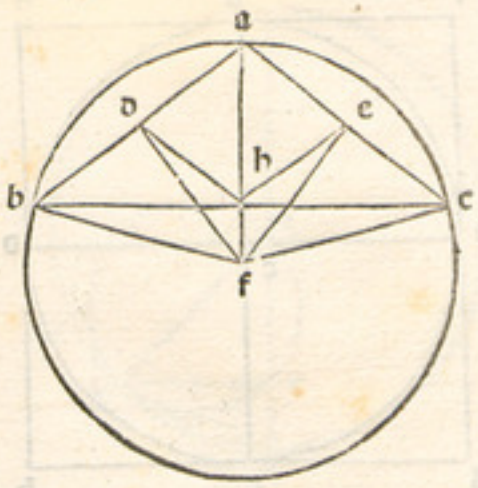


Circa trigonum aſſignatum ſiue illud ſit orthogoniũ ſiue ambligonium.ſiue oxigonium circulum deſcribere.

¶ Sit trigonus aſſignatus:a.b.c.volo circa ipſum deſcribere circulũ hec eſt quaſi conuerſa tertie.diuido duo eius latera .a.b.et.a.c .per equalia.a.b.quidẽ in puncto.d.ꝛ.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.ꝛ.a.c.quas protrabo quouſq3 cõcurrant in puncto.f.ſintq3.d.f.ꝛ.e.f.concurrent cui qm̃ cũ vterq3 angulorꝝ.d.ꝛ.e.ſit rect⁹ ſi intelligatur ptrahi linea.d.e.fient duo anguli ad partẽ in quã protrahunt minores duobus rectis:quare cõcurrent per penultimã petitionẽ igitur a puncto. f.qui eſt punctus cõcurſus quẽ dico eſſe centrum circuli queſiti.protrahõ lineas ad ſin/ gulas angulos que ſunt.f.a.f.b.f.c.ꝛ quia in triangulo.a.d.f.duo latera.a.d.ꝛ.d f.ſunt equalia duobus lateribus.b.d.ꝛ.d.f.trianguli.b.d.f.ꝛ angulus.d. vni⁹ an gulo.d.alterius:quia vterq3 rectus:erit per quartã primi.f.a.equalis. f.b.eadẽ ra tione erit.f.a.equalis.f.c.cõpatis lateribus ꝛ angulis duorum triangulorum.a.e. f.ꝛ.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrum circuli queſiti.hec eſt vniuerſa/ lis demonſtratio ad omnes ſpẽs trigoni. ¶ Quia tamẽ auctor videt velle medium variare diſiungendo inter orthogonium ambligonium ꝛ oxigonium. de quolibet eorum ſigillatim eſt demõſtrandũ . ¶ Sit ergo trigonus propoſitus orthogonius ſitq3 angulus.a.rectus:latus.b.c.reſpiciens hunc angulũ rectũ diuido per equalia in.f.a quo puncto quẽ dico eſſe centrũ circuli ad medium punctum vtriuſq3 duoꝝ reliquoꝝ latezꝝ qui ſit.d.duco lineam.f.d.ꝛ quia linea.f.d.diuidit duo latera.a.b ꝛ.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipſa erit equidiſtans tertio .videlicet linee. a.c. hoc cui demõſtratũ eſt ſupra.39.primi:et quia angulus.a.poſitus eſt rectus .erit per ſecundã partem ꝛ per tertiam.29.primi:vterq3 angulorum qui ſunt ad .d.re/ ctus:ducatur igit̃ linea.f.a. eritq3 per quartã primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.cõ paratis adinuicẽ lateribꝰ ꝛ angulis triãgulorꝝ.a.d.f.b.d.f.ꝛ qꝛ linea.b.f. ē eq̃lis linee.c.f.erũt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicẽ eq̃les.quare p.9.tertii erit. f. centrum circuli queſiti. ¶ Sit rurſus trigonus. a. b. c. ambligonius .ſitq3 augulus .a .



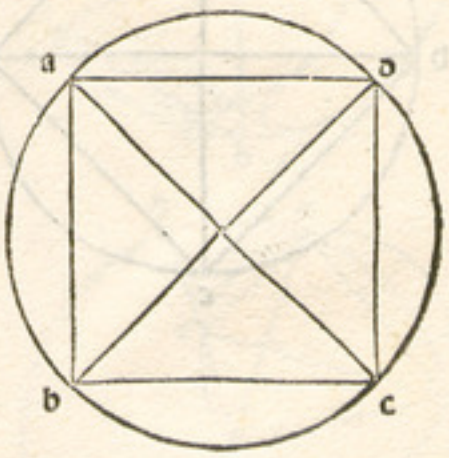
obtusus latus.b.c.respiciens huic angulum obtusum.diuido per equalia in pun
cto. h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt .d. ⁊ .e.
duco lineas.h.d.⁊.h.e.eritq; .d.h.equidistans.a.c.⁊.e.h.equidistans.a.b. pro/
pter id quod demonstratum est supra.39.primi: videlicet q̃ linea secans duo late/
ra alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans:quare per secundam par/
tẽ.29.primi erit vterq; duoꝝ angulorꝝ.h.d.h.⁊.e.e.h.eq̃lis ãgulo.a.⁊ ideo vterq; obtusus.ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.et.e.f.ad lineam.a.c.quousq; concurrant in puncto.f.quẽ dico esse centrum circuli. Manifestũ ẽ enim eas concurrere propter causã p̃us dictã.secabit vtraq; earum lineam. b.c .que respicit obtusum ⁊ concurrent extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f.qui ẽ punctus concursus earum:produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis assumptam erunt equales cõparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f.c.e.f.quare per.9.tertii.f.ẽ centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum vt trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia: videlicet latus.a.b.in puncto.d.⁊ latus.a.c.i puncto.e.⁊.b.c.in puncto.h.protrabo lineas.d.e.d.h.⁊.e.h.eritq; .d.h. equidistans a.c.⁊.e.h.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secundam partem.39.primi: vterq; angulorum.h.d.h.e.e.h.erit equalis angulo.a.⁊ iõ acutus:ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.⁊.e.f.ad lineam .a.c. manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b .c.sitq; punctus concursus f.quem dico esse centrum circuli:produco enim lineas.f.a.f. b.f.c. que per q̃rtam primi:bis assumptam vt prius erunt equales:quare per.9.tertii erit.f.centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q̃ si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circũscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet ĩtra triangulum.



Propositio .6.

Intra datum circulum quadratũ describere.

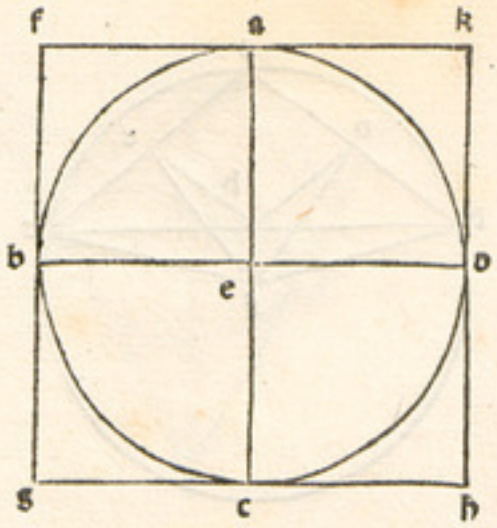
¶ Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e.volo intra ipsum describere quadratum.protrabo in ipso duas diametros.a.c.⁊.b.d.secantes se orthogonaliter supra centrum.e.quarum extremitates coniungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.⁊.d.a. quas dico cõtinere quadratum quesitum :ipse enim erunt equales adinuicem.per quartam primi ter assumptam propter id qõ quatuor linee.e.a.e.b.e.c.⁊.e.d.sunt equales.et quatuor anguli qui sunt.a.d.e.recti.si vnusquisq;.quatuor angulorum.a.b.c.⁊. d.est rectꝰ per primam partem .30.tertii:propter id quod quilibet eorum ẽ in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.



Propositio .7.

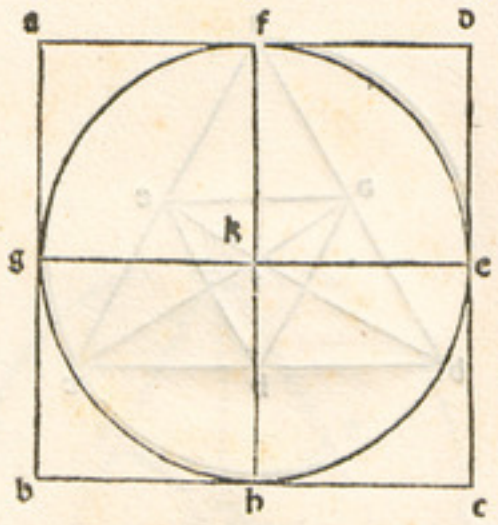
Circa propositum circulum quadratum describere.

¶ Sit ꝓpositꝰ circulꝰ.a.b.c.d.cuiꝰ centrꝝ.e.volo circa ipm describere q̃dratũ: ꝓtrabo ĩ ipso duas diametros.a.c.et.b.d.secãtes se ortho/



gonaliter sup cẽtrũ.e.a q̃ extremitatibus duco i vtrãq; ptẽ lineas orthogonaliter quousq; q̃libet earũ pcurrãt cũ duab⁹ lateralib⁹ sintq; pũcta pcursus earũ.f.g.h.k. eritq; p coneĉ.15.tertij vterq; angulorũ qui sũt ad vnũquẽq; quatuor pũctorũ.a.b. c.d.rectus:quia ergo in quadrilatero.a.f.b.e.tres anguli.a. b.ꝛ.c. sunt recti: erit quartus angulus qui est.f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales q̃tuor rectis:vt demonstratum est supra.32.primi :eadem rõne quilibet angulorum.g.h.ꝛ.k.erit rectus:ergo per secũdam partem.28.primi. due linee.f.g.ꝛ.k.h. Itemq; due.f.k.ꝛ.g.h.sunt equidistantes.ergo per.34.primi.f.k est equalis.g.h.ꝛ.f.g.k.h.ꝛ quia p eandẽ.f.k.est equalis.b.d.ꝛ. f.g.a.c. At vero b.d.est equalis.a.c.erũt quatuor linee.f.k.g.h.f.g.ꝛ.k.h. equales: sed ꝛ quatuor anguli.f.g.k..h. sunt recti :vt probatum est prius. ergo.f.g. k.h. est quadratum per diffinitionẽ quod est propositum.

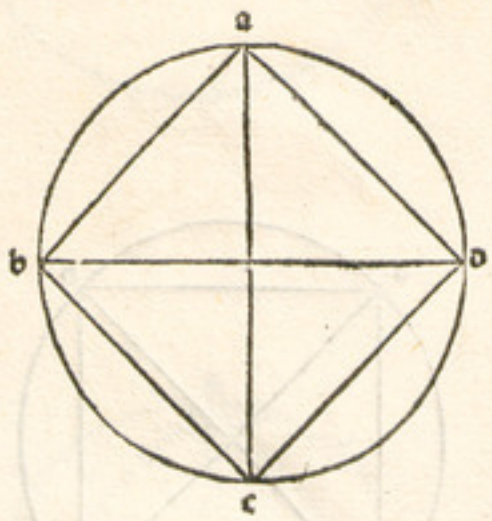
Propositio .8.



Intra quadratum assignatum circulum describere.

Sit quadratum assignatum. a.b.c.d.volo intra ipsum describere circulũ hec est quasi conuersa .6.diuido vnũqõq; latus eius p equalia.a.d.quidẽ in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.ꝛ.d.c. in puncto.e.ꝛ produco lineas.e.g.ꝛ.f.h.secantes se in pũcto .k.quẽ dico esse centrum circuli.erit enim.f.h.equidistans ꝛ equalis.a.b.per.33.primi:p/ pter id quod.a.f.ꝛ.d.h.sunt equales ꝛ equidistantes.Similiter per eandem ꝛ.d.c a.b.ꝛ quia omnes medietates quatuor laterũ ipsius quadrati sunt adinuicẽ equa les erunt per.34.primi:quatuor linee.k.e.k.f.k.g.ꝛ.k.h.equales.ergo per.9.ter/ tij.k.est centrum circuli quesiti.

Propositio .9.



Circa assignatum quadratum circulum describere.

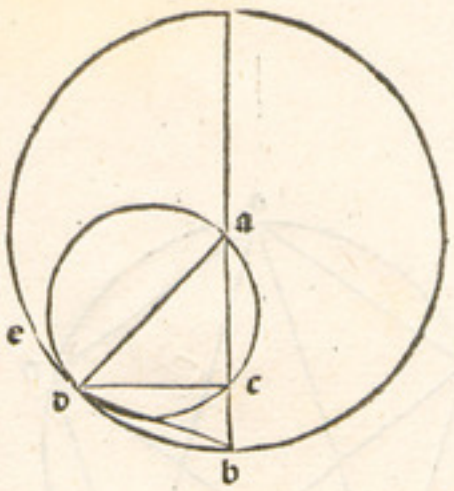
Sit quadratum.a.b.c.d.volo circa ipsum circulũ describere .hec est quasi conuersa.7. Protrahe in ipso duas diametros.a.c.ꝛ.b.d. secantes se in puncto.e.quẽ dico esse centrum circuli. Cum enim linee a.d.ꝛ.a.b.sint equales erũt per.5.primi: anguli.a.d.b.ꝛ.a.b.d.e/ quales.ꝛ quia angulus.a.totalis est rectus.erit per.32.primi:vterq; eorum medi etas recti. Simili quoq; modo ꝓbabitur quelibet partialiũ angulorum a pre dictis diametris ꝛ laterib⁹ quadrati propositi contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo. e.d.a.erit per.9.primi:linea.e.a. equalis linee.e.d.eadem rõne erit.e.a.equalis.e.b.ꝛ.e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e.b.e.c.e.d.sunt equales.erit per.9. tertii e.centrũ circuli que/ siti.quod est propositum.

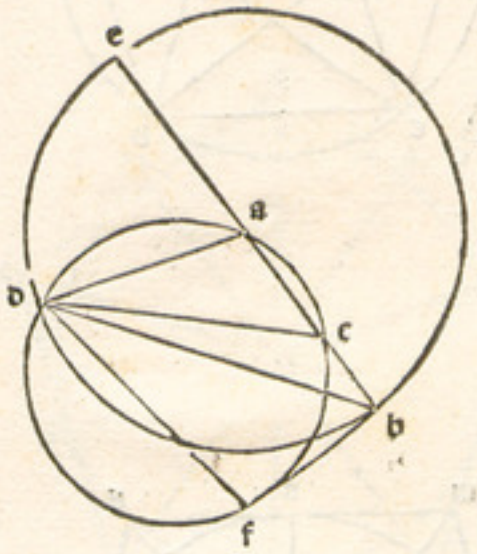
Propositio .10.

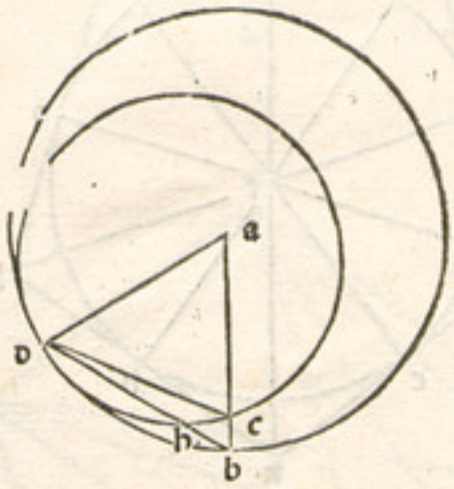
Duum equaliũ laterum triangulum designare. cuius vter q; duorum angulorum quos basis optinet. reliquo du/ plus existat.

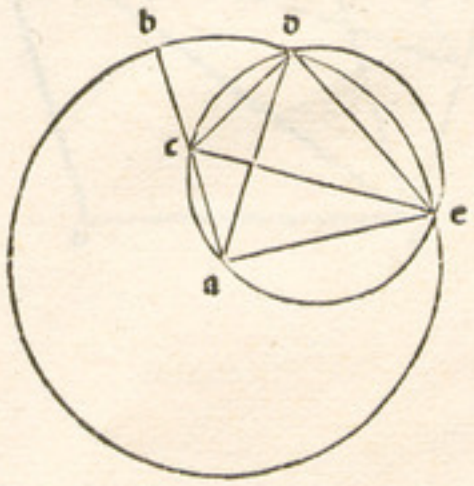
Intentio ẽ describere vnũ triangulũ duũ eq̃liũ latera ꝛ tertii ineqũlis cui⁹ vterq; angulorũ q̃ sup lat⁹ qd̃ ẽ reliq̃s i eq̃le existũt ad tertiũ du/ plus existat. Ad hoc aũt faciẽdũ sumat̃. linea q̃libet q̃ sit .a.b.que diuidat̃ fm q̃ docet.ii.scd̃i in puncto.c.ita q̃ illd̃ quod fit ex.a.b.i.b.c.sit equale quadrato. a.c

factoq; puncto.a.centro ꝟm ipsius quantitatem describatur circulus.b.d.e.intra
quē per primam huius coaptetur linea.b.d.equalis lineę.a.c.et producantur duę
lineę.d.a.d.c.dico triāgulū.a.b.d.eē ēqlis ꝓponit: circūscribat circul⁹ q̄ sit d.c.a.
per.5.huius triangulo.d.c.a.quia ergo linea.d.b.est equalis .linea.a.c.erit quod
fit ex.a .b. in.b.c .equale quadrato lineę. b.d. quare per vltimam tertii. b.d.
linea est contingens circulum.d.c.a.ꝛ per.31.eiusdem angulus.c. d.b. est equalis
angulo.c.a.d.posito ergo cōmuni angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equa/
lis duobus angulis.c.a.d.c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est ēqlis eisdē
quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d.a.est equalis angulo.b.c.d.ꝛ qꝛ an/
gulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi:eo ꝙ latera.a.d.ꝛ.a.b.sūt e/
qualia.erit angulus.b.c.d. ēqlis angulo.c.b.d.ergo per.6.primi: linea.c.d.est e/
qualis lineę.b.d.quare ꝛ lineę.c.a.ergo per.5.primi:angulus.c.a.d.est equalis an
gulo.c.d.a.quia ergo vtrq; angulorꝫ c.d.b.ꝛ c.d.a.ē ēqlis āgulo.c.a.d. erit tot⁹
angul⁹.b.d.a.dupl⁹ ad āgulū.d.a.b.ꝛ iō angul⁹.a.b.d.sibi ēqlis.dupl⁹est etiā ad
angulū.b.a.d.qō est propositū. ¶ Forsan dicet aduersarius circulū.d.c.a.circūscri
ptum trigono partiali secare circulum.b.d.e in aliquo puncto arcus.b.d.ita ꝙ si/
mul secabit lineam.b.d.vnde ipsa non erit circulo applicata.sicut in demonstra/
tione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius
ꝛ a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.ꝛ ducantur li/
neę.f.a.f.d.eritq; per penultimā tertii qō fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato .b.f.
ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo .b.
d.f.ꝛ quia per.31.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo.a.d.f.erit angulus .b.d
f.maior angulo.a .d.f.quod est impossibile.cum ipse sit pars eius. ¶ Aliter possu/
mus istud refellere ꝛ ostendere ꝙ ille minor circulus nullo modo secabit lineā. b.d
forsan enim diceret ꝙ secaret eam non secando arcum.d.b.maioris circuli. Si enī
possibile est ꝙ secet eam.sit hoc in puncto.b.eritq; qō fit ex.a.b.in. b.c. equale ei
quod fit ex.d.b.in.b.b. Demonstratum est enim supra penultimā tertii ꝙ si ab ali/
quo puncto extra circulum signato quotlibet lineę secantes ad circulum ducantur
que sub totis ꝛ earum portionibus extrinsecis continentur.equalia sunt adinuicē:
ꝛ quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit qō fit ex. d.b. in.b.b.
equale quadrato.d.b.quod est impossibile per secdam scōi:quare cōstat ꝓpositum
¶ Et nota ꝙ minor circulus necessario secabit maiorē ꝛ abscindet ab eo arcū vnū
equalem arcui.b.d.ꝛ maior abscindet similiter ab eodem vnum arcum equalē ar/
cui.d.c. Quod sic probat.si enim minor non secat maiorem.contingit ergo ipsum
in puncto.d.ꝛ quia per.11.tertii circulorum se contingentium centra.ꝛ punct⁹ con
tactus sunt in linea vna.erit centrū minoris circuli in linea.a.d.propter hoc ꝙ in
ea est centrum maioris ꝛ punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.est
rectus quare similiter ꝛ angulus.a.b.d.sibi ēqlis ē rectus qō ē impossibile.per.32.
primi:Secet ergo ipsuꝫ in punctis.e.d.dico arcum.e.d.maioris esse equalē arcui.
d.b.ꝛ arcum.e.d.minoris esse equalem arcui.d.c.produco lineas. d.e.c.e.ꝛ. e.a.
eritq; per.26.tertii vnusquisq; quatuor angulorum qui sunt.d.e.c.c.e.a.d.a. c.et
a.d.c.equalis alii propter id ꝙ duo arc⁹.d.e.ꝛ.e.a. sūt ēqles.p.27. eiusdē ēqre to
talis angul⁹.a.e.d.dupl⁹ ē ad angulū.b.a.d.ꝛ iō ēqlis vtriq; angulorum .a.b.d.
ꝛ.a.d.b.ꝛ qꝛ angul⁹.a.e.d.ē ēqlis angulo.a.d.c.p.5.primi: ꝓpter id qō.a. e.ꝛ.a
d.sunt equales a cētro ad circūferentiam.erūt duo anguli.e.ꝛ.d.trianguli. a.e.d.

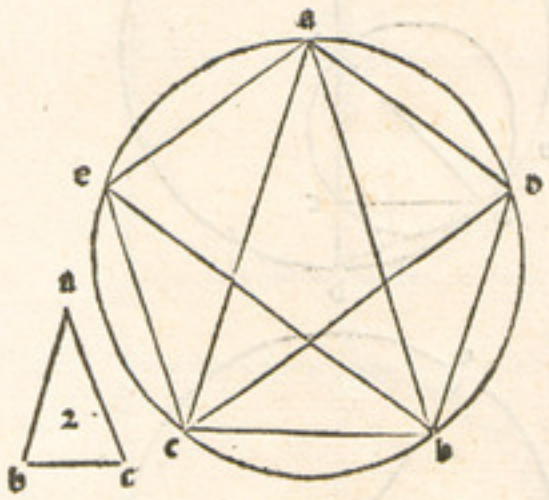








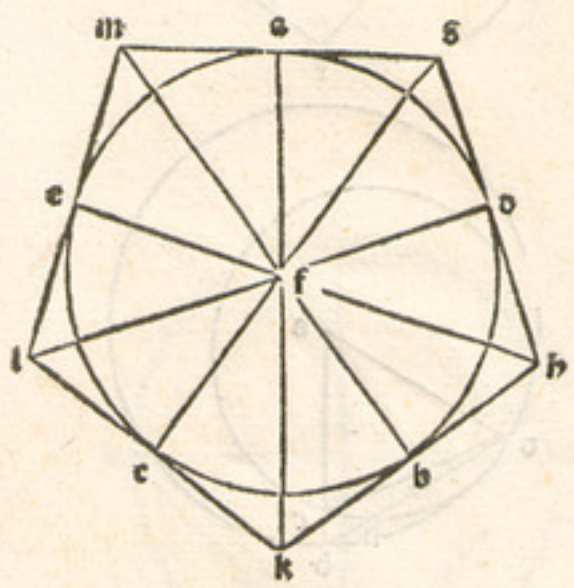
equales duobus angulis.d.z.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus angulus.a.vnius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.25.tertii arcus .c.d maioris est equalis arcui.d.b.z per eandē arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d.c.z hoc est quod proposuimus.



Propositio .11.

Intra datum circulꝫ equilaterum.atqꝫ equiangulū penthagonum describere.

Sit datus circulus.a.b.c.volo intra ipsum describere penthagonum vnū equilaterꝫ atqꝫ equiangulū.designo triangulū vnū qualeꝫ premissa proponit.qui sit.2.cui aliuꝫ equiangulum intra datū circulum describo.sicut docet secūda huius:qui sit.a.b.c.sitqꝫ vterqꝫ angulorum .a.b.c z.a.c.b.duplus ad angulum.c.a.b.vtrūqꝫ eorum diuido per equalia ductis lineis b.c.z.c.d.eruntqꝫ per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta:a.d.b.c.e. diuidūt circulum adinuicē equales.propter id qd̄ quinqꝫ anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eqles.continuatis igitur illis quinqꝫ pūctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.z.e.a.erit penthagonus.a.d .b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur:est enim equilaterus per.28.tertii cū.5.arcꝰ:quoꝫ eius quinqꝫ latera sunt corde:sunt ad inuicem equales:z etiam equiangulus per.26.eiusdem eo ꝙ quinqꝫ arcus.d.a.e.a.e.c.e.c.b.c.b.d.z.b.d.a.in quos anguli ipsius penthagoni cadunt sunt adinuicem equales:sicqꝫ constat propositum.



Propositio .12.

Circa propositum circulum pēthagonum equilaterū atqꝫ equiangulum designare.

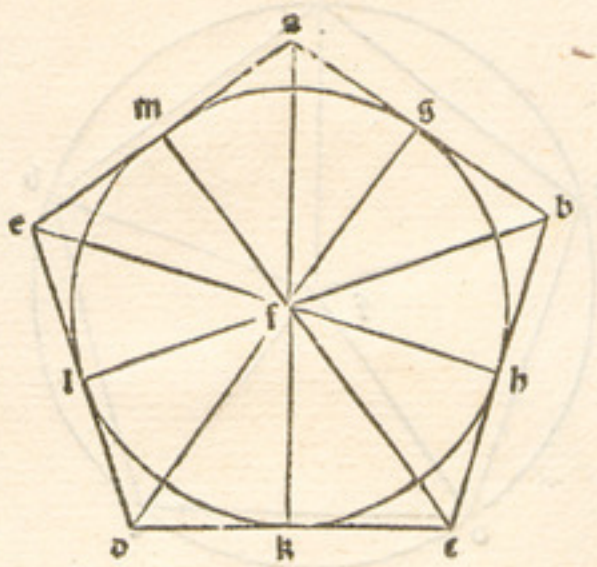
Sit propositus circulus.a.b.c.cuius centrū.f.volo circa ipsuꝫ designare penthagonū equilaterꝫ atqꝫ equiangulum.supra circumferentiam ipsius circuli quasi ꝑm doctrinam premisse sibi inscripsissem pēthagonum quinqꝫ puncta angularia notabo.que sunt.a.d.b.c.e.ad que cētra ducam lineas.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.z ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranqꝫ partem quousqꝫ concurrant in punctis.g.h.k.l.m.eruntqꝫ hee linee contingentes circulum per corolarium.15.tertii:z ad ista pūcta concursus ducam a centro lineas.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super penultimā tertii ꝙ si ab aliquo puncto extra circulꝫ signato due linee contingentes ad ipsū circulum ducant̄ ꝙ ipse erunt equales. erit linea.g. a.equalis linee.g.d.z h.d.h.b.z sic de ceteris. At qm̄ quinqꝫ arcus ī quos quinqꝫ puncta.a.d.b.c.e.diuidunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinqꝫ anguli.a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a.consistentes super hos arcus in centro.f.sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera.a.g.z.f.a.trianguli.f.g.a. equalia duobus lateribus d.g.z.f.d.trianguli.f.g.d.z latus g.f.cōmune.ergo p.s.primi:duo anguli corū q̄ sunt.a.d.f. Itēqꝫ duo anguli qui sunt.a.d.g.sunt adinuicem equales. eadē rōne duo anguli qui sunt.a.d.f.in triangulis.d.f.b.z.b.f.b. Itemqꝫ duo qui sunt .a.d b.sunt adinuicem equales. Similiter quoqꝫ singuli trium reliquoꝝ angulorū qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.z singuli triū.qui sunt.k.l.m.diuidant̄ p equalia.primi quidem per lineam.f.k.secundi per lineā.f.l.tertii vero per lineā.f.m. z quia hii tres anguli qui sunt.b.f.e.c.f.e.e.f.a.sunt sibi inuicem equales z aliis duobꝰ q̄ sūt.a.f d.z.d.f.b.equales erunt eorum dimidia que sunt dēcē anguli facti in centro.f.ad/

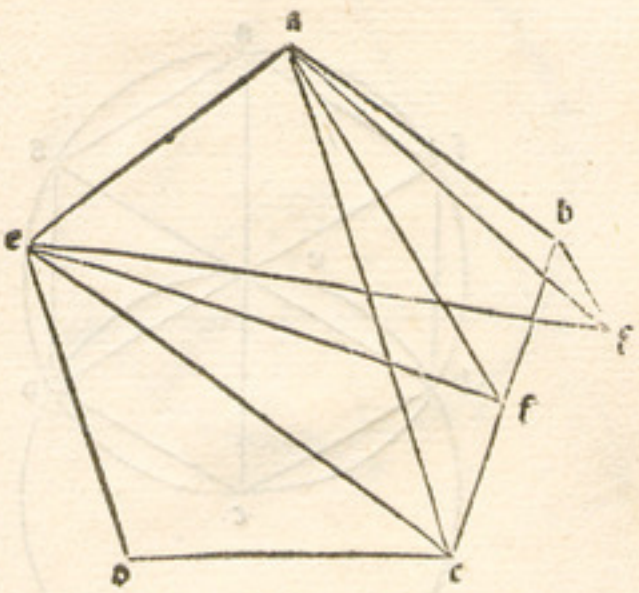
inuicez equales. Quia igitur duo anguli.a.⁊.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duo/
bus angulis.a.⁊.f.trianguli.m.a.f.⁊ latus.a.f. cōmune erit per.26.primi angul⁹
g. vnius equalis angulo.m.alterius ⁊ latus.g.a.equale lateri.a.m.eadem ratiōe
erit angulus.g.m triangulo.g.f.d.equalis angulo.b.in triangulo.d.f.b.⁊ latus.g
d.equale lateri.d.b.quare quia.g.a.est dimidiū.g.m.⁊.g.d.dimidiū.g.b.⁊.g.a.⁊
g.d.sunt equalia:erunt per cōem scientiā.g.m.⁊.g.b.conū dupla equalia. Simili/
ter quoqz ꝓbabim⁹.g.m.esse equale.m.l ⁊.m.l.l.k.⁊.l.k.k.b.quare pēthagon⁹.g
b.k.l.m.est equilaterus.sed ⁊ equiangulus: cuz enī duo anguli qui sunt ad.g.sunt
adinuicem equales. ⁊ duo qui sunt ad .m.siliter adinuicem equales. ⁊.g. partia/
lis.sit equalis.m.ꝑtiali.vtrūqz enī probatū est prius.erit per candē cōem scientiā
g.totalis equalis.m.totali.⁊ eadem rōne ꝓbabis equalitatem in ceteris angulis:
quare est equiangulus.sicqz constat propositum.

Propositio .13.

Intra equilaterum atqz equiangulum penthagonum assi
gnatum.circulum describere.

¶ Sit assignatus penthagonus equilaterus atqz equiangulus:quia
de aliis nō est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.volo sibi iscribe
re circulū.hec est quasi cōuersa.11.duos eius ꝓpiquos angulos qui
sunt.a.⁊.c.diuido per equalia ductis lineis.a.f.⁊.c.f.donec cōcurrāt in pūcto.f.i
tra ipsum penthagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id
quod dimidiū totalis anguli.a.⁊ similiter totalis anguli.c.minus ē angulo recto.
¶ Si enim intra penthagonum non cōcurrēt.aut extra ipsum penthagonum aut
in latere pēthagoni.aut in eius angulo:qui vtriqz angulorū diuersoꝝ opponitur.
Concurrāt ꝗ primo extra in pūcto.f.⁊ ducatur linea.b.f.⁊ quia duo latera. c.a.et
a.f.trianguli.c.a.f.sūt equalia duobus lateribus.b.a.⁊.a.f.trianguli .b.a.f.⁊ an
gulus.a.vnius angulo.a.alterius erit per 4.primi basis.c.f.equalis basi. f.b. ⁊ qz
angulus.a.partialis ē equalis angulo.c.partiali.propter id qō.a.totalis.c. totali
erit per.6.primi.f.a.equalis.f.c.quare.f.a. est equalis.f.b. ergo per.5.primi duo
anguli.b.totalis.⁊.a.ꝑtialis sunt eq̄les.quare.a.ꝑtialis ē eq̄lis vī maior.a. totali
qō est impossibile. Concurrāt ergo in pūcto.f.super latus.b.c .eritqz arguendo ꝑ
premissas ⁊ premisso modo angulus.a.ꝑtialis equalis angulo .a.totali quod est
impossibile. Quod si forsan concurrant in angulo.c.erit per casdez ⁊ eodē modo
c.b.equalis.c.a.⁊ ideo ad huc ut prius angulus.a.partialis equalis angulo .a.to
tali. Qō qz hoc ēe nō potest sit ergo punctus concursus qui ē.f.infra penthagonū
a quo duco.5.perpendiculares ad eius.5.latera.que sunt.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m .⁊ ad
duos eius angulos ꝓpinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b.
⁊.d.duco lineas.f.b.f.d.⁊ quia duo anguli.a.⁊.m.trianguli.a.f. m. sunt equales
duobus angulis.a.⁊.g.trianguli.a.f.g.⁊ latus.a.f. cōmune erit per.26.primi.f.
m.equalis.f.g.per eandem quoqz probabis.f.l.equalem.f.m.sumptis duob⁹ tri/
angulis.⁊.f.m.⁊.c.f.l.quia iterum duo latera.a.f.⁊.a.b.trianguli.a.f. b.sūt equa
lia duobus lateribus.a.f.⁊.a.e.trianguli.a.f.e.⁊ angulus.a.vnius.angulo.a:al/
terius erit per.4.primi angulus.b.partialis equalis angulo.e. partiali. ⁊ quia.b.
totalis equalis est.e.totali:⁊.e.totalis diuisus est per equalia erit etiam.b.totalis
diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis.d.totalē diuisum per eq̄lia ꝓpter
equalitatem.d.partialis ⁊.a.partialis sumptis triangulis.e.a.f.⁊. e.d.f. qz ergo



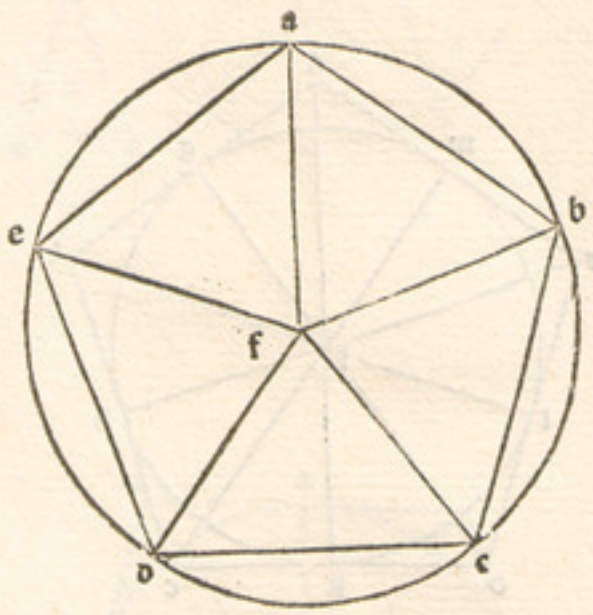


duo anguli.g.⁊.b.trianguli.g.f.b.sunt equales duobus angulis.h.⁊.b. trianguli h.f.b.⁊ latus.f.b.cōe erit per.26.primi.f.h.equalis.f.g. Eodem modo ꝓbabis f. k.equalem.f.l.sumptis triangulis.l.f.d.k.f.d.qm igitur .5.lineę.f.g.f.h.f.k.f.l. ⁊.f.m.sunt equales.erit.f.centrum circuli.per .9.tertij .quē describemus ꝑm quātitatem vnius earum.⁊ tanget omnia latera penthagoni.ꝓpter equalitatem lineārū. ⁊ nullum eorum secabit per primam ꝑtem.15.tertij.sicq; cōstat ꝓpositum.

Propositio .14.

Circa datum penthagonum qd sit equilaterum. atq; equiangulum circulum describere.

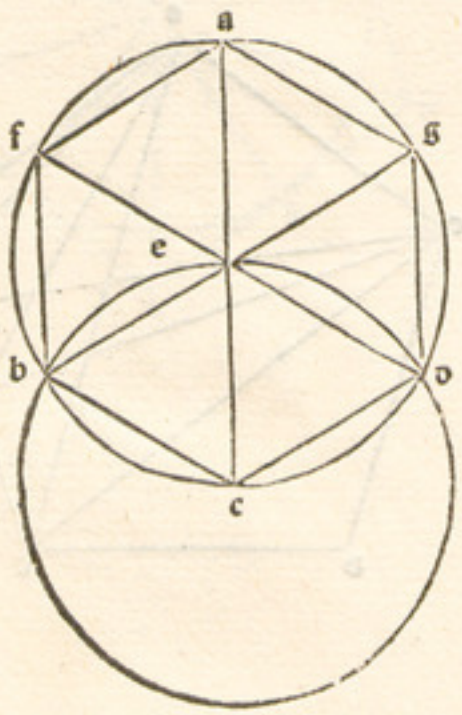
Sit vt prius datus penthagonus equilaterus atq; equiangulus. quia de alijs non est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.e.volo circa ipsum describere circulum.hec est quasi conuersa.12. Duos eius ꝓpinquos angulos qui sunt.a.⁊.e.diuido ꝑ equalia ductis lineis.a.f.⁊.f.e. quousq; concurrant intra ipsum penthagonū in puncto.f.cōcurrent enī ⁊ intra pēthagonum vt ꝓbatum est in premissa.⁊ a puncto cōcursus duco ad reliquos angulos lineas que sint.f.b.f.c.f.d.⁊ q̄ duo latera.a.f.⁊.a.b.trianguli.a.f.b.sunt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.a.e.trianguli.a.f.e.⁊ angulus.a.vnius angulo. a. alterius erit ꝑ.4.primi.f.a.equalis.f.e.⁊ angulus.b.ꝑtialis angulo.e.ꝑtiali.⁊ quia.b.totalis est equalis.a.totali.⁊.e.totalis diuisus est ꝑ equalia.erit similiter.b.totalis diuisus ꝑ equalia.hoc quoq; modo ꝓbabis vtrūq; angulorū.c.⁊.d.diuisum esse per equalia.⁊.5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e.esse equales.quare ꝑ.9.tertij.f.erit centrum circuli.sicq; patet ꝓpositum.



Propositio .15.

Intra propositum circulum.exagonum equilaterum atq; equiangulum describere. Ex hoc itaq; manifestum est q̄ latus exagoni equū est dimidio diametri circuli cui inscribitur.

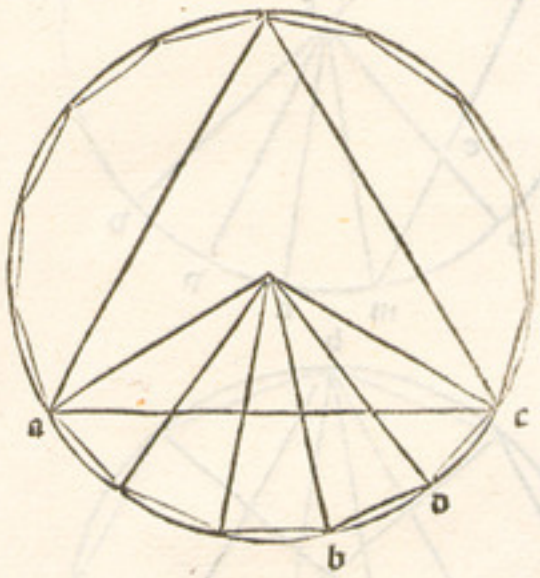
Sit ꝓpositus circulus.a.b.c.d.cuius centrum. e. volo sibi inscribere exagonum equilaterū atq; equiangulū. ꝓduco diametrum.a.e.c.⁊ ꝑm quantitatem semidiametri.e.c.facto centro puncto.c.describo circulum.e.b.d. secantem priorē in duobus punctis.b.d.a quibus ꝓduco duas diametros in circulo primo que sint.b.e.g.d.e.f.trium ergo diametrorū extremitates coniungo.6.lineas que sunt.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.⁊.g.a.quas dico continere exagonum quesitum.erit enī vt demonstrat prima primi vterq; triangulorū.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare et equiangulus ꝑ.5.eiusdē ergo ꝑ.32.primi duo anguli.b.e.c.⁊.c.e.d.cū vno equali vni eorum sunt equales duobus rectis ꝓpter id qd quisq; horū ē tertia duorum rectorum.sed ipsi ꝑ.13.eiusdē cū angulo.d.e.g.sunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.e equalis vtriq; eorū.quare ꝑ.15.eiusdē. 6.anguli.qui sunt ad.e.sunt adinuicē equales.ergo ꝑ.25.tertij arcus in quos cadūt sunt equales.quare ⁊ corū corde ꝑ.28.eiusdē qui sūt latera ipsius exagoni. Equilaterus igitur ē sed ⁊ equiangulus ꝑ.26.tertij ꝓpter id qd sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidūt circulū bini ⁊ bini sūpti sūt adinuicē equales.vt arcus.a.f.b.arcui.f.b.c.⁊ ió angulus.f qui cōsistit in ꝑmo ē eqlis angulo.b.qui cōsistit i scdo. idē in ceteris .quare cōstat ꝓpositum. Corolarium ex hoc patet q̄ dimidiū diametri ⁊ latus exagoni sunt



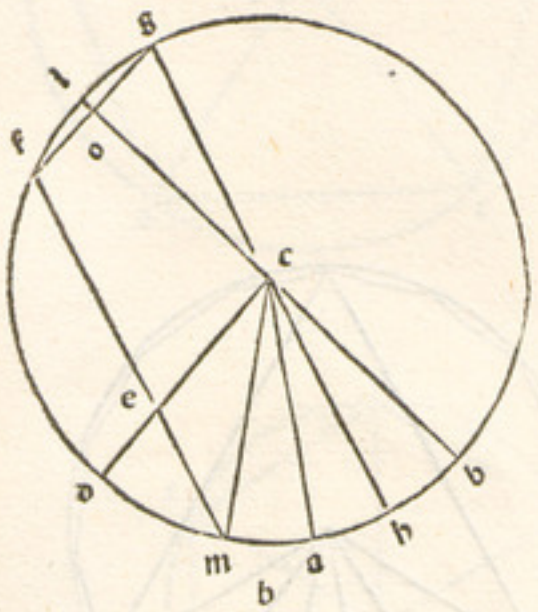
latera eiusdem trianguli equilateri. vt.e.c.⁊.c.b.⁊.c.d. ¶Et nota ꝙ non propo/
nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq; equiangulum desi/
gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere .quēadmo/
dum fecit de triangulo quadrato ⁊ penthagono. non q̃ non sit necessariū hoc eē
possibile.sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero et
equiangulo.⁊ in omni figura equilatera.atq; equiangula quecunq; fuerit. Unde
quamcūq; figurā equilaterā ⁊ equiangulā scimus circulo inscribere :candē circulo
extra.⁊ circulū sibi intra ⁊ extra:hisdem medijs per que hec in penthagono fecim⁹
describemus. ¶Nota etiam ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta.aut cir/
cūscripta est etiā necessario equiangula.de inscripta patet per·27.⁊.26.tertij sum
ptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis ⁊ binis. In hos
eni arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro
lineis ad omnes eius angulos.⁊ ad loca cōtactus facile probabis.si plene intelle/
cte demonstrationi.13.huius diligēs intellectus accesserit .erit eni vt omnes ipsi⁹
figure angulos linee a centro venientes ꝑ equalia diuidāt.sumptis itaq; quibusli
bet duobus eius ꝓximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum .⁊ cū duo
bus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos
equiangulos adinuicē.ꝑ.4.primi esse ꝓbabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit
eos esse equiangulos ꝑ hanc cōmunē sciam quoꝝ dimidia sūt equalia. tota quoq;
esse equalia.

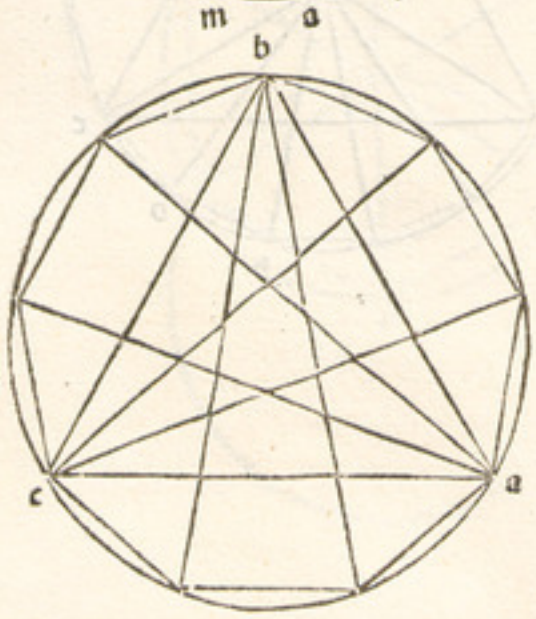
Propositio.16.

Intra datuz circulum.quindecagonum equilaterum atq;
equiangulū designare. ¶Deinde circa quēlibet circulū
assignatuz quindecagonum equilaterum atq; equiangu
lum atq; intra datum quindecagonuz circulū describere
¶Sit datus circulus.a.b.c.volo sibi inscribere quindecagonū equi
laterum ⁊ equiangulum.deinde etiam circūscribere atq; intra talem quindecago/
num ꝓpositum circulum describere. Non ꝓponit autem circa talem quindecago/
num circulū describere.quia hoc satis dat intelligere ꝑ alia que ꝓponit. In dato
circulo iuxta doctrinā secunde huius.ꝓtrabo latus trianguli equilateri.ꝙ sit.a.c
⁊ iuxta doctrinā scōi latus penthagoni equilateri atq; equianguli q̃ sit.a.b. Et
quia arcus.a.c.est totius circūferentie tertia:cuius arcus.a.b.est quinta.erit sup/
fluum inter eos q̃ est arcus.b.c.due tertie:arcus.a.b.vel due quinte arcus.a.c.si
ue due quintedecime totius circūferētie Nam in omni toto excedit tertia quintā.
in duabus tertijs ipsius quinte.vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duab⁹
quintis decimis totius.hoc eni patet in quinta ⁊ tertia p̄mi numeri habētis quin
tam ⁊ tertiam qui est.15.eius enim tertia que est.5.excedit eius quintam que ē tria
in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta.vl̄ due quin
te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius.15.qui est totū. diui/
so igitur arcu.b.c.per equalia.in.d. patet vtrumq; duorum arcuum .c.d.⁊. d.b.
esse tertiam arcus.a.b.vl̄ quintam arcus.a.c.siue quintādecimā totius circumfe/
rentie.subtensis igitur eis cordis.c.d.⁊.d.b.coaptatisq; continue intra datum cir
culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶Letera
vero duo que proponit cū tertio ꝙ dat intelligere videlicet quindecagonū circulo



circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex.12.13.7.14.huius plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota ꝙ quamcumq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere ⁊ circũscribere.⁊ ipsi circulum.diuisis enim arcubus quibus latera eius q̃ scitur inscribi subtenditur.per equalia ⁊ a punctis medijs ad extremitates laterũ ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per.28.tertij.ergo ⁊ equiangula.hoc enim demonstratũ est supra.15.huius ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula. Et quia hãc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per.12.13.7.14.huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: sciemus per hoc ⁊ exagonum ⁊ per exagonũ duodecagonũ ac per dodecagonuꝫ figuram.24.laterum. ⁊ sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi exagonus.posuit tamen huius propriã demonstrationẽ ex qua sequitur potissima pervtile. Et similiter quia scimus ⁊ inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figurã cuius laterum numerus est pariter par.per penthagonum quoqꝫ sciemus decagonum.⁊ figurã.20.laterum.sicqꝫ continue duplando.idem quoqꝫ intellige de quindecagono.per ipsum enim scientur figure.30.7.60.⁊ omnium continue duplatoꝝ laterum. ¶ Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que p̃ has nõ habent difficilis est scientia.⁊ parũ vtilis.vt sunt eptagona nonagena vndecagona. Qd̃ si scirem⁹ triangulũ duũ equaliũ laterũ designare.cuius vterqꝫ angulorum ad basim triplus esset ad reliquũ sciremus eptagonũ vt supra penthagonum circulo inscribere.ꝙ si vterqꝫ quadruplus esset ad reliquũ sciremus nonagonũ.et si quintuplus.vndecagonũ. Idemqꝫ in ceteris figuris imparium laterum.posito vtroqꝫ angulorꝫ ad basim multiplici ad reliquũ.per eum numerum qui est medietas.maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.





Datũ angulũ in tria equa diuidere. Sit angulus dat⁹.c.volo ipsũ diuidere in tres eq̃les angulos qd̃ sic facio.pono p̃mo.c.centrũ circuli describendo circulũ q̃liter cũq; cõtingat. ⁊ ꝓtrahо latera cõtinentia datũ angulũ vsqꝫ quo secẽt circũferentiã in punctis.a.⁊.b.tunc a puncto.c.qd̃ est centrũ circuli duco lineã. c.d. perpendiculariẽ ad lineã.c.b.⁊ in linea.c.d.assigno punctũ.e.a quo duco lineam ad equalitatẽ.c.b.vsqꝫ quo secet circũferentiã circuli in puncto.f. ⁊ ꝓduco .e.vsqꝫ a.deinde protrahо lineã.g.h.equidistantẽ.f.a.que scꝫ.g.h.transeat per centrũ.⁊ duco lineam.f.g.equidistantẽ linee e.c.⁊ protrahо lineam.c.b.incontinuũ ⁊ directum vsqꝫ ad.l.que secat lineã.f.g.orthogonaliter in puncto.o.⁊ per equalia. dico ergo ꝙ arcus.l.g.est equalis arcui.h.b.propter hoc.ꝙ angulus.l.g. c. est equalis angulo.h.c.b.cũ sint contra se positi. Cum igitur arcus.f.g.sit duplus arcui.l.g. erit etiã duplus arcui.h.b.sed arcus.f.g.est equalis arcui.a. h.cũ sint inter duas lineas equidistantes que sunt.f.a.⁊.g.h.ergo arcus.h.a.est duplus arcui.h.b.ergo ⁊ angulus.a.c.b.est duplus angulo.h.c.b.diuidam ergo angulum.a. c.b. per equalia per lineam.c.m.⁊ patet propositum.

Intra datũ circulũ nonãgulũ equilaterꝫ atqꝫ eq̃ãgulũ designare.qd̃ sic fieri potest iuxta doctrinã scd̃e hui⁹.inscribã circulo assignato triangulũ eq̃laterꝫ atqꝫ eq̃angulũ q̃ sit a.b.c.⁊ vnũquẽq; angulorꝫ ei⁹diuidã p̃ tria eq̃lia ⁊ protrahã lineas diuidẽtes angulos vsqꝫ ad circũferentiã ⁊ tunc q̃ nouẽ anguli locati in circulo sũt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. protrahã enim

cordas subtractas singulis arcubus ⁊ habebo intentum. Explicit liber quartus incipit liber quintus.

Diffinitio .1.

PArs est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quãdoqz sumitur proprie: ⁊ hec est q̃ aliquotiens sumpta suum totum precise constituit: sine diminutione vel augmento: ⁊ dicitur suum totum numerare per illum numerum ꝑm quẽ sumitur ad ipsi⁹ totius constitutionẽ: talem autem partem quã multiplicatiuã dicimus hic diffinit. ¶ Quãdoqz sumitur cõmuniter ⁊ hec est quilibet quantitas minor q̃ quotienscũqz sũpta suo toto min⁹ aut maius constituit. quã aggregatiuã dicimus: eo ꝙ cum alia quantitate diuersa totum suũ cõstituat: ꝑ se aũt quotienscũqz sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

MUltiplex est maior minoris quando eaz minor metitur.

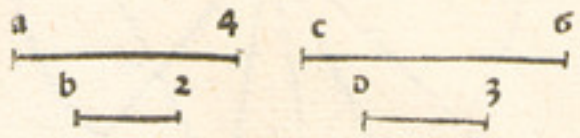
¶ Pars relatiue dicitur ad totuz: ⁊ in istis duobus extremis consistit eorum adinuicẽ relatio: ⁊ ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat autez ipsum multiplex propter hoc ꝙ minus ipsũ aliquotiens sumptuz constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicẽ: pars ⁊ multiplex. Nã omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionẽ.

Diffinitio .3.

PRoportio est duarum quantecunqz sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo ꝙ earuz altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim soluz in quantitatibus reperitur proportio. sed ĩ põderibus: potentijs et sonis. In ponderibus quidẽ ⁊ potẽtijs vult plato ĩ thimeo esse proportionẽ: vbi elementorum numerũ ostendit: in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales partes diuidatur. erit ipsaruz partiũ suorumqz sonoꝝ: eadem cõuerso modo proportio. Sz in quibuscunqz proportio reperitur: ea participant naturã ꝓprietatẽqz quãtitatis: nõ enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo ꝙ earum vna est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem ꝓprium est ꝑm ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamẽtis. vnde liquet ꝓportionẽ primo in quantitate reperiri. ⁊ per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquib⁹ rebus proportionẽ cui similis nõ sit in aliquibus quantitatib⁹ ꝓpter qõ bene dixit euclides ꝓportionẽ simpliciter esse in quantitate cum eã diffiniuit per habitudinem duarũ quantitatũ eiusdem generis adinuicem: ¶ Cui⁹ diffinitionis intellectus ẽ: ꝙ proportio ẽ habitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo ꝙ vna earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: ꝑ qõ patet ꝙ oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corꝑa: aut duo loca: aut duo tempora. Non enizꝑ potest

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea ⁊ superficies superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. ¶ Qd autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita inquā determinata q̃ hec ⁊ non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarū quantitatum sit scita a nobis: nec etiā a natura. ¶ Nam proportio quedam est discretorum vt numerorum. quedā aūt continuorum. In numeris autē minor ē pars aut partes maiores vt demonstratur in septimo: quare ⁊ in eis omnibus est habitudo certa ⁊ nota. ¶ At vero in continuis est proportio magis larga: est enim i eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: ⁊ talium omnium mediantibus numeris ē proportio nota: que ⁊ rationalis dicit. Dicuntur q̃ omnes tales quantitates cōmunicantes: quia eas vna ⁊ eadē necessario metitur. vnde ⁊ omnes numeri sūt cōmunicantes. omnes enī ipsos metitur vnitas. Est etiam vbi minor non ē pars. aut partes maioris ⁊ in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec nature. Dicitur q̃ hec proportio irrōnalis: ⁊ hec quātitates incōmunicantes: vnde fit: ut quecunq̃ proportio reperitur in numeris reperiat̄ in omni genere continuorum: vt in lineis superficiebus corporibus ⁊ temporib⁹: nō autem econuerso: infinite enī sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura nō sustinet. Q̃ quecunq̃ proportio reperitur in vno genere continuorum eadem reperitur i oibus alijs. Nam qualitercunq̃ se habet aliqua linea ad quālibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquā aliā. ⁊ quodlibet corpus ad aliqd̄ aliud: similiter ⁊ tempus. sed non sic qulibet numerus ad aliquē aliū: vnde magis ē larga ꝓportio in continuis. q̃ in discretis Exquo manifestum est proportionē geometricam esse maioris abstractionis: q̃ proportionem arismeticam: omnis enī proportio circa quā arismetica versatur rōnalis est: geometria vero rōnales ⁊ irrōnales eq̃liter considerat.



Diffinitio .4.

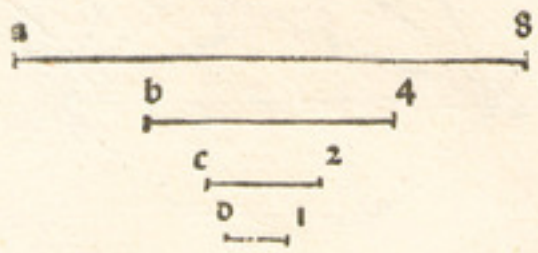
Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Vt si dicamus q̃ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. ⁊. b. similis est illi que est inter. c. ⁊. d. hec autem silitudo que ex istis ꝓportionibus resultat dicit̄ ꝓportiōalitas

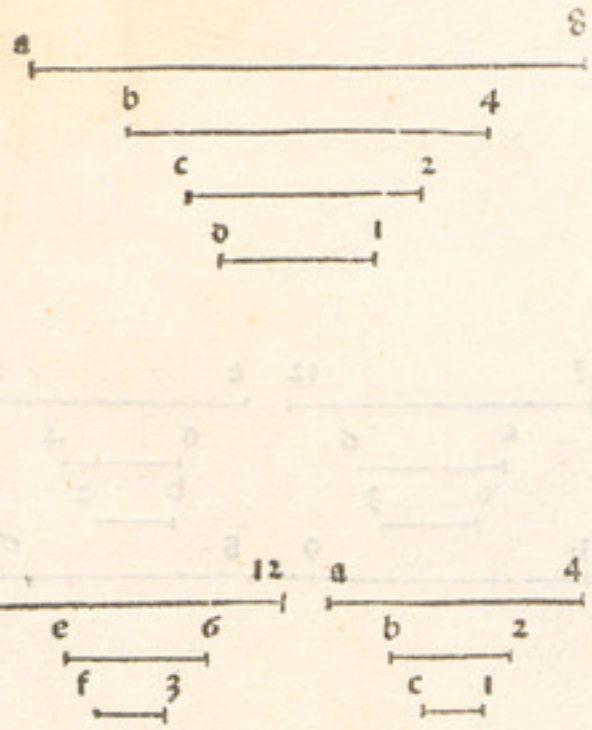
Diffinitio .5.

Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sūt: aut eque sibi sine interruptiōe addunt aut minuunt.

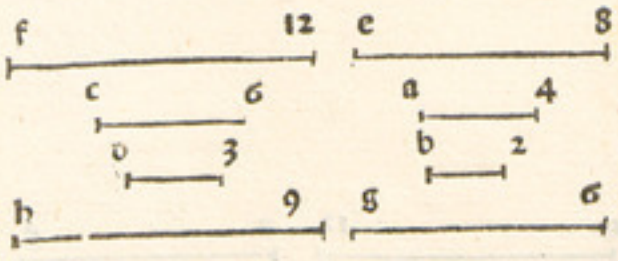
¶ Supposita diuisione proportionalitatis p cōtinuā ⁊ discōtinuam diffinit mēbra diuidentia. ⁊ primo cōtinuā ĩmo vt verius dicā: supposita diuisione proportionalium p continue ꝓportionalia ⁊ incōtinue: diffinit nō cōtinuā ꝓportionalitatē: nec incōtinuam: sed cōtinue ꝓportionalia ⁊ incontinue. diffinitio autem continue ꝓportionalitatis ⁊ incōtinue satis patet per diffinitionē cōtinue ꝓportionalium ⁊ incontinue. ¶ Cōtinua aūt ꝓportionalitas ē cū quotlibet quātitatū eiusdē generis in qua ꝓportiōe prima antecedit secdam in eadē quelibet aliaꝝ antecedit ꝓximo cōsequentē. vt cū dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b ad. c. ⁊. c. ad. d. eritq̃ quelibet earum antecedens ⁊ consequens: excepta prima que est solū antecedens: ⁊ vltima que est tm̄ cōsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter cōtinuationē propor/



tionū eo q̃ nō sit ꝓportio inter quantitates generum diuersoꝝ: ⁊ hec erit ad min⁹ in tribus terminis constituta. ¶ Incōtinua autem est cū quatuor quantitatū siue omnes fuerint eiusdē generis siue due prime vnius ⁊ due postreme alterius: i qua proportione prima antecedit secōdam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritq̃ earum quelibet: aut tm̃ antecedēs aut tm̃ consequens: nec est necesse vt sint omnes quatuor eiusdē generis sicut erat in proportionalitate cōtinua: eo q̃ cōsequēs prime proportionis nō cōtinuat̃ antecedenti secōde: sed possibile est vt sint eiusdē generis: ⁊ possibile est vt sint diuersoꝝ. Sicut eni contingit lineā reperiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad superficiē: ⁊ corpus ad corpus: ⁊ tēpus ad tempus: ⁊ numerus ad numeꝝ. ¶ Viso quid sit continua ꝓportionalitas. ⁊ quid incōtinua explanemus diffinitionē continue ꝓportionaliū premissam. Quantitates inquit proportionales cōtinue sunt quaꝝ eq̃ multiplicia aut sibi sunt eq̃lia: aut eq̃ sibi sine iterruptione addūt: aut minuūt verbi gratia. Sint tres quātitates eiusdē generis. a. b. c. ad quas sumant̃. d. e. f. eq̃ multiplicia: vt sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b ⁊. f. ad. c. erūtq̃ omnes in eodē genere. Multiplicia eni ⁊ submultiplicia in eodē sunt genere: sitq̃ vt. d. e. f. aut sint equalia adinuicē: aut silr̃ se habeant in addendo aut minuendo ita q̃ sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat sup. f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquā multiplicia sic se habuerint erūt tres quātitates. a. b. c. cōtinue ꝓportionales. Multiplicia autē nō intelligas silr̃ sic se habere in addēdo aut minuendo quantū ad quantitatē excessus: sed quantū ad proportionē: aliter eni diffinitio esset falsa. Nam quarūlibet quantitatū eiusdē generis equis se differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs se excedūt: vnde silr̃ se habent in addendo ⁊ minuendo quantū ad quātitatem excessus. Nec tamē priores quātitates sūt cōtinue proportionales: imo minoꝝ est semp̃ maior proportio. hoc autē ideo euenit qm̃ eaꝝ multiplicia nō silr̃ se excedunt quātū ad proportionē. sed solū quantū ad quantitatē excessus: est eni ⁊ ibi in minoribus multiplicib⁹ maior proportio. verbi gratia: sumant̃ tres numeri equis differentijs se excedentes: immediate videlicet arismetice: vt. 2. 3. 4. horū trium omnes eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. ⁊ sic de ceteris: nō tamen sunt. 2. 3. 4. cōtinue proportionalia: imo minoꝝ est maior proportio: est eni ipsorū ꝓportio sesquilatera: ⁊ maioꝝ sesquitertia: q̃ ergo inter eos nō est similitudo proportionū. Nō erit inter eos ꝓportionalitas: ⁊ iō neq̃ continua neq̃ incontinua. patet ergo similitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaq̃ sensus diffinitionis premisse. Continua proportionalia sunt quarū omnia multiplicia equalia sūt continue proportionalia: sed noluit ipsam diffinitionē proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem p̃ idem: aperte tamē rei est istud cum sua diffinitione cōuertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdē generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim. a. ⁊. b. essent diuersorum generum. essent etiā. d. ⁊. c. ipsarum a. ⁊. b. multiplicia eorūdē diuersorum generum: propter hoc q̃ multiplicia ⁊ submultiplicia eiusdē sūt generis: quare. d. nō esset equalis. e. nec ea maior: aut minor. Nam quantitates diuersorum generum non sunt adinuicem comparabiles.

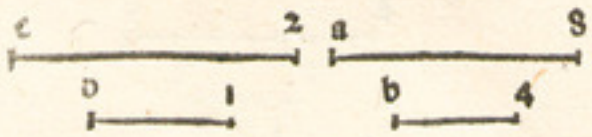


Diffinitio. 6.



QUantitates que dicunt ee fm ꝓportione vna prima ad secũdã ⁊ tertia ad quartã sunt quaꝝ prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secũde ⁊ quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.

¶ Posita superi⁹ diffinitione quãtitatũ continue ꝓportionaliũ. hic ponit diffinitionẽ incõtinue ꝓportionaliũ: ⁊ ẽ ꝙ quarũlibet. 4. quantitatũ quaꝝ prime ⁊ tertie eque multiplicia sũpta fuerint: itẽq; scõe ⁊ quarte eque multiplicia: fueritq; multiplex prime sic se habens ad multiplex scõe quantũ ad additionẽ aut diminutionẽ aut equalitatẽ: sicut multiplex tertie ad multiplex q̃rte: erit ꝓportio p̃me earũ ad scõam: sicut tertie ad q̃rtã. verbi gra. Sint q̃tuor quãtitates. a. b. c. d. sumanturq; ad p̃mã ⁊ ad tertiã que sunt. a. ⁊. c. eq multiplicia vtpote dupla: que sint. e. ⁊. f. Itẽq; ad scõam ⁊ quartã que sunt. b. ⁊. d. sumãt alia eq multiplicia: vtpote tripla. q̃ sint g. ⁊. h. sitq; vt hec. 4. multiplicia sic sũpta cõpata adinuicem fm ordinẽ primarum quatuor quantitatum: ita videlicet ꝙ. e. cõpetur ad. g. ⁊. f. ad. h. non autẽ. e. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutione ⁊ equalitate: videlicet ꝙ si. e. addit supra. g. ⁊ sil'r. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a. g. ⁊. f. similiter minuat. ab. h aut si. e. est equalis. g. ⁊ similiter. f. sit equale. h. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione cõtinue ꝓportionaliũ: videlicet nõ quantũ ad quantitatẽ excessus. sed q̃ntum ad proportionẽ. ¶ Qõ aũt dicit eodẽ ordine sumpte intelligatur sicut expositum est: videlicet vt multiplicia non referant adinuicem fm ordinẽ earum quantitatum: quibus eque multiplicia assumunt. vt multiplex prime non referat ad multiplex tertie: aut multiplex scõe ad multiplex quarte. sed referatur fm primũ ordinẽ ipsaꝝ. 4. quantitatum: videlicet multiplex prime ad multiplex scõe. ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Incõtinue ꝓportionales sunt quatuor quãtitates ⁊ ꝓportio prime ad scõam ẽ sicut tertie ad quartam cũ sumptis eque multiplicibus ad primã ⁊ tertiam. Itẽq; eque multiplicibus ad scõam ⁊ quartã erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex scõe: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nõ diffinivit sub hac forma. propter cãm predictã. licet a ꝑte rei idẽ sit. Nõ ẽ autẽ necessariũ ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo ꝙ. b. nõ continuat in proportione: cum. c. sed possunt ee due prime vnius generis: ⁊ due sequentes alterius. ꝑ qõ patet ꝙ necesse est referri multiplex prime ad multiplex secunde: ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. nõ autẽ multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scõe ad multiplex quarte qr non semp̃ sunt eiusdẽ generis. multiplex p̃me ⁊ tertie: nec multiplex scõe ⁊ q̃rte: fuit autẽ necesse sumere eq multiplices ad p̃mã ⁊ tertiã: itẽq; eque multiplices ad scõam ⁊ q̃rtam: ⁊ nõ eque multiplices ad primã ⁊ scõam: ⁊ itẽ non eque ad tertiã ⁊ quartã qr nisi ꝑ mltiplicũ sũptionẽ cõtinuãt terminip̃me ꝓportiõis cũ terminis scõe. nõ erit ꝑ quid sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.



Diffinitio .7.

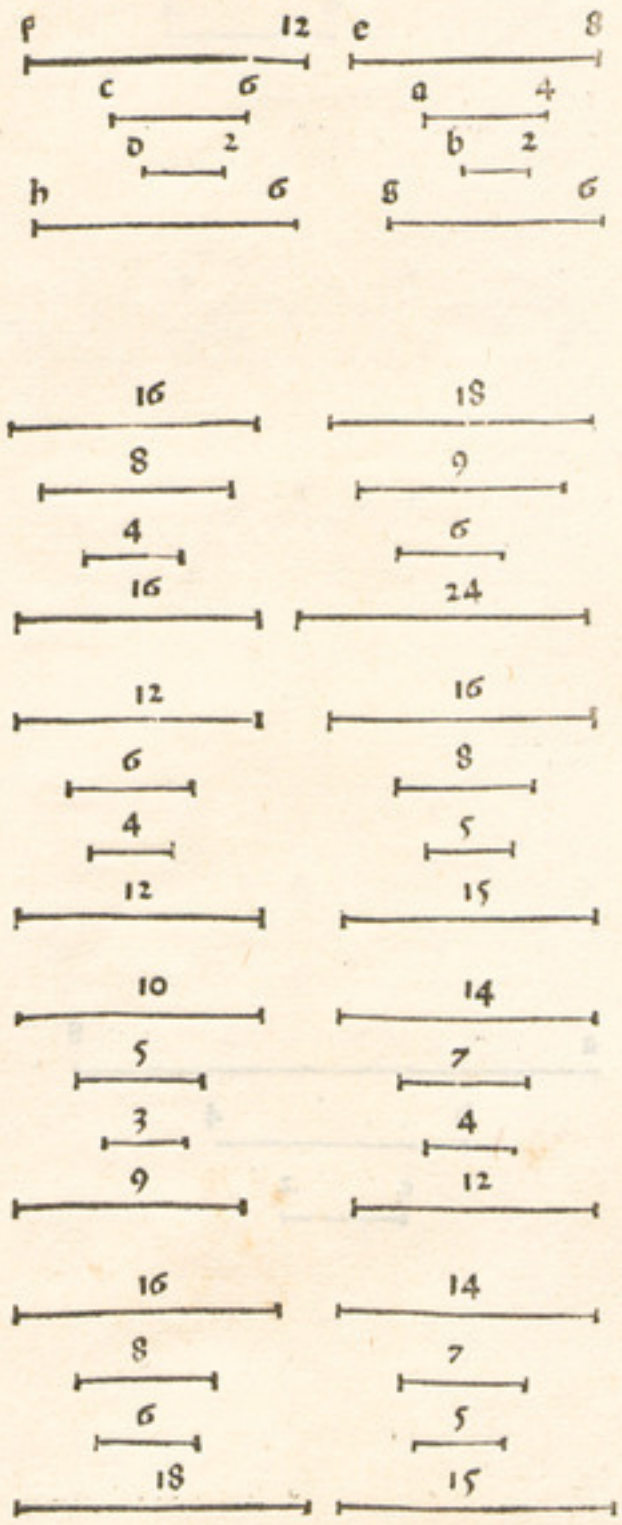
QUantitates quarũ ꝓportio ẽ vna ꝓportiõales noãntur.

¶ Postquã diffinivit quantitates continue proportionales ⁊ incontinue diffinivit quantitates ꝓportionales simpl'r: et p̃ diffinitio.

Diffinitio .8.

Cum fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices. Itemq; secunde ⁊ quarte eque multiplices. addetq; multiplex prime super multiplicem secunde. Nō addet autē multiplex tertie super multiplicē quarte. dicetur prima maioris proportionis ad scōam q̄; tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus proportionalibus diffinit quantitates impportiōales. Sūt aūt impportionales inter quas ē silitudo proportionū qd cōtigit dupliciter aut quia maior est pportio p̄me ad secundā q̄; tertie ad quartā: aut quia minor ⁊ ideo eius sunt due species. Prima quando maior est pportio primi ad scōm q̄; tertij ad quartum: ⁊ dicitur hoc maior improportionalitas. ¶ Secūda vero qñ minor est proportio primi ad scōm q̄; tertij ad quartū: ⁊ dicit minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primi ad scōam q̄; tertie ad quartā que est maior improportionalitas: diffinitionē autē earum inter quas est minor proportio prime ad scōam q̄; tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit fuerint .4. quantitates ad quarum p̄mam ⁊ tertiā sumpta sint eque multiplicia. ⁊ ad scōam ⁊ quartā eque multiplicia ⁊ multiplicia p̄me ⁊ scōe relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertie ⁊ quarte relatis adinuicem in additione diminutione ⁊ eq̄litate: ille .4. quantitates erunt improportionales. ¶ Qd si ita fuerit q̄ multiplex prime sit equale multiplici scōe. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici scōe. multiplex aūt tertie sit equale. aut minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici secūde: ⁊ similiter multiplex tertie multiplici quarte: verūtamen plus excedit quātum ad proportionem non quantum ad quātitatē excessus. multiplex prime multiplex scōe q̄; multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q̄ multiplex prime sit min⁹ multiplici scōe. ⁊ sil̄r multiplex tertie multiplici quarte. verūtā minus minuit quātū ad proportionē non quātū ad quātitatē excessus: multiplex prime multiplici secūde: q̄; multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoꝝ .4. modoꝝ maior proportio prime ad secūdā q̄; tertie ad quartā. Quatuor autē modis istis oppositis erit minor pportio p̄me ad secūdā q̄; tertie ad q̄rtā. Exempla aūt istoꝝ oium euidenter sumēt ex numeris. Additio ḡ illa multiplicis p̄me super multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertie sup multiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos .4. modos predictos ⁊ ipsos comprehēdit. vñ sensus ist⁹ diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt proponit fuerit maior proportio multiplicis p̄me ad multiplex secūde q̄; multiplicis tertie ad multiplex q̄rte: erit maior pportio p̄me ad ꝑam q̄; tertie ad q̄rtā: nō diffiniuit autē sub hac forma ppter cōes cām p̄us dictā. Vel possum⁹ dicere q̄ additio multiplicis p̄me sup multiplex secūde: ⁊ nōmultiplicis tertie sup multiplex q̄rte: de q̄ loquit̄ in p̄missa diffinitione maioris ī pportionalitatis ppric accipit̄ prout verba diffinitionis sonāt: ⁊ nō se extēdit nisi ad scōm q̄tuor predictoꝝ modoꝝ: ls reuera quolibet illoꝝ q̄tuor modoꝝ sit maior pportio prime ad secūdā q̄; tertie ad quartam vñ sensus illus diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicib⁹ vt pponit si multiplici prime exñte maiori multiplici secūde: non sit necessariū q̄ multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit maior pportio prime ad secūdā q̄; tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: qr iste est illis omnib⁹ magis plan⁹: ⁊ ad dictā diffinitionē sufficiēs. Nusq;



eni est maior proportio prime.4.quantitatū ad scōam q̃z tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā ⁊ tertiā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scōe ⁊ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scōe: nō aūt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vsq̃z contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scōam q̃z tertie ad quartam vt de/ monstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hee quātitates improportionales diuersoꝝ generum sicut ⁊ quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua improportionalitas: vt si dicatur maior est proportio a.ad.b.q̃z.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erūt oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio.a:ad.b.q̃z.b.ad.c.

Diffinitio .9.

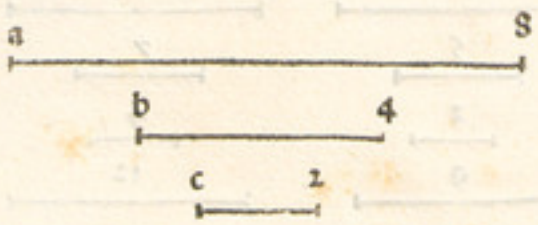
Et autem proportionalitas ad minus inter tres termīos constituta.

¶ Postq̃z auctor diffiniuit ꝓportionē ꝓportionalitatē ⁊ q̃ntitates ꝓ portionales ⁊ i ꝓportionales. ostēdit q̃s sit minim⁹ numer⁹ termino rū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō po nit: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i ter minis infinitis: siue fuerit rōnalis proportio siue irrōnalis. ¶ Ad proportionali/ tatē aūt exigunt ad minus due proportiōes siles: eo q̃ proportiōalitas sit simili/ tudo proportionū. Quelibet aūt proportio habet antecedens ⁊ consequēs: ergo q̃ libet proportionalitas habet ad minus duo antecedētia ⁊ duo consequētia: hoc ē impossibile fieri in paucioribus q̃z tribus terminis: in quibus medius eoꝝ fiet an tecedēs ⁊ ꝓsequēs: ⁊ iō proportiōalitas erit ꝓtinua: quare in trib⁹ terminis ad mi nus erit cōtinua proportionalitas cōstitnta. Incōtinua aūt non erit i paucioribⁿ q̃z in.4.eo q̃ in ipsa quilibet termin⁹ ē t m̃ antecedēs: aut tm̃ ꝓnis: idem intellige de minori numero terminoꝝ improportionalitatis. Si enim fuerit ꝓtinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio 10.

Si fuerit tres q̃ntitates ꝓtinue ꝓportiōales dicet ꝓportio prime ad tertiā. ꝓportio prime ad scōam duplicata.

¶ Diffinit proportionē q̃ ē iter extremos termīos continue propor/ tionalitatis in trib⁹ termis cōstitute. ⁊ dicit q̃ si fuerit proportio pri mi ad scōm sicut scōi ad tertiū: erit proportio p̃mi ad tertiū sicut pri mi ad scōm duplicata: hoc ē ex duabus talib⁹ cōposita. siue qd̄ idē ē: erit proportio primi ad tertiū. sicut p̃mi ad scōm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grā. i numeris Sint. 3. numeri cōtinue proportionales: sintq̃z continue dupli: vt. 2. 4. 8 proportio primi ad tertiū erit sicut proportio p̃mi ad scōm in se multiplicata: pro/ portio aūt p̃mi ad scōm ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadru/ plā: vnde proportio extremoꝝ ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel scōm priorē expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundū dupli/ cata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

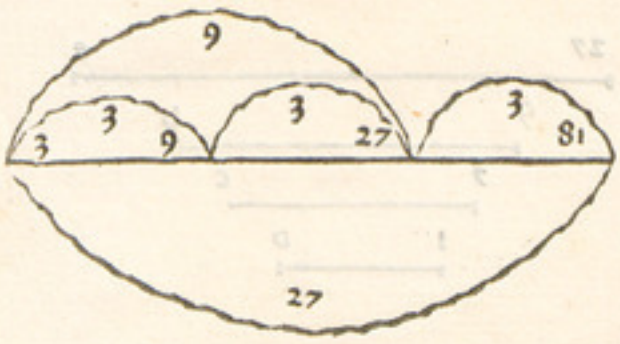


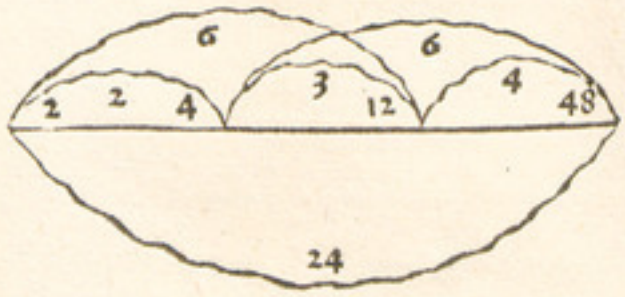
Diffinitio .11.

Cum fuerit q̃tuor q̃ntitates ꝓtinue ꝓportionales. ꝓportio prime ad quartā dicet ꝓportio prime ad scōaz triplicata

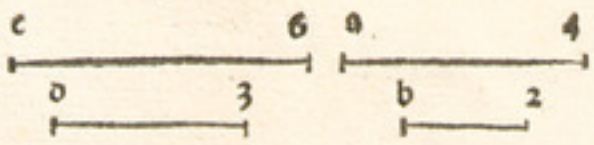
¶ Diffinit ꝓportionē q̃ ē iter extremos termios ꝓtinue ꝓportiōalitatis ī.4.termi nis ꝓstitute: ⁊ dicit q̃ si fuerit.4.q̃ntitates ꝓtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̃me ad q̃rtā sicut ꝓportio p̃me ad scōam triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōposita. qm̃ tales inueniūtur in ea: siue qō idem est: erit proportio prime ad quartam sicut pri me ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintq̃ cōtinue triplici. vt sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut ꝓportio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: proportio autem primi ad secūdum est tripla: tripla vero in se multiplicata ꝓducit nocuplā ⁊ tripla in nocuplam pro/ducit vigincuplam septuplam. erit itaq̃ proportio extremorum vigincupla septu/pla. qō est triplum tripli. Vel ꝑm priorem expositionem proportio extremorum ē sicut proportio primi ad scōm triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tri bus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportio/nalitatis inter plures q̃ quatuor terminos cōstitute: propter id q̃ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. ¶ Denominatio autem ꝓpor/tionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet naturaq̃ lineē. Earuq̃ vero quibus interponitur vnū mediū in cōtinua ꝓportionalitate ha bet naturā superficiei eo qō fit ex multiplicatione denominationis duarū primarū in se. Omne autem qō ex multiplicatione lineē: in lineam ꝓducitur: naturā habet superficiei: si in se quidē quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed ꝓ/portionis earum quantitatuq̃ denominatio quibus in cōtinua ꝓportione duo me dia interponuntur naturam habet solidi: quia proueniit ex multiplicatione deno/minationis duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione producitur su perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione proueniit solidum siue cor/pus: omne ⁊ enim qō ex multiplicatione lineē in superficiem producitur crescit iso lidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex inter/uallum: ⁊ habens naturam simplicis dimensionis ut lineē: proportionalitas au/tem trium est duplex interuallum: ⁊ habens naturam duplicis dimensionis vt su/perficiei: proportionalitas aūt quatuor est triplex interuallum: ⁊ habens naturā trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt. idco nō diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinq̃ terminis: aut pluribus constitute: vel non diffiniuit proportionem in his quia ea rum ꝓportio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ꝓ/portio extremorum cōstat ex proportione primorum duplicata: ⁊ in q̃tuor termi/nis cōstat ex eadem triplicata: i. 5. terminis constat ex eadem quadruplicata: ⁊ in sex ex eadē quicuplicata: vñ quēadmodū i trib⁹ termis ꝓtinue ꝓportiōalib⁹ ꝓpor tio extremoꝝ ꝓtinet ꝓportionē p̃moꝝ bis. ⁊ i. 4. termis ter. sic i. 5. termis ꝓtinebit quater. ⁊ in sex quinquies. ⁊ ita deinceps. ut semp ꝓportio extremoꝝ i termis cō/tinue ꝓportionalibus totiēs cōtineat ꝓportionē p̃moꝝ quot sunt omnes ter/mini min⁹ vno. Similiter quoq̃ si ꝓportio extremoꝝ cōtinue proportiōalitatis i tri bus termis ꝓstitute ē ea q̃ producit ex proportōe p̃moꝝ in se semel multiplicata: ⁊ in. 4. in se bis multiplicata: in quinq̃ terminis ea que producitur ex proportione p̃moꝝ in se ter multiplicata. ⁊ i. 6. termis quater: ⁊ sic semp ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales medijs

extremis interpositis. Et nota q̃ etiam in proportionalitate continua extremo/
rum proportio producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. ¶ Ex predictis
apparet q̃ proportio extremoꝝ continue proportionalitatis in tribus termis con
stitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denomina/
tur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportiōis pri/
mi ad secundū: verbi gratia: i numeris Sint quatuor numeri continue proportiōa
les qui sint continue tripli. 3.9.27.81. proportio primi ad secūdū denominatur a
ternario. est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus terna/
rij. nam ipsa est nocupla. At vero proportio p̃mi ad quartū denominat̃. a. 27. qui
est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa
enim est vigincupla septupla. ¶ Et proportio extremoꝝ im̃pportionalitatis conti
nue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius
latera sunt denominationes ipsarum proportionū. in quatuor vero terminis cō/
stitute denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū
proportionū: qd̃ etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri p̃tinue impropotio
nales: qui sunt. 2.4.12.48. in quibus proportio primi ad secūdū est dupla: secundi
ad tertiū tripla: ⁊ ideo primi ad tertiū sexcupla: tertij vero ad q̃rtuꝝ q̃drupla: ⁊ iō
p̃mi ad q̃rtū vigincuplū q̃drupla. Senari⁹ ergo qui ē denomiatio proportiōis pri/
mi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denominatio
nes duarum primarum proportionū 24. vero qui est denominatio proportionis
primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2.3.⁊.4. qui sunt denominationes
trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.



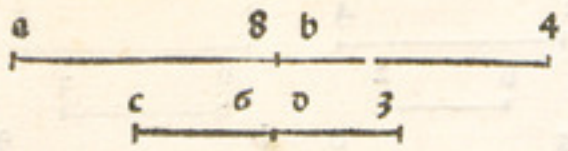


Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequentez ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentē. ¶ Itemqz permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem. ¶ Diffinit spēs proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa ⁊ equa. ¶ Sunt autē hee species quasi quidā modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib⁹ manent aficedentia ⁊ consequētia eadē ꝑm substantiā: qd̃ nō ē i disiuncta: ꝑiūcta aut euersa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur vt in equa: vocat autem antecedens primum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaqz per hanc diffinitionem q̃ si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex hoc ego cōdu/dam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequētia ⁊ de consequentibus antecedentia: qd̃ iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime p̃portionis: fiant antecedentia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequentia. vult q̃ iste mod⁹ arguendi vocetur proportionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis cōsequens: ⁊ cōsequens prime antecedens.

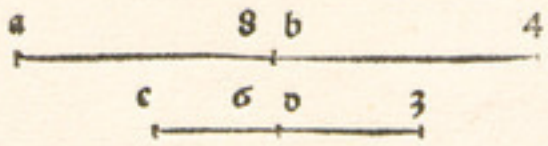
Propositio. 13.



Coniuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad cõsequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

¶ Diffinit coniunctam disiunctam ⁊ euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem ꝑm substantiã ⁊ vult ꝙ si ita fuerit. vt sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ꝙ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

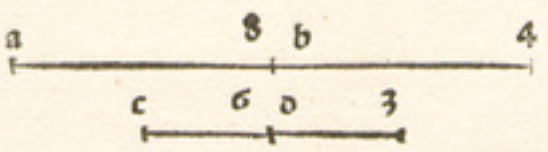
Propositio. 14.



Disiuncta vero proportionalitas dicitur augmẽtorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

¶ Vult ꝙ si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝙ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.

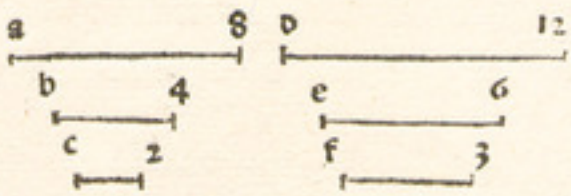
Propositio .15.



Euersa proportionalitas dicitur quorũlibet antecedentiũ ad augmenta sui supra cõsequentia sua similitudo proportionum.

¶ Vult ꝙ si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ⁊ ex hoc ego concludã ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ꝙ iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

Propositio .16.



Qua proportionalitas dicitur quãtitatibus plurimis propositis aliisq; scõm eundem numerũ in vna proportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumq; summorum similitudo proportionum.

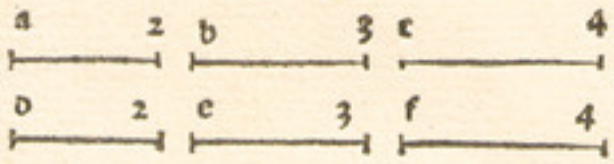
¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit̃. ⁊ vult ꝙ si sumant̃ quotlibet quantitates. vt. a. b. c. itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. vt. d. e. f. fuerintq; secunde in proportiõe prima⁊ siue eodẽ ordine. vt si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e ⁊. b. ad. c. sicut. e. ad. f. siue ordine cõuerso vt si dicat̃. a. ad. b. sicut. e. ad. f. ⁊. b. ad c. sicut. d. ad. e. ⁊ ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ꝙ iste modus arguendi vocetur equa proportionalitas. ¶ Horum autẽ 6. modorum arguendi qui dicũtur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lrã infra in isto .5. Permutatam quidẽ proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctã vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatẽ demonstrat. in. 22. ⁊ 23. Sed in. 22. cũ quantitates duorũ ordinũ eodẽ ordine sunt proportionales. in. 23. cũ vero sũt ꝓportionales ordine conuerso. Cõuersam vero ꝓportionalitatẽ: aut euersã non demõstrãt eo ꝙ conuersa ꝑ ex diffinitiõe quãtitatũ icõtinue ꝓportionaliũ. Euersa aũt ꝑ ex ꝑmutata adinuicẽ. 19. vt sup eãdẽ. 19. sum⁹ dicturi. qualr autẽ ꝓuersa ꝓportiõalitas ex dione quãtitatũ icõtinue ꝓportiõaliũ mãifesta sit demõstrem⁹ nũc. ¶ Sit ergo ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. volo ꝫ demõstrare qõ erit b. ad. a:

sicut.d.ad.c.sumatur.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eque multiplicia.similiter quoqz.g. ad.b.
⁊.h.ad.d.eque multiplicia.eritqz per conuersionem diffinitionis quãtitatum in/
continue proportionalium. vt,e. ⁊.g. itemqz.f.⁊.h.similiter se habeant in additi
one diminutione ⁊ equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.secundum. d.tertium.c
q̃rtũ.sũptaqz sũt ad primũ ⁊ tertiũ.g.⁊.h.eque multiplicia. Itẽqz ad secũdũ ⁊ q̃r/
tum.e.⁊.f.eque multiplicia ⁊ quia multiplicia primi ⁊ secundi que sunt.g.⁊.e.simi
liter se habent multiplicibus tertij ⁊ quarti que sunt.h.⁊.f.adinuicem diminutiõe
⁊ equalitate.erit ꝑ dictã diffinitionem proportio.b.primi.ad.a.secundum.sicut.c
tertij ad.d.quartum quod est propositum. Constat itaqz modus arguendi qui di
citur conuersa proportionalitas. ¶ huius autẽ quinti libri principia plurimis dif/
ficilima esse videntur.⁊ quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat. ma
gis ab intellectu distantia . Nihil enim videtur intellectui imediacius adherere.
q̃z ꝙ duarum quarũlibet quantitatũ equalium sit ad tertiũ quãlibet vna propor
tio:qõ tamen huius quinti septima demonstrat ex diffinitione incontinue propor
tionalitatis que ab intellectu primo videtur q̃z plurimum esse remota .quis enim
non facilius duarum quantitatum equalium ad aliquẽ tertiam eandem esse pro/
portionem concedat.q̃z.4.quantitatum si multiplicia prime ⁊ tertie equaliter sum
pta multiplicibus secunde.⁊ quarte equaliter sumptis similiter se habuerint ĩ ad/
ditione diminutione ⁊ equalitate esse proportionem prime ad secundam.sicut ter
tie ad quartam. Verum si subtiliter intuemur liquido constabit nõ posse vniri in/
tellectui ꝙ proportio duarum quantitatum equalium ad tertiam sit vna. nisi per
quid est esse proportionem vnam. Si enim quis ignoret quid est esse proportionẽ
vnam eandem proportionem alteri .quomodo cognoscet duarum quantitatum
equalium esse eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio in/
tellectus anteq̃z illam que videbatur conceptibilis propositio apprehendat huius
rei que per ipsius diffinitionẽ habebitur cognitione.postmodum vtrum ea diffi/
nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cõueniat pertracta
tione.qõ si diffinitio inuenta fuerit illis quãtitatibus conuenire concludetur pro/
positum. Sin autem oppositum. Non est igitur immediata propositio q̃z super
ficialis apprehensio immediatã indicauit. ¶ Similiter quoqz imediacius iudicat
prima appĩhensio adherere intellectui ꝙ duarum quantitatum inequalium maior
est proportio maioris earum ad aliam q̃z minoris ad eandem quã demonstrat.8.
huius. q̃z qõ.4.quãtitatum sit maior proportio prime ad secundam q̃z tertie ad
quartam.cum multiplicibus ad primam ⁊ tertiam equaliter sumptis . Itemqz
alijs ad secundã ⁊ quartam ⁊ equaliter multiplex prime addit super multiplex se/
cunde.⁊ multiplex tertie non addit super multiplex quarte.ex quo que predicta est
propositio demonstratur:sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse
proportionẽ maiorem ¶. Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur pro
portionales:⁊ que inproportionales diffinire. Proportionales autem sunt qua/
rum proportio vna est.⁊ Improportionales quarũ proportiones diuerse. Itaqz
diffiniuit quantitates quarum proportio vna . ⁊ eas in quibus connectuntur
extrema nõ dissociatis medijs quas vocauit continue proportionales.et dixit hãc
ꝓportionalitatẽ i trib⁹ termis ad min⁹ existere.ꝓpter hoc ꝙ vnũ saltẽ bis sumẽdũ
ẽ mediũ.et eas ĩ quib⁹ accidit interruptio medior:⁊ hec sũt icõtinue ꝓportiõales
⁊ hec ꝓportiõalitas ad minus exigit q̃tuor termios ꝓpter alteri⁹ medij sũptionẽ

⁊ diffiniuit etiam quantitates que sunt inproportionales. quarum est maior vna proportio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile esset intellectui cognoscere que proportiones essent vna ⁊ que diuerse. ¶ Que enĩ haberent vnam denominationem essent vna. que autem diuersas diuerse. hec autem facilitas manifesta est ex arismetica. quoniam omnium numerorum proportio scita ⁊ rationalis est. Vnde Jordanus in scdo arismetice sue diffiniẽs que proportiones sunt eedem ⁊ que diuerse. dicit easdem esse que eandẽ denominationem recipiunt. Maiorem vero que maiorem ⁊ minorem que minorem. Sed ifinite sũt proportiones irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum euclides cõsideret in hoc libro suo proportionalia cõmuniter nõ contrahẽdo ad rõnales vl irrõnales quoniam cõsiderat proportionem repertam in continuis que communis est ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ per idẽptitatem denominationũ. sicut arismeticus: eo ꝙ multarũ proportionum vt dictum ẽ sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis vnde malicia ꝓportionum irrõnalium coegit euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit vt patet ex premissis diffinire proportionalitatem siue idemptitatem proportionum. per idemptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinũ ⁊ in cõuenientiã terminorum coactus est refugere ad terminorũ multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad excessum ⁊ equalitatem consideratis equis numerositatibus sumptorũ per qõ ad naturam irrationalitatis reducuntur propositam diffinitionẽ venetur. nihil enim in quocumq; inequalitatis genere terminis magis idẽ q̃ eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̃ multiplicium habitudo. ¶ Et quia proportio est duarum quãtitatũ eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo ꝙ sunt equales aut ꝙ altera maior. ideo idemptitas proportionum entium inter primam. 4. quantitatum ad secundam ⁊ tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam. ⁊ tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut silis minoritas. tunc est inter quatuor. quasibet quantitates cum est inter omnes earũ equaliter multiplices. ¶ Qõ ergo dicit in quinta diffinitõe. quantitates que dicunt cõtinuam proportionalitatem habere. ⁊ cetera ac si diceret. omnes illas quantitates voco continue proportionales qõ est eas similiter esse equales continue ⁊ similiter continue esse maiores. ⁊ similiter continue esse minores quarum omnes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter continue equales. vel similiter continue maiores. vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse cõtinue ꝓportiõales qõ si hoc alicubi ĩ mltiplicib⁹ dissonat eas dico nõ esse cõtinue ꝓportionales. ¶ Qõ autẽ dicit in sexta diffinitione. Quãtitates que dicũtur esse ꝓm ꝓportionẽ vnam prima ad scdam ⁊ tertia ad quartam. ⁊ cetera ac si diceret oẽs. 4. quãtitates voco icõtinue proportionales. ⁊ se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartã: qõ ẽ primã ad scdam. ⁊ tertiam ad quartã similit̃ se habere in equando aut addẽdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime ⁊ tertie ad oẽs eque multiplices secũde ⁊ q̃rte. similiter se habẽt aut ĩ equãdo aut addẽdo aut minuẽdo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habẽt ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem

prime ad secūdā sicut tertie ad quartā.qō autē dicit in.8.diffinitione ē ac si diceret maiorē proportionem voco.4.quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartam quod est primā magis excedere secūdā quā tertia excedat quartā. quaꝝ aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde:aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente sup aliquē ex multiplicibus quarte:sumpta ſm numerationē multiplicis scōe. qō ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scōe. q̄z multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶ Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare. quoꝝ ametus filius Joseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de ꝓportione ⁊ proportiōalitate cōposuit.⁊ accepit tria per modū positiōis tanq̄z principia que dicit esse per se nota ⁊ ꝓbatione non indigere. ¶ Quoꝝ primū est quod si fuerint.4.quātitates.quaꝝ sit proportio prime ad scōam sicut tertie ad quartam. erit ecōuersio ꝓportio scōe ad primā sicut quarte ad tertiam.⁊ hic est modus arguendi quē vocauit superius euclides conuersam proportionalitatē.⁊ errauit qm̄ dixit ꝓpositionem esse per se notā. cuius antecedens ⁊ cōsequēs sunt ignota. Ignotum ē enim quid sit esse proportionem prime quantitatis ad secūdā sicut tertie ad quartam.quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoq̄z q: cōsequēs est ignotum.impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. ¶ Scōm principiū eius fuit:q̄ si fuerint.4.quātitates quaꝝ sit proportio prime ad scōam sicut tertie ad quartā.si prima sit maior scōa:erit tertia maior quarta.⁊ si minor minor.⁊ si equalis equalis. ¶ Tertiū fuit q̄ si fuerint.4.quātitates quarum sit proportio prime ad secūdā sicut tertie ad quartā:erit primo ad qō/libet multiplex secunde:sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte:⁊ accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qō accidebat in primo. Accepit enim ī oibus ignota similitūdinē nota.quare non demonstrauit.peccauit etiā in secunda demōstratione ⁊ in tertia ⁊ in quinta.ī quarū qualibet arguit ex.8.vl̄ ex 10. huius que probantur ex diffinitione in continue ꝓportionalitatis : Arguit enī sic si proportio a.b.ad.c.est maior q̄ .g.ad.d.sit ergo .a.b.ptis.a.b.ad.c.sicut .g. ad.d.per qō apparet ipsum supponere q̄ duaꝝ quātitatū.a b.⁊.u. b.in equaliuz relatarum ad.c.maior maiorem ⁊ minor minorem ad ipsā optinet proportionem vel q̄ quātitas ad.c. habebit minorem proportionē q̄z habeat. a.b.erit minor.a b.quorum primum demonstrat.8.huius.⁊ scōm.10 Nā cū vultis sumere quātitatē que se habeat ad.c.in proportione.g.ad.d.dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem.a.b.indifferenter sicut voluero.quare autē non demonstrat aut accidit sibi circulus ⁊ principia esse ignotiora conclusionibus.Supponēda sunt igit̄ cū euclide principia tanq̄z nota.⁊ non ipsa ex conclusionibus.sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.

Propositio .1.



Si fuerint quolibet quantitates aliaꝝ totidem eque multiplices. aut singule singulis equales necesse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem.totum quoq̄z ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

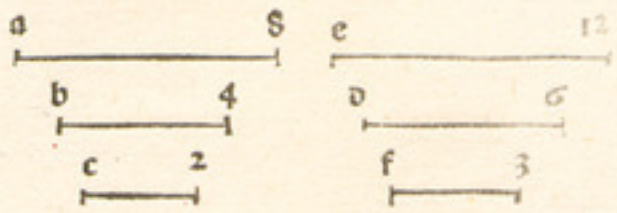
¶ Sit quotlibet quātitates.que sint.a. b.c. aliarum totidem que sint.d.e.f. eque multiplices vnaquq̄z ad sui cōparē.aut singule sint singulis equales.ita videlicet

q̃ sicut.a.ē mltiplex.d.ita.b.ē multiplex.e.ꝛ.c.mltiplex.f.vl si.a.ē eq̃lis.d.q̃ silit b.sit eq̃le.e.ꝛ.c.eq̃lis.f.dico q̃ sicut se hab.ꝛa.ad.d.ita se habet aggregatū ex omnibus que sunt.a.b.c.ad aggregatum ex omnibus que sunt d.e.f. ¶ Qd si singule singulis sint equales patet propositū per hanc cōmunē sciam: si equalib⁹ equalia addant tota quoqꝛ erunt equalia. Si autē sint omnes suis cōparibus eque multiplices diuisis eis ſm quantitatē suaꝝ submultipliciū: erit aggregatū ex prima pte. a.ꝛ.prima.b.ꝛ prima.c.equale aggregato ex.d.e.f.p predictā cōmunez sciam adiuuante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Similiter quoqꝛ aggregatū ex secūdis ptibus quantitatum.a.b.c.erit equale aggregato ex.d.e.f.sicqꝛ de ceteris: ꝛ qꝛ hoc poterit totiens fieri quotiens. d.continet in.a. erit vt eq̃le aggregatū ex.d.e.f.totiēs ꝓtineat i aggregato ex.a.b.c.quotiēs.d.continet i.a.qꝛ g̃ quotiēs.d.numerat.a.totiēs aggregatū ex.d.e.f.numerat aggregatū ex.a.b.c.patet q̃ sicut.a.est multiplex ad.d. ita aggregatū ex.a.b.c.aggregati ex.d.e.f. quod ē propositum.

Propositio .2.

Si fuerint sex quantitates.quaꝝ prima ad scōam atqꝛ tertia ad quartā eque multiplices.quinta vero ad secundam atqꝛ sexta ad quartā eque multiplices: totum prime ꝛ quinte ad scōam.totumqꝛ tertie ꝛ sexte ad quartam eque multiplicia esse conueniet.

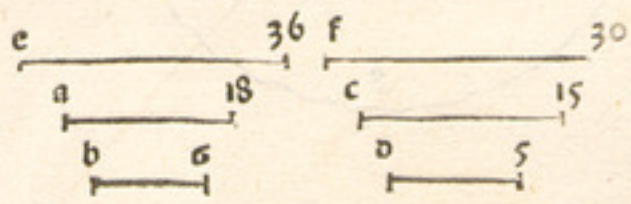
¶ Sint sex quantitates.a.prima.b.secunda.c.tertia.d.quarta.e. quinta.f. sexta. Sitqꝛ .a.ꝛ.c.eque multiplices ad.b.ꝛ.d.itēqꝛ.e.ꝛ.f. sint eque mltiplices ad easdē dico q̃ sicut totū aggregatū ex.a.ꝛ.e.ē multiplex ad quātitatē. b. ita totū aggregatū ex.c.ꝛ.f.est multiplex ad quantitatē.d. Nam qꝛ numerus ſm quē.b.continet in.a.est equalis numero.ſm quē.d.continetur in.c. Similiter quoqꝛ numerus ſm quē.b.continet in.e.est equalis numero ſm quē.d.continet in.f.erit per cōmunez sciaꝛ que est: si equalibus equalia addant ꝛ cetera.numerus ſm quē.b.continetur in aggregato ex.a.ꝛ.e.equalis numero ſm quē.d.continet in aggregato ex.c. ꝛ.f. quare sicut aggregatū ex.a.ꝛ.e.est multiplex ad.b.ita aggregatū ex.c.ꝛ.f.ē multiplex ad.d.quod est propositum.



Propositio .3.

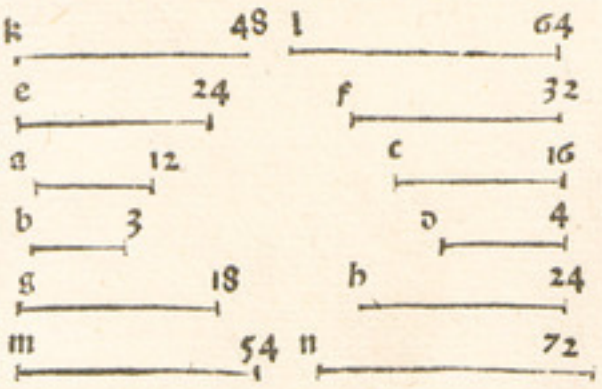
Si fuerint primum secundi ꝛ tertiuꝛ quarti eque multiplicia: ad primum vero ꝛ tertium multiplices sumantur equales erunt: multiplex primi ad secūdū atqꝛ multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.

¶ Sit sex q̃ntitates.a.prima.b.secūda.c.tertia.d. quarta.e.quita. f.sexta. Sitqꝛ.a.ad.b.ꝛ.c.ad.d. itēqꝛ.e.ad.a.ꝛ.f.ad.c.eq̃ mltiplices.dico q̃ sicut e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.diuidat enim.e.ſm quantitatē.a.sui multiplicis. ꝛ.f.ſm quantitatē.c.eritqꝛ ꝓpter equalitatē partiū.e.ad.a.ꝛ partiū.f.ad.c. vt q̃libet ptiū.e.sit ita multiplex ad.b.sicut quelibet ptiū.f.ad.d. Quia ergo sicut prima ps.e.ē multiplex ad.b.ita prima ps .f.ē multiplex ad.d. Itēqꝛ sicut scōa pars.e.ē mltiplex ad.b.ita secūda.f.ad.d.ergo erit per premissā aggregatū ex duabus primis ptibus.e.ita multiplex ad.b.sicut aggregatū ex duab⁹ p̃mis ptib⁹.f.ad.d ꝛ qꝛ rursus tertia ps.e.si sit aliq̃ tertia ps ē ita mltiplex.ad.b.sicut tertia.f.ad.d.erit p cādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus.e.sit ita multiplex ad.b.sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus.f.ad.d. ¶ Sitqꝛ si plures fuerint partes.e.ꝛ.f.componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs



q̃ sicut.e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premissam totiens sumptã: quot fuerint partes in.e.aut in.f.minus vna:sicq̃ patet propositum.

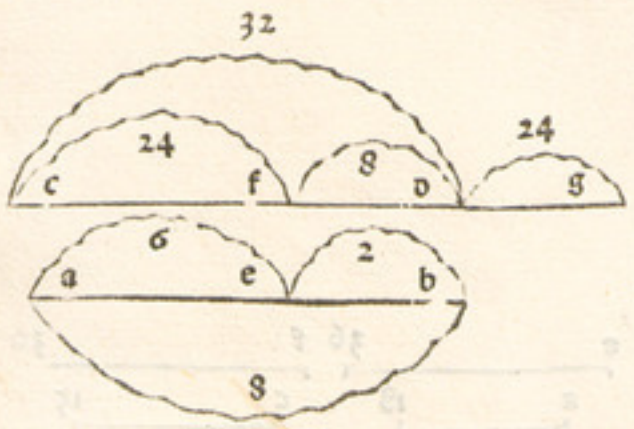
Propositio .4.



Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii adquartum: ad primum autem et tertium eque multiplicia assignẽtur. Itemq̃ ad secundum et quartum multiplices equales erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

Sit proportio.a.primi ad.b.secũdũ.sicut.c.tertij ad.d.quartum. Sumantq̃.e ad.a.ꝛ.f.ad.c.eque multiplicia. Itẽq̃.g.ad.b.ꝛ.h.ad.d.eque multiplicia :dico q̃ ꝓportio.e.ad.g.est sicut.f.ad.h.Sumam.k.ad.e.ꝛ.l.ad.f.eque multiplicia.itẽq̃ m.ad.g.ꝛ.n.ad.h.eque multiplicia:ꝛ quia.e.ꝛ.f.sunt eque multiplicia ad.a. ꝛ.c. itemq̃.k.ꝛ.l.eque multiplicia ad .e.ꝛ.f .erunt per premissam.k.ꝛ. l.eque multiplicia ad.a.ꝛ.c.per eandem quoq̃ erunt.m.ꝛ.n.eque multiplicia ad.b.ꝛ.d. quare per conuersionẽ diffinitionis incontinue proportionalitatis.k:ad.m.ꝛ.l. ad.n. similiter se habebunt in addendo diminuendo ꝛ equando:q̃ ergo.k. ꝛ.l. sũt eque multiplicia ad.e.ꝛ.f.itemq̃.m.ꝛ.n.eque multiplicia ad.g.ꝛ.h.erit per diffinitionẽ incontinue ꝓportionalitatis ꝓportio.e.ad.g.sicut.f.ad.h.q̃d̃ est propositum:

Propositio .5.



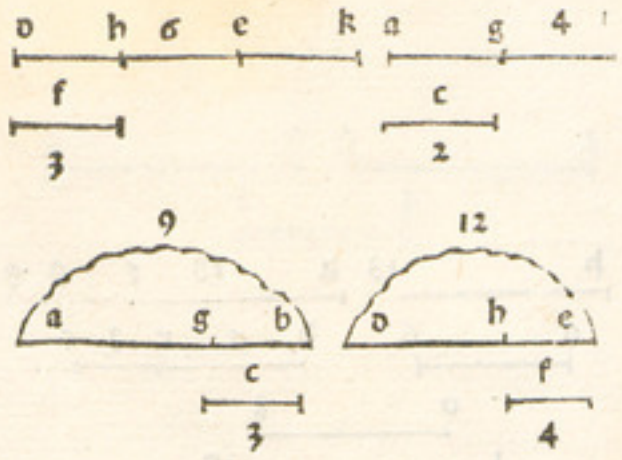
Si fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius minuaturq̃ ab vtraq̃ ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq̃ totum toti eque multiplex.

Vel sic si aliquota erit reliquũ reliqui tota ꝑs quota totũ toti⁹. Sit q̃ntitas.a.b.tota ꝑs quantitatis.c.d.quota.e.b.ipsius.a.b.minuaturq̃.a.b. ex quantitate .c.d.ꝛ sit residuum.f.c .eritq̃. f.d.equalis.a.b .Similiter quoq̃ minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.sitq̃ residuum e.a.dico q̃ quota pars est quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota est quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cũ enĩ f.d.sit equalis.a.b.erit.f.d.ita multiplex.e.b.sicut.c.d.est multiplex .a.b. ponam itaq̃.d.g.ita multiplicem.a.e.sicut .f.d. est multiplex.e.b. eritq̃ ex prima huius quantitas.f. g.ita multiplex. a.b.sicut.f.d .est multiplex. e.b. ꝛ quia sic fuit. c.d. multiplex.a.b.sicut.f.d.fuit multiplex.e.b .erit vtraq̃ duarum quantitatũ.c. d.f. g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cõmunem scientiam.c .d.ꝛ .f.g. sunt equales adinuicem:dempta igitur ab vtraq̃ earum quantitate.f.d.erit.e.f. equalis.d.g.ꝛ quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.sicut.f.d.e.b.ꝛ ideo sicut.a.b.e.b.quare ꝛ sicut.c.d.a.b.erit.e.f.ita multiplex.a.e.sicut tota.c.d.totius.a.b. q̃d̃ est propositum.

Propositio .6.

Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices.dueq̃ minores duabus maioribus vtraq̃ a sua multiplice subtrahantur.erunt duo reliqua earundẽ partium eque multiplicia.aut eis equalia.

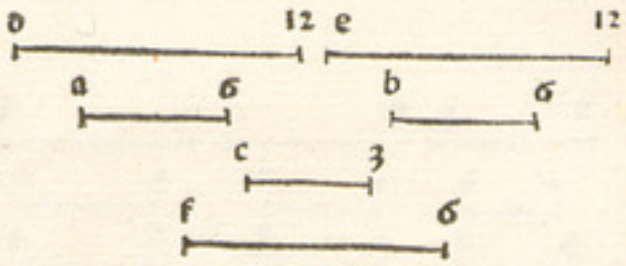
¶ Sint quantitates.a.b .ad.c.⁊.d.e.ad.f.eque multiplices :subtrahanturq̃.c.ex a.b.⁊.f.ex.d.e.⁊ sint residua:ex a.b.quidē.a.g.ex.d.e.d.h.eritq̃.g.b.equalis.c. ⁊.h.e.equalis.f.dico ꝙ duo residua.a.g.⁊.d.h. erunt equalia duabus quantitatibus.c.⁊.f.aut eis eque multiplicia.Sit ergo primo.a.g.equalis.c.dico ꝙ .d.h.est equalis.f.Sumam enim quantitatem.e.k.equalem.f.eritq̃ per premissas ypothes vt tociens.f.sit in.h.k.quotiens.c.in.a.b. quare sicut.a.b.est multiplex.c.ita h.k.est multiplex.f.sed sic erat etiam.d.e.erat multiplex eiusdem.f.erit igitur per cōem scientiam.h.k.equalis .d.e. dempta igitur cōmuni earum quantitate.h.e. erit.d.h.equalis.e.k.quare equalis.f.quod est propositū. ¶ Si autem.a.g.sit multiplex.c.ponam vt.e.k.sit eque multiplex.f.eritq̃ vt prius vt tociens.f.sit in.h.k quotiens.c.in.a.b.Sed tociens erat etiam in.d.e.erit igitur vt prius.d.e.equalis h.k.⁊.d.h.e.k.quare sicut.a.g.est multiplex.c.ita.d.h.est multiplex.f.ꝙ est propositum. Aliter idem cum ꝑm eundem numerum contineat quantitas.a.b.quantitatem.c.ꝑm q̃ quantitas.d.e.quantitatē.f.demptaq̃ ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus secundum q̃.a.g.continet.c.⁊ ꝑm q̃.d.h.continet.f.patet quantitates.a.g.⁊.d.h.esse equales aut eque multiplices quantitatibus.c.⁊.f.



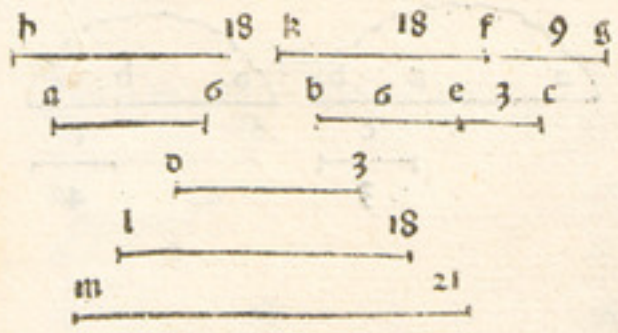
Propositio .7.

Si due quantitates equales ad quamlibet cōparentur earū ad illam erit vna proportio .itemq̃ ad illas,pportio illi⁹ vna est.

¶ Sint due quantitates.a.b.equales.que comparentur ad quamlibet tertiaq̃ vt ad.c.dico ꝙ eadem est proportio.a.ad.c.⁊.b.ad.c.itē q̃ eadem.c.ad.a.⁊.c.ad.b. Primum sic probatur:cum enim.c.sit cōsequens ad.a primam ⁊ ad.b.tertiam ipsa erit in ratione secunde ⁊ quarte.Sumā igitur.d.ad.a primam:⁊.e.ad.b.tertiam eque multiplices: ⁊ sumam.f.quamlibet ex multiplicibus.c.que est secunda ⁊ quarta:⁊ quia.a.⁊.b.quarū sunt eque multiplices .d.⁊.e. posite sunt equales erit:vt si.d.diuidatur ꝑm quantitatem.a.⁊.e.secundū quantitatem.b.ꝙ partes vtrobiq̃ sint numero ⁊ q̃ntitate equales: numero quidam per ypothesim ,ppter equalitatem multiplicationis vtrobiq̃ :quantitate autē per hāc cōem scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem sūt equalia sibiinuicem sunt equalia:quia igitur prima ex partibus.d.est equalis prime ex partibus.e. ⁊ secunda:secunde:⁊ cetere ceteris.Suntq̃ tot partes in.d.quot sunt in.e.erit per primam huius.d.equalis.e.quare per cōem scientiam: si due quātitates equales cōparentur ad aliam tertiam:aut ambe quantitates.d.⁊.e:sunt similiter maiores.f. aut similiter minores:aut sibi equales:igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis:que est proportio.a.prime ad.c.secundam:cadē est.b.tertie ad.c.quartā qō est propositum. ¶ Secundum eodē modo probabis ordine cōuerso:vt.c.ponatur prima ⁊ tertia.a.vero secunda .b.quarta .Tum vero quantitas.f.que est eque multiplex prime ⁊ tertie sit aut similiter maior quātitatibus .d.⁊.e.que sūt eque multiplices secunde ⁊ quarte:aut similiter minor aut eis equalis:erit per eandem diffinitionem proportio.c. prime ad.a.secundā :sicut.c.tertie ad.b. quartam quod est propositum secundum.



Propositio .8.



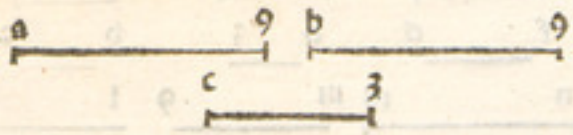
Si due quantitates inequales ad vnã quantitatem proportionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionez. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

¶ Sint due quantitates inequales. a. ⁊ b. c. sitqz maior. b. c. ⁊ proportionentur ad eandem quantitatem que sit. d. dico q̃ maior est proportio. b. c. ad. d. q̃z. a. ad. d. ⁊ q̃ econtrario maior est. d. ad. a. q̃z. d. ad. b. c. Primũ sic probatur: ponam. e. b. equalem. a. ⁊ multiplicabo totiens. e. c. q̃ proueniat quantitas maior. d. sitqz. f. g. ⁊ sumam. k. f. ita multiplicem. b. e. ⁊ similiter. b. ita multiplicẽ. a. sicut. f. g. est multiplex. e. c. eritqz per primam huius. b. ita multiplex. a. sicut. k. g. est multiplex. b. c. erit etiam. b. equalis. k. f. propter hoc q̃ earum submultiplices que sunt. a. ⁊ b. e. posite sunt equales: ponam quoqz q̃. b. nõ sit minor. d. sed equalis: aut maior: totiens enim multiplicabo vnãquẽqz trium quantitatum. e. c. b. e. ⁊ a. equaliter: q̃. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d. ⁊ q̃. b. multiplex. a. nõ proueniat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d. quod proueniat quantitas maior. b. sitqz. m. prima quãtitas multipliciũ. d. q̃ sit maior. b. Sub qua sumã maximam multiplicem. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicium. d. que sit. l. eritqz ut. l. non sit maior. b. ⁊ constabit. m. ex. d. ⁊. l. propter id qd̃ omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici ⁊ simplo: vt triplum ex duplo: ⁊ simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. ¶ Quia ergo. b. ẽ equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaqz. k. f. ⁊. d. nõ efficient minus q̃z. l. ⁊. d. quare non efficient minus q̃z. m. ⁊ quia. f. g. est maior. d. erit. k. g. maior q̃z. m. ¶ Intelligo igitur quantitatem. b. c. primam. d. secundam. a. tertiam. d. quartam: ⁊ q̃ ad primam ⁊ tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k. g. ⁊. b. Similiter quoqz ad secundam ⁊ quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorũ qd̃ est. m. ⁊ addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde: non addit autem b. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundã q̃z. a. tertie ad. d. quartam qd̃ est primum. ¶ Secundũ probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine: vt. d. sit prima ⁊ tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplicem secunde. Non addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior est proportio. d. ad. a. q̃z. d. ad. b. c. quod est secundum. ¶ Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis: q̃z posuit auctor in principio huius quinti. Nusquã enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secũdam q̃z tertie ad quartam. qnũ contingat aliqua eque multiplicia ad primam ⁊ tertiam reperiri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde ⁊ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra. 12. huius.

Propositio .9.

SI fuerit aliquax quantitatum ad vnam quantitatem proportio: vna ipsas esse eqles. Si vero vnius ad eas proportio vna ipsas equales esse necesse est.

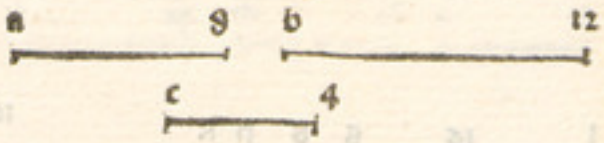
¶ Sit duarum quantitatum.a.7.b.proportio vna ad.c.dico eas ee equales.7 si eeouerso fuerit eadem proportio.c .ad vtraqz earũ:adhuc dico eas esse equales .hec est conuersa .7. Primum sic patet.si enim non sunt equales:sed altera earum maior: vtpote.a.erit per primam partẽ.premisse maior proportio.a.ad.c.q̃z.b.ad.c.quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: qz si.a.est maior.b.erit per secundam partem premisse maior proportio.c.ad.b. q̃z ad.a.quod est etiam contra ypothesim.



Propositio .10.

SI fuerit vni ad quãtitatẽ vnã aliquã ,pportio maior quãtitatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandez proportio maior minorem esse necesse est.

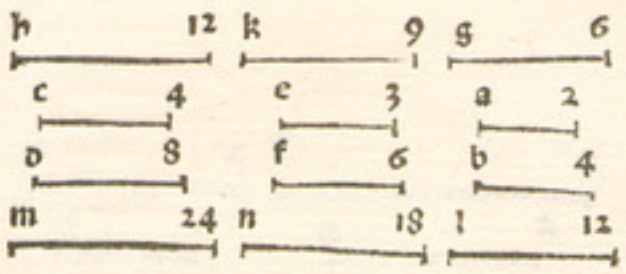
¶ Nõ si fuerit maior proportio.a.ad.c.q̃z.b.ad.c.dico.a.esse maiorem.b.7 si fuerit maior.c.ad.b.q̃z.c.ad.a.adhuc dico.a.esse maiorẽ b.hec est conuersa.8. Primum patet per primam partem.7.7 per primem.8.nam per primam partem septime:non erit.a.equalis.b.nec etiam minor per primam octaue. Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.



Propositio .11.

SI fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales ipsas quoqz,pportiones sibi inuicẽ equales eẽ necesse ẽ.

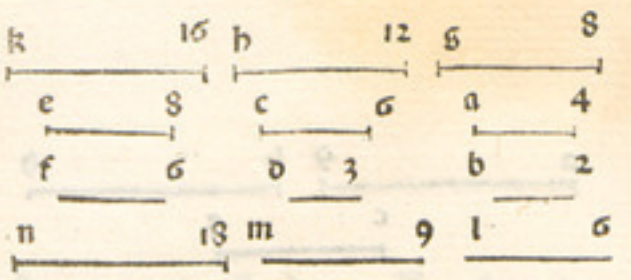
¶ Proportionem hãc quã euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones:que eidẽ sunt equalia sibi quoqz sunt equalia : put de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo vtraqz duarum proportionum que sunt.a.ad.b.7.c.ad.d.equalis proportioni que est.e.ad.f.dico proportiones que sunt.a.ad.b.7.c.ad.d.sibi inuicem esse equales. Sumam enim.g.ad.a.7.b.ad.c. 7.k.ad.e.eque multiplices. Itemqz.l .ad.b .7.m. ad.d.7.n.ad.f. eque multiplices:7 quia per ypothesim proportio.e.ad.f.est sicut.a.ad.b.7 similiter sicut.c. ad d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptã si.k.addit super.n.q.g.addit super.l.7.b.super.m.7 si.k.minuit ab.n.q.g.minuat ab.l.7.b.ab.m.7 si.k.est equalis.n.qõ.g.sit equalis.l.7.b. equalis. m. quia igitur.g.ad.l.7.b.ad.m.similiter se habent in addendo diminuendo 7 equando: mediantibus.k.7.n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a .ad.b sicut.c.ad.d.quod est propositum.

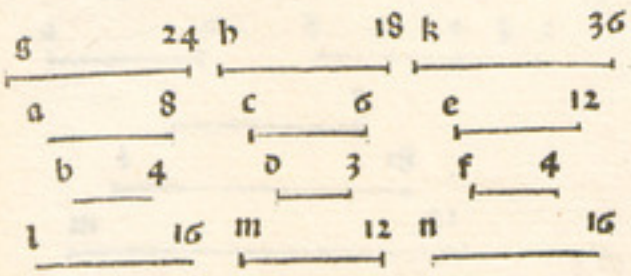


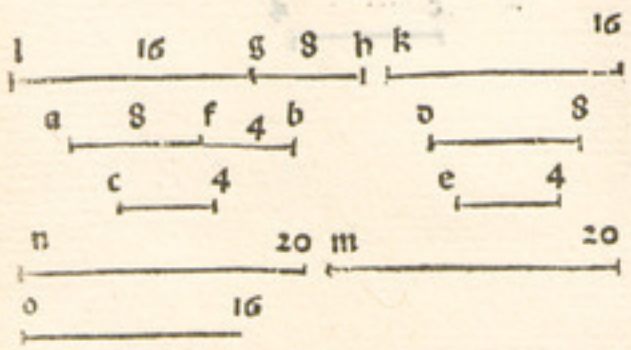
Propositio .12.

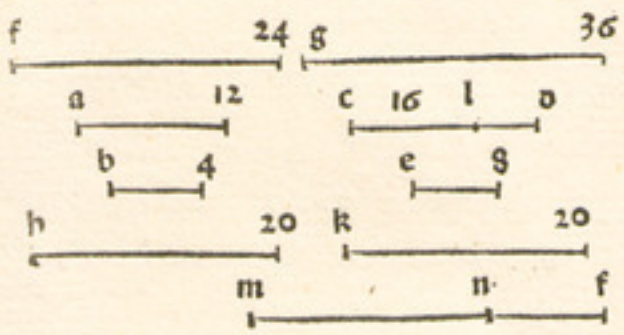
SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum. tertij vero ad quartum maior q̃z quinti ad sextũ erit proportio primi ad secundum maior q̃z quinti ad sextum.

¶ Sicut in precedẽti qp hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est in q̃ntitatibus: videlz qp si due q̃ntitates fuerit sibi inuicẽ





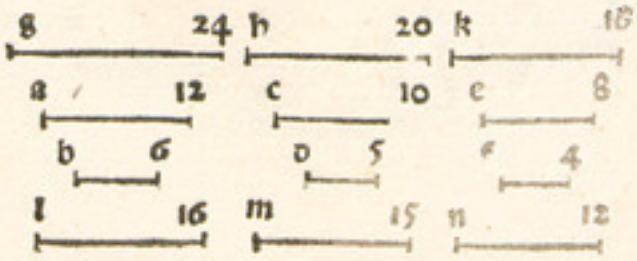




cq̃les quacunq; fuerit vna eaꝝ maior eadẽ maior erit ⁊ reliqua. ¶ In proportionibus tamen hoc demonstratur: vt si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.vero ad.d. sit maior q̃z.e .ad.f.erit quoq;.a.ad.b.maior q̃z.e.ad.f.Sumã enim.g.ad.a.⁊.b. ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplices. Itemq;.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad. f.eque multiplices: ⁊ quia per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.⁊ maior q̃z.e.ad.f erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si .b. addit sup m.⁊ .g.addat super .l.⁊ per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis ꝙ non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.b.⁊. m.si.g. addit super.l.nõ est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod est propositũ. ¶ Simili quoq; modo ꝓbabis ꝙ si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.c.ad.d.minor q̃z.e.ad.f. erit .a.ad.b.minor q̃z.e.ad.f.cum enim sit.c.ad.d. minor q̃z .e.ad. f.erit.c. ad.f. maior q̃z.c. ad.d.per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis.si.k.addit super.n.non est necesse ꝙ.b.addat super. m. sed si.b. non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g .addat super.n.per diffinitionẽ igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio e.ad.f.q̃z.a.ad.b.ergo econuerso: minor erit.a.ad.b.q̃z.e.ad.f.quod ē ꝓpositum ¶ Ex modo autem demõstratiõis octauc hui⁹ ⁊ hac: fiet manifestũ ꝙ si fuerit primo quatuor quantitatum ad secundã maior proportio q̃z tertie ad quartam cõtingit reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie.que cũ cõparabuntur ad aliq̃ eq̃ multiplicia secũde ⁊ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scde. non autem multiplex tertie super multiplex quarte: qõ sic patet. Sit enim maior proportio.a.b.ad.c.q̃z.d.ad.e.ponam ergo vt sit proportio.a.f. ad.c. sicut.d. ad.e. eritq; per hanc.12.⁊ per.10.a.f.minor.a.b.⁊ sit minor in quantitate.f.b. quã multiplicabo totiens ꝙ proueniat quãtitas maior.c.que sit.g.b.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatẽ non minorem.e .que sit.k .tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.b.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritq; per primam huius.l.b.ita multiplex.a.b.sicut.k.d. Deinde ponam ꝙ.m sit prima quantitas multiplex.e.que sit maior.k.⁊ ponam.n.ita multiplicem.c.sicut. m. est multiplex e.eritq; per premissas ypotheses ⁊ conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n .prima multiplicium.c .que erit maior .l.g. nec erit .l.g. minor.c. Sumam ergo sub.n.maximã multipliciũ.c.aut sibi equalem si forsan.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitq;.n.ex.o.⁊.c.quia ergo. l.g. non est minor.o.⁊.g.b.est maior.c.erit.l.b.maior.n.quare cum.k.sit minor.m. patet propositum. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet ꝙ si cõtingit reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie: quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secũde: ⁊ multiplex tertie non addat super multiplex quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̃z tertie ad quartam: qõ sic probatur. Sint quatuor quãtitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintq;.f. ad.a.⁊.g.ad.c.d.eque multiplicia. Similiter.b.ad.b.⁊.k.ad. e.eque multiplicia. ⁊ addat.f.super.b.non addat autem.g.super.k.dico ꝙ maior est proportio.a.ad b.q̃z.c.d.ad.e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet.g.super. k.qõ est contra ypothe. Si autẽ minor sit.c.l. ad.e. sicut.a.ad.b.eritq; per huius.10.c.l.minor.c.d.⁊ sit minor i quãtitate.l.d. Ponã igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l. ⁊. n.p. multiplex.l .d. sicut f. est multiplex.a.

eritq3 per primã huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtraq3 igit̃ vnaꝝ quantitatum.m.p.7.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sũt cq̃/les. Nam hec illatio demostrata est in.7.huius :7 quia.g.non est maior.k.nõ erit m.p.maior eadem.sed per conuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis m.n.est maior.k.eo q̃.f.est maior.h.ergo.m.n.est maior.m.p.qõ est ũpossibile quare relinquitur propositum.

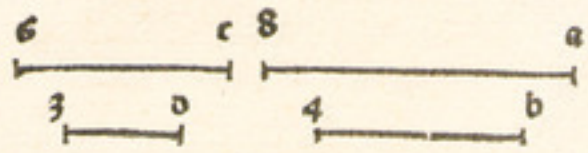
Propositio .13.



Si fuerint quotlibet quantitatũ ad totidem alias proportio vna erit quoq3 que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omniuꝝ pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

Qõ primo proposuit de multiplicib9:hic proponit de omnib9 proportionibus:vñ hec est cõmunior illa:eo q̃ omnis multiplicitas est proportio:nõ autez econuerso. Sit igitur.a.ad.b.7.c.ad.d.7.e.ad.f.vna proportio :dico q̃ que est proportio.a.ad.b.eadem est cõpositi ex.a.c.e.ad cõpositũ ex.b.d.f. Sumã.g ad.a.7.b.ad.c.7.k.ad.e.eque multiplicia. Itemq3.l.ad.b.7.m.ad.d.7.n.ad.f.eq̃ multiplicia:eritq3 per primã huius cõpositum ex.g.b.k. ita multiplex cõpositi ex a.c.e.sicut.g.est multiplex.a. Similiter per eandẽ cõpositum ex.l.m.n.erit ita multiplex cõpositi ex.b.d.f.sicut.l.ẽ mltiplex.b.7 p cõuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis.bis sũptã si.g.addit sup .l.b.addit sup.m.7.k.super.n. 7 si minuit minuit : 7 si equat equat:ergo per cõmunez scientiam si.g.addit sup.l. compositũ ex.g.b.k.addit super compositum ex.l.m.n.7 si minuit minuit :7 si equat equat:ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a .ad.b.ẽ sicut cõpositi ex.a.c.e.ad compositũ ex.b.d.f.quod est propositũ.

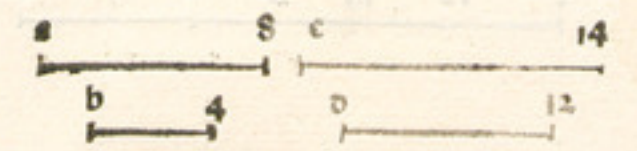
Propositio .14.



Si fuerint quatuor quantitates proportionales .fueritq3 maior prima tertia necesse est secundã.quarta esse maiorem. Qõ si minor 7 minorẽ. Si vero equalis 7 equalẽ ẽe.

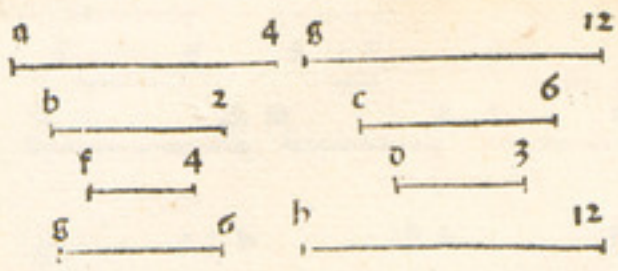
Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̃ si.a.est maior.c.b.erit maior.d.7 si minor minor.7 si equalis equalis. Si enim.a.sit maior c.erit per primã partẽ.8. huius maior proportio.a.ad.d.q̃3.c .ad.d. quare maior erit.a.ad.d.q̃3 ad.b.ergo per secũdã partẽ.10.huius.b.erit maior.d.qõ ẽ propositum. Qõ si.a.sit minor.c.erit per primã ptẽ.8.minor proportio.a.ad.d.q̃3.c.ad d.quare maior erit.a.ad.b.q̃3 ad.d.per secũdã ergo ptem.10.b.erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primã partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d sicut ad.b.itaq3 per secũdã ptẽ:9.b.erit equalis.d.sicq3 patet propositum.

Propositio .15.



Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate.erit iplarum multipliciũ atq3 sub multiplicium vna proportio.

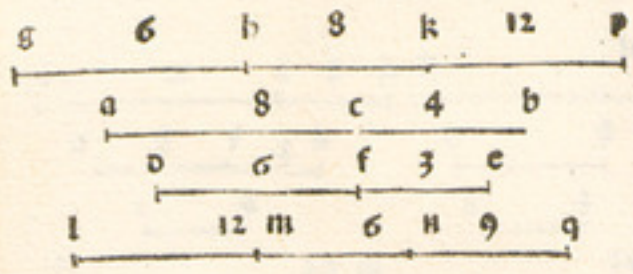
Sint.c.ad.a.7.d.ad.b.eque multiplices: dico q̃ que ẽ proportio a.ad.b.eadẽ est.c.ad.d.diuidat̃.c.fm quãtitatẽ.a.7.d.fm quãtitatẽ b.c.sũtq3 tot partes.c.quot.d.7 quia quelibet pars.c.ad q̃3libet partem.d.se habet sicut.a.ad.b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qõ est propositum.



Propositio .16.

Si fuerit quatuor quantitates proportionales. pmutatim quoqz proportionales erunt.

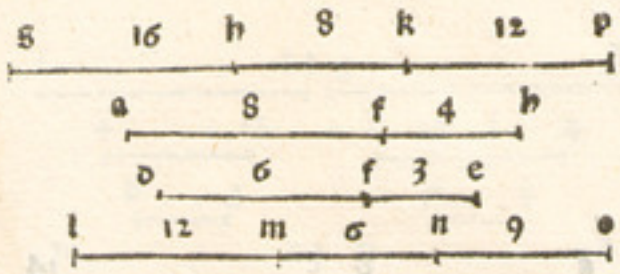
Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.a.ad.c.sicut.b.ad d.⁊ iste est modus arguēdi qui dicit ꝓportionalitas permutata. cu/ius demonstratio sic patz. Sumā.e.ad.a.⁊.f.ad.b.eque multiplices itemqz.g.ad.c.⁊.h.ad.d.eque multiplices:eritqz per premissam.e.ad.f.sicut.g.ad h.quare p.14.si.e.addit supra.g.⁊.f.addit super .h. ⁊ si minuit minuit: ⁊ si equat equat:per diffinitionē igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad.c.sicut.b.ad d.quod est propositū. Necesse est aūt vt in pmutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.



Propositio .17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdē disiunctim quoqz proportionales esse.

Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas pmu/tata:demonstrat illū qui dicit proportionalitas disiuncta. Sit itaqz ꝓportio .a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. dico ꝙ erit.a.c.ad.c.b.sicut d.f.ad.f.e. Sumā enim.g.b.ad.a.c.⁊.h.k.ad.c.b.itemqz.l.m.ad.d.f.⁊.m.n.ad f.e.eque multiplices:eritqz per primam huius.g.k.ita multiplex.a.b.sicut.g.b.est multiplex.a.c.⁊.l.n.ita multiplex.d.e.sicut.l.m.est multiplex .d.f. ⁊ ideo per pre/missas ypotheses.g.k.ēqita mltiplex.a.b.sicut est.l.n.d.e.ponā iterū.k.p.ad.c.b. ⁊.n.q.ad.f.e.eque multiplices:eruntqz per secundā.h.p.ad.c.b.⁊.m.q.ad.f.e.eq multiplices per conuersionē igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si g.k.addit super.h .p.l.n.addit sup.m.q.⁊ si minuit minuit:⁊ si equat equat.dem ptis itaqz cōmunibus.h.k.⁊.m.n.erit per cōmunem scientiam:vt si.g.h.addit su per.k.p.ꝙ.l.m.addit super.n.q.⁊ si minuit minuit:⁊ si equat equat. ergo p diffi nitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.c.ad.c.b.est sicut. d.f. ad.f. e.quod est propositum.



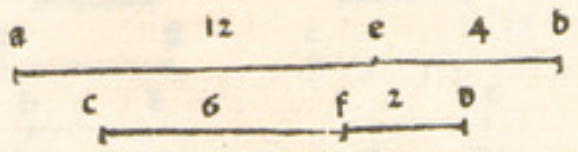
Propositio .18.

Si fuerint quantitates disiunctim proportionales.coniun ctim quoqz proportionales erunt.

Demonstrat modū arguendi qui dicit proportionalitas coniun/cta ⁊ est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resu matur dispositio premisse.⁊ maneāt omnes eius ypotheses:excepto ꝙ ponatur esse proportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e.dico ꝙ erit proportio.a.b. ad.b.c.sicut.d.e.ad.f.e.sequit enī ex hac ypothesi ⁊ alijs ypothesibus premisse de multiplicib⁹ equaliter sūptis per cōuersionē diffinitōis incōtinue ꝓportiōalitatis si.g.h.addit super.k.p.ꝙ.l.m.addat sup.n.q.⁊ si minuit minuat:⁊ si equat equat ergo positis cōmunibus.h.k.⁊.m.n.sequit per cōem sciam si.g.k.addit sup .h.p. ꝙ.l.n.addat sup.m.q.⁊ si minuit minuat:⁊ si equat equat:quare per diffinitionē incōtinue proportionalitatis erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. qō ē ꝓpo sitū. Aliter idē indirecte sic. Cū sit ꝓportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e.nō ē. a.b. ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.sit ergo ꝓportio.d.e.ad aliquā aliā quantitatē sicut. a.b. ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.si enī esset ei eqnalis cōstaret propositū.

Sit itaq; primo maior ⁊ sit.e.g. eritq; p premissam.a.c.ad .c.b. sicut.d.g .ad.g. quare.d.g.ad.g.ē.sicut.d.f.ad.f.c. Sequit igit p.14 ꝙ cū.d.g.prima sit mior.d.f. tertia erit.g.e.scōa minor.e.f.quarta:sed erat positū ꝙ esset maior. Sit ergo pro/portio.d.c.ad minorē.e.f.que sit.e.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritq; p pmissā. a.c.ad.c.b.sicut.d b.ad.b.e.q̄re p.11 .d.b.ad .b.e.sicut.d.f.ad.f.e.⁊ qr.d.b.pma ē maior d.f.tertia erit p.14.e.b.scōa maior.e.f.tertia:ꝙ quia est ipossibile.sequit ꝓpositū.

Propositio .19.



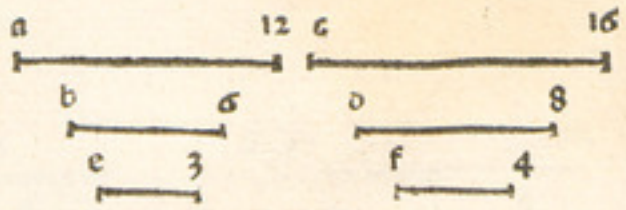
Si a duobus totis due portiones abscindantur.fueritq; totum ad totū quantum abscisum ad abscisum:erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

Nō quinta ꝓponit de multiplicibus. hec ꝓponit vniuersaliter de omnibus proportionibus.vnde est illa tanto cōmunior quāto multiplicitate ꝓportio. Sint igitur due quātitates.a.b.⁊.c.d.a quibus abscindant̄ due que sint.b.e.⁊.d.f.sitq; ꝓportio totius.a.b.ad totā.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f. abscisam.dico ꝙ eadem erit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est toti⁹.a.b.ad totam.c.d.cū eni sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a. b.ad. b.e. sicut c.d.ad.d.f.⁊ disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.⁊ iterū permutatim.a.e. ad c.f.sicut.e.b.ad.f.d.⁊ quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositū. Ex hac aūt.19. ⁊ permutata ꝓportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit proportionalitas euersa.vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico ꝙ erit.b.a .ad.a.e. sicut c.d.ad.c.f.quia cū sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutatim.a.b. ad.c.d. sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur pmutatim b.a .ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qd est propositum. Conuersa quoq; ꝓportionalitas q̄z ex diffinitione incōtinuc ꝓportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti.pōt hic quoq; demōstrari indirecte ex pmutata ꝓportionalitate ⁊ .9. huius vt si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.b.ad. a.sicut.d.ad.c.sin autē sit.d.ad.c. sicut.b.ad.a.⁊ qr.a.ad.b.ē sicut.c.ad.d.erit pmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.⁊ quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.c.erit quoq; pmutatim.b.ad.d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.d.ad.c.si igitur.e.non sit equale c.accidet impossibile ⁊ contrariuz secunde partis.9. si autem equalis erit.b. ad.a. sicut.d.ad.c.quod est propositum.

Propositio .20.

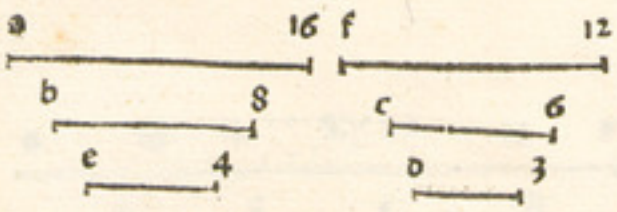
Si fuerint quotlibet quantitates alieq; secundū earum numerum quarum queq; due priorum secundū proportionem duarum postremarum necesse est improportionalitate quidā equalitatis vt si fuerit prima prior vltima maior. ⁊ posteriorum primā vltima esse maiorez. Qd si minor ⁊ minorem. Si vero equalis ⁊ equalem.

Demōstraturus euclides modū arguendi qui dicit eq̄ ꝓportionalitas siue q̄ntitates duoꝝ ordinū directe siue puersim ꝓportionēt:p̄mittit duo ancedētia ad demōstrādū ꝓpositū necessaria:p quoꝝ p̄mū demōstrat eq̄ ꝓportōalitas ch q̄ntitates duoꝝ ordinū directe ꝓportionāt:p ſm aūt cū ꝓportionāt puersim ꝓponit aūt hec duo ancedetia de q̄ntitatib⁹ duoꝝ ordinū numero eq̄lib⁹ quecūq; fuerit. Vtr eni sumptis vtrobiq; quātitatib⁹ scōm quēcunq; numerum veritatem habēt. nō ē



autē necesse ut demōstrrem⁹ ea nisi solū ī trib⁹ hoc enī oio sufficiēs ē ad ppositū. de plibus aūt q̄busq̄ patebit p equā ꝓportiōalitatē cū ipsa demōstrata fuerit ¶ Sint igit̄ tres quātitates.a.b.c.sumant̄q̄ tres alie q̄ sint.c.d.f.ꝛ sit ꝓportio.a. ad.b.sicut.c.ad.d.ꝛ.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico q̄ si.a.est maior.e. c. erit maior.f. ꝛ si minor minor:ꝛ si equalis equalis. Si enī est maior erit per primā ptē.8.maior proportio.a.ad.b.q̄ꝫ.c.ad.b.quare per.12.maior erit.c.ad.d.q̄ꝫ.e.ad.b. ꝛ qꝛ per cōuersam ꝓportionalitatē.c. ad.b.ē sicut. f.ad.d. erit.c.ad.d. maior q̄ꝫ. f.ad.d. itaq̄ꝫ per primā ptē.10. c.est maior.f.qd̄ est propositum. Qd̄ si.a.sit minor.e.p eas dem ꝛ eodē modo ꝓbabit̄.c.esse minorē.f.erit enī minor proportio.a.ad.b.q̄ꝫ.e. ad.b. p primā ptē.8.ꝛ ideo per.12.ꝛ p cōuersam ꝓportionalitatē minor erit.c. ad d.q̄ꝫ.f.ad.d.ꝛ ideo p primā ptem.10.erit.c.minor.f.qd̄ est propositum. Si autem a.sit eq̄le.e.erit p primā ptē.7.ꝓportio.a.ad.b .sicut.c.ad.b. ꝛ ideo p scōam.11. ꝛ cōuersam ꝓportionalitatē erit.c.ad.d.sicut.f.ad.d.quare per primā ptē.9.c.ē eq̄lis.f.quod est propositum. ¶ Quidā aūt hanc cōclusionē demonstrauerūt cā per ꝓportionalitatem permutatim hoc modo. ꝓportio.a.ad.b.est sicut.c. ad.d. ergo pmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.ꝛ qꝛ rursus.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit permutatim b.ad.d.sicut.e.ad.f.sed erat.b.ad.d.sicut.a.ad.c.ergo per.11.erit.a.ad.c. sicut.e ad.f.itaq̄ꝫ per.14.si.a.prima est maior.e.tertia.erit.c.secūda.maior.f.quarta:ꝛ si minor minor:ꝛ si equalis equalis:quod ē ꝓpositum: ¶ Isti autē errauerunt ī sua demonstratione:qꝛ si esset intentio euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsū pre mittere hanc conclusionē ꝓ antecedētē ad equā ꝓportionalitatem: si enim rursus fiat vna permutatio ꝓportionalitatis ad quā deuentū est que est esse.a .ad.c. si cut.e.ad.f.sequitur q̄ sit.a.ad.e.sicut.c.ad.f.ꝛ hoc est equa ꝓportionalitas. Pre terea eorum conclusio non sequitur:nisi omnes quantitates amboꝝ ordinū fuerit generis vnius. Si enim.a.b.c.sint linee.ꝛ.c.d.f.superficies:aut corpora:aut tem pora:non erit tunc permutare proportiones:peccant igitur vniuersaliter dictū p ticulariter demonstrantes.

Propositio. 21.



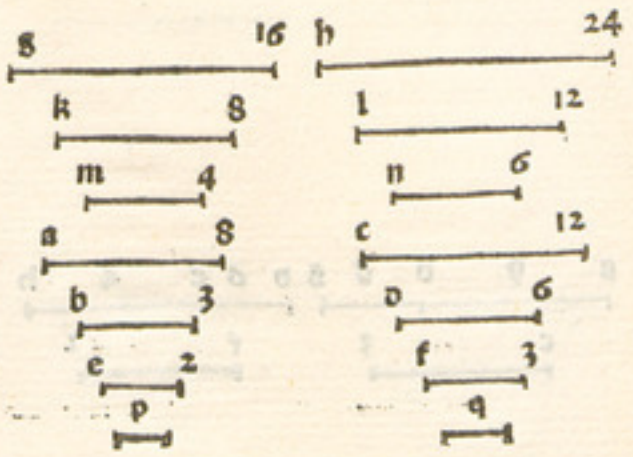
Si fuerint quotlibet quantitates alieq̄ꝫ secundum earum numerum quarum queq̄ꝫ due ex prioribus quibusq̄ꝫ duabus ex posterioribus peruersim comparate secūdū proportionem earum fuerint.necesse quoq̄ꝫ ē vt si fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima vltima maior.ꝛ posteriorum prima vltima esse maiorem.si autem minor ꝛ minorem. Si vero equalis ꝛ equalem.

¶ Secundū antecedens sint tres quātitates.a.b.e.sumant̄q̄ꝫ alie tres que sunt.f. c.d.ꝛ sit proportio.a.ad.b.sicut.c ad.d.ꝛ.b.ad.e.sicut.f.ad.c.dico q̄ si.a.ē. ma ior.e.f.erit maior.d.ꝛ si minor minor:ꝛ si equalis.equalis: hic autē probatur per easdē ꝛ eodē modo quo precedens:si enī.a.sit maior.e.erit maior proportio.a.ad b.q̄ꝫ.e.ad.b.quare maior.c.ad.d.q̄ꝫ.e.ad.b.ꝛ ideo maior q̄ꝫ.c. ad .f. maior igit̄ f.q̄ꝫ.d.per secundā partem.10.quod est propositum.qd̄ si.a.sit minor.e.erit tan dem minor.c.ad.d.q̄ꝫ ad.f.quare per eandem partem eiusdē.f. erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.e .sequitur ut sit proportio.c.ad.d.sicut.c.ad.f.igitur per se cundam partem.9.erit.f.equalis.d.quod est propositum.

Propositio .22.

Si fuerint quotlibet quantitates alieq; secundum earum numerum quarum queq; due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

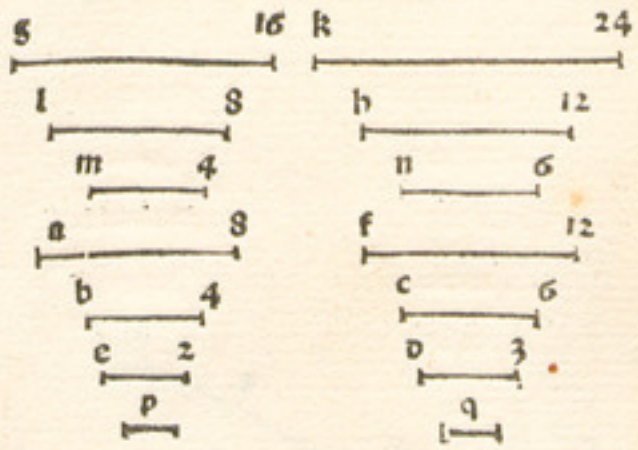
¶ Demonstratis antecedentibus ad equā proportionalitatē. hic demonstrat cam: ⁊ primo cum quantitates duorum ordinū sunt directe proportionales. Nō est aūt necesse vt demōstraret nisi cū in vtroq; duoꝝ ordinū sunt tantū tres quantitates. Per hoc enī euidenter sequitur cum in vtroq; ordine fuerint quatuor quantitates ⁊ deinceps: ⁊ ideo etiā nō oportuit eius aīs demōstrari nisi solū cū in vtroq; ordine sunt etiā tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. c. sumantq; tres alie que sunt. c. d. f. ⁊ sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ b. ad. c. sicut. d. ad. f. dico q̄ erit. a. ad. c. sicut. c. ad. f. sumā enī. g. ad. a. ⁊ b. ad. c. eq̄ multiplicia. Itemq; k. ad. b. ⁊ l. ad. d. eque ⁊ rursus. m. ad. c. ⁊ n. ad. f. eque. eritq; p 4. g. ad. k. sicut. b. ad. l. ⁊ k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per. 20. si. g. est maior. m. erit b. maior. n. ⁊ si minor minor: ⁊ si equalis equalis. igitur per diffinitionē incōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. c. ē sicut. c. ad. f. qd̄ ē propositū. ¶ Pōt quoq; hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. c. ⁊ b. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. b. ad. l. ⁊ k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera pertracta vt prius. ¶ Qd̄ si fuerint quantitates plures tribus in vtroq; ordine: vtpote quatuor additis. p. ⁊ q. ita q̄ sit. c. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut c. ad. q. erit enim. a. ad. c. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublatis igitur b. ⁊ d. erunt tres quantitates. a. c. p. ⁊ alie tres. c. f. q. vt proponitur: quare. a. ad. p sicut. c. ad. q. sicq; demōstratur de. 4. per tres sublato vno medio. Eodē modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus medijs: ⁊ de. 6. per. 5. sublatis tribus: ⁊ sic de ceteris.



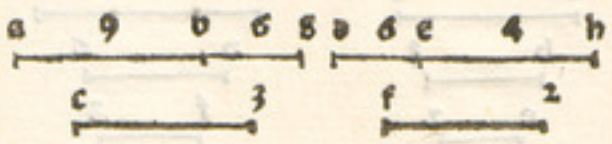
Propositio .23.

Si fuerint quotlibet quantitates alieq; secundum earum numerum quarum queq; due secundū proportionē duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportiones erunt.

¶ Demonstrat equam ꝓportionalitatem in quantitatibus duorum ordinū indirecte siue ꝓuersim ꝓportionatis. Nec ē necesse q̄ demonstrē nisi cum in vtroq; duoꝝ ordinū sunt tantū tres quantitates: ꝑ hoc enī euidēter sequiē que cūq; ponanē i vtroq; ordine sicut i premissa de directe ꝓportionatis demōstratū ē. Sint igiē. 3. q̄ntitates. a. b. c. sumāq; alie. 3. q̄ sint. f. c. d. ⁊ sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ b. ad. c. sicut. f. ad. c. dico q̄ erit. a. ad. c sicut. f. ad. d. sumā enī. g. ad a. ⁊ b. ad. c. ⁊ k. ad. f. eque multiplicia. Itēq; l. ad. b. ⁊ m. ad. c. ⁊ n. ad. d. eque: eritq; per quartā. g. ad. l. sicut. b. ad. n. ⁊ per 15. l. ad. m. sicut. k. ad. b. quare per 21. si. g. addit super. m ⁊ k. addit sup. n. ⁊ si minuit minuit: ⁊ si equat equat: ergo per diffinitionem incōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. c. ē sicut. f. ad. d. qd̄ ē propositū. ¶ Potest quoq; ⁊ hoc demōstrari ꝑ. 15. huiꝰ sūptis. g. l. m. ad. a. b c. ⁊ k. b. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. b. ad. n. ⁊ l. ad. m. sicut. k. ad. b. cetera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonstrantur hec ⁊ premissa secundm primum modum. ¶ Qd̄ si plures tribus fuerint quantitates in vtroq; ordine: vtpote q̄tuor additis. p. ⁊ q. ita q̄ sit. a. ad. b. sicut



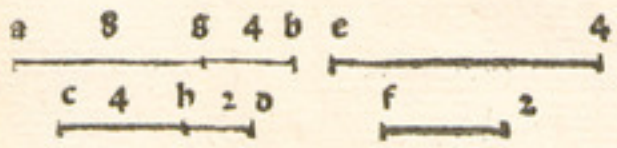
d.ad.q.⁊.b.ad.e.ſicut.c.ad .d.⁊.e.ad.p.ſicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p. ſicut.f ad.q.erit enim per predemonſtrata.a.ad.e.ſicut.c.ad.q. Sublatis igitur. b.⁊.d. erunt tres quãtitates.a.e.p.⁊ alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.ſicut.f. ad.q.Sic igitur demonſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodẽ modo de/ monſtrabis de.5.per quatuor ſublatis, duobus medijs.⁊ de.6.per.5.ſublatis tri/ bus:⁊ ſic in ceteris.



Propoſitio .24.

Si fuerit proportio primi ad ſecundus tanq̃ tertii ad quar tum.proportio vero quinti ad ſecundus. tanq̃ ſexti ad q̃r tum:erit proportio primi ⁊ quinti pariter acceptorum ad ſecundum tanq̃ ſexti ⁊ tertii pariter acceptorum ad quar/ tum.

Qd̃ ſcd̃a propoſuit de multiplicibus hec proponit vniuerſaliter de omnib⁹ pro/ portionibus.vnde eſt illa tanto cõmunior quãto multiplicitate proportio ⁊ ſe ha/ bet ad illam:quemadmodum. 13.ad primam. Sit igitur proportio.a.b.ad.c. ſicut d.e.ad.f.⁊ itẽ.b.g.ad.c.ſicut.e.b.ad.f.dico q̃ proportio.a.g.ad.c. eſt ſicut.d.b. ad.f.erit enim per conuerſam proportionalitatem.c.ad.b.g.ſicut.f.ad.e.b.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.ſicut.e.d.ad.e.b.ergo coniun/ ctim per.18.a.g.ad.g.b.ſicut.d.b.ad.b.e.itaq̃ per.22.erit in equa proportionali tate.a.g.ad.c.ſicut.d.b:ad.f.quod eſt propoſitum.



Propoſitio .25.

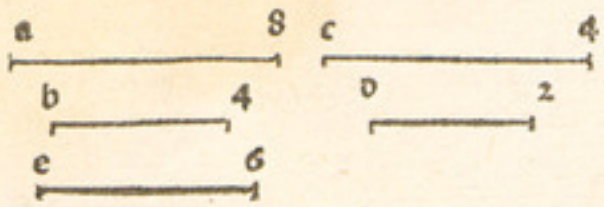
Si fuerint quantitates proportionales:fueritq̃ prima ea/ rum maxima.⁊ vltima minima. primam ⁊ vltimas pariter acceptas ceteris duabus maius eſſe neceſſario cõproba/ tur.

Qd̃ hic proponitur nõ habet locum niſi cum omnes quatuor quã titates ſint eiuſdem generis. Sint igitur quatuor quantitatus eiuſdẽ generis pro/ portio.a.b.ad.c.d.ſicut.e.ad.f.ſitq̃.a.b.maxima:neq̃ oportet ponere q̃.f.ſit mi nima:quia ipſum ex hoc ſequitur q̃.a.b.poſita eſt maxima. vnde non poſuit hoc auctor in conduſione tanq̃ poſitionem:ſed potius tanq̃ precedentis poſitiõis cõ cluſionem.dico q̃ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.⁊.f.q̃ ex. c.d.⁊.e Cum enim.a.b.ſit maior.e.abſcindam ex.b.a.g.b.equalem.e. Similiter quoq̃ quia.c.d.eſt maior.f.abſcindam ex.c.d.b.d.equalem.f.eritq̃ propter ypotheſim a.b.ad.c.d.ſicut.g.b.ad.b.d.quare per.19.a.g. reſiduum ad. c.b. reſiduum ſicut tota.a.b.ad totus.c.d.ſ.a.b.ad.c.d .Cũ ergo.a.g.ſe habet ad.c.b.ſicut.a.b.ad.c d. ſed.a.b.ẽ maior.c:d.quare.a.g.maior eſt.c.b.additis igitur vtriq̃ duab⁹quan titatibus.g.b.⁊.b.d.erit per cõmunem ſcientiam aggregatum ex.a.b.⁊.b.d. ma/ ius aggregato ex.c.d.⁊.g.b.⁊ quia.d.b. poſita eſt equalis. f.⁊.g. b.e. maius erit aggregatum ex:a.b.⁊.f.quã aggregatum ex.c.d.⁊.e.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .26.

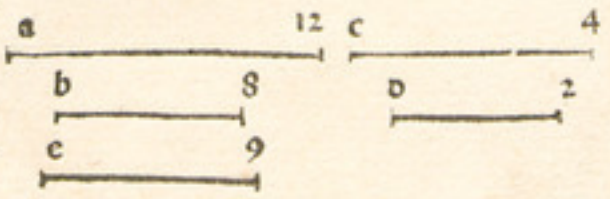
Si fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad ſecun/ dam maior quam tertie ad quartam. erit conuerſis econ/ trario,pportio ſcde ad primã minor q̃ quarte ad tertiam Sit,pportio.a.ad.b.maior q̃.c.ad.d.dico q̃ erit ecõuerſo mõ ꝓrio mior,pportio.b.ad.a.q̃.d.ad.c.ſi ei ẽ eadẽ.b.ad.a.q̃ ẽ.d.ad.c.erit

ecōuerso.a.ad.b.vt.c.ad.d.ſz nō ē ūno maior: At vero ſi ē.b.ad.a.maior q̄z d.ad c.ſit.e.ad.a.vt.d.ad.c.eritq̄z ex.12.c.ad.a.mior q̄z.b.ad.a .q̄re ex p̄ma parte.10.c ē mior.b. Ideoq̄z ex ſcōa parte.8.maior erit ꝓportio.a.ad.c.q̄z.e.ad.b.⁊ q: p̄ conuerſam proportionalitatem.a.ad.e.ſicut.c.ad.d.erit ex.12.proportio.c.ad.d.maior q̄z.a.ad.b.ſed erit minor: relinquitur ergo propoſitū. ¶ Poſſumus quoq̄z ſi libet aſtruere propoſitum oſtenſiue: manifeſtum enim eſt ex prima parte.10.q̄ illa quantitas cuius ad.b.eſt.eadem proportio que eſt.c.ad.d.eſt minor.a.eo q̄ ponitur maior proportio.a.ad.b.q̄z.c.ad.d .illa ergo quantitas ſit.e. cum ſit igitur proportio.e. ad.b.vt.c .ad.d.erit econuerſo .b .ad.e.vt.d.ad .c. Conſtat autem ex ſecunda parte.8.q̄ proportio.b.ad.a.minor eſt q̄z proportio.b.ad.e.itaq̄z per 12.proportio.b.ad.a.eſt minor q̄z. d. ad.c.q̄ volumus.



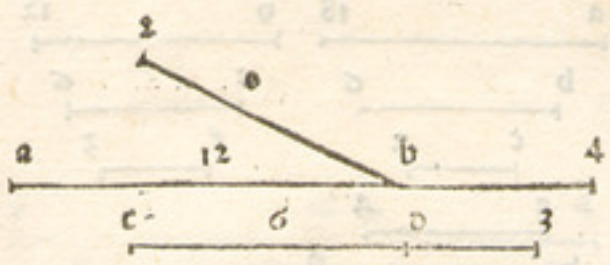
Propoſitio .27.

Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio prime ad ſecundam.q̄z tertie ad quartam. erit permutatim maior proportio prime ad tertiam. quam ſecunde ad quartam. ¶ Sit hic quoq̄z proportio.a.ad.b.maior q̄z.c.ad.d.dico q̄ erit permutatim maior proportio.a.ad.c.q̄z.b.ad.d.eadem enim non erit quia tunc quoq̄z eſſet permutatim.a.ad.b. ſicut.c. ad.d. neq̄z minor. Nam ſi hoc ponatur: ſit itaq̄z .e.ad.c.vt.b.ad.d.eritq̄z ex.12.maior ꝓportio.e.ad. c.q̄z.a.ad c.quare ex prima parte.10.e.eſt maior.a. Itaq̄z per primam partem.8.proportio e.ad.b.eſt maior q̄z.a.ad.b.⁊ quia positum eſt vt ſit.e.ad.c.ſicut.b.ad.d. erit p/mutatim.e.ad.b.ſicut.c.ad.d.ex.12.igitur maior erit proportio.c.ad.d.q̄z.a. ad b.ſed positum erat oppositum: verum eſt ergo propoſitū: ¶ Oſtēſiue quoq̄z idem quēadmodum in premiſſa: ſumpta enim eſt.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit ex prima parte 10.e.minor.a.quare ex prima parte.8.maior erit.a.ad.c.q̄z.e.ad.c .ſed ex permutata proportionalitate eſt.c.ad.c.vt. b.ad.d.igitur ex.12.a.ad.c.eſt maior q̄z.b. ad.d.quod eſt propoſitum.



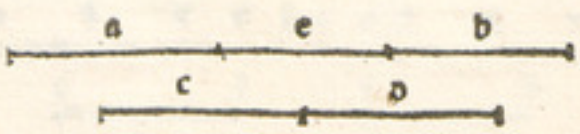
Propoſitio .28.

Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ad ſecundā ſit maior proportio q̄z tertie ad quartam.erit quoq̄z conjunctim maior proportio prime ⁊ ſecunde ad ſecūdam q̄z tertie ⁊ quarte ad quartam. ¶ Sit maior proportio.a.ad.b.q̄z.c.ad.d.dico q̄ maior erit totius a.b.ad.b.q̄z totius.c.d.ad.d.quia ipſa neq̄z erit equalis neq̄z minor. Si enim equalis: tunc erit diſiunctim.a.ad.b.vt.c.ad.d. Si autem eſt minor: ſit.c.b.ad.b. vt.c d.ad.c.eritq̄z ex.12.maior proportio.c.b.ad.b.q̄z.a.b. ad.b. itaq̄z ex prima parte.10.c.b.eſt maior q̄z.a.b.⁊ per cōceptionem.c.maior q̄z.a. quare ex prima parte.8. maior eſt proportio . c. ad.b. q̄z.a.ad. b.ſed.c.ad.b. eſt vt .c. ad .d. per diſiunctam proportionalitatem: eo q̄ erat.c.b.ad.b.vt.c.d. ad.d. ergo per.12.c. ad.d.eſt maior q̄z.a.ad.b. hoc autem eſt contra ypothe. ¶ Idem etiam oſtenſiue: cum enim propoſitum ſit q̄ maior ſit proportio .a . ad. b. q̄z . c. ad . d . ſit proportio .c. ad.b. vt. c. ad.d. eritq̄z ex prima parte decime. c. minor . a.



Ideoq; ex cõmuni scientia.e.b.erit minor.q̃;.a.b. quare ex prima parte.8. maior erit proportio.a.b.ad.b.q̃;.e.b.ad.b.At vero proportio.e.b.ad.b.est per coniunctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est vt sit. e.ad. b.tanquã c.ad.d.igitur ex.12.maior est.a.b.ad.b.q̃;.c.d.ad.d.quod est propositum.

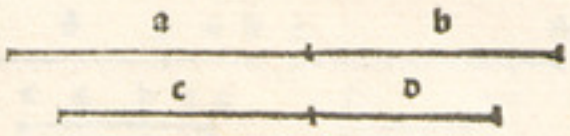
Propositio .29.



Si fu erit quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundam sit maior proportio q̃; tertie ⁊ quarte ad quartam . erit quoq; disiunctiʒ proportio prime ad secundam maior q̃; tertie ad quartam.

Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̃;.c. d.ad. d.dico ꝙ erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior q̃;.c.ad.d.alioquin erit equalis vel minor.qd̃ si equalis erit per coniunctam proportionalitatem.a.b.ad.b.ut.c.d. ad.d. si autem minor erit maior.c.ad.d.q̃;.a.ad.b.ergo per premissam maior erit.c. d.ad d.q̃;.a. b.ad.b.quod est inconueniens:quia positum est ꝙ minor.verum est ergo qd̃ dicitur. Qd̃ etiam ostensiue astruemus hoc modo ponemus enim ut proportio.e .b. ad.b.sit tanq̃; proportio.c.d.ad.d.eritq; ex prima parte.10.e.b.minor q̃;. a.b. quare ex communi scientia.e.est minor q̃;.a.minor igitur est ex prima parte .8. ꝓportio.e.ad.b.q̃; sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad. b.est sicut.c .ad.d. ex disiuncta proportionalitate:itaq; ex.12.proportio.a.ad.b.est maior q̃; sit.c.ad.d. quod est propositum.

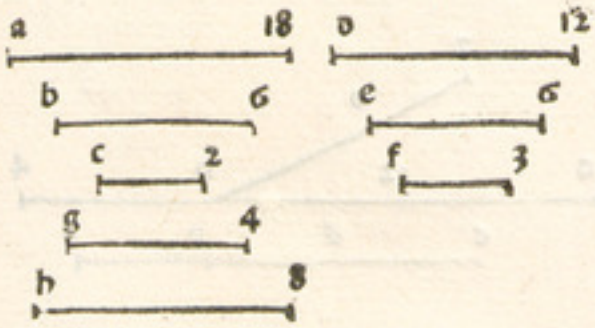
Propositio .30.



Si fuerint quatuor quantitates quarum prime ⁊ secunde ad secundã sit maior proportio q̃; tertie ⁊ quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime ⁊ secũde ad primam q̃; tertie ⁊ quarte ad tertiam.

Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̃;.c.d.ad.d. dico ꝙ euersim minor erit proportio.a.b.ad.a.q̃;.c.d.ad.d.erit enim disiunctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̃;.c.ad.d . Itaq; per.26.erit econuerso minor. b.ad.a. q̃;.d. ad.c.quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̃;.c.d. ad.c. qd̃ est propositum.

Propositio .31.



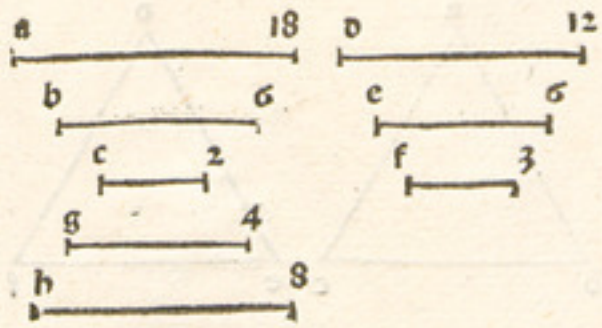
Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq; tres in alio fueritq; prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam.itemq; secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit quoq; prime priorum ad tertiã maior proportio q̃; prime posteriorum ad tertiam.

Sint tres quãtitates.a.b.c.itẽq; alie tres.d.e.f.sitq; maior ꝓportio.a.ad.b.q̃; d.ad.e.itẽq; maior.b.ad.c.q̃;.e.ad.f.dico ꝙ maior erit ꝓportio.a.ad.c.q̃;.d.ad f.sit enim.g.ad.c. ut.e.ad.f.eritq; ex p̃ma ꝑte.10..g.minor.b.q̃re ex scõa ꝑte.8.proportio.a.ad.g.ẽ maior q̃;.a.ad.b.multo maior ergo ẽ ꝓportio.a.ad.g.q̃;.d. ad.e sit itaq;.b.ad.g.vt.d.ad.e.eritq; ex p̃ma ꝑte.10.a.maior.b.q̃re ex p̃ma ꝑte.8.ꝓ/

portio.a.ad.c.maior est q̃ proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem: sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.et.g.ad.c.vt e.ad.f.igitur ex. 12.proportio.a.ad.c.est maior q̃.d.ad.f. quare constat propositum

Propositio .32.

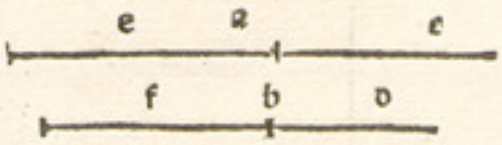
Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemq; prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit maior proportio prime priorum ad tertiã quam prime posteriorum ad tertiam.



Sint enim tres quantitates in vno ordine.a.b.c. Itemq; tres in alio.d.e.f.quẽ admodum in premissa: sitq; maior proportio.b.ad.c.q̃.d.ad.e.et maior.a.ad.b. q̃.e.ad.f.dico q̃ maior erit.a.ad.c.q̃.d.ad.f.sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritq; g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a. ad.g. q̃ ad.b. per secundam partem.8.igitur multo maior est.a.ad.g.q̃.e.ad.f.sit itaq;. b. ad g.vt.e.ad.f.eritq;.a.maior.b.ex prima parte. 10.quare proportio.a. ad.c. maior est q̃.b.ad.c.ex prima parte.8.At vero ex.23.proportio.b.ad.c.est tanquã.d.ad f.eo qõ est.g.ad.c.vt.d.ad.e.et.b.ad.g.vt.e.ad.f.igitur ex.12.maior est proportio.a.ad.c.q̃.d.ad.f.quod est propositum.

Propositio .33.

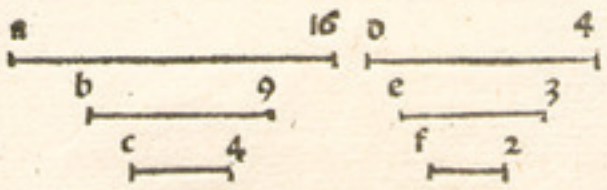
Si fuerit proportio totius ad totũ maior: q̃ abscisi ad abscisum erit residui ad residuum maior proportio q̃ totius ad totum.



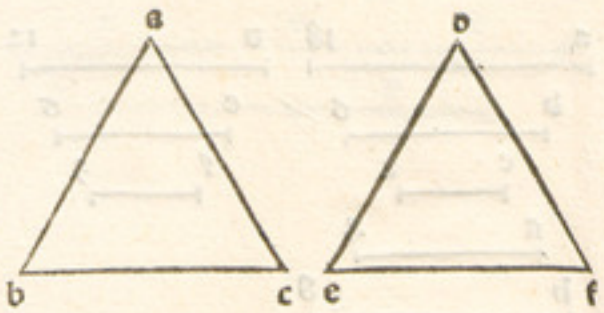
Sint due quantitates.a.et.b.a quibus abscindantur.c.et.d.et residua sũt.e.et.f.sitq; maior proportio.a.ad.b.q̃.c.ad.d.dico q̃ maior erit proportio.e.ad.f.q̃.a.ad.b.erit enim ex.27. permutati maior proportio a.ad.c.q̃.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio. a. ad.e.q̃. b.ad.f. igitur rursus ex.27.permutatim minor erit.a.ad.b.q̃.e .ad.f. quod est propositum.

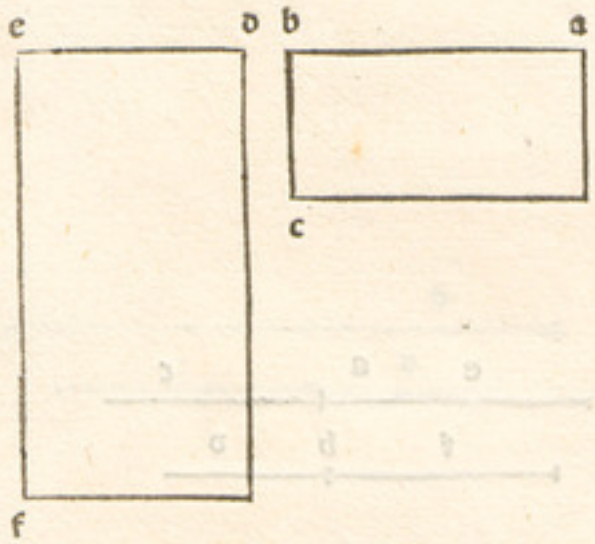
Propositio .34.

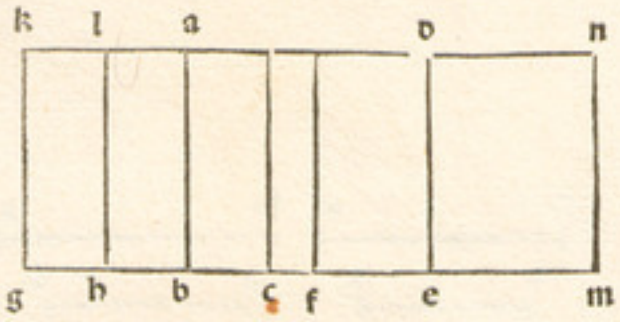
Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃ alicuius subsequentis ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequentiũ ad suam comparem aut etiam q̃ omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̃ prime ad primam



Sit.3.q̃ntitates.a.b.c.relate ad totidẽ alias q̃ sit.d.e.f.sitq; maior ꝓportio.a.ad d.q̃.b.ad.e.et.b.ad.e.sit maior q̃.c.ad.f.dico q̃ ꝓportio.a.b.c.piter acceptar. ad.d.e.f.piter acceptas. ẽ maior q̃.b.ad.e.vl' maior q̃.c. ad.f.et etiã maior.q̃.b







z.c.pariter acceptaꝫ ad.e.z.f.pariter acceptas:z ꝙ ipsa est minor q̃z.a.ad. d.cũ sit eni.a.ad.d.maior q̃z.b.ad.c.erit permutatim.a.ad.b.maior q̃z.d.ad.c.z coniunctim.a.b.ad.b.maior q̃z.d.e.ad.e.z iterum permutatim. a.b.ad. d.e.maior q̃z.b.ad.e.quare per premissam.a.ad.d.est maior q̃z.a.b.ad .d.c. eodẽq3 modo ꝓbat maiorẽ ẽe.b.ad.c.q̃z.b.c.ad.e.f.itaq3 maior ꝓportio ẽ.a.ad.d.q̃z.b.c.ad.e f.q̃re permutatim maior est. a.ad.b.c.q̃z.d.ad.e.f.z coniunctim maior.a.b.c.ad b.c.q̃z.d.c.f.ad.e.f.z iterum permutatim maior.a.b.c.ad.d.c .f.q̃z.c.b .ad.e.f. quare per premissam maior est.a.ad.d.q̃z.a.b.c.ad.d.c.f. quod est ꝓpositum.

¶ Explicit liber quintus ¶ Incipit liber Sextus.

Superficies similes dicũt q̃rũ anguli vnius angulis alterius equales.lateraq3 equos angulos continentia proportionalia.

¶ Vt si trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono d.e.f.fueritq3 angulus.a.equalis angulo.d.z angulus.b.equalis angulo.e.z ꝓportio.a.b.ad.d.e.sicut a.c.ad.d.f.z.b.c.ad.e.f.ipsi erunt similes.

Superficies mutuoꝝ laterum sũt inter quarum latera incontinua proportionalitas retrãsitiue habetur.

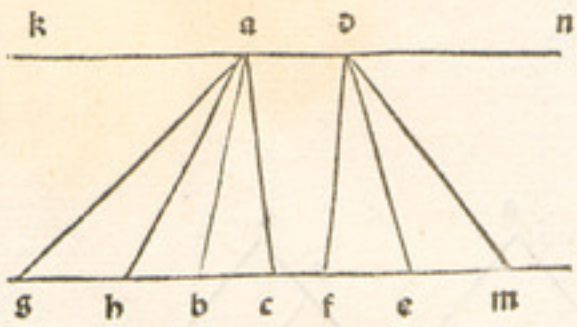
¶ Vt si duoꝝ quadrilaterum.a.b.c.d. e.f.proportio .a.b.lateris primi.ad. d.c.latus secundi fuerit sicut proportio. e.f. lateris secundi.ad.b.c.latus primi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuorum laterum siue mutekesia. ¶ Linea dicitur diuidi secundũ proportionẽ habentẽ medũ z duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui seccionẽ que ẽ maioris ad minorem.

Propositio .1.

Si duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta sua basis ad basim alterius.

¶ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eẽ ꝓportionẽ corũ:sicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo paralellograma sup lineã vnam que sit.g.m.erũtq3 propter hoc ꝙ sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarũ sit altera .k.n.deinde ex linea.g.m.sumã.g.c.multiplicẽ ꝑm quẽcumq3 numerũ voluero.a.d.b.c.z diuidã eã in ꝑtes equales.b.c.in punctis.b.z. b.a quibus z punto.g. ducã equidistantes linee.a.b.que sũt.g.k.z.b.l.z cõplebo supficies equidistantiũ laterũ.k.b.z.l.b.eritq3 vnaq̃q3 earũ ꝑ.36.primi equalis.a.c. q̃re sicut linea.g.c.ẽ multiplex linee.b.c.ita supficies.c.k.superficiei.a.c. ¶ Similiter quoq3 ad lineã.e.f.sumã ex linea.g.m.lineã.f.m.multiplicẽ ꝑm quẽcũq3 numerũ voluero e.f.z cõplebo superficiẽ equidistãtium laterum ductꝰ linea.m.n.equidistãter linee d.e.eritq3 superficies .n.f. ita multiplex superficiei .d.f.sicut linea .m.f. linee.e. f.zquia per.36. primi si linea.g.c.est maior linea.f.m.superficies.k.c.est maior superficie.n.f.et si minor minor .et si equalis equalis erit per diffinitionẽ icõtinue

proportionalitatis eadem ꝓportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficici.a.c. ad superficiē.d.f.quod est propositum. ¶ De triangulis equalis altitudinis idem probabis:⁊ eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus earꝫ quas ad bases fumes multiplices ad vertices triangulorum.



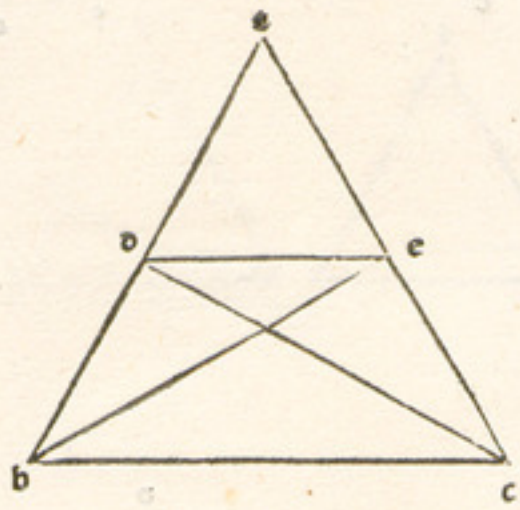
Propositio .2.

Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans:eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero ꝓportionaliter secet eā reliquo latere equidistare necesse est.

¶ Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.⁊.a.c.secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qō est.b.c. dico ꝙ erit ꝓportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c.⁊ ecōuerso si fuerit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eq̄ distans linee.b.c.protraham enī duas lineas.e.b.⁊.d.c.eritq̄ per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qō ipsi sunt ambo sup̄ lineā. d.e. inter lineas equidistantes.itaq̄ per secōam partē.7.quinti: ꝓportio trianguli.a.d.e.ad vtrūq̄ illorum erit vna:sed ꝓportio eiꝰ ꝓpremissā ad triangulū.e.d.b. ē sicut linee.a.d.ad lineā.d.b.⁊ ad triangulū.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineā.e.c. Nam ipe cum vtroq̄ illoꝝ est equalis altitudinis:quare erit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qō est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a.d.e. vtrūq̄ illoꝝ proportio vna:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicē equales:⁊ quia ipsi sunt super eandē basim.videlicet lineam.d.e.⁊ ex eadem ꝓte erit ꝑ 39.primi:linea.d.e.equidistans linee.b.c.qō est secundum.

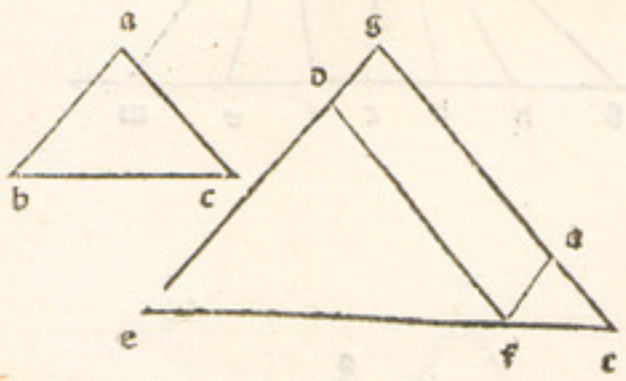
Propositio .3.

Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsiꝰ basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus ꝓportionales fuerint lineam illam angulū ꝑ equalia dividere necessario cōprobat.



¶ Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.dividat linea. a.d.ꝑ equalia :dico ꝙ proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.⁊ ecōuerso:protraham enim.b.c. equidistantem.a.d.⁊ producā.c.a.quousq̄ concurrat cū.b.e:in puncto.e.eritq̄ per primam partē.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d. ⁊ per secōam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo .e.b.a.ergo per.6.primi.e. a.est equalis.a.b.⁊ ideo ꝑ primā partem.7.quinti proportio.e.a. ad.a.c.ē sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c. ē sicut.b.d.ad.d.c.ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ¶ Secunda pars que est conuersa prime ꝑtis probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissā.e.a.ad.a.c.ē sicut b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c. ergo per primā partem.9.quinti.e.a.⁊.a.b.sunt equales. quare per.5.primi duo anguli.e.⁊.e.b.a sunt equales.igitur per primā ⁊ secundā partem.29.primi angulus.b.a.d.ē equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.

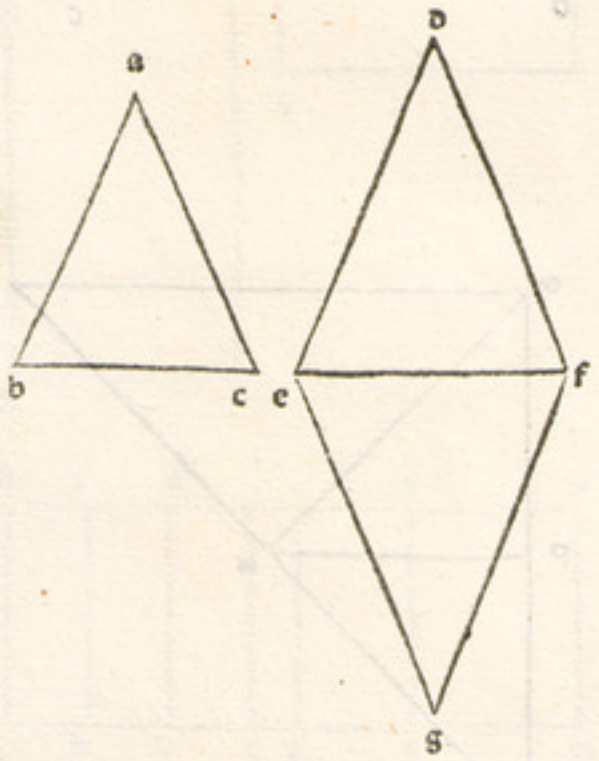
Propositio .4.



Omnium duorum triangulorum quorꝫ anguli vnius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

Sunt duo trianguli. a.b.c. d.e.f. equianguli. sitqꝫ angulus. a. eq̃lis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo .e. ⁊ angulus. c. angulo. f. dico qꝫ ꝓportio. d.e. ad. a.b. ⁊ d.f. ad. a.c. est sicut. e.f. ad. b.c. ponã enim ambos triangulos sup lineã vnã que sit. e.c. ita qꝫ duo anguli vnius qui erunt sup hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandẽ. non quidẽ medius medio aut extremus extremo. sed medius vnius extremo alterius. ⁊ ponã duos eorũ medios angulos in eodẽ pũcto coire. sitqꝫ. a. f. c. ipse idẽ triangul⁹ q̃ erat. a.b.c. ⁊ qꝫ anguli. a.f.c. ẽ eq̃lis angulo. e. ⁊ angulus. d.f.e. ãgulo. c. p ypothesiꝫ: erit p primã partem. 28. primi linea. a.f. equidistans. d.e. ⁊ d.f. equidistans. a.c. cõplebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit. g.f. eritqꝫ per. 34. primi. g.a. equalis. d.f. ⁊ g.d. equalis. a.f. quia. ergo per secũdum huius. g.a. ad. a.c. sicut. e.f. ad. f.c. et per eandem. e.f. ad. f.c. sicut. e.d. ad. d.g. erit per. 7. quinti .d.f. ad. a.c. ⁊ per eandem. e.d. ad. f.a. sicut. e.f. ad. f.c. quod est propositum.

Propositio .5.



Omnium duorum triangulorũ quorũ cunctorũ laterũ se se respicientiũ ẽ proportio vna anguli lateribus ꝓportionalibus contenti equi sibi inuicem esse probantur.

Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea ⁊ premissa vnã cõclusionem sicut fecit in secunda ⁊ tertia huius: qꝫ nec eadẽ figuratione nec eisdẽ medijs demonstratur quibus ꝑcedens. Sint itaqꝫ duo trianguli. a.b.c. d.e.f. sitqꝫ proportio. a.b. ad. d.e. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e.f. dico qꝫ angulus. a. ẽ equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo. e. ⁊ angulus. c. angulo. f. constituã super lineam. e.f. in opposita pte trianguli. d.e.f. angulũ. f.e.g. equalem angulo. b. ⁊ angulũ. e.f.g equalem angulo. c. eritqꝫ per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportio. a.b. ad. e.g. ⁊ a.c. ad. f.g. sicut. b.c. ad. e.f. quare. a.b. ad. d.e. sicut ad. e.g. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut ad. f.g. igitur per secundam partem none quinti d.e. est equalis. e.g. ⁊ per eandem. d.f. equalis. f.g. quare per. 8. primi: duo trianguli. d.e.f. ⁊ g.e.f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. g.e.f. est etiam equiangulus triangulo. a.b.c. constat propositum.

Propositio .6.

Omnes duo trianguli quorum vnus angulus vni⁹ vni angulo alterius eq̃lis. lateraqꝫ illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicem equianguli.

Maneat prior dispositio. ⁊ sit solũ angulus. b. equalis angulo. d.e.f. ⁊ proportio. a.b. ad. d.e. sicut. b.c. ad. e.f. dico adhuc duos triãgulos. a.b.c. d e.f. esse equiangulos: cum enim sit per. 4. huius propter ypothesis p̃misse conclu/

tionis.a.b.ad.c.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.c.g.quare per se cundam partem none quinti.d.e.est equalis.c.g.quia ergo duo latera.d.e.⁊.e,f. trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.c.g.⁊.e.f.trigoni.g.c.f.⁊ angulus.e. vnius angulo.c.alterius:quia vterq; est equalis angulo.b.ipsi erunt per quartam primi equianguli ⁊ quia.c.g.f.est etiam equiangulus.a.b.c.patet propositum.

Propositio .7.

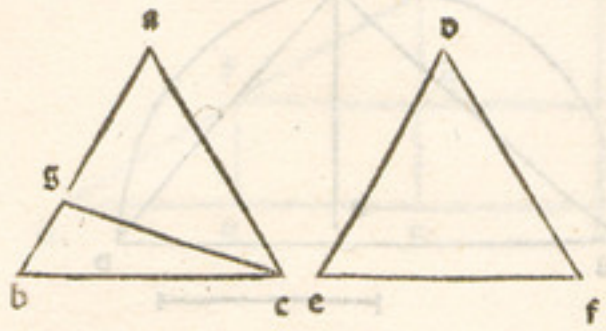
I fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis:duoq; suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti:duorum vero demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.

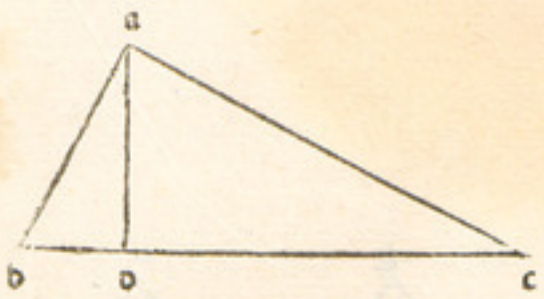
¶ Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq; angulus.a.equalis angulo.d.⁊ proportio a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.⁊ vterq; duoꝝ angulorum.b.⁊.e.aut neuter sit minor recto:dico eos esse equiangulos.Si enim angulus.c.vnius est equalis angulo.f. alterius:patet propositũ per premissam.Sin autem sit.c.maior fiatq; angulus. a.c g.equalis eidem:eritq; per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d. e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.s; sic fuit.b.c ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.⁊.b.c.sunt equales .ergo per quintã primi angulus b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duorũ angulorꝝ.b .⁊.c. fuerit minor recto:accidet duos angulos vnius trianguli nõ esse minores duobus rectis: qõ esse non potest per.32.primi Qõ si vterq; fuerit minor recto:erit ãgulus.a.g.c.maior recto per.13.primi:quare ⁊ angulus.e.sibi equalis est etiam recto maior qõ ẽ contra ypothe.quare destructo opposito remanet propositũ: oportet aũt vtrũq; angulorum reliquorꝝ aut neutrũ esse minorem recto.possibile enim est in eodem triangulo vt in triãgulo.a.b.c.l ncam.g.c.eẽ equalẽ.b.c .⁊ iõ erit.a.c.ad vtrãq; eaꝝ vna proportio per.7.quinti.Nec tamẽ erunt trianguli.a.g.c. ⁊.a. b.c. equianguli quãuis vnus angulus vnius sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angulus.a.⁊ proportio lincę.a .c.put est latus magni ad.a.c.prout est latus pui sicut b.c.latus magni. ad.g.c. latus parui . vtraq; enim equalis : ⁊ hoc est ꝓpter hoc q angulus.g.minoris est maior recto:⁊ angulus.b.maioris minor.Nam in omni triangulo duum equalium laterum vterq; angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Propositio .8.

I ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fiẽt duo trianguli partiales toti triangulo ⁊ sibi inuicem similes. Unde etiam manifestum est quia in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; vtrũq; latus inter totam basim atq; sibi conterminalẽ basis portionem.

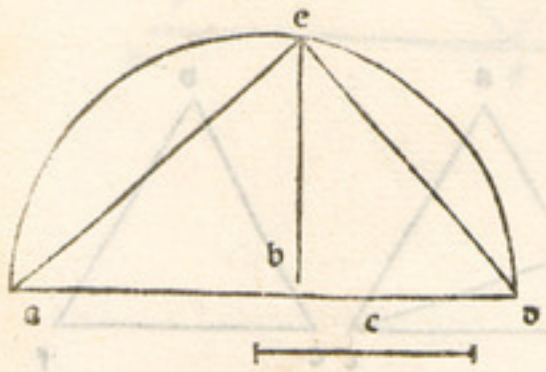
¶ Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusq; angulus.a.rectus a quo ducatur. a.d.





perpendicularis ad basim. dico q̃ vterq̃ duorum triangulorum partialium qui sũ a.b.d.a.d.c. similis est totali triangulo.a.b.c. ⁊ vnus eorum alteri. ē enim vterq̃ ipsorum equiangulus totali per.32.primi. eo q̃ vterq̃ est orthogonius ⁊ in vno angulo cõmunicat cum totali: quare ⁊ sibi inuicem sunt equianguli. ita q̃ angulus b. est equalis angulo.d.a.c. ⁊ angulus.b.a.d. angulo.c. ⁊ duo anguli qui sunt.ad d. sibi inuicem ⁊ angulo.a. totali equales: quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qd̃ est propositum: vtrũq̃ conel'. ex his euidenter apparet.

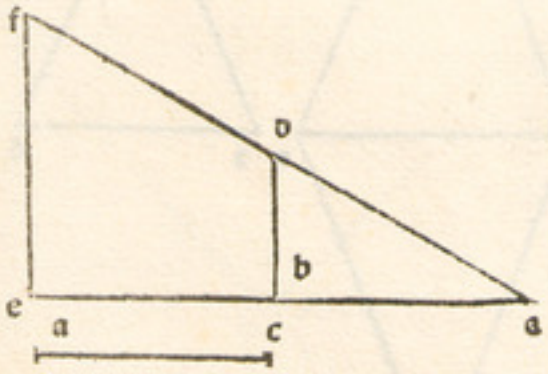
Propositio .9.



Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

Sint due linee proposite.a.b.⁊.c. inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earuz alteri sitq̃ tota ex eis composita.a.d. ita q̃.b.d. sit equale.c. ⁊ super totam describo semicirculum.a.e.d. ⁊ produco .e.b. vsq̃ ad circumferentiam perpendicularem ad lineam.a.d. dico lineam.b.e. esse quē querimus: produco enim lineas.e.a. ⁊.e.d. eritq̃ per.30.tertij angulus.e. totalis rectus: quare per primam partē conel'. premisse ꝓportio.a.b.ad.b.e. sicut.b.e.ad.b.d. qd̃ est propositum.

Propositio .10.



Duabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

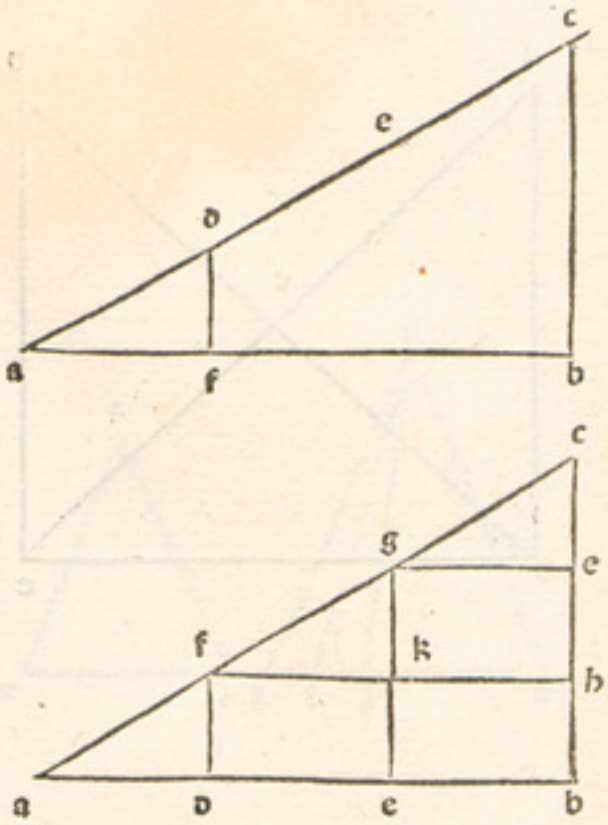
Sint due linee proposite.a.b.⁊.c. quibus volo tertiam in cõtinua proportionalitate subiungere: coniũgo lineam.c. angulariter vt cõtingit cuz linea.a.b. sitq̃.a.d. sibi equalis. ⁊ produco lineã.a.b. vsq̃ ad.e. donec fiat.b.e. equalis.a.d. ⁊ protracta linea.b.d.a puncto.e. duco lineã sibi equidistantemq̃ ⁊ lineam.a.d. produco quousq̃ concurrant in puncto. f. dico igitur lineam.d.f. esse quē querimus. est enim per secundã huius proportio.a.b. ad.b.e. sicut.a.d.ad.d.f. sed.a.b.ad.b.e: est sicut.a.b.ad.a.d. per.2.ptē.7.quinti: quare.a.b.ad.a.d. sicut.a.d.ad.d.f. qd̃ est propositum. Qd̃ si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam. ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secũdaz: ex prima ⁊ secũda fiat linea vna ⁊ toti cõposite tertia: angulariter adiungat̃ ⁊ a cõmuni termio prime ⁊ secunde: ducatur linea ad extremitatē tertie: ⁊ ab altero termino secũde ducat̃ huic linee equidistans: quousq̃ concurrat cum tertia in cõtinuuz rectumq̃ protracta: eritq̃ per secundam huius linea q̃ hec equidistãs abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b. secunda.b.c. tertia.a.d. erit quarta.d.f.

Propositio .11.

A assignata linea quotamcũq̃ iubearis partem abscindere.

Sit.a.b. linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere: coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinite quantitatis que sit .a.c.a qua reseco tres equas portiones.

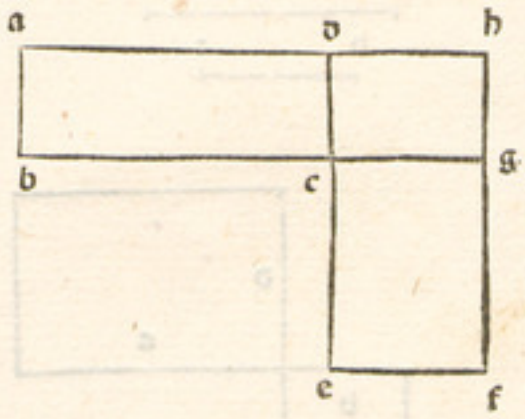
que sint a.d.d.e.⁊.e.c.⁊ produco lineas .c.b.⁊.d.f.sibi equidistãtes.dico.a.f.esse tertiam.a.b.est enim per secundam huius proportio.c.d.ad.d.a.sicut.b.f.ad.f.a quare coniunctim.c.a.ad.d.a.sicut.b.a.ad.f.a.cum igitur.c.a.sit tripla.ad. d.a. patet.a.f.esse tertiam.a.b.quod est propositum.



Propositio .12.

Dabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

Sint duo linee quas angulariter vt continget coiungam.a.b.⁊.a c.sitq3.a.b.diuisa in tres vel qualescũq3 portiones signatis i ea punctis.d.⁊.e.volo secundũ easdem portiones diuidere lineam.a.c.cum igitur ipsas angulariter cõiũxero.protrahã lineã.b.c.⁊ equidistantes.ei.d.f.⁊.e.g dico istas equidistantes diuidere lineam.a.c.in partes proportionales partib⁹.a. b.protraham enim.f.b.equidistantez.a.b.que secet.e.g.in puncto.k.eritq3 per secundã huius proportio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.⁊.e.g.ad.g.f.sicut.b.k.ad.k f.quare ⁊ sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.⁊ scõam partem.7.quinti qõ est ꝓpositũ Oportet autem secũdam huius totiens repetere quot erunt partes linee.a.b. minus vna.At vero.34.primi.⁊ septimi quinti minus duabus.



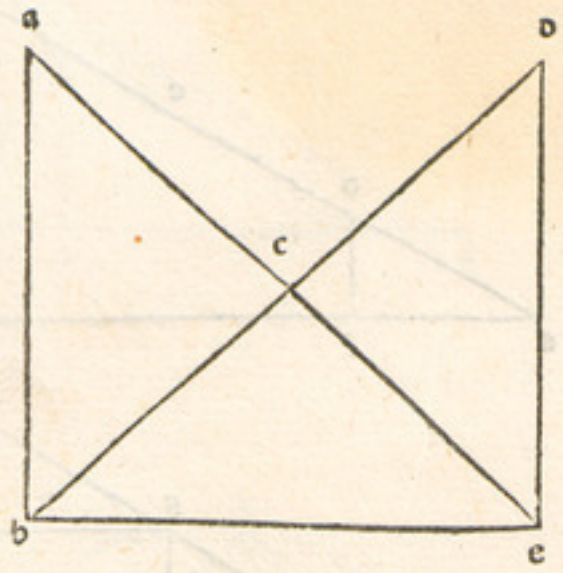
Propositio .13.

Si due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia eẽ Si vero latera duos equos angulos cõtinẽtia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

Sint due superficies.a.b.c.d.⁊.c.e.f.g.equidistantium laterum ⁊ equales. sitq3 angulus.c.vnius equalis angulo.c.alterius.dico ꝓportionẽ.b.c.ad.c.g.esse sicut e.c.ad.c.d.⁊ si ꝓportio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad .c.d. ⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantiũ laterũ esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum.c.vnius cum angulo.c.alteri⁹ ita ꝙ duo latera earum que sunt.b.c.⁊.c.g.fiant linea vna :eruntq3 similiter duo reliqua latera.d.c.⁊.c.e.linea vna.alioquin sequereẽ per presentem ypothe.que est angulum.c.vnius:esse equalem angulo.c.alterius.⁊ per.15.primi:partem cẽ equalem toti.cõplebo itaq3 supficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.⁊.f g.quousq3 concurrant in.b.eritq3 per primam partem.7.quinti vtriusq3 superficici.a.c.⁊.c.f.ad superficiem.c.b.proportio vna:⁊ quia per primam huius ꝓportio superficici.a.c.ad supficiẽ.c.b.sicut linee.b.c.ad lineam.c. g. ⁊ superficici. c.f. ad eandem superficiem.c.b.sicut ·e.c.ad.c.d.manifesta ẽ prima pars proposite cõclusionis.Scõa ꝑs sic p3.ꝙ primã eni huius ẽ proportio.b.c.ad. c.g. sicut.a. c.ad c.b.⁊.e.c.ad.c.d.sicut.c.f.ad eandẽ.c.b.⁊ qꝛ positũ ẽ ꝙ proportio.b.c.ẽ ad.c.g.sicut.e.c.ad.c.d.erit vtriusq3 duaꝝ supficierũ.a.c.⁊.e.g.ad supficiẽ .c.b. vna proportio.ergo per primã partem.9.quinti.a.c.est equalis.c.f.sicq3 patet scõa pars.

Propositio .14.

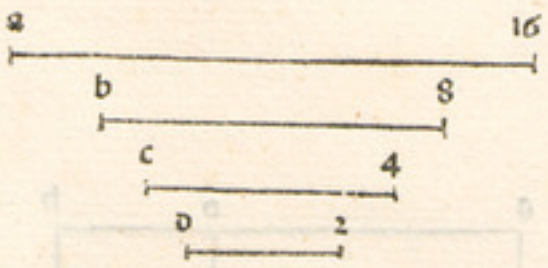
Si duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alteri⁹ equalis eq̃les fuerint:latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia. Si vero latera duos equos angulos cõtinentia fuerint mutekesia duo trianguli eq̃les

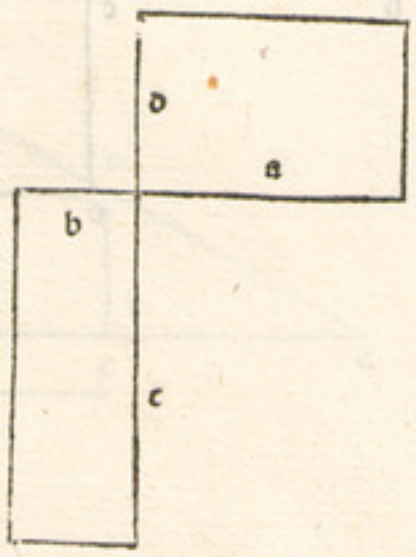


esse comprobantur.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.c.d.e.equales:sitq3 angulus.c.vnius equalis angulo c.alterius:dico proportionem.a.c.ad.c.e.esse sicut.d.c.ad.c.b.⁊ si fuerit ꝓportio a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illos duos triangulos esse equales:coniungam enim eos angulariter ita ꝙ latera.a.c.⁊.c.e.fiant linea vna.eruntq3 similiter.b.c.⁊.c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi:⁊ protraham lineam.b.e.eritq3 per primam ꝑtem 7.quinti vtriusq3 dictoꝝ triangulorꝝ ad triangulum.c.b.c.proportio vna: ⁊ qꝛ per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut.a.c.ad.c.e.⁊ secundi eorum ad eũdem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars ꝓposite conclusionis. ¶ Secunda pars ecõuerso probatur.qꝛ.a.c.ad.c.e.est sicut primi trianguli ad triangulũ.b.c.e ⁊.d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius:⁊ quia positum est vt sit a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.erit vtriusq3 dictorum triangulorum ad triangulũ.b.c.e.vna proportio:quare per primam ꝑtem.9.quinti ipsi sunt equales. sicq3 patet secunda pars.

Propositio .15.

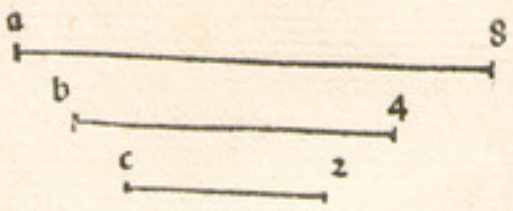




Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima ⁊ vltima rectangulum continetur:equũ erit ei qd̃ sub duabus reliquis. Si vero qd̃ sub prima ⁊ vltima continetur equum fuerit ei qd̃ sub duabus reliquis continetur rectãgulum:quatuor lineas proportionales esse conuenit.

¶ Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales:Sitq3 proportio.a. ad.b .sicut.c. ad.d.dico ꝙ superficies contenta sub.a.⁊.d.equalis est superficiei contente sub.b ⁊.c.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.d.est equalis supficiei contente sub.b. ⁊.c.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d. Fiant eni superficies contenta sub.a.⁊.d ⁊ superficies cõtenta sub.b.⁊.c. Si ergo est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. latera illarum superficierũ erunt mutekesia.sed ⁊ anguli ab eis contenti equales:qꝛ vtraq3 est rectoꝝ angulorũ: quare per scdam partẽ.13.huius ipsi sunt equales quod est primum. ¶ Secõm patet per primam partem eiusdẽ.si enim ipse sunt equales. qꝛ oes anguli earum sunt recti : latera earum erunt mutekesia:quare proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d.quod est secundum.

Propositio .16.



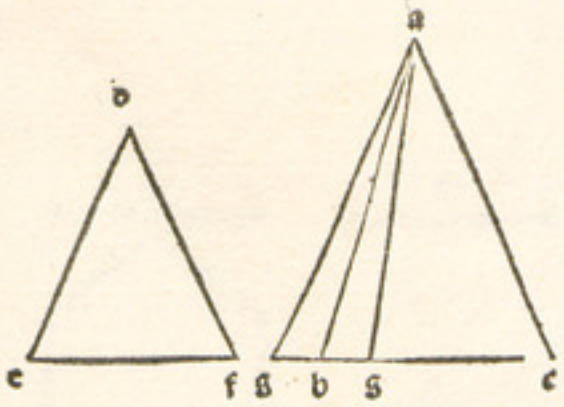
Si fuerint tres linee proportionales qd̃ sub prima ⁊ tertia rectangulus continetur: equũ erit ei qd̃ a secunda quadrato describitur. Si vero qd̃ sub prima ⁊ tertia continetur equum est ei quadrato qd̃ a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

¶ Sit proportio linee.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico ꝙ superficies contenta sub.a.⁊.c.equalis est quadrato.b.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.c.est equalis quadrato.b.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.b.ad.c.hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita ꝙ.b.sit in ratione secunde ⁊ tertie.

Propositio .17.

Si fuerint duo triãguli similes proportio alterius ad alterũ est tanq̃ ꝓportio cuiuslibet sui lateris ad suũ relatiuũ latꝰ alteriꝰ duplicata. Manifestũ etiã ex hoc qꝛ omnium triũ lineaꝝ cõtinue ꝓportionaliũ quãta ẽ prima ad tertiã tanta erit superficies cõstituta sup primã ad superficiẽ cõstitutã sup secũdam. cũ fuerit ei similis in lineatione ⁊ creatione.

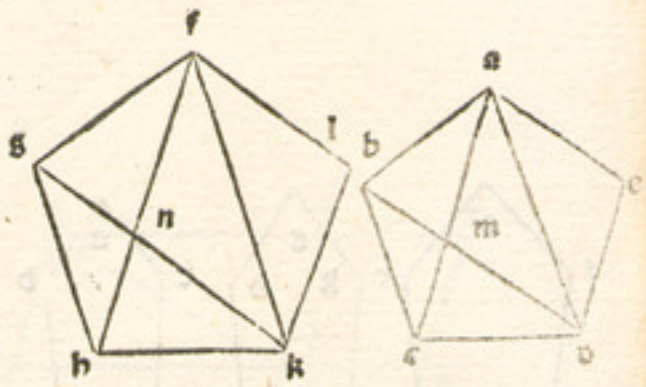
¶ Sint duo trianguli. a.b.c. ⁊ d.e.f. similes erũtq̃ ꝑ diffinitionẽ equianguli ⁊ laterum ꝓportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo. d. ⁊ angulus. b. angulo e. ⁊ angulus. c. angulo. f. eritq̃ proportio. a.b. ad. d.e. ⁊ a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e f. dico q̃ proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. d.e.f. ẽ sicut ꝓportio. b.c. ad. e f. duplicata. Subiũgat̃ enim ꝑ doctrinã. 1 o. huius duabus lineis. b.c. ⁊ e.f. tertia in continua proportionalitate que sit. c.g. ꝓtracta aut resecata. c.b. si. c.g. fuerit ea maiꝛ aut minꝛ ⁊ producatur linea. g.a. eritq̃ per secũdam partem. 14. huius triangulus. a.g.c. equalis triangulo. d.e.f. propter id qõ ꝓportio. a.c. ad. d.f. est sicut. e f. ad. c.g. ⁊ angulus. c. equalis angulo. f. quare per secũdam partem. 7. quinti trianguli. a.b.c. ad vtrũq̃ illorum erit vna ꝓportio: sed per primã huius ꝓportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. a.g.c. est sicut b.c. ad. g.c. At vero ꝓportio. b.c. ad. c.g sicut. b.c. ad. c.f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ꝗ ꝓportio trianguli. a.b. c. ad triangulum. d.e.f. ẽ sicut proportio. b.c. ad. d.f. duplicata qõ est ꝓpositum. Si autẽ. c.g. sit equalis. b.c. erit per secũdam ꝑtem. 14. huius triangulus. a.b.c. equalis triangulo. d.e.f. equalis autẽ ꝓportio cõponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotiensciũq̃ sumpta. Istam eandẽ passionẽ possemus eodẽ modo ⁊ per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterũ similibus sumpta solũ. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autẽ eam. qꝛ per sequentem demõstratur vniuersaliter de omnibus supficiebus similibꝰ. Quare ꝑ corol. q̃ vniuersaliter ꝓponitur de omnibus supsiciebus similibus nõdũ patet nisi de triangulis. sꝫ demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic ⁊ non in sequente quia est corol. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.



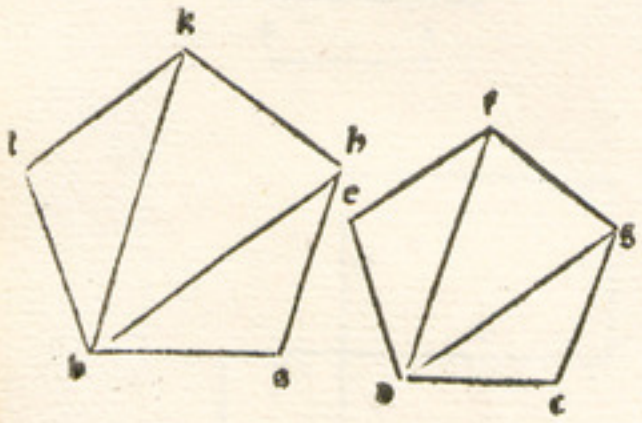
Propositio .18.

Omnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq̃ numero equales. Estq̃ ꝓportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata

¶ Sint gratia exempli duo pentbagoni. a.c. d.f.b.k. sil̃es. dico q̃ ipsi sunt diuisibiles in triangulos sil̃es numero eq̃les. ⁊ q̃ ꝓportio alterius eorum ad alteꝝ ẽ sicut. a.b. ad. f.g. ꝓportõ duplicata. ducãt̃ ei linee due. a.c. ⁊ a.d. itẽq̃ f.b. ⁊ f.k. eritq̃ ꝑ presentẽ ꝟpothe: ⁊ ꝑ. 6. huius triangulus. a.b.c. equiangulus triangulo. f.g.b. ⁊ triangulus. a.c.d. triangulo. f.l.k. Similiter quoq̃ per hãc cõem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa sunt: erit triangulꝰ. a.c.d. equiangulus triangulo. f.b.k. Nam ipsi pentbagoni positi sunt equianguli. ⁊ lateꝝ ꝓportionaliũ: ⁊ qꝛ trianguli in quos diuidunt̃ sunt adinuicẽ equianguli: vt ꝓbatum est. erunt etiã ⁊ sil̃es ꝑ. 4. huius ⁊ diffinitionẽ similiũ supficieꝝ: quare cum ipsi sint numero equales patet primũ. ¶ Secõm sic. ꝓtrahant̃. b.d. que secet. a.c. i puncto



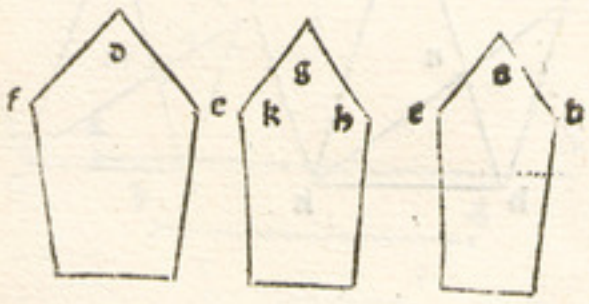
m.⁊.g.k.que secet.f.b.in puncto.n.eritq3 triangulus.b.c.d.equiangulus triangulo.g.b.k.per.6.huius ⁊ presentē ypoth.quare ⁊ triangulus.a.b.m.triangulo .f.g.n.⁊.a.m.d.f.n.k.ergo p.4.huius proportio.b.m.ad.g.n.est sicut.a.m.ad. f.n.⁊ a.m.ad.f.n.sicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.sicut.m.d.ad.n.k.ergo pmutatim.b.m.ad.m.d.sicut.g.n.ad.n.k.sed per primā huius.a.b.m.ad a.m.d.⁊.b.c.m.ad.c.m.d.sicut.b.m.ad.m.d.⁊ per candē.f.g.n.ad.f.n.k.⁊.g.n b.ad.b.n.k.sicut.g.n.ad.n.k.ergo p.13.quinti.a.b.c.ad.a.c.d.sicut.f.g.b. ad.f.b.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.b.sicut.a.c.d.ad.f.b. k.eadē rōne ꝓbabis q ⁊ sicut.a.c.d.ad.f.l.k.ergo p.13.pmi quiti toti⁹ pēthagoni ad totū pēthagonū sicut.a.b.c.ad.f.g.b.per pmissam igitur est proportio penthagoni.a.c.d.ad penthagonū.f.b.k.sicut ꝓportio.a.b.ad.f.g.duplicata qō est ꝓpositū:ex quo rursus patet corol.precedentis. ¶ Aliter pōt demōstrari scōm.cū eni trianguli i quos pethagoni diuidunt sint adinuicem similes: erit per precedētem proportio.a.b.c.ad f.g.b.sicut.b.c.ad.g.b.duplicata.⁊.a.c.d.ad.f.b.k.sicut.c.d.ad.b. k.duplicata. ⁊.a.c.d.ad.f.l.k.sicut.d.c.ad.k.l.duplicata.q: igitur omnes hee ꝓportiōes duplicate sunt equales propter hoc qō positū est simplas esse equales:erit p.13.quinti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut lateris vnius ad suum relatiuum.latus alterius proportio duplicata.



Propositio .19.

Supra datam lineam date superficiei similem superficiem describere.

¶ Sit data linea.a.b.supra quā volo constituere superficiem similē date supficiei que sit penthagona:⁊ sit.c.d.e.f.g. diuido hunc pēthagonū in triangulos ductis lineis.d.f.⁊.d.g.⁊ sup punctū.a.cōstituo angulum equalē angulo.c.ducta linea.a.b.⁊ super punctū.b.constituo alium angulum:qui sit.a.b.h.equalē angulo.c.d.g. ꝓtracta linea.b.h.quousq3 cōcurrat cū a.b.in pūcto.h.eritq3 per.32.primi angulus.a.b.h.equalis angulo .c.g.d. ⁊ ideo per.4.huius latera duoꝝ triangulorꝝ.g.c.d.⁊.h.a.b.ꝓportionalia:facio quoq3 angulum.h.b.k.ducta linea.b.k.equalē angulo.g.d.f.⁊ angulum.k.b.l. ducta linea b.c.equalē angulo.f.e.d.⁊ angulum.h.b.k.ducta linea.h.k.equalē angulo.d.g.f. ⁊ angulum.h.k.l.ducta linea.k.l.equalē angulo.d.f.e.eritq3 perfectus penthagonus qui cōstituend⁹ erat sup lineā.a.b. est eni equiangulus dato penthagono ꝓpter equalitatē angulorꝝ triangulorꝝ in quos est vterq3 diuisus sed ⁊ laterū ꝓportionaliū propter ꝓportionalitatē laterum ipsorū triangulorꝝ que ex.4. huius euidenter apparet:quare per diffinitionem similium superficierū penthagonus constitutus super lineam.a.b.est similis penthagono dato qō est propositum.



Propositio .20.

Si fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

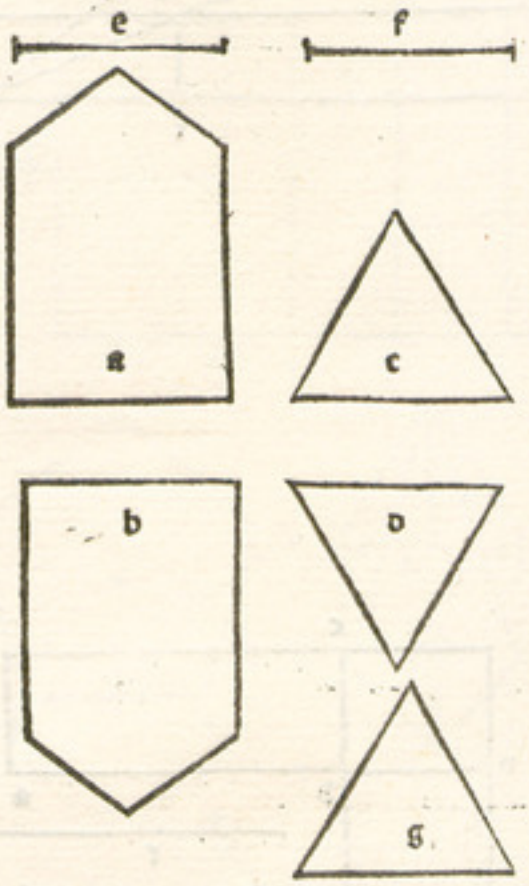
¶ Sit vterq3 penthagonorum.a..b.c.d.e.f.similis penthagono.g.h k.dico eos esse similes sibi inuicem. Est enim vterq3 eorum equiangulus pēthagono .g.h.k.per cōuersionē diffinitōis siliū superficiēꝝ: quare sunt equianguli adinuicē. Similiter quoq3 ꝑ cōuersionē eiusdē diffinitionis

proportio.a.b.ad.g.b.sicut.a.c.ad.g.k.⁊.g.b.ad.d.e.sicut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera penthagonorum.a.b.c.⁊.d.e.f.continentia equos angulos esse proportionalia.per diffinitionem itaq; similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem.quod est propositum.

Propositio .21.

Si fuerint quotlibet linee proportionales atq; sup binas ⁊ binas similes superficies designentur:ipse quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas ⁊ binas similes superficies constitute fuerint,pportionales:ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

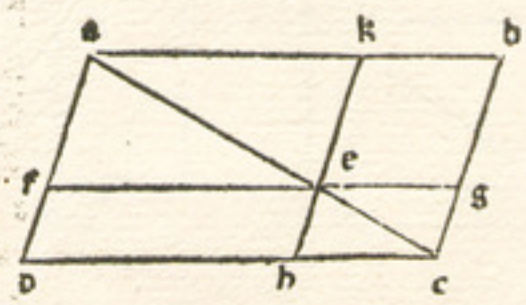
¶ Sint quatuor linee proportionales.a.b.c,d.sitq; proportio.a.ad.b. sicut.c. ad d.dico q̃ si superficies similes constituantur super.a.⁊.b.vtpote duo penthagoni similes ⁊ alie similes constituantur super.c.⁊.d. vtpote duo trianguli similes: erit proportio penthagonorum sicut triangulorum. Qd̃ si fuerint penthagoni similes ⁊ similiter etiã trianguli similes:fueritq; proportio penthagoni ad penthagonum:sicut trianguli ad triangulũ:dico q̃ erit ,pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.Subiungat̃ enim lineis.a.⁊.b.c.⁊ lineis.c.⁊.d.f .in continua,pportionalitate:sicut docet.10.huius.eritq; per.22.quinti ⁊ per equã ,pportionalitatẽ.a.ad.e.sicut.c.ad.f. quia ergo per correl'.17.huius proportio penthagonorum: ẽ sicut.a.ad.e.⁊ triangulorum sicut.c.ad.f.erit proportio penthagonorum sicut triangulorum:⁊ hoc est primũ. ¶ Scdm sic patet.Sint duo penthagoni similes ⁊ duo trianguli sil'es. sitq; proportio penthagonorum sicut triangnlorum.dico q̃ proportio. a. ad.b. ẽ sicut c.ad.d.Sit enim.c.ad.g.sicut.a.ad.b.hoc enim qualiter fiat.dictum est supra.10 huius .⁊ super.g.fiat sicut docet.19.huius.superficies similis illi que est constituta super lineam.c.eritq; per premissam similis ei que constituta est super lineam.d. eritq; etiam per primam partem huius.21.que proportio penthagoni.a. ad penthagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum.g.sed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d.ergo per secundam partem.9.quinti triangulus. d.est equalis triangulo.g.Et quia sunt similes:erit linea.g.equalis linee.d.per primam partem.17.huius cum super lineas.c.d.⁊ .g.sint trianguli:vel per secundam partem 18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule:equalitas eni nõ ,pducit̃ ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex eq̃li.erit itaq; c.ad.d.sicut.a.ad.b.quod est propositum.



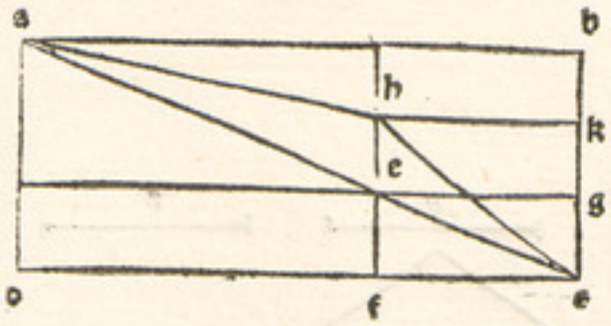
Propositio .22.

Uncte superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti paralellogramo atq; sibi inuicem sunt similes.

¶ Sit vt in paralellogramo.b.d.cuius diameter.a.c. consistant superficies.g.b.⁊.f.k.equidistãtiũ laterũ.circa diametrũ.dico eas cẽ sil'es toti paralellogramo ⁊ sibi iuicẽ.ẽ eni p̃ scdas h⁹ .b.g.ad.g.c.⁊.d.b.ad.b.c.sicut.a.e ad..e.c.ergo coniunctiz.b.c.ad.c.g.⁊.d.c.ad.c.b.sicut.a.c.ad.c.e. q̃re p.11.hui⁹ b.c.ad.c.g.sicut.d.c.ad.c.b.sed etiam sicut.a.b.ad.c.g.cũ.a.b.sit eq̃lis.d.c.⁊.c. g.b.c.eodẽ modo erit .a.d.ad.e.b.sicut.a.b.ad.c.g.⁊.d.c.ad.b.c.quia ergo ista



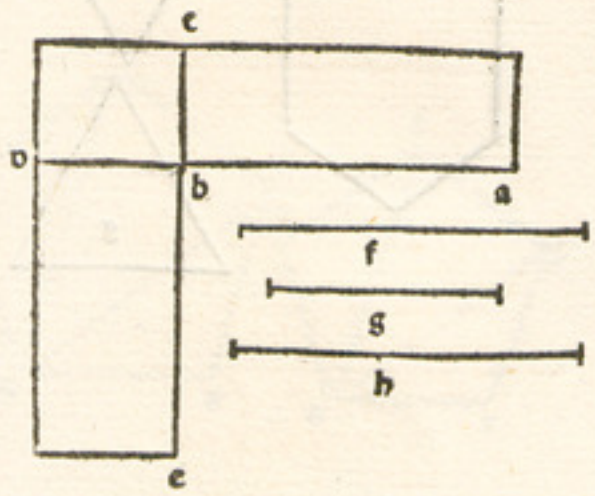
paralellograma sunt equiangula constat per diffinitionē similium superficierū.g.h. esse sile.b.d. Sili quoqz modo ꝓbat.f.k.ēe sile eidē. ꝓpt hoc q.b.a.ad.a.k.z.d.a ad.a.f.ē sicut.c.a.ad.a.e.p scōdz bui⁹ z cōiūctā ꝓportionalitatē:qre p.20.bui⁹.f.k ē etiā sile.g.b.sicqz pz totū.



Propositio .23.

SI in suo spacio palellogramū partiale distinctum toti paralellogramo simile.atqz scōm suū illius esse fuerit:circa eiusdem diametrum consistit.

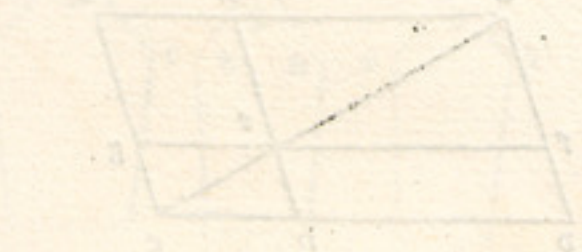
Sit ut in paralellogramo.b.d.sit distinctum paralellogramū. f.g. qō sit sibi simile.z scōm suū ēe.i.participans cū eo in angulo.c. dico q̄ paralellogramū.f. g.consistit circa diametrū paralellogrami .b.d.z. est hec conuersa precedentis.producā enī.a.e.c.que si fuerit diameter paralellogrami.b.d.cōstat propositum.Sin autem sit.a.b.c.diameter eius.z ducat.b.k. equidistans.f. c.eritqz per premissam paralellogramū.f.k.simile palellogramo.b.d.ergo per conuersionē diffinitionis similium superficierū ꝓportio.b.c.ad.k.c.ē sicut.d.c.ad.f.c. sed per eandē cōuersionē dicte diffinitionis ꝓportio.b.c.ad. g.c.ē sicut.d.c.ad.f.c propter id qō palellogramum.f.g.positum est simile paralellogramo.b.d.ergo per 11.quinti proportio.b.c.ad.g.c.est sicut.b.c.ad.k.c.vtraqz enī est sicut.d.c.ad.f.c quare p secūdā ptē none quinti.g.c.est equalis.k.c.pars videlicet toti quod ē impossibile.Erit igitur.a.e.c.diameter palellogrami.b.d.quod est propositum.



Propositio .24.

OMnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis ꝓportio alterius ad alteram ē que ꝓducitur ex duab⁹ proportionibus suorū laterū duos equos angulos ꝓtinentium

Sint due supficies equidistantiū laterū.a.c.z.e.d.sitqz angul⁹.b. vnius equalis angulo.b.alterius. dico q̄ ꝓportio vnius ad alterā ꝓducta est ex proportione.a.b.ad.b.d.z.c.b.ad.b.e.disponā enim has duas supficies penitus sicut disposui eas in..13.huius.adiuncto ad vtrāqz palellogramo.c.d.z ponam ut ꝓportio linee.f.ad lineā.g.sit sicut.a.b.ad.b.d.z.g.ad.b.sicut.c.b.ad.b.e.qualiter enī hoc fiat.dictum est supra.10.huius:eritqz per primā huius.z.11.quinti. a.c. ad.c.d.sicut.f.ad.g.z.c.d.ad.d.e.sicut.g.ad.b.quare p.22.quinti erit in equa ꝓportionalitate.a.c.ad.d.e.sicut.f.ad.b.z quia.f.ad.b.producitur ex.f.ad.g. z.g. ad.b.vt dictū ē in fine expositionis.11.diffinitōis q̄nti.erit ut.a.c.ad.d.e.ꝓducat ex eisdē:q̄re cōstat ꝓpositū.

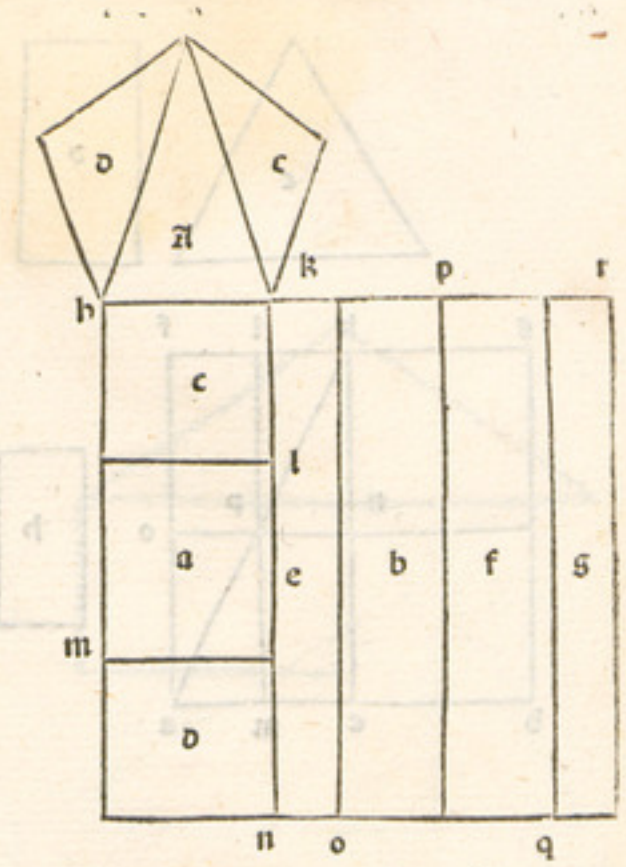


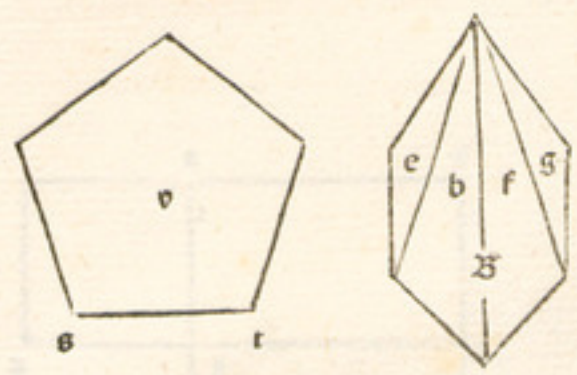
Propositio .25.

DAte supficiei similem alijqz ꝓposite equalem designare.

Sint ꝓposite due supficies rectilinee.A.penthagona.B.exagona. volo facere vnā supficiem silem.a.z equalē.b.vtrāqz ꝓpositarū superficierū resoluo in triangulos.A quidez i triangulos.c.a.d.B.vero i triangulos.e.b.f.g.z sup basim superficiei.a.que sit.b.k.cōstituo secūdū doctrinā.44.primi superficiē equidistantium laterum rectangulam equalem c.que sit.b.l.z.l.m.equalem.a.z.m.n.equalem.d.ut sit tota superficies equidistātium laterum.b.n.constituta super basim .b. k. equalis penthagono.a. Eodem modo super lineam.k.n.que est ꝗm latus huius superficiei constituo aliā superficiem rectangulā eqlem exagono.b.q: facio.k.o.equalem.e.z.o.p.equalē.b.z.p.q equalē.f.z.q.r.equalem.g.vt sit tota rectangula superficies.n.r.equalis exagono.

b.⁊ pono per.9.huius lineam.s.t.proportionalē inter lineam.h. k.⁊ lineā.k.r. ⁊ super eam scōm doctrinam.19.huius constituo superficiem.v. similem superficici a.dico ipsā esse quā querimus ⁊ equalem superficici.b.cum enim tres linee.h.k.s.t. ⁊.k.r.sint continue proportionales.⁊ super primā ⁊ secūdā sunt constitute super/ficies similes videlicet.a.⁊. v.erit per corol.17.huius.a.ad.v.sicut. h.k. ad.k.r. quare per primam huius sicut.h.n.ad.n.r.⁊ ideo per primam partem septime q̄n ti sicut.a.ad.n.r.⁊ propter hoc per secundam partem eiusdem sicut.a. ad.b. itaq; per scōam. partē.9.quinti.v.est equalis.b.qō est propositum. ¶ Qō etiā possum⁹ ex pmutata ꝓportionalitate facile ꝓbare.quia cum sit. a.ad.v.sicut.h.n.ad.n.r. erit permutatim.a.ad.h.n.sicut.v.ad.n.r.⁊ quia.a.est equalis.h.n.erit.v.equa/lis n.r.quare.v.est etiā equalis.b.per hanc cōmunē scientiam:quecunq; vni ⁊ ei/dem sunt equalia inter se sunt equalia. Nō est autē necessariū vt superficies.h. l.l. m.⁊.m.n.equidistantium laterum equales triangulis.c.a.d.aut supficies.k. o.o. p.p.q.⁊.q.r.equales triangulis.e.b.f.g.sint rectangule. sed ut angulus extrinsec⁹ superficici.l.m.sit equalis angulo intrinseco superficici.l.h.⁊ extrinsecus.m.n.in/trinseco.m.l. Similiter quoq; ut extrinsecus superficici.k.o.sit equalis intrinseco superficici.h.n.⁊ extrinsecus.o.p.intrinseco.k.o.sicq; de ceteris. Cum enim sic fue rit erit vnaquaq; linearum.k.n.⁊ sibi opposita.h.m.itemq;.h.r.⁊ sibi opposita.n q.linea vna per vltimam partem·29.primi:⁊ per·14.eiusdem: quotiens oportue/rit equaliter repetitas:propter id qō omnes superficies.h.l.l.m.⁊.m.n. Itemq;.k o.o.p.p.q.⁊.q.r.sunt equidistantium laterum ⁊ angulus extrinsec⁹ cuiusq; sequē/tis est equalis intrinseco eā pcedentis:quare due supficies.h.n.⁊.n.r.erunt equi/distantium laterū ⁊ inter lineas equidistantes.⁊ equalis altitudinis. Cetera ergo argue vt prius:

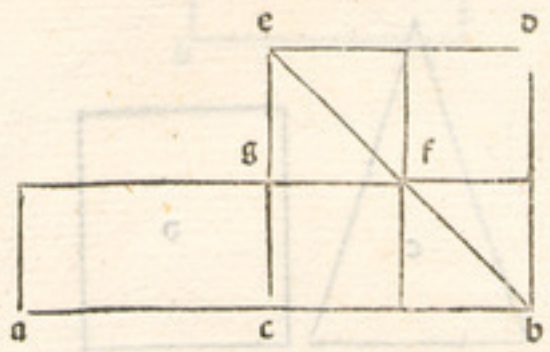


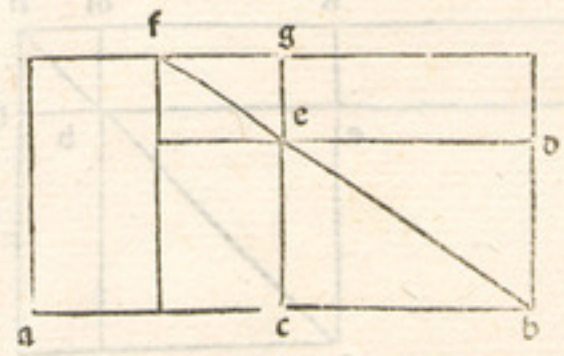


Propositio .26.

Super dimidiū date linee palellogramū designatum ma/ius ē eo palellogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē linee sil'e ⁊ sup diametruz consistens super di midium collocati.

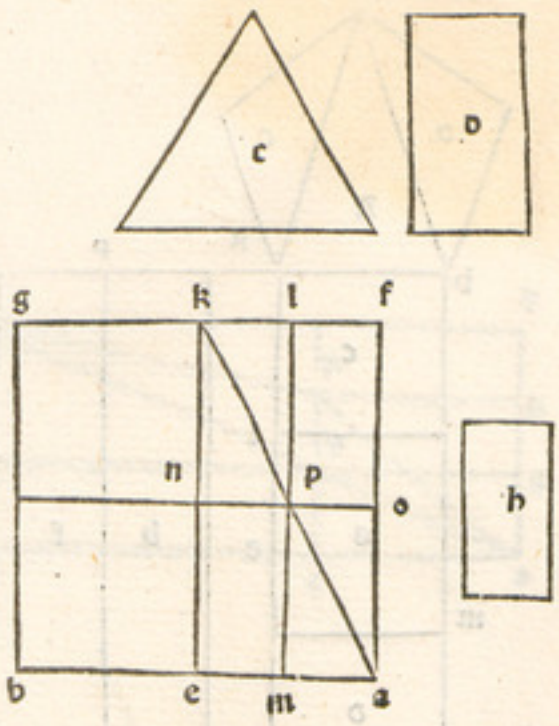
¶ Sit data linea.a. b.sup cuius dimidiū.c.b.cōstituat palellogramū c.d.cuius diameter.b.e.⁊ ad lineā.a.b.applicet palellogramū.a.f.cuius vnū lat⁹ secet.e.c.in puncto.g.ita q̄ ad cōplementū totius linee.a.b. desit supficies. f.b.q̄ sit similis supficici.c.d.⁊ consistēs circa diametrū eius:dico tunc q̄ palellogramū c.d.est maiⁿ palellogramo.a.f. Est enī p primā huius.a.g.equale.g. b.⁊ p.43.pri mi.e.f.equale.f.d.ergo per hāc cōmunē scientiam:si equalibus equalia addas.⁊c. erit gnomo cōstans ex tribus palellogramis q̄ sunt.e.f.f.b.⁊.f.d.eq̄lis palellogra mo.a.f.quare palellogramū.c.d.ē maius palellogramo. a. f.i palellogramo.e.f. qō ē propositū. Idē etiā eēt si supficies.a.f.fieret altior supficie.c.d.vt videre po/tes in secunda figura i qua etiā per primā huius.a.g.ē equale.g.b. demptis itaq; vtriq; duobus supplemētis superficici.f.b.excedet palellogramū.c.d. palellogra/mum.a.f.in palellogramo.f.e.





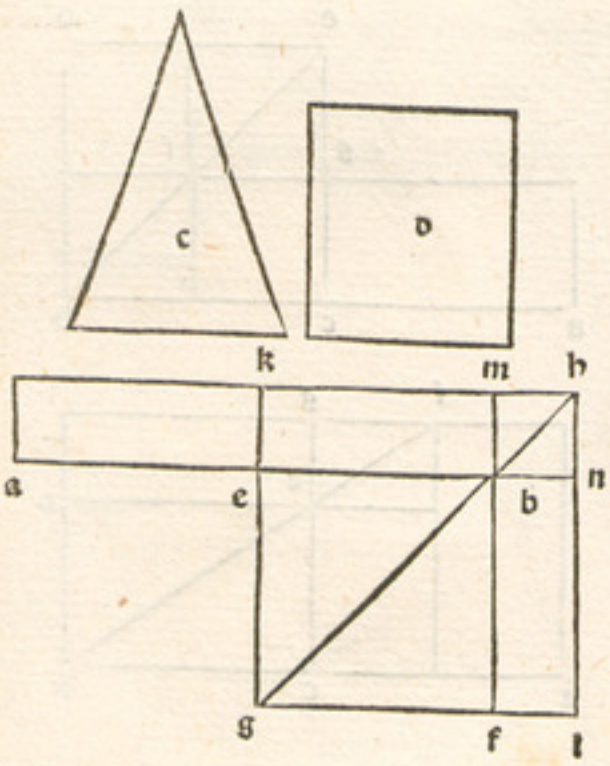
Propositio .27.

Rilatera superficie ꝓposita equū ei sup quēlibet assigna/tā lineā palellogramū designare cui desit ad cōplēdā line am alij supficici ꝓposite sil'e palellogramū qō scōm eiusdē suum esse paralellogramo super dimidium date linee col/locato minime maius existat.



¶ Sit assignata linea.a.b.⁊ propositus triangulus.c.propositūq3 palellogramum d.volo super lineam.a.b.designare palellogramū equale triangulo.c. ita ꝙ desit ad cōplendam lineam.a.b.paralellogramū simile.d.⁊ sit ita conditionatū. ꝙ tri/angulus.c.non sit maior palellogramo simili.d.collocato sup dimidiū linee.a.b. alioquin ad impossibile laboraret per premissam. Diuido igitur lineā.a.b.per e/qualia in puncto.e.⁊ secundum doctrinam.19.huius.super eius medietatem .e.b constituo paralellogramuz.e.f.simile.d. ⁊ complebo super totam lineam.a.b.pa ralellogramū.b.g.quia igitur.c.non est maior paralellogramo. e.f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis.erit palellogramū.e.g:quale intendit p.36.p̄mi coadinuāte p̄ma p̄te.9.⁊ p diffinitionē siliū supficierū ⁊.20.hui⁹. Si aūt mior sit mior in superficie aliq̄ cui eq̄lis ⁊ silis.d.fiat ꝑm doctrinaz.25.huius que sit b.eritqz.b.similis.e.f.per.20.huius.quare per conuersionem diffinitionis equian gula sibi ⁊ proportionalium laterum:protraham igitur in palellogramo.e. f.dia/metrum.b.k.⁊ resecabo latera.k.f.⁊.e.k.superficiei.e.f.ad mensurā laterum sup/ficiei.b.protractis lineis.l.m.⁊.n.o.equidistantibus lateribus superficiei.e. f.se/cantib⁹ se in pūcto.p.vt supficies.k.p.sit equalis ⁊ similis supficiei.b.eritqz p.23. huius punctū.p.in diametro.k.b.protracta itaqz.o.n.vsqz ad.a.g.dico paralello gramū.a.p.esse q̄le ꝓponit. Deest eni sibi ad cōplemētū linee.a.b.pallellogramū p.b.qd̄ per.22.⁊.20.huius est simile palellogramo.d. Sed ipsū etiā palellogramū a.p.est equale triangulo.c. Est enim per primā huius.a.n.equale.n.b. ergo p.43. primi: ⁊ hanc cōmunem scientiaz :si equalibus equalia addas.⁊c.paralellogramū a.p.est equale gnomoni.n.b.l.⁊ quia iste gnomo est equalis triangulo.c. propter id qd̄ paralellogramū.e.f.positum fuit esse maius triangulo.c.in paralellogramo b.qd̄ est equale paralellogramo.k.p.patet propositum.

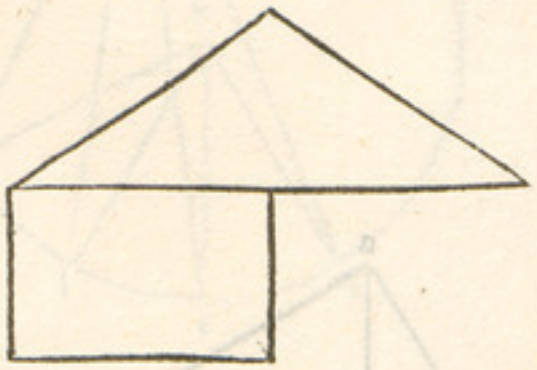
Propositio .28.



Super datam lineam date superficiei trilatere equum pa/ralellogramum constituere .qd̄ addat super cōpletionem date linee superficiem equidistantium lateruz date super/ficiei equidistantium laterum similem.

¶ Sit vt prius data linea.a.b.⁊ datus triangulus.c.datumqz para/lellogramum.d.volo super lineam.a.b.constituere palellogramū equale triangu/lo.c.qd̄ addat super totam lineā.a.b.palellogramū simile.d.diuido lineam. a.b.p equalia in puncto.e.⁊ super eius medietatem.c.b.facio.e.f.similem.d. ꝑm qd̄ do/cet.19.huius. ⁊ ꝑm doctrinam .25.huius.facio.k.l.cui⁹ diametrū.g.b. similem.d ⁊ equalem duabus superficiebus.e.f.⁊.c.eritqz per.20.huius.k.l.similis.c.f. sup/posita igitur superficie.k.l.supficiei.e.f.ita ꝙ ābe cōmunicēt in angulo.g.erit per 23.huius superficies.e.f.consistens circa diametrum superficiei. k.l. quare pūctū b.est in diametro.g.b.cōplebo igitur palellogramū.a.b.qd̄ dico esse quale ꝓpo/nitur.qd̄ cōstat ꝓtractis linea.f.b.vsqz ad.m.⁊ linea.c.b.vsqz ad.n. Est enim per primam partem huius.a.k.equale.k.b.⁊ ideo per.43.primi ē etiā eq̄le.n.f. addi/to ergo vtriqz.e.b.erit p cōez sciam.a.b.equale gnomoni. e.b.f. sed iste gnomo ē equalis triangulo.c.quia paralellogramū.k.l.positum fuit equale duab⁹ superfici ebus.c.⁊.e.f.ergo palellogramū.a.b.ē eq̄le.c.⁊ addit ad cōplemētū linee.a.b.pa lellogramū.m.n.ꝙ p.22.⁊.20.b⁹ ē sil̄e palellogramo.d. q̄re ꝓstat pfectū esse quod

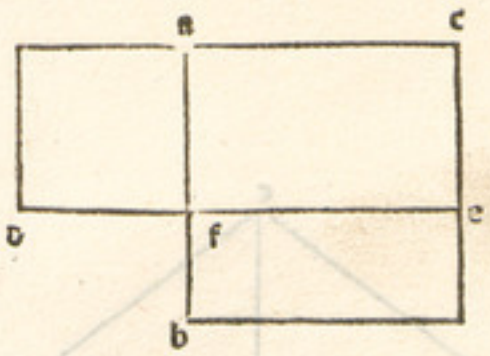
volumus. Possumus aũt ad lineã datã adiungere palellogramũ equale nõ solũ tri atlere superficiei posite. sed ⁊ cuilibet rectilinee figure proposite quecunq; ipsa fuerit cui desit ad cõplendã lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut docꝫ premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante premissam. vel ꝙ addat ad cõplendam lineam superficiẽ equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit cõclusio presens. propositam enim superficiem cui equale paralellogramũ debet ad lineã datam adiungi. qõ addat aut diminuat ad completionem linee paralellogramũ simile paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ⁊ ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. hoc autem qualiter fiat: ⁊ si scire volueris. require. 25. huius. deinde super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum cõstituemus quẽ si. 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ⁊ superficiei proposite: huic ergo triangulo si equale paralellogramũ ad lineam datam adiunxeris qõ addat ad complementum linee aut minuat paralellogramũ simile paralellogramo dato secundum ꝙ docet hic et premissa: quod propositum erat te ꝙfecisse non dubites.



Propositio .29.

Uamlibet lineam propositam secundũ proportionem habentem medium. duoq; extrema secare.

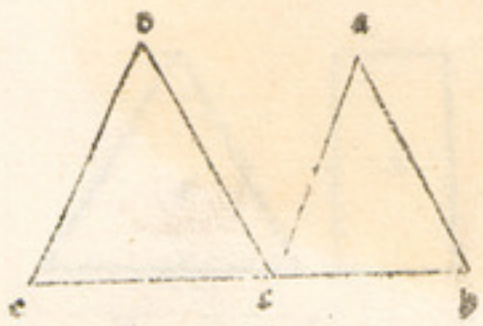
Sit proposita linea. a. b. q̃; volo diuidere secundũ proportionem habentem medium ⁊ duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c. ⁊ ad eius latus. a. c. adiungo ꝑm qõ docet premissa paralellogramũ c. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad cõplementũ linee. a. c. paralellogramũ. a. d. ꝙ sit simile. b. c. sitq; latus palellogrami. c. d. qõ equidistat. a. c. d. e. ⁊ secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineã. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est enim a. d. quadratum propter id qõ est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed ⁊. f. e. est equalis. a. b. propter id qõ est equalis. a. c. per. 34. primi: ⁊ quia. c. d. equale. b. c. dempto vtrũq; c. f. erit. a. d. equale. e. b. ⁊ angulus. f. vnius angulo. f. alterius. ergo per. 13. huius latera sunt mutekesia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ⁊ qꝝ. e. f. est equalis. a. b. ⁊. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. ꝑm qõ docꝫ. 11. secundi: sitq; e. b. qõ continetur sub tota. a. b. ⁊ eius parte. f. b. ita ꝙ. f. e. sit equalis. a. b. ⁊. a. d. sit quadratum. a. f. est itaq; per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. qõ restat arguere ut pri⁹: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum qõ docet. 11. secundi. qõ fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partẽ 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundã ad. f. b. tertiã per diffinitionem itaq; diuisa est. a. b. vt proponitur.



Propositio .30.

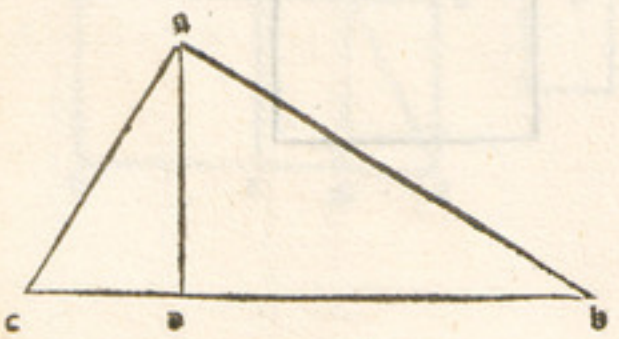
Si fuerint duo trianguli super vnũ angulũ ꝓstituti quorũ duo latera angulũ illuꝫ continentia duobus alijs eorum lateribus equidistẽt. fuerintq; illa q̃tuor latera scõm equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super vnã lineam rectam cõstitutos esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. ꝓstituti sup angulũ. a. c. d. sitq; a. c. equidistãs



d.e.⁊.d.c.a.b..⁊ sit proportio.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico ꝙ due bases eorum.b.c.⁊.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d .quia vterq; eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per presentē ypothe.⁊.6.huius ipsi trianguli sunt equianguli. ⁊ angulus. b. est equalis angulo d.c.e.⁊ angulus.a.c.b.angulo .e.quare per .32.primi:tres anguli qui sunt. ad.c. sunt equales duobus rectis:ipsi eni equant̃ tribus angulis vtriuslibet duorum tri/ angulorum:ergo p.14.primi.b.e.est linea vna:quod est propositum.

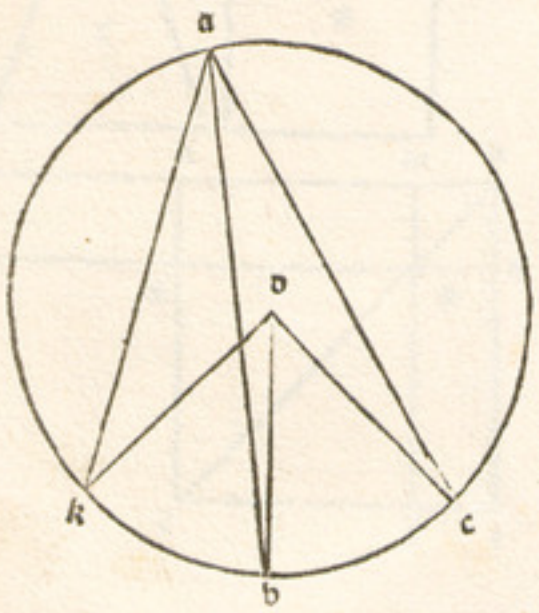
Propositio .31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris ꝙ sub/ tenditur angulo recto equalis est superficiebus duorũ la terum angulum rectum continentium pariter acceptis.cũ fuerint similes ei in lineatione ⁊ creatione:

Qd̃ proponit penultia primi de superficieb⁹ quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tãto vni uersalior quãto superficies laterata q̃drato. Sit itaq; triangulus rectangulus.a b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico ꝙ superficies constituta super latus.b.c .est equalis duabus superficiebus constitutis super.a.b.⁊.a.c. cuꝫ omnes tres super/ ficies fuerint similes in figura ⁊ situ:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c. eritq; per secundã partem coroll̃.8.huius proportio .b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c. ⁊.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b. Si itaq; super quãlibet triũ linearum.b.c.c.a.⁊.a b.fiat supficies similis alijs in figura ⁊ situ.erit per coroll̃.17.huius ꝓportio sup/ ficiei cõstitute sup.b.c p̃mã.ad cõstitutã sup.c.a.scd̃aꝫ sicut.b.c.p̃me ad.d.c.t̃tiã ⁊ itẽ eiusdẽ supficiei cõstitute sup b.c.p̃mã ad cõstitutã sup a.b.scd̃aꝫ sicut.b.c. p̃me ad.d.b.t̃tiã p idẽ coroll̃.q̃re p cõuersã ꝓportionalitatẽ supficiei.a.c.ad supficiẽ.c.b sicut.c.d.ad.c.b.⁊ sil̃r supficiei.a.b.ad sr̃ficiẽ.b.c.sicut .b.d.ad sr̃ficiẽ.b.c.⁊ ponat̃ a.c p̃ma.⁊.c.b.scd̃a ⁊ q̃rta ⁊.c.d.supficies t̃tia.⁊.a.b. supficies quita. ⁊.b.d. supfi cies sexta.⁊ arguat̃ p .24.quiti qd̃ proportio superficiei constitute super.b.c. ad. duas supficies constitutas super.c.a.⁊.a.b.simul.ẽ sicut.b.c.ad.c.d.⁊ .d.b.simul quia igitur .b.c.est equalis duabus lineis.c.d.⁊.d.b.simul sumptis .erit superfi/ cies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.⁊.a. b.simul sũptis:qd̃ est ꝓpositũ. Cõuersam quoq; huius possumus facile demon/ strare per modũ demõstrationis vltime primi.sit eni triangul⁹.a.b.c. sitq; super/ ficies constituta sup.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas line as.a.b.⁊.a.c.sibi similibus.dico ꝙ angulus.a.est rectus:ponã enim angulũ.c.a. d.rectũ.⁊ lineã.a.d.eq̃lẽ.a.b.⁊ claudo sr̃ficiẽ ducta linea.d.c.eritq; p hãc.31.supfi cies cõstituta sup .c.d.eq̃lis duab⁹ cõstitut] sr̃ duas lineas.c.a.⁊.a.d.sibi silib⁹.q̃re etiã cõstitute sup.b.c.sibi sil̃i.hec eni posita ẽ eq̃lis duabus cõstitutis sup.a.b.⁊.a c.sibi sil̃ibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus. a. ẽ rectus qd̃ est propositum.

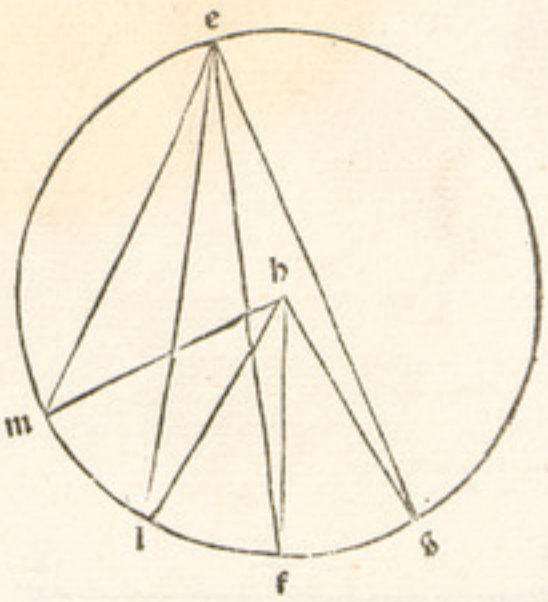
Propositio .32.



Si in circulis equalibus supra centrũ siue supra circũferẽ tiam anguli consistant .erit angulorum proportio tanq̃ꝫ proportio arcuũ illos angulos suscipientium.

Sint circuli.a.b.c.cuius centrũ.d.⁊.e.f.g.cuius centrũ.h. eq̃les: sup quoꝝ centra fiant duo anguli.b.d.c.⁊.f.h.g.⁊ sup eoꝝ circũferẽ tias alij duo qui sint.b.a.c.⁊.f.e.g.dico ꝙ ꝓportio angulorũ tã eorũ q̃ sũt sup cẽtra

q̃z eorum qui super circũferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g.cõtinuabo eni illis duobus arcubus alios arcus equales.siue scõm eundẽ numerum: siue secundũ diuersos: sitq̃z arcus.k.b.equalis.b.c.⁊ vterq̃z duorum arcuum.l.m.⁊.f.l.equalis f.g.⁊ producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.c.⁊.l.e. eruntq̃z per.26.tertij anguli qui sunt ad.d.adinuicem equales. Similiter quoq̃z ⁊ qui sunt ad.b.adinuicẽ equales. Idem etiam de his qui sũt ad.a.⁊ de his qui sũt ad.e. sicut igiẽ arcus.k.c. est multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c.⁊ angulus.k.a.c.anguli.b.a.c.similiter sicut arcus.m.g.est multiplex arcus.f.g.ita angulus.m.b.g.anguli.f.b.g.⁊ angulus.m.e.g.anguli.f.e.g.sed si arcus.k.c.est equalis arcui. m.g. angulus k.d.c.est equalis angulo.m.b.g.⁊ angulus.k.a.c.angulo.m.e.g. ⁊ si maior maiores.⁊ si minor minores per.26.tertij.per diffinitionem itaq̃z incontinue proportionalitatis proportio arcus.b.c.ad arcum.f.g.est sicut anguli.b.d.c. ad angulũ f.b.g.⁊ sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.e.g.quod est propositum. Idem intelligẽ in eodem circulo. ¶ Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.

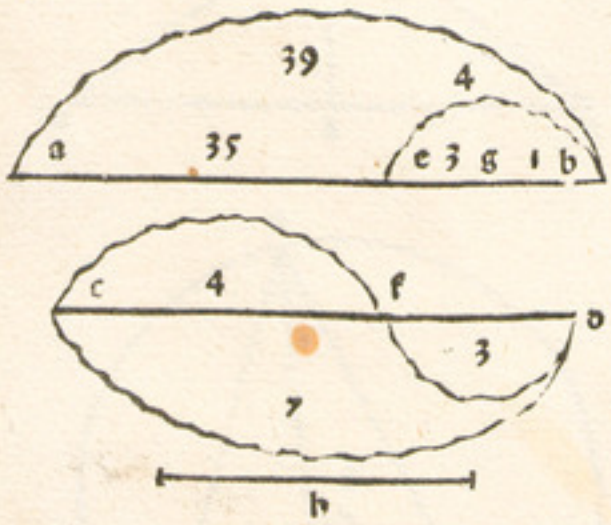


Vnitas est qua vna queq̃z res vna dicitur. ¶ Numerus est multitudo ex vnitatibus cõposita ¶ Naturalis series numerorum dicitur in qua secundũ vnitatis additionem fit ipsorum computatio. ¶ Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habũdat a minore. ¶ Numerus primus dicit̃ qui sola vnitate metitur. ¶ Numerus compositus dicitur quẽ alius numerus metitur. ¶ Numeri contra se primi dicunt̃. qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur. ¶ Numeri adinuicem compositi siue cõmunicantes dicuntur .quos alius numerus q̃z vnitas metitur. nullusq̃z eorum est ad aliũ primus. ¶ Numerus per alium multiplicari dicitur. qui totiens sibi coacernatur. quotiens in multiplicante est vnitas. ¶ Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. ¶ Numerus alium numerare dicitur qui secundũ aliquẽ multiplicatus illũ ꝓducit. ¶ Pars ẽ numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. ¶ Denominãs est numerus secũdũ quẽ pars sumit̃ in suo toto. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. ¶ Prima. simpla numeri pars est vnitas. ¶ Quando duo numeri partem habuerint cõmunem tot partes maioris dicetur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. ¶ Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ẽ maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundũ q̃ eũ continet ⁊ eius partem vel partes. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri cõtinue ꝓportionales dicet̃ ꝓportio primi ad tertiũ sicut primi scõm duplicata ad q̃rtũ vero triplicata. ¶ Cũ cõtinuate fuerit eedẽ vel diuerse ꝓportiones dicet̃ ꝓportio primi ad vltimũ ex omnib⁹ cõposita.

¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidē numeri ad maiorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel partes: prout maior superfluit. ¶ Similes sive vna alij eadem dicūtur proportiones que eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maiorē. Minor autem que minorem. ¶ Numeri vero quorꝫ ꝓportio vna: ꝓportionales appellantur. ¶ Termini sive radices dicunt quibus in eadē ꝓportione minores sumi īpossibile est. ¶ Petitiones sunt quatuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vl multiplices. ¶ Quolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorem. ¶ Seriem numerorum in infinitum posse procedere. ¶ Nullus numerꝫ in infinitū posse diminui. ¶ Cōmunes animi cōceptiones sunt decē. ¶ Omnis pars minor est suo toto. ¶ Quicunqꝫ eiusdē sive equalium fuerint eque multiplices: ipsi quoqꝫ erūt eqles. ¶ Quibus idē numerus eque multiplex fuerit. sive quorūꝫ eque multiplices fuerint equales: ⁊ ipsi etiam erunt equales. ¶ Omnis numeri pars ē vnitas ab ipso denominata. ¶ Omnis pars est minor que maiorē habet denominationē: maior vero que minorem. ¶ Quilibet numerus totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. ¶ Quicunqꝫ numer⁹ in vnitatem ducitur. seipsum producit. Vnitas quoqꝫ in quēcūqꝫ ducta producit eundem. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat duos: numerat quoqꝫ cōpositum ex illis. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat aliquē: numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Quicunqꝫ numerus numerat totum ⁊ detractum: numerat residuum.

Propositio .1

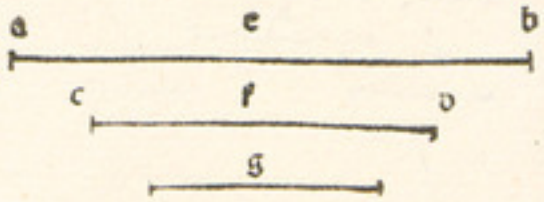
Si a maiore duorum numerorꝫ minor detrahatur. donec minus eo supersit. Ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur: Itēqꝫ a reliquo primo reliquū secundū quousqꝫ minus eo supersit: atqꝫ in huiusce modi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui autem relictum numeret vsqꝫ ad vnitatem: eos duos numeros contra se primos esse necesse est.



¶ Sint duo numeri. a.b. ⁊.c.d. c.d. minor detrahaturqꝫ. c.d. ex. a.b. quotiens potest: ⁊ sit residuum. e.b. qui erit minor. c.d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c d. detrahatur ⁊ ipse. e.b. ex. c.d. quotiens potest. sitqꝫ residuū. f.d. sed ⁊. f.d. detrahatur ex. e.b. quotiens potest: ⁊ si residuum. g.b. ꝙ sit vnitas. dico tunc duos numeros. a.b. ⁊.c.d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cōmuniter per diffinitionē aliquis numer⁹ preter vnitatem qui sit. h. ⁊ quia. h. numerat. c.d. numerabit. a.e. per penultimā cōceptionē: ⁊ quia idem numerat. a.b. numerabit etiam. e.b. per vltimā cōceptionē. ergo ⁊. e.f. per penult. quare ⁊. f.d. per vltimā. ergo ⁊. g.e. per penult. ergo ⁊. g.b. ꝙ vlt. ⁊ quia. g.b. est vnitas. sequit nu/merum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a.b ⁊.c.d. contra se primi quod est propositum. ¶ Qō si duo numeri. a.b. ⁊.c.d. sint contra se primi. non erit in hac mutua detractione status anteqꝫ ad vnitatem p/ueniatur. Et est istud conuersum eius ꝙ auctor proponit. Si autē in hac mutua

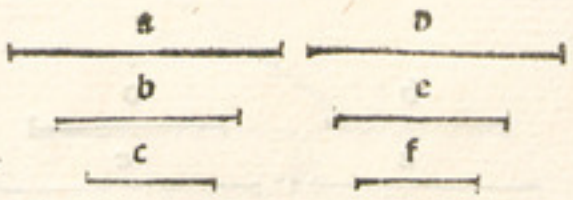
detractione fuerit status anteq̃z peruenia tur ad vnitatem: sit vt.g.b. sit numerus que detrahatur ab.f.d. & nihil sit residuũ. igitur.g.b. numerat.f.d. ergo p penul'. concept. numerat &.e.g. & quia etiam numerat se ipsũ numerabit p antepenul' cõcept. totum.e.b. ergo per penul'. numerat.e.f. sed ostensum est prius q̃ numerat.f.d. ergo per antepenul'. numerat totum.e.d. quare p penul'. numerat.a.e. & q̃ ostẽsum est prius q̃ etiã numerat.e.b. sequitur per antepenul'. vt etiam numeret. a.b. quia igitur numerus.g.b. numerat vtrũq̃z duoꝝ numeroꝝ.a.b. & .e.d. numeri.a.b & .e.d. sunt cõpositi: nõ igitur contra se primi q̃d est contra ypothe. ¶ Per hanc ergo viam propositis quibusq̃z duobus numeris inuestigamus vtrũ ipsi sunt contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniat̃ ad vnitatem. ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̃z perueniat̃ ad vnitatẽ ipsi sunt compositi.

Propositio 2



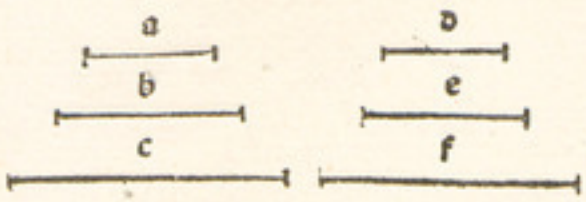
Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cõmunem eos numerante inuenire. Aũ manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numeꝝ maximum ambos numerantem. ¶ Sint duo numeri cõpositi.a.b. & .c.d. mior.c.d. q̃ g̃ numerat eos cõmuniter aliquis numerus p diffinitionẽ. volo inuenire maximũ numerũ eos cõmuniter numerãtẽ. sm modũ & similitudinẽ prioris: minuo minorẽ de maiori quoad possum. videlicet.c.d. de.a.b. & sit residuũ.e.b. itemq̃z.e.b. de.c.d. quoad possum. & sit residuũ.f.d. & quia huius diminutio nõ põt fieri ifinities per vltimã petitionem: nec põt etiã ad vnitatẽ peruenire in proposito per precedentẽ. quia tunc essent numeri ꝓpositi cõtra se primi. q̃d est contra ypoth. sit ut cũ detraxero.f.d. ex.e.b. quoad potero q̃ nihil sit residuũ. dico tunc.f.d. esse maximũ numerum numerantẽ.a.b. & .c.d. Q̃d eni numeret eos patet per penul'. & antepenul'. cõcep. alternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedẽtis. Numerat eni.f.d.e.b. q̃ cum ab ipso detrahitur quoad potest nihil fit residuũ ergo & .e.f. per penul'. cõcep. ergo & .e.d. p antepenul'. quare & .a.e. per penul'. igitur & .a.b. per antepenul'. Q̃d aũt nullus maior.f.d. numeret.a.b. & .c.d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus.g. maior.f.d. numerãs vtrũq̃z duoꝝ numeroꝝ.a.b. & .c.d. quia igitur.g. numerat.c.d. numerabit per penul'. concep.a.e. & q̃ numerat.a.b. numerabit per vltimã.e.b. ergo per penul. numerat.e.f. & quia etiam numerat.c.d. numerabit per vlt.f.d. maior videlicz minorẽ: quod est impossibile. Ex hoc scõo ꝓcessu liquet corol'.

Propositio



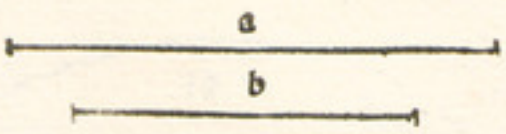
Propositis tribus numeris adinuicem cõpositis maximũ numeroꝝ eos cõiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̃z hanc tertiã cõclusionẽ demõstremus: demõstrandũ arbitramur ipsi⁹ aũs: videlicet ꝓpositis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicẽ compositi. ¶ Sint itaq̃z tres numeri.a.b.c. de quibus volo videre vtrũ ipsi sint adinuicẽ cõpositi. per primã igitur inquiro an duo primi qui sunt.a. & .b. sunt adinuicẽ p̃mi: q̃d si sic nõ erũt.a.b.c. adinuicẽ cõpositi. p diffinitionẽ. Si aũt.a. & .b. sũt adinuicẽ cõpositi: sit per precedentem.d. maxim⁹ numerus eos numerãs: qui si numerat.c. erũt per diffinitionẽ.a.b.c. adinuicez compositi. Si autẽ nõ numerat ipsũ. sz ipsi.c. & .d. quidẽ sunt contra se primi. nõ erunt.a.b.c. adinuicem cõposuti. Nã quicũq̃z numeraret eos: numeraret



etiam.d.p corol'.precedentis.sicq; essent.d.7.c.cōpositi qd̄ est contra ypothe. Si autē.c.7.d.sunt cōpositi erunt etiā.a.b.c.adinuicē cōpositi. Sit enī per premissā e.maximus numerans.c.7.d.qui etiā p penult'.cōcep.numerabit.a.7.b.quare per diffinitionē.a.b.c.sunt adinuicē cōpositi. ¶ Sili quoq; mō scietur ꝓpositis quotlibet pluribus q̄z tribus an omnes sint ad inuicem cōpositi. Propositis itaq; trib⁹ qui sunt adinuicem compositi.qui etiam sint.a.b.c.volo inuenire maximū numerum numerantē omnes. Sūmo ꝑm doctrinā premisse.d.maximū numerantē. a.7 b.qui si numerat.c.ipse est quē querimus.alioquin per corol'.precedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat.c.erūt tamē.c. 7.d.adinuicem cōpositi per ypothe.7 corol'.precedentis 7 diffinitionē. sit igitur maxim⁹ eos numerans.e.dico.e.esse maximum numerantē.a.b.c. Qd̄ enim eos numeret patet per hanc vlt'.ypothe.que est ipsum esse maximū numerantē.c.7.d.7 per penult'.concep. Et q̄ nullus eo maior numeret eos sic patet.sit enim si potest fieri.f. maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cū numeret.a.7.b.numerabit p corol'.premisse.d 7 quia etiā numerat.c.numerabit p idē corol'.c.maior videlicet minorem quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerans.a.b.c.qd̄ ē propositum. ¶ Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos: vnde nō oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est modus 7 ars in tribus 7 pluribus. Ex vltimo aūt huius demonstrationis processu: possumus etiam istud corol'.huic tetric conclusioni adijcere. Vnde manifestum est q̄ omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos: numerat maximum numerantem eos omnes. 7 etiam maximos numerantes binos 7 binos eorum.

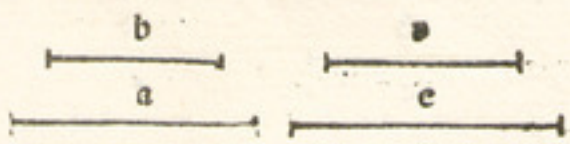
Propositio .4.



Omnium duorum numerorū inequalium minor maioris aut pars est: aut partes.

¶ Sint duo numeri.a.7.b.b. minor. dico q̄.b. est pars vel ptes.a. Aut enī.b.numerat.a.aut nō.si numerat pars eius ē p diffinitionē Si nō numerat ipsum.aut ergo sunt adinuicem primi aut nō: si non sunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem cōmunē: que quotiēs fuerit in.b.tot partes.a.dicetur esse.b.per diffinitionem.si autem sint adinuicem primi: quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata.patet idē per vnitates.

Propositio 5.



Si fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus 7 tertius pariter accepti tota pars secundi 7 quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

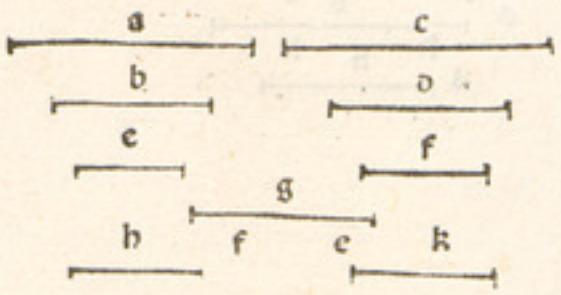
¶ Volens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: partē eius qd̄ proposuit per primā quinti de quātitatibus in genere: proponit per hanc quintā huius septimi de numeris. Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitq; .b.tota pars.a.quota.d.c.dico q̄.b.7.d.pariter accepti sūt tota pars.a.7.c.pariter acceptorū: quota.b.est.a.diuisis enī.a.7.c.scōm quātitatē.b.7.d.argumētare sicut in prima quinti.erit enī ut totidē sunt ptes.a. quot.c.per positionē: 7 ut aggregatū ex p̄ma pte.a.7 p̄ma.c.sit equale aggregato ex.b.7.d.similiter quoq; 7 aggregatū ex scōa pte. a.7 scōa.c. 7 q̄ hec aggregatio

totiens potest fieri quotiens continetur.b.in.a.sequitur vt numerus equalis aggregato ex.b.⁊.d.totiens cõtineat in aggregato ex.a.⁊.c.quotiens. b.continetur in.a.quare constat propositũ.

Propositio 6

Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote ꝑtes secõi quote tertius quarti:erunt primus ⁊ tertius pariter accepti tote partes secundi ⁊ quarti pariter acceptorum. quote primus secundi.

Qõ ꝓposuit premissa de parte: ꝓponit ista de partib⁹. Sint itaq; vt prius quatuor numeri.a.b.c.d.sitq; ut.b.sit tot ⁊ tote ꝑtes.a.quot ⁊ quote .d. ẽ.c.dico q̃.b.⁊.d.pariter accepti erunt tot ⁊ tote ꝑtes.a.⁊.c.pariter acceptorum: quot ⁊ quote.b.est.a.dico aũt tot ⁊ totas:q̃ ꝑtiũ pluralitas duobus numeris diffinitur:quorũ alter numerator dicit alter denominator:ut cũ dicim⁹ tres quinte:ternarius numerat:quinarius denominat.Quia igit.b.est ꝑtes.a. sit vt sint ꝑtes ei⁹ numerate ab.b.⁊ denominate a.k.eritq; similiter ꝑ positionẽ.d.partes.c.numerate ab.b.⁊ denoiate a.k.Vna itaq; ꝑtũ.b.sit.e.⁊ vna ꝑtium.d. sit.f. eritq; per ypothe.e.pars.b .denominata ab.b.⁊ pars.a.denominata a.k. Similiter quoq; ⁊.f.erit pars.d.scõm.b.⁊ ꝑs.c.scõm.k.Cõpositus igitur ex.e.⁊.f. sit.g. eritq; per premissam.g.ꝑs.b.⁊.d .pariter acceptorũ scõm.b. itẽq; per eandẽ erit pars. a.⁊.c pariter acceptorũ scõm.k.quare per.16.diffinitionẽ erunt.b.⁊.d.pariter accepti ꝑtes.a.⁊.c pariter acceptorũ numerate ab.b.⁊ denoiate a. k.eo q̃ eorum cõmunis pars est.g.minoris ꝑm.b.⁊ maioris ꝑm.k.⁊ quia sic erat.b.a.constat ꝓpositum.

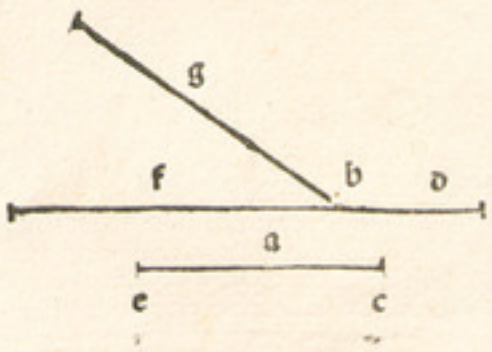


Potes autẽ ⁊ per hanc ⁊ premissã qõ ꝓponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare:q̃ si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cõparentur fueritq; singule singulorũ tota pars aut partes:quota vel quote primus scõi:erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut ꝑtes omnium pariter acceptorũ quota vel quote primus scõi.qõ facile probatur ꝑ hanc ⁊ premissam: quotiens oportuerit repetitas.Et si crederemus esse intentionẽ euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationẽ eorũ:que hic proponit ex.13.quinti:facile demõstrassem⁹ hanc sextam .Nunc autem q̃ videt oppositũ aliter eni superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere.Necesse habuimus proprijs vti demonstrationibus tanquã ex prioribus nihil sumentes:solis huius septimi contenti principijs:propter qõ ⁊ petitiones ⁊ cões animi cõceptiones ꝓpositi proprias nõ incõuenienter huius septimi principio apposuimus.

Propositio .7.

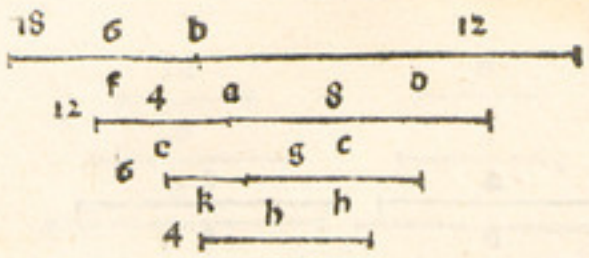
Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrahaturq; ab ambob⁹ ipsa ꝑs: erit reliquus tota ꝑs reliqui quota totus totius.

Qõ proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti.de quantitatibus in genere.Sit itaq; ut quota pars est totus.a.totius.b.tot⁹ sit.c.detractus ab.a.d.detracti .a.b. dico q̃ tota erit.e.residuus.a.f.residui.b.quota est totus.a.totius.b.⁊ hec est quasi cõuersa quinte.Sit enim ꝑ petitionẽ .e.tota ꝑs .g.quota.c.est.d.eritq; ꝑ.5.tota ꝑs.a.cõpositi ex .g. ⁊.d.quota est.c.d.quare ⁊ quota ẽ.a.b.igit per scõam cõceptionẽ cõpositus. ex.g ⁊.d.est equalis.b.dempto itaq; ab vtroq; numero.d.erit.g. equalis.f. quare erit



.tota pars.f.quota est.a.b.tota enim erat.e.g.quod est propositum.

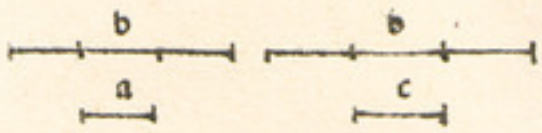
Propositio 8



Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahãtur: erit reliquus reliqui eedẽ partes qui est totus totius.

Hec est quasi cõuersa sexte: vt si sit quot ⁊ quote ptes est totus. a. totius.b.tot ⁊ tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.c.residu⁹.a tot ⁊ tote ptes.f.residui.b.quot ⁊ quote ẽ.a.b. Sit eni.g.vna ptiũ.a.⁊.b.vna partium.c.eritq; ꝓpter ypoth.g.tota ps.a.quota.b.c.⁊ tota.b.quota. b.d.detrahat igitur.b.de.g.⁊ remaneat.k.eritq; k.p pmissã tota pars.e.quota.g. a.⁊ tota.f.p eandẽ quota.g.b.quia igitur.e .⁊.f.habent partẽ cõmunẽ que ẽ.k.erit per.16.diffinitionẽ.e.ptes.f.tot quidẽ quota pars est.k.e.⁊ tote quota est.k.f. ⁊ quia tot et tote erat.a.b.patet propositum.

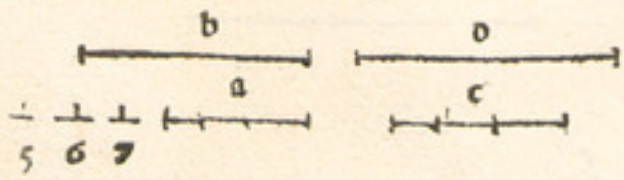
Propositio 9



Si fuerint quatuor numeri quorꝫ prim⁹ scõi tota ps quota tertius quarti: erit pmutatim tota ps aut ptes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

Sit.a.primus tota pars.b.scõi quota.c.tertius.d.quarti.sintq; a ⁊.b.minores.c.⁊.d.aliter eni esset econuerso ei qõ proponit.dico ꝙ quota pars vel ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidant̃ eni.b. quidẽ ꝑm quãtitatẽ.a.d.vero ꝑm.c.eruntq; per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d. ⁊ qr vnaqueq; ptium.b.est equalis.a.⁊ vnaq̃q;.d.c.est autẽ.a.c.ps aut ptes per presentẽ ypoth.⁊ per quatuor erit vnaq̃q; partium.b.sue cõparis ex partibus.d.ut prima prime scõa scõe: sicq; de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est.a.c.per.5.igitur vel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes b.d.quota vel quote est.a.c.quod est propositum.

Propositio 10



Si fuerint quatuor numeri quorꝫ primus tote ptes secũde quote tertius quarti: erit pmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

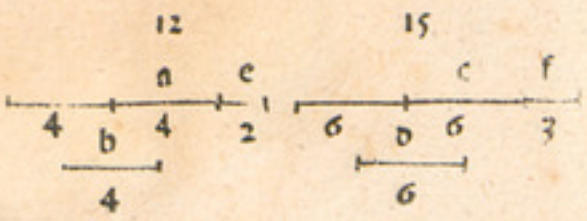
Sint quatuor numeri ut prius quorꝫ similiter minores sint. a.et .b.sitq;.a.tote ptes .b. quote.c. est.d. dico ꝙ quota pars aut ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidantur enim minores in partes illas qui sunt.a. ⁊.c.eruntq; per presentẽ ypoth.tot partes.a.quot.c.⁊ quia vnaq̃q; ex partibus.a est tota pars.b.quota quelibet ex ptibus.c.est.d.hoc cui habemus ex nr̃a ypothe. erit permutatim per premissam: ut quota pars aut ptes ẽ.b.d.tota vel tote sit vnaq̃q; ex partibus.a.sue cõparis ex partibus.c.p quintã igitur vel.6. sub disiunctiõe quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes.b.d.quota vel quote ẽ.a.c. quod est propositum.

Propositio .11.

Si fuerint quatuor numeri ꝓportionales quorꝫ prim⁹ secũdo ⁊ terti⁹ q̃rto sit maior: erit scõs tota pars.aut partes primi quota vel quote quart⁹ tertij. Qõ si scõs fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintq;.a.⁊.c.maiores: dico ꝙ quota ps aut

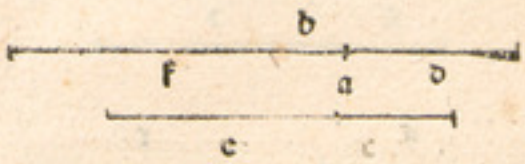
partes est.b.a.tota vel tote est.d.c.⁊ ecōuerso:erit enī p conuersionē diffinitiōis similiū ꝓportionū vt quotiens.b.in.a.totiens sit.d. in.c. ⁊ si qua ps aut ptes.b. superfluunt in.a. tota pars aut ptes.d. supfluant in.c.si itaq; contincat . b.in.a. sine supfluitate ptis:q: totiens sine supfluitate continet.d.in.c.erit per diffinitio/ nē silium ptium:quota ps.b.a.tota.d.c.q̄ si quotienslibet continet.b.in .a.cuꝰ su perfluitate partis:q: totiens continet.d.in.c.cū supfluitate silis ptis distincto .a. ꝑm.b.ut superfluat.e.atq;.c.ꝑm.d.ut superfluat.f.erit tota ps.e.b.quota.f.d. At q: totiens continet.b.in dra.a.ad.c.quotiens.d.in dra.c.ad.f. erit p cōem sciam totiens.e.in.a.quotiens.f.in.c.cū igit.a.⁊.b.habeat.e.ptem cōmunem:siliter.c.⁊ d.f.sit itaq;.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemq;.e.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16.dif/ finitionē.b.tot ⁊ tote ptes.a.quot ⁊ quote.d.c. Si aūt.b.quotienslibet continet in a.cū supfluitate quotlibet ptium:q: totiens continet.d.in.c.cū supfluitate totidem ⁊ similiū ptium:distincto.a.ꝑm.b. vt supfluat.e.siliter.c.ꝑm.d.ut superfluat.f.erit e.tot ⁊ tote ptes.b.quot ⁊ quote.f.d.sumpta itaq; vna ex ipsis argumentandum ut prius:sicq; patꝰ primū. ¶ Scōm sic.sit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d c.dico q̄ erit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.si enī est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis ꝑm partes illas patebit totiens esse.b.in.a. quoti/ ens.d.in.c.⁊ totā partē aut ptes.b.superfluere in.a.quotā aut quote.d.supfluunt in.c.p diffinitionē itaq; est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicq; liquet totum.



Propositio .12.

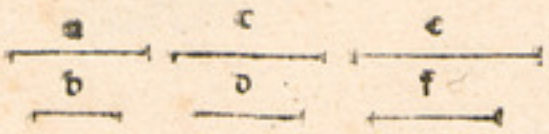
Si a duobus numeris ꝑm suas proportiones duo nume/ ri detrahantur:erit proportio reliqui ad reliquum tanq̄ꝰ proportio totius ad totum.

¶ Qō proposuit euclides in.19.quinti.de quātitatibꝰ in genere:pro/ ponit hic de numeris.vt si sit proportio totius.a .ad totum.b.sicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.e.residui.a.ad.f.residuū.b. sicut.a. ad b. Si enim.a.sit minor.b.erit p presentē ypoth. ⁊ per cōuersionē diffinitiōis.c.to ta pars aut ptes.d.quota vel quote est.a.b. per.7.igitur vel.8.erit. e. tota ps aut partes.f.quota vel quote ē.a.b.per diffinitionē igitur erit ꝓportio vna: qō ē pro/ positū. Qō si.a.sit maior.b.erit per primā ptem p̄misse quota pars aut ꝓtes.b.a. tota vel tote.d.c.quare p.7.vel.8.tota vel tote erit.f.e.itaq; per scōam partē pre/ misse.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare constat propositum. Ledunt aūt huic.7.⁊.8. hec enim sola q̄ ambe ille continet. Volunt aūt quidā scōam partē huius probare per 19.quinti:sed si hoc intenderet euclides:cum ista ꝓponat particulariter qō illa vni uersaliter vane illa demonstrata in quinto ꝓposuisset hanc hic in septimo : ⁊ quia iterum non demonstrāt eam simplīr p.19.quinti. At vero nec modū demonstratio nis illius possunt affirmare ad demonstrationē huius cum illa demonstret i quan titatibus in genere.p ꝓportionalitatē ꝑmutatā que infra demonstratur in nume/ ris. Existimo autem ⁊ rationabiliter conuinci videtur euclidem quē vultū demon/ stratoris arismetici:gratia decimi in quo sine numerorū aliqua precognitione trā/ sire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti tatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstrāda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui q̄ꝰ



ca per que ꝓcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quãtitatum incõicantium difficilia sunt: principia vero numerorũ magis vtro se intellectui applicãt: faciliusq; q̃z illa. Egent eni illa intellectu magis disposito.

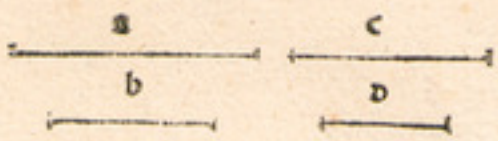
Propositio .13.

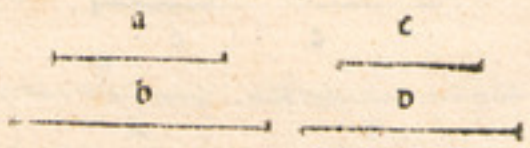


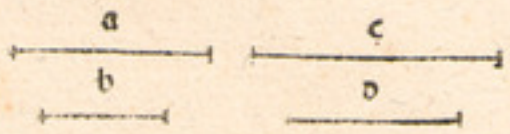
Si fuerint quotlibet numeri ꝓportionales quantus erit vnus aliis ad suũ ꝓsequẽtẽ: tanti erũt oẽs antecedẽtes pariter accepti ad oẽs cõsequẽtes pariter acceptos.

Hoc ꝓponit euclides p.13.quinti de quantitatib⁹ ĩ genere ꝓponit ꝑ hanc de numeris: vt si sint.a.b. ꝛ.c.d.ꝛ.e.f. ꝓportionales dico q̃ q̃ ẽ ꝓportio.a.ad.b.ea est q̃.a.c.e.pariter acceptoꝝ ad.b. d.f.pariter acceptos. Si enim.a.c.e.sint minores.b.d.f.erit per cõuersionẽ diffinitionis quota ꝑs aut partes.a.b.tota vel tote.c.d.ꝛ.e.f. per.5.ergo vel per .6.quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes.a.b.tota vel tote.a.c.e.pariter accepti. b.d.f. pariter acceptoꝝ: quare per diffinitionẽ ꝓportio vna. Si autem.a.c.e.sint maiores b.d.f.erit per primam partem.11.quota pars vel partes.b.a.tota vel tote. d.c.ꝛ.f e.per.5.ergo vel.6.quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes.b.a. tota vel tote.b.d.f.pariter accepti.a.c.e.pariter acceptorum.itaq; per scõam partem.11. proportio.a.ad.b.sicut.a.c.e.pariter acceptorum ad.b .d.f. pariter acceptos: quod est propositum.

Propositio .14.







Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoq; proportionales erunt.

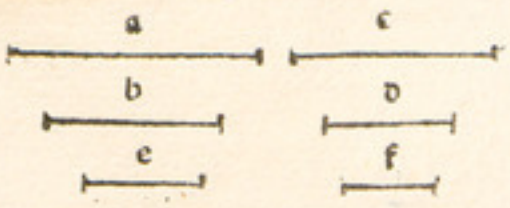
Modũ arguẽdi qui dicitur proportionalitas permutata quã demonstrauit euclides per.16.quinti in quãtitatibus in genere: ꝓponit hic demonstrandũ i numeris: vt Si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d erit permutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.erit enĩ.a.maior.b.aut minor: sil'r quoq; et maior.c.aut minor. Sit itaq; primo minor vtroq;: erit ergo ꝑ presentem ypothe.et conuersionem diffinitionis.a.tota pars aut partes.b.quota vel quote.c.d.per.9. itaq; vel.10.erit ꝑmutatim.a.tota pars aut ꝑtes.c.quota vel quote.b.d.quare per diffinitionẽ proportio vna. Sit igitur.a.maior vtroq; :eritq; per primam partem 11.vt quota pars aut partes est.b.a.tota vel tote sit.d.c. quare per.9. vel.10.tota pars aut ꝑtes erit.b.d.quota vel quote.c.a.igitur per scõam partẽ .11.erit.a.ad.c. sicut.b.ad.d. Sit tertio.a. maior.b.ꝛ minor.c.eritq; ꝑ primã ꝑtẽ.11.tota pars aut ꝑtes.b.a.quota vel quote.d.c.quare per.9.vel .10.quota vel quote est.a.c. tota vel tote erit.b.d.per diffinitionẽ itaq; ꝓportio vna: Vltimo quoq; sit.a.minor.b. maiorq;.c.eritq; vt tota pars aut partes sit.c.d.quota vel quote est.a.b. per.9. itaq; vel.10.erit tota vel tote.d.b.quota vel quote.c.a. quare per secundã partem.11.b ad.d.sicut.a.ad.c.sicq; constat propositum: huic autẽ cedũt.9.vel.10 . qꝛ hec sola qõ ambe ille proponit.

Propositio .15.

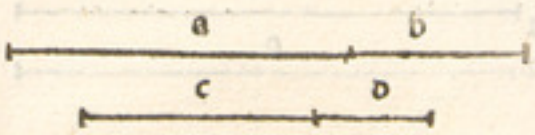
Si fuerint quotlibet numeri alijq; scõm eorum numerum omnesq; duo ex prioribus scõm proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportione equalitatis proportionales erunt.

Modũ arguendi qui dicit equa ꝓportionalitas quã demonstrauit euclides p.22.quinti de quãtitatib⁹ in genere ꝓponit hic demõstrãdũ in numeris

directe ꝓportiōalitatis:equā aūt ꝓportiōalitatē quā demōstrauit per.23.quinti:de quātitatibus indirecte ꝓportionalitatis non ꝓponit demōstrādū i numeris:sed eā demōstrabim⁹ infra sup.19.huius. Nec est necessariū ut p̄demōstremus i numeris qd demōstratū ē p.11. quinti de quātitatib⁹ i genere videlz si quotlibz ꝓportiōes i numerisfuerint vni eq̄les vel eedē ipsas cē sibi eq̄les vel easdē .hoc enī manifestū ē per diffinitionē ut si.a.ad.c.⁊.e.ad.f.sit sicut.b.ad.d.erit tam.a.c.q̄z.e.f.tota ꝑs aut partes.quota vel quote.b.d.aut totiens continebit.a.c.⁊.e.f.quotiens.b.d.⁊ tota pars aut partes superfluent.c.in.a.⁊.f.in.e.quota vel quote. d.in.b. q̄ ergo quota pars aut ꝑtes ē.a.c.tota vel tote est.e.f.aut quotiens.a.continet. c.totiens e.f.⁊ quota pars aut partes.c.superfluunt.in.a.tota vel tote.f.in.e.erit per diffi/ nitionē.a.ad.c.sicut.e.ad.f. Sint igitur ut ꝓponitur numeri.a.b.e.⁊ alij totidem c.d.f.sitq̄z.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico q̄ erit in equa ꝓpor/ tionalitate.a.ad.e.sicut.c.ad.f.erit enī per premissam.a.ad.c.sicut.b.ad.d. sed ⁊ b.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.a.ad.c.sicut.e.ad.f.igit̄ per eandē.a.ad.e.sicut.c.ad.f idē erit sumptis plurib⁹:sicq̄z cōstat ꝓpositū. ¶ Q̄m aūt euclides ceteras quatuor species ꝓportiōalitatis que sunt conuersa:coniūcta:disiuncta:euersa :non ꝓponit demonstrandas in numeris:cōueniēs arbitramur ēas quas auctor tanq̄z facile de monstrabiles p̄termisit demonstrare: Primū itaq̄z demonstrabimus conuersā:vt si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q̄ erit ecōuerso.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si enī fuerit.a minor.b.tunc quoq̄z erit.c.minor.d.⁊ tota pars aut partes. a.b .quota vel quote c.d.quare per scōam ꝑtem.11.erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si autem fuerit.a.maior.b. erit quoq̄z ⁊.c.maior.d.⁊ per primam partem.11.b.tota pars aut partes.a.quota vel quote.d.c.per diffinitionem igitur.b.ad.a.sicut.d.ad.c.



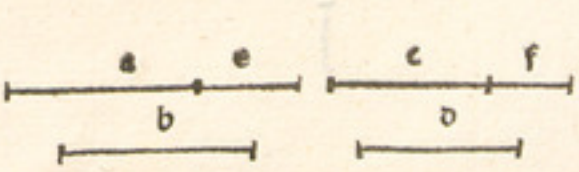
¶ Disiunctam proportionalitatem ostendere. ¶ Vt si sit.a.b.ad. b.si cut.c.d.ad.d.erit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit enim permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b. ad.d.⁊ ꝑ.12.sicut.a.ad.c.q̄ ergo.a.ad.c.sicut.b.ad.d.erit ꝑmutati.a. ad.b. sicut c.ad.d.



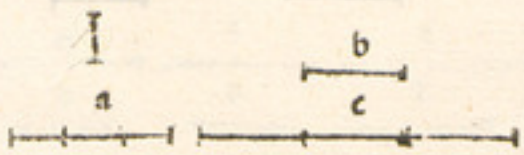
¶ Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre ¶ Vt si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. erit enī ꝑmutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.quare ꝑ.13..a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.ꝑmutatim igitur erit.a b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. ¶ Euersam proportionalitatem restat in nume ris stabilire. ¶ Vt si sit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad c.erit enī ꝑmutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.q̄re ꝑ.12.sicut.a.ad.c. permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c.patet itaq̄z totum. Ex his quoq̄z leue ē demon strare i numeris q̄ euclides ꝓponit ꝑ penulť.quiti de quātitatib⁹ i genere videlz q̄

¶ Si proportio primi ad scōm fuerit sicut tertij ad q̄rtū quinti quoq̄z ad secundum sicut sexti ad quartum:erit proportio primi ⁊ quinti pa/ riter acceptorum ad secundum sicut tertij ⁊ sexti ad quartum.

¶ Vt si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.itemq̄z.e. ad.b.sicut.f.ad.d.erunt.a.⁊.e. pariter accepti ad.b.sicut.c.ad.f.pariter accepti ad.d.erit enim per conuersam proportio nalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut c.ad.f.ergo coniunctim.a.⁊.e.ad.e.sicut.c.⁊.f.ad.f.itaq̄z per equā proportiona/ litatem.a.⁊.e.ad.b.sicut.c.⁊.f.ad.d.quod est propositum. Eodemq̄z modo pro/ babis ecōuerso .si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itēq̄z.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit.b. ad.a. ⁊.e.sicut.d.ad.c.⁊.f.erit enim per conuersam proportionalitatē. a.ad.b. sicut.c. ad.d.quare per equam.a.ad.e.sicut.c.ad.f.⁊ coniunctim.a.⁊.e.ad.e.sicut. c.⁊.f.

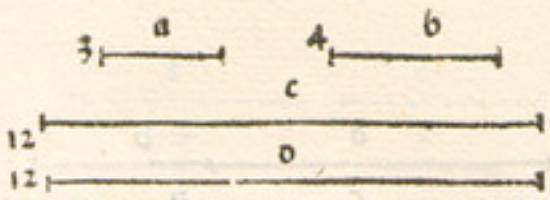


ad.f.igitur ecōuerso.e.ad.a.ꝛ.c.sicut.f.ad.c.ꝛ.f.per equā itaq; proportionalita/
tem erit. b.ad.a.ꝛ.c.sicut.d.ad.c.ꝛ.f.qd erat ꝓpositū.Ex hoc quoq; manifestū ē
q; si fuerit ꝓportio quotlibet numeroꝝ ad primū sicut totidem alioꝝ ad scōm.erit
aggregati ex omnibus antecedentibus ad ꝑmū: ad ꝑmū sicut aggregati ex oibus
añtib⁹ ad scōm:ad scōm.itēq; ecōuerso si fuerit ꝓportio ꝑmi ad quotlibet numeros
sicut scōi ad totidē alios:erit primi ad aggregatū ex oib⁹ ꝓñtib⁹ ad ipsū:sicut scōi
ad aggregatū ex oib⁹ ꝓñtib⁹ ad ipsū. Propositio .16.



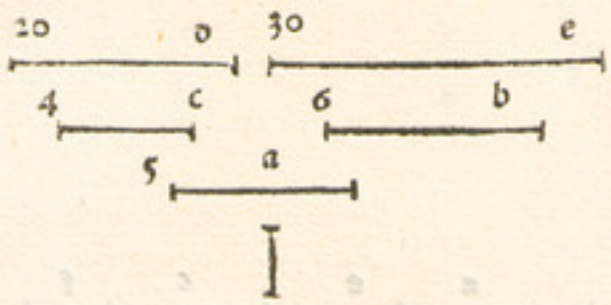
Si numeret vnitas aliquē numeꝝ quotiēs quilibet tertius
aliquē quartū:erit quoq; ꝑmutati ut quotiēs vnitas nume
rat tertium totiens secūdus numeret quartum.

¶ Vt si sit vnitas ad.a.sicut.b.ad.c.erit ꝑmutatim vnitas ad. b.si/
cut.a.ad.c. Non supfluit aūt hec demonstrata ꝑmutata ꝓportione:
non enī ex illa pōt cōcludi qd hic proponitur. Nā illa demonstrata est de.4.nume
ris ꝓportionalibus:vnitas vero nō est numerus ꝑ diffinitionē:hoc ergo mō pate
at propositum.diuidat.a.ꝑ vnitates ꝛ.c.ꝑm quātitatem.b.eruntq; per presentem
ypothe.tot ꝑtes.a.quot.c.ꝛ quia vnaq̄q; partiū.a .est vnitas ꝛ vnaq̄q; ꝑtium.c.
est equalis.b.erit ut quotiens vnitas in.b.totiens vnaq̄q; ꝑtiū.a.in sua cōpari ex
ꝑtib⁹.c.ꝑ modū itaq; demōstratiōis.5.sequet totiens esse.a.in.c.quotiens vnitas
in.b.qd est propositum. Propositio .17.



Si duorum numerorum vterq; ducatur in alterum :qui in/
de producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex.a.in.b.pueniat.c.ꝛ ex.b.in.a.pueniat.d.erunt.c.ꝛ.d
equales:cū enī.b.multiplicatus ꝑ.a.ꝓducat.c.erit ꝑ cōuersionē diffi
nitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.ergo ꝑ premissam erit.a.in.c.
quotiens vnitas in.b.ꝛ qꝛ totiens est.a.etiā in.d.qꝛ ex.b.in.a.fit.d.sequitur ut to
tiēs sit.a.i.c.quotiēs in.d.ꝑ concept.igitur.c.ꝛ.d.sunt similes. Possumus quoq;
hanc conclusionem alio modo ꝓponere:si duoꝝ numeroꝝ vterq; ducat in alterū
idē numerus vtrobiq; pueniet:vt si ex.a.in.b.pueniat.c.idē etiā ex.b.in.a. pro/
ueniet:qꝛ enī ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius ꝑ cōuersionē diffinitionis.b.in.c.quoti/
ens vnitas in.a.Et permutatim ꝑ premissam.a.in.c. quotiens vnitas in. b. quia
igit.a.totiens sibi coacerua in.c.quotiens in.b.est vnitas:sequit ꝑ diffinitionem
q; ex.b.in.a.fit.c. Propositio .18.



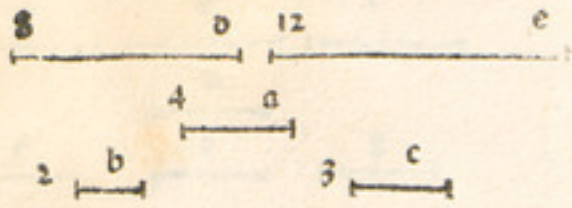
Si vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoꝝ inde
productorum alter ad alterum:quantus duorum multipli
catorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet.a.vtrūq; duoꝝ nūcroꝝ.b.et.c.ꝛ pueniāt.d.ꝛ.c.dico
q; erit ꝓportio.d.ad.e.sicut.b.ad.c.sequit enī ꝑ cōuersionē diffini/
tionis eius qd est multiplicari ut.b.in.d.ꝛ.c.in.e.fit quotiens vnitas in.a. quare
ꝑ diffinitionē ꝓportio.d.ad.b.ē sicut.e.ad.c.equaliter enī eos continent. qꝛ quo/
tiens.a.vnitatē:ergo permutatim.d.ad.c.sicut.b.ad.c.quod est propositum.

Propositio .19..

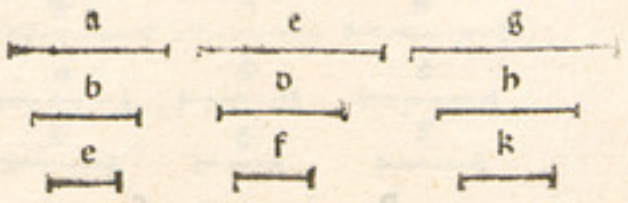
Si duo numeri vnum multiplicent :erit proportio duorū
inde ꝓductoꝝ tanq̄; duorum multiplicantium.

¶ Ex conuersione antecedentis premisse conduditur hec eadē passio
que in premissa:vt si vterq; duoꝝ numeroꝝ.b. ꝛ.c. multiplicet.a.et



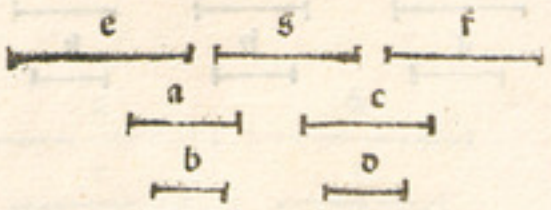
pueniant.d.z.e.erit.d.ad.c.sicut.b.ad c.erit enī p ante p̄missā ut ex.a.in.b.z.c. fiāt.d.z.e:q̄re p premissā.d.ad.e.sicut.b.ad.c.qd̄ ē ppositū: ¶ Potes aūt qd̄ pro ponit p hanc z p̄missā de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare :q̄ si vnus multiplicet quotlibet erit pductoꝝ z multiplicatoꝝ vna pportio. Silr quoqz si quotlibet multiplicēt vnū erit pductoꝝ z multiplicantium vna pportio qd̄ p hāc z premissā quotiens oportuerit repetitas facile pbabis. Hic aūt ut supra pollitici sumus demōstrare volumus equā pportionalitatē in quotlibet numeris duoꝝ or/ dinū indirecte pportionalitatis quā demōstrat euclides p.23.quinti ī quantitati/ bus in genere:dicim⁹ igitur quoniā.

¶ Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoqz in eadem pportione proportionales erunt.



¶ Vt si sit.a.ad.b.sicut.d.ad.f.z.b.ad.c.sicut.c.ad.d.erit.a. ad.c. sicut.c. ad.f. ducatur enī.c.in.d.z.f.z proueniant.g.z.h.eritqz per premissam.g.ad.h. sicut.d ad.f.quare z sicut.a.ad.b.ducat̄.itē.f.in.d.z pueniat.k.eritqz per hanc. 19.g.ad k.sicut.c.ad. f.z qz ex.f.in.d.fit.k. fiet idem ecōuerso p.10.ex.d. in.f. quia igit̄ ex c.z.d.in.f.fiunt.h.z.k.erit p hanc.19.h.ad.k.sicut.c.ad.d.quare sicut. b.ad.c .et qz iam ostensum est q̄ ē.g.ad.h.sicut.a.ad.b.erit p.15.a.ad.c.sicut.g.ad.k.sed sic erat etiam.c.ad.f.est igitur.a.ad.e.sicut.c.ad.f.quod est propositum. Idem pro/ babis si fuerint in vtroqz ordine numeri plures tribus quēadmodum probatur in 23.quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propositio .20.

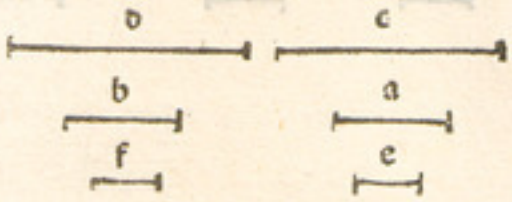


Si fuerint quatuor numeri proportiōales qd̄ ex ductu primi in vltimū pducetur equū erit ei qd̄ ex ductu secundi in tertiū. Si vero qd̄ ex primo ī vltimū pducet̄ equū ē ei qd̄ ex secundo in tertiū:illi quatuor numeri sūt pportiōales.

¶ Quod proposuit euclides per.15.sexti de quatuor lineis pportio/ nalibus: pponit hic de quatuor numeris pportionalibus.verbi gratia. Sit ppor tio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.fiatqz ex.a.in.d.e.z ex.b.in.c.f.dico q̄.e.z.f.sunt equa/ les econuerso:ducatur enim.a.in.b.z fiat.g.eritqz per.18.g.ad.c.sicut.b.ad.d. et qz per.17.ex.b.in.a.fit.g.z ex codē.b.ī.c.f.erit p.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.sed p.14. est.a.ad.c.sicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.sicut.g.ad.e.eq̄les igit̄ sūt.f. z.e. qd̄ est p̄mū. Nec oportet p̄demōstrare si vni⁹ numeri ad duos sit vna pportio q̄ ipsi sūt eq̄les:aut si ipsi sūt eq̄les q̄ vni⁹ ad ipsos sit vna pportio. Si enim est vna pro/ portio.g.ad.e.z ad.f.aut ipse erit tota pars vel partes.e. quota vel quote idem est.f.z tunc per conceptionem patet.e.z.f.esse eq̄les:aut totiens.g. continebit.e. quotiens.f.z superfluent in eo tota pars vel partes.e. quota vel quote in eodem superfluent .f.z tūc etiam per conceptionē patet eos esse equales. Qd̄ si ipsi fue/ rint equales patet per conceptionē q̄ aut.g.erit tota pars vel partes.e.quota vel quote.f.z tunc per diffinitionem erit ipsius.g.ad vtrumqz eorum proportio vna: aut equaliter continebit vtrunqz cum superfluitate similium z tot numero par/ tium: z tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrunqz proportio vna. ¶ Se/ cundū sic patet:sit.e.productus ex.a.in.d.equalis.f. pducto ex.b.in.c.dico q̄ p/ portio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.z est hec conuersa prime partis. Sit enim vt prius

g.qui fit ex.a.in.b.⁊ quia.e.⁊.f.sunt eq̃les.erit.g.ad vtrũq; eorum proportio vna ⁊ quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.⁊ ad.e.sicut.b.ad.e.erit.a.ad.c.sicut.b ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut .c.ad.d. Non proponit autem euclides de tribus numeris continue proportionalibus q̃ ille qui ex ductu primi in tertium p/ ducitur sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit̃ fue/ rit equalis quadrato medij: q̃ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis .hoc eni facile demonstratur per hanc.20.me dio illorum trium numerorum equali assumpto:quẽadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

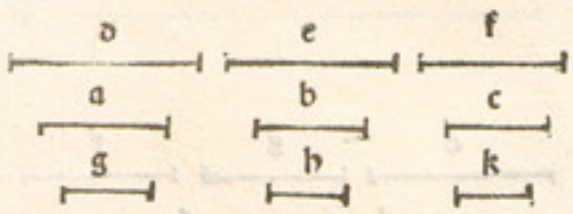
Propositio 21.



Numeri secundũ quãlibet proportionem minimi: nume/ rant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

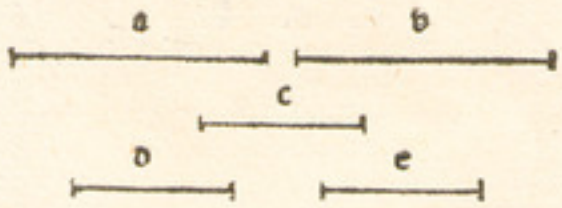
¶ Sint. a.⁊ . b. minimi numeri in sua proportione.sitq; c.ad .d. sicut .a. ad. b.dico q̃ .a.numerat.c.⁊.b.d. equaliter. Cum sit enim a.ad.b.sicut.c.ad. d. erit permutatim. a.ad.c. sicut. b .ad.d. erit igitur .a.c.to/ ta pars vel partes quota vel quote .b .d. si itaq; fuerit pars constat propositum: At si partes sit .e.vna partium.a.⁊.f.vna partium.b.⁊ quia tota pars est.e.c:per ypothe.quota.f.d.erit per diffinitionem proportio.e.ad.c.sicut. f.ad.d. quare p/ mutatim.e.ad.f.sicut.c.ad.d.quare etiam sicut.a.ad.b.non sunt itaq;.a.⁊.b.mi/ ni ni sue proportionis:quod est contrarium positis. Similiter quoq;.

¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis mini mi numerant omnes in eadem proportione quisq; suum correlatiũ equaliter.



¶ At si sint.a.b.c.minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintq; in eadem vel eisdem.d.e.f.ita q̃ sit.d.ad.e.vt.a.ad.b.⁊.e.ad.f.vt.b.ad.c.dico q̃.a. nume rat.d.⁊.b.e.⁊.c.f.equaliter:quia enim est.a.ad.b.vt.d.ad.e.erit permutati.a.ad d.vt.b.ad.e. et quia.b.ad.c.ut.e.ad.f.erit etiam permutatim.b.ad. e.ut.c. ad.f. quare.b.ad.e.⁊.c.ad.f.sicut.a.ad.d.⁊ quia.a.b.c.sunt minores.d.e. f.erit. b.e.⁊ c.f.tota pars aut partes.quota est.a.d. Si itaq; pars constat propositũ .At si par tes sit.g.vna partium.a.⁊.b.vna partium .b.⁊.k .vna.c.eritq; per presentẽ ypo/ the.tota pars.b.e.⁊.k.f.quota.g.d.quare per diffinitionẽ.b.ad.e.⁊.k.ad. f.sicut g.ad.d.permutatim igitur erit.g.ad.b.vt.d.ad.e.⁊.b.ad.k.vt.e. ad. f.quare.g. ad.b.ut.a.ad.b.⁊.b.ad.k.vt.b.ad.c.quia ergo.g.b.k.sunt minores.a.b.c.⁊ i ea dem proportione sequitur contrarium positi.

Propositio .22



Si fuerint duo numeri scõm suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.scõm suaz proportionem minimi. dico q̃ ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ numeret eos.c.ꝑm.d.⁊.e.erit q; per.18. d.ad.e.sicut.a.ad.b.⁊ quia.d.⁊.e.sũt minores .a.⁊.b.se/ quitur.a.⁊.b.non esse sue proportionis minimos:qõ ẽ ꝓriũ positioni. Silr quoq;

¶ Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum ꝓportionum

sive eadē sive diverse fuerint mimi. nullus numerus numerabit omīs.
¶ Ut si sint.a.b.c.minimi in ꝓtinuatione suaꝝ proportionū: dico ꝙ nullus nume
rabit omnes. Sin autem numeret eos.d.a.quidē.ꝑm. c.b .vero ꝑm. f.ꝛ.c. ꝑm.g.
eritq; p.18..e.ad.f.sicut.a.ad.b.ꝛ.f.ad.g.sicut.b.ad.c.qꝛ ergo.e.f.g.sūt minores
a.b.c.ꝛ ꝑm ꝓportionē eorum nō erunt.a.b.c.quales positi sunt: quod ē inconve/
niens. ¶ Quāq; autē nullus numeret.a.b.c.si fuerint minimi: potest tamē esse ut
quoslibet duos ex eis numeret vnus: ductoꝫ etenim quolibet numero in aliquez ad
se primū ac vtroq; eoꝝ in aliquē tertiū ad vtrunq; primū: prouenient tres numeri
quoꝝ quiq; duo erunt cōpositi. Nullꝰ tamē numerabit omīs. Sint enī.a.b.c.tres
numeri quoꝝ quisq; sit primus ad alios: ducatq;.a.in.b. ꝛ.c.ꝛ proueniat. d.ꝛ.c.
itemq;.b.in.c.ꝛ ꝓueniat.f.dico quosq; duos ex.d.e.f.esse adinuicem compositos
tamē nullus numerabit omnes duos quosq; ꝑ esse cōpositos.a.enim numerat.d
ꝛ.e.b.vero.d.ꝛ.f.ꝛ.c.e.ꝛ.f. Qd autē nullus numeret oēs: patebit prius demōstra
to ꝙ.a.est maximus numerans.d.ꝛ.e.b.quoq; maximꝰ numerās.d.ꝛ.f.ꝛ.c.ma/
ximus numerās.e.ꝛ.f.hoc aūt sic cōstat: si enī.a.nō ē maximꝰ numerās.d.ꝛ.e .sit
itaq;.g.numeretq;.d.ꝑm.b.ꝛ.e.ꝑm.k.eritq; p scōam ptē.20.a.ad.g.sicut.b.ad.b
itemq; p eādē.a.ad.g.sicut.k.ad.c.qꝛ ergo.a.est minor.g.erit.b.minor.b.ꝛ.k.mi
nor.c.ꝛ qꝛ.b.ad.k.sicut.b.ad.c.vtraq; enī ē sicut.d.ad.e.p.18.bis assumptā.sunt
autē: b.ꝛ.k.minores.b.ꝛ.c.erit p imediate sequētē ꝛ per hāc ypoth. ꝙ.b.ꝛ.c.sint
ꝓtra se primi reperire minimis minores: qd qꝛ ē impossibile: erit.a.maximꝰ nume
rās.d.ꝛ.e. Eodēq; mō ꝓbabit ꝙ.b.sit maximus numerās.d.ꝛ.f.ꝛ. c.maximꝰ nu/
merās.e.ꝛ.f.siquis ergo numerat.d.e.f.p corell. scōe ter assūptū ipse numerabit
a.b.c.sed quisq; eorū primus erat ad reliquos. Accidit igit ipossibile. Sil' quoq;

¶ Quotlibet numeri quos vnus nō numerat scōm cōtinuationē suaꝝ ꝓportionū sunt minimi. ¶ Ut si sint.a.b.c.quilibet numeri quos oēs nul/
lus numerat. dico ꝙ ipsi sunt in continuatione suaꝝ ꝓportionū minimi. Alioquin
sint minimi.d.e.f.qui p.21.numerabunt.a.b.c.quisq; suū relatiuum equaliter .sit
ergo vt scōm.g.eritq; per.17.vt viceuersa.g.numeret.a.b.c.scōm.d.e.f. quare ac/
cidit ꝓrium positioni.

Propositio .23.

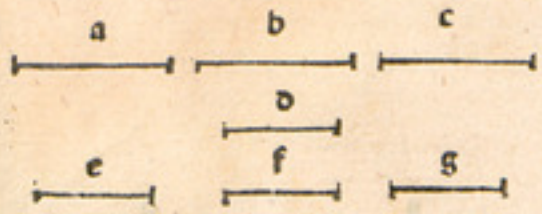
Quilibet numeri ꝓtra se primi sūt ꝑm suā ꝓportōem mimi.
¶ Hec ē cōuersa ꝑmisse vt si duo numeri sint.a.ꝛ.b.ꝓtra se ꝑmi: ipsi
erūt ꝑm suā ꝓportionē minimi: sin aūt sint minimi ī eadē ꝓportiōe
si possibile ē.c.ꝛ.d.cōstat itaq; p.21.ꝙ.c .numerat.a.ꝛ.d.b. eqliter
sit igitur vt scōm.e.erit per.17.vt viceuersa.e.numerat.a.ꝛ.b.a.qui
dem secddū.c.ꝛ.b.scōm.d.non sunt igit.a.ꝛ.b.ꝗ se ꝑmi qd ē ꝗ ypoth.

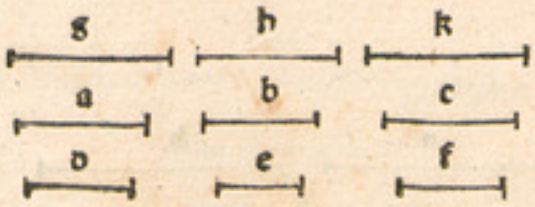
Propositio .24.

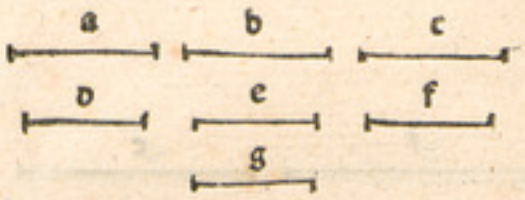
Si fuerint duo numeri cōtra se primi. si quis vnū eoꝝ nu/
meret ad alterū ē primus necessario comprobatur.
¶ Sit.a.ꝛ.b.ꝗ se ꝑmi.c.vero numeret.a.dico ꝙ.c.ꝑmꝰ ē ad.b.alio/
qui nūeret eos.d.q ꝑ penul'.ꝓcept.nūerabit etiā.a. nō sūt g.a.ꝛ.b.
ꝗ se ꝑmi.d.enī numerat ābos.

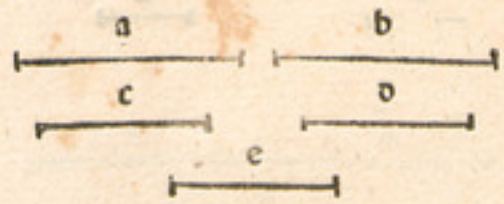
Propositio .25.

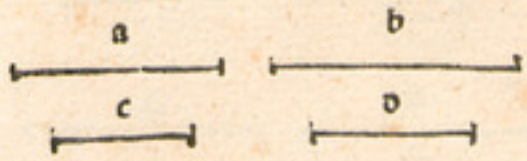
Si fuerint duo numeri ad aliū quēlibet primi qui ex ductu
vnius in alterū ꝓducetur.ad eundem erit primus.
¶ Sit vterq; duoꝝ numeroꝝ.a.ꝛ.b.primus ad.c.ꝛ ex.a.in. b. sit.d
dico ꝙ.d.est primus ad.c.aliter enī numeraret eos.e. d.qdā ꝑm.f.

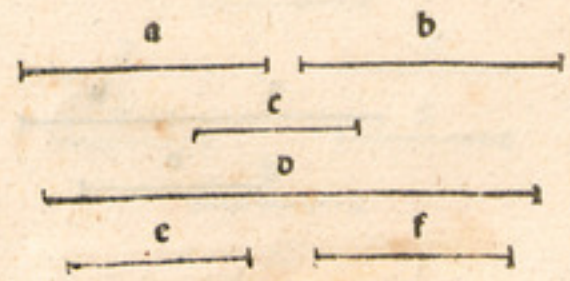




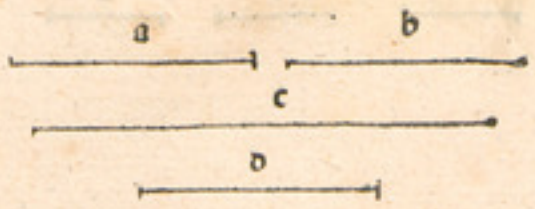








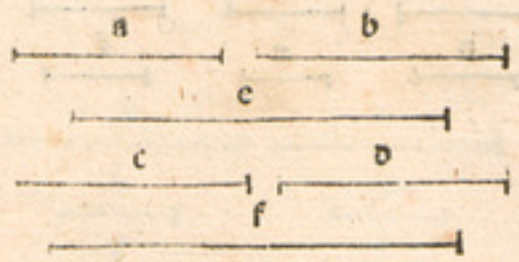
critq3 p scōam ptē.20.a.ad.e.sicut.f.ad.b.⁊ qr. a.⁊.c.sūt p̄mi ⁊ .e.numerat.c.ipse erit p.24.primus ad.a.q̄re p.23.a.⁊.e.sunt scōm suā ꝓportionē minimi:sequit̄ ergo p.21.ut.c.numeret.b.⁊ qr positū ē q̄ ipse numeret.e.nō erunt.b.⁊.c. ꝗ se p̄mi: qd̄ est contra ypothe.



Propositio 26.

Si fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorū in se ipsum producitur ad reliquum est primus.

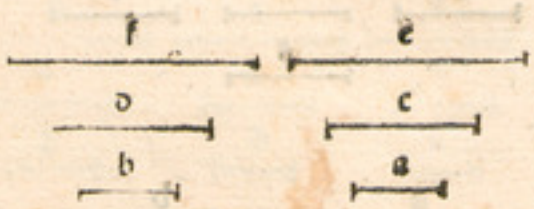
Sint cōtra se primi .a.⁊.b.⁊ ex.a.in se fiat.c.dico q̄.c.primus est ad.b.sit enim.d.equalis.a.eritq3.d.primus ad.b.⁊ ex.a.in.d:fiet.c per premissam igitur patet.c.primū esse ad.b.qd̄ proposuimus.



Propositio .27.

Si duobus numeris ad alios duos cōpatis vterq3 ad vtrūq3 fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

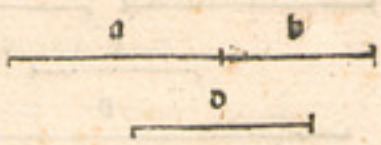
Sint.a.⁊.b.p̄ores.c.⁊.d.posteriores:sitq3 vterq3 duoꝝ.a.⁊.b.primus ad vtrūq3 duoꝝ.c.⁊.d.⁊ ex.a.in.b.fit.e.⁊ ex.c.in.d.f.dico q̄ e primus est ad.f.hoc aūt.25.ter assumpta euidenter conducit:cū enī fiat.e.ex.a.i.b.quorum vterq3 primus est ad.c.⁊ ad.d.erit per ipsam.e.primus ad.c.⁊ item p ipsam primus ad.d.quia item.f.fit.ex.c.in.d.quoꝝ vterq3 prim⁹ est ad.d.erit rursus per ipsam.f.primus ad.e.qd̄ ē ꝓpositū.



Propositio .28.

Si fuerint duo numeri contra se primi ducaturq3 eorum vterq3 ī seipsum: erunt inde producti cōtra se primi. Itē q3 si in vtrūq3 productoꝝ suum ducatur principium: erūt quoq3 producti contra se primi.

Sint.a.⁊.b.cōtra se primi:ducat̄q3 vterq3 in se:⁊ proueniant ex.a quidem.c.ex.b.vero.d.itēq3 ducat̄.a.in.c.⁊ proueniat.e.⁊.b.in.d.⁊ proueniat.f. dico.c.⁊.d.esse contra se primos:itemq3.e.⁊.f.contra se primos:est enim per.26. c.primus ad.b.per eandē igitur erit.d.primus ad.a.⁊ ad.c.sicq3 constat primum qd̄ ē.c.⁊.d.esse contra se primos. Reliquum sic:est enī vterq3 duoꝝ numerorum a.⁊.c.primus ad vtrūq3 duoꝝ.b.⁊.d.itaq3 per.27.erit.e.primus ad.f.qd̄ est reliquum. Non solum autem erit.e.primus ad.f.sed etiā per.25.ad.b. ⁊ ad.d. itemq3 per eandē.f.ad.a.⁊.c.sicq3 si infinities duceret̄ vtrūq3 productoꝝ in suum principium essent omnes producti contra se primi:⁊ non solum sed quilibet eductus ab a.ad quemlibet eductum.a.b.



Propositio .29.

Si fuerint duo numeri contra se primi:qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūq3 eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrūq3 eorū fuerit prim⁹ duo quoq3 numeri adinuicem erunt primi.

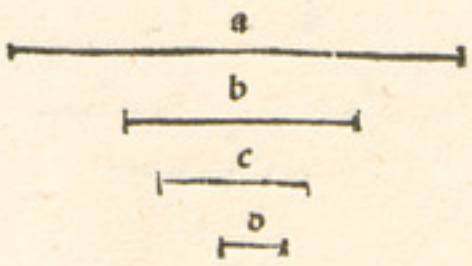
Sint .a.⁊.b.cōtra se primi:dico q̄ ex eis cōpositus.a.b.ad vtrūq3 eorū erit prim⁹ ⁊ ecōuerso.nā si.d.numerat totū.a.b.⁊ altez eoꝝ numerabit p cōez sciaz ⁊ reliquū.q̄re nō erūt ꝗ se p̄mi:sz hoc positū fuerat:pz ergo p̄mū. Scōm sic:sit.a.b .prim⁹ ad vtrūq3 suoꝝ componentium qui sunt. a. ⁊.b. dico q̄.a.⁊.b.

sunt ꝓtra se primi: posito enī ꝙ.d.numeret vtrūq; duorum numeroꝝ.a. ⁊ b.se/quitur per cōem sciam ꝙ etiā numeret.a.b.ex eis cōpositum :quare ad neutrum duoꝝ numeroꝝ.a.⁊.b.erit.a.b.primus:sed positum erat ꝙ esset ad vtrūq;.Acci/dit igitur impossibile.Eodē quoq; mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquū. ideoq; ⁊ coaceruati inter se:sit enī cōposi/tus ex.a.⁊.b.primus ad.a.dico ꝙ erit etiā primus ad.b.alioquin numeret eos.d qui per cōceptionē numerabit ⁊.a.cum numeret totum ⁊ detractum: hoc autē in/conueniens erat enim compositus ex.a.⁊.b.primus ad.a.

Propositio .30.

Omnis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur.

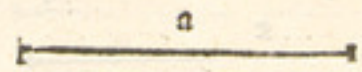
Sit.a.quilibet numerus cōpositus:dico ꝙ aliquis prim⁹ numerat ipsū:q⁹ enī est cōpositus numerabit ab aliquo numero qui sit.b. qui si fuerit primus verū erit qd dicit.si aūt cōpositus sit.c.qui numerat eum:qui etiā per cōem sciam numerabit.a.si ergo vel ipse fuerit pri/mus constat qd dicit.At si cōpositus necessario numerabit eū.alius qui sit. d. qui etiā per cōem sciam numerabit.a.de quo rōcinare vt prius:q⁹ ergo quotiens oc/currit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū:alioquin accidet impossibile ⁊ con/trarium petitioni numerum in infinitum decrescere.



Propositio .31.

Omnis numerus aut ē primus aut a primo numeratur.

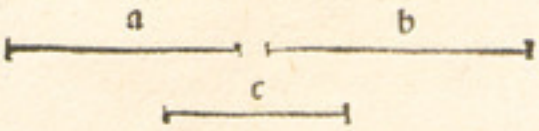
Sit.a.quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a pri mo.quia si non est primus erit cōpositus:quilibet autē talis ab ali/quo primo numeratur per premissam.a.igitur vel primus est vel a primo numeratur:quod proponitur.



Propositio .32.

Omnis numer⁹ primus ad omnē quē nō numerat ē prim⁹.

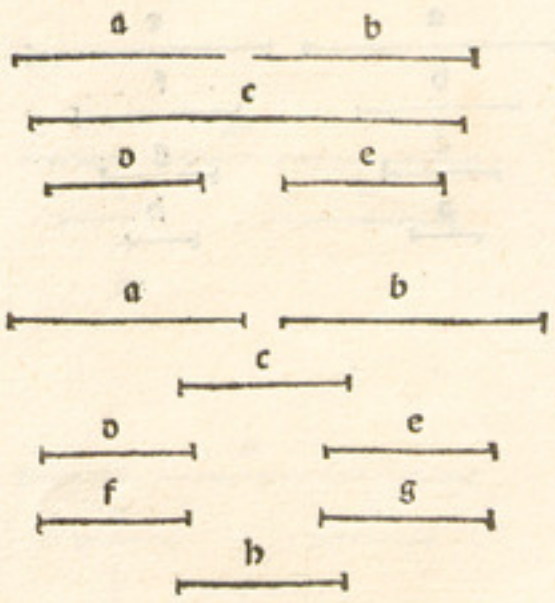
Sit :a.numerus primus non numerās.b.dico ꝙ.a.⁊.b. sūt cōtra se primi.si enī.c.numerat eos nō est verū ꝙ.a.sit primus.



Propositio .33.

Si numer⁹ ex duob⁹ ꝓduct⁹ ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alterꝝ illorꝝ duoꝝ numerare.

Sit.c.productus ex.a.in.b.⁊ sit.d.numerus primus qui ponatur numerare.c.dico ꝙ.d.numerat.a.vel.b.numeret enī.c. ꝑm.c.si er/go nō numerat.a.erit primus ad ipsū ꝑ premissam:⁊ iō erūt ꝑm suā ꝓportionē minimi ꝑ.23.⁊ q⁹.a.ad.d.sicut.c.ad.b.ꝑ scōam ptē.20.sequit ut.d. nu/meret.b.ꝑ.21.qd est propositū. Ut manifestū ē ꝙ si aliquis numerus nu/merat ꝓductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabi lis quoq; erit alteri eoꝝ.

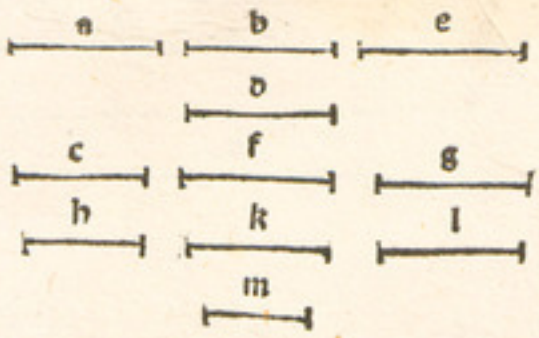


Propositio .34.

Numerus ꝑm ꝓportionē nūeroꝝ assignatoꝝ minimos in/uenire. Unde manifestū ē maximū numeꝝ duos cōiter numerantē ꝑm minimos illius ꝓportionis eos numerare

Sint.a.⁊.b.numeri propositi ꝑm quorum proportionē volumus inuenire minimos.si ꝗ fuerit ꝗ se ꝑmi sūt ꝗles inqrim⁹ ꝑ.23.si aūt cō/positi sumat: vt docet scōa maxim⁹ eos cōiter numerās q sit.c.numeretq; eos ꝑm

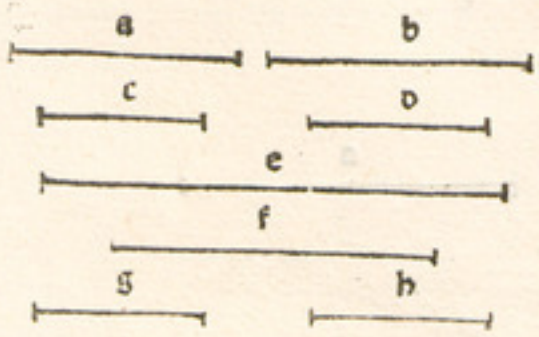
d.ꝛ.e.erũtq3 in eadẽ ꝓportione p.18.quos dico ee ẕles q̃rim⁹.Sint autẕ sint.f.ꝛ g.q̃ p.21.numerabũt. a.ꝛ.b.eq̃liter:sit igit̃ ut fm.h.eritq3 p scdam ptẕ.20.c.ad. h sicut. f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ẕ minor.h.itaq3 cũ.h.numeret.a. ꝛ.b. non fuit.c.maxim⁹ eos numerãs sed erat positũ q̃ sic.ergo ꝛc.Siliter quoq3 possum⁹.



¶ Numeros fm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiã manifestũ ẕ maximũ numeꝝ quotlibet cõmuniter numerãtẕ fm minimos proportionũ eorum eos numerare.

¶ Ut si sint.a.b.c.fm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem ꝓportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos omns: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratũ est. Si autem vnus numerat omns:sumat̃ ut docet tertia:maximus eos cõiter numerans qui sit. d.numeret q3 eos fm.e.f.g.qui erunt in eadẽ ꝓportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.h. k.l.qui per.21. numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut fm.m.eritq3 p scdam ptem.20.d.ad.m.ut.h.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g.Minor est igitur. d.q̃3 m.quare cũ.m.numeret.a.b.c.nõ fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit eni.d.maximus numerans.a.b.c.

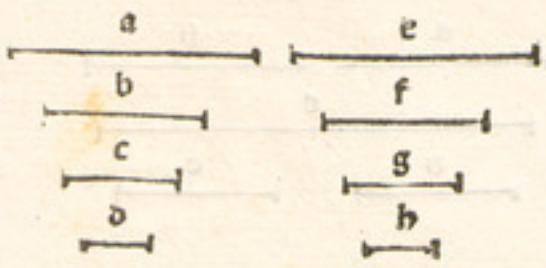
Propositio .35.



Quilibet duo numeri minimos numeros sue ꝓportionis maior minorẕ ꝛ minor maiorẕ multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producũt. Unde manifestum ẕ minimũ quẕ duo numerãt quẕlib3 ab eis numeratũ numerare

¶ Sint duo numeri.a.ꝛ.b.minimiq3 in eoꝝ ꝓportiõe. c.ꝛ.d. eritq3 per primã ptẕ.20.vt ex.a.in.d.ꝛ.b.in.c.fiat idem numerus.qui sit.e.quẕ dico esse minimũ numeratũ ab.a.ꝛ.b.aliter eni sit.f.quẕ numeret.a.ꝛ.b.fm.g.ꝛ.b.eritq3 p scdam partẕ.20.b.ad.g.sicut.a.ad.b.ꝛ sicut.c.ad.d.ꝛ per.18.erit.c.ad.b.sicut. e. ad.f.cũ itaq3 p.21.c.nũeret.b.e. nũerabit.f.maior minorẕ:qꝛ ergo hoc ẕ ipossibile cõstat vcꝝ eẕ qd̃ dicit̃.

Propositio .36.

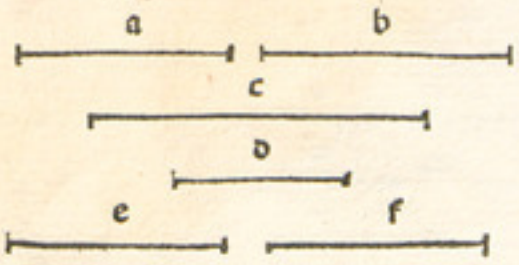


Propositis quotlibet numeris minimũ ab eis numeratũ repire. Manifestũ etiã ex hoc ẕ minimum numeꝝ quem quotlibet numerãt quẕlibet ab eis numeratũ numerare.

¶ Sint ꝓpositi numeri.a.b.c.d.volo inuenire mimũ numeꝝ numeratũ ab eis. Inuenio itaq3 primo minimũ numeratũ ab.a.ꝛ.b.q̃ si.a numerat.b.nõ erit alⁱ⁹ q̃3.b.si autẕ nõ numerat cũ nec ecõuerso:si ipsi sunt ꝓtra se p̃mi qui ex vno in alterũ ꝓuenit erit minimus per.23.ꝛ p̃missam.Qd̃ si sunt cõi/cantes:sumant̃ minimi in eoꝝ ꝓportione:vt docet.34.ꝛ maior in minorẕ eorum multiplicato ꝓueniat.e.qui erit minimus numeratus ab eis per p̃missam.Simili quoq3 modo inueniat̃ minimus numerat⁹ ab.e.ꝛ.c.qui sit.f.eritq3.f.minimus numeratus ab.a.b.c.sed ꝛ minimus quẕ numerant.f.ꝛ .d. sit.g. eritq3.g. minimus quẕ numerant numeri ꝓpositi:qd̃ eni omnes ipsũ numerent:patet per cõceptionẕ sed si nõ ẕ minimus ponat̃ ergo.b. quẕ qꝛ numerat.a.ꝛ .b.numerabit etiã ipsũ p coneꝛ.p̃misse.c.p idẕ quoq3 coneꝛ.numerabit ipsũ.f. sed ꝛ.g.maior itaq3 nũerat minorẕ qd̃ est impossibile. Hec ꝛ p̃missa ꝓponunt̃ ĩ alio loco sub trib⁹ conclusiõib⁹ quaꝝ prima equiualet p̃misse:secũda componit̃ ex coneꝛarijs ambobus :tertia ꝓponit de tribus qd̃ hec de quotlibet numeris.Est itaq3 prima.

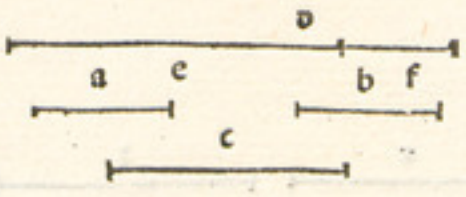
¶ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.

¶ Dati numeri sint.a.⁊.b.quorũ minor si numerat maiorem est maior quẽ queri/
mus. alioquin maior eorꝫ numeraret minorem se. Si autẽ neuter neutrũ numeret
si ipsi sunt contra se primi.erit qui ex.a.in.b.puenit qui sit.c. minimus omnium
quẽ numerat.a.⁊.b. Nam si minorem eo numerauerint esto.d. quẽ numerent ꝑm
e.⁊.f.eritq; per scõam partem.20.a.ad.b.sicut.f.ad.e.⁊ quia.a.⁊.b. sunt sue pro/
portionis minimi per.23.numerabit.a.f.per.21.⁊ quia per.18.est.c.ad.d. sicut.a.
ad.f. Nam ex.b.in.a.⁊.f.fiunt.c.⁊.d.sequitur.c.numerare.d.sed erat.d. minor.c
quare impossibile. Si autem.a.⁊.b.sint cõicantes: negociare propositus ut in.35.
secunda trium conclusionum ex ambobus conel'.est confecta.



¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt mini/
mus quẽ numerant eundẽ numerum numeret.

¶ Vt si sit quilibet numerus quẽ numerat.a.⁊.b.d.minimusq; ab eisdem nume/
ratus.c.erit ut.c.numeret.d.cũ enim sit .d. maior.c. si.c.nõ numerat ipsũ. numera
bit tamẽ aliquid eius: sitq; plurimũ qõ numerat.c.⁊ residuũ sit.f. eritq;.f.minus
c.quia igitur.a.⁊.b.numerant.c.numerabunt per cõem scientiaꝫ ⁊.e. sed numera
bunt.d.itaq; per aliã cõmunem sciam numerabunt.f. incõueniens ergo sequit ꝙ
c.nõ fuit minimus quẽ numerant.a.⁊.b. ¶ Idem cõuinces ⁊ eodẽ mõ de quolibet
numerato a quotlibet pluribus.s. ꝙ minimꝰ ab illis quotlibet pluribus numera/
tus eundem numeret: vltima triũ cõclusionũ ẽ.



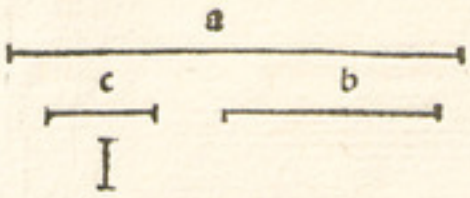
¶ Propositis tribus numeris: minimũ numeroꝝ ab eis numerato/
rum inuenire:

¶ Tres numeri ꝓpositi sint.a.b.c.minimusq; quẽ numerant.a.⁊.b.sit. d. qui su/
metur ut prima trium conclusionũ docet. Si igitur.c.numerat.d.scito .d. esse quẽ
querimꝰ. Si enim.a.b.c.minorem eo numerant: sit enim.e.quẽ per ꝑmissam conclusio
nẽ numerabit.d.qõ est impossibile. Si autem.d.non numerat.c.sumatur.e.mini/
mus numeratus ab eis.ꝙ autem.e.numeret ab.a.b.c.patet qr.c. numerat ipsum
⁊.d.similiter: ergo ⁊.a.b.qui numerant.d.quare.e.numerabitur ab.a.b.c.eritq;.e
minimus quẽ numerãt.a.b.c. Sin autem sit.f.quẽ per premissam conclusionẽ nu/
merabit.d.sed.c.numerat.f. quia. a.b.c. numerant eum: quare. c.d. numerabut
eum: quare per premissam.e.numerabit eum ⁊ est maior eo sed ⁊.e.maior minorẽ
qõ nõ esse potest. Idem inuenies ⁊ eodẽ modo quotlibet propositis.

Propositio .37.

Si numerus aliquis aliũ numerum numeret: erit in nume/
rato pars a numerante denominata.

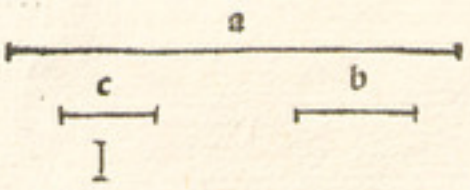
¶ Huius sensus est ꝙ omis numerꝰ numeratꝰ a ternario habet tertiaꝫ
⁊ numeratꝰ a quinario hꝫ quintã. sicq; de ceteris: vt si.b.numeret.a.
erit in.a.ꝑs denominata a.b.numeret enim ipsũ quotiens vnitas in
c.eritq; per.16.vt.c.quoq; totiens numeret.a.quotiens vnitas i.b.quare tota ꝑs
est.c.a.quotta vnitas.b.⁊ qr vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata
per cõmunem sciam: erit.c.pars.a.denominata a.b.quod est propositum.



Propositio .38.

Si numerus aliquis partẽ quotãcunq; habeat numerabit
ipsum numerus ad illam partem dictus.

¶ Hec est cõuersa premisse cuius est intentio: ꝙ omis nũerus hãs ter/
tiã numerat a ternario: ⁊ hãs quitã a quario: sicq; de ceteris vt si.b
sit ꝑs.a.denoiata a.c.seqt ut.c.nũerꝫ.a.qr ei.b.ẽ ꝑs.a.denoiata a.c

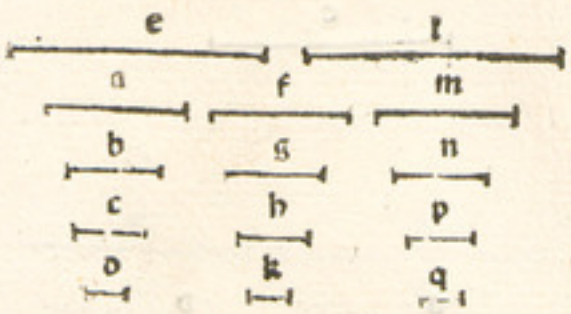


sed ⁊ vnitas est pars.c.denominata ab ipso p cõcep.sequitur ut quotiens vnitas numerat.c.totiens.b.numerat.a.itaq; per.16.quotiens vnitas.b .totiens.c. numerat.a.q̃re cõstat ꝓpositũ. ¶ Aliter idẽ: cũ sit.b.pars.a.si tota vnitas.c.eritq; per hanc cõmunem sciam vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam.c.denoians.b.in.a.⁊ quia est.b.in.a.quotiens vnitas in.c .eudẽter sequitur propositum p.16.

Propositio .39.

Numerum minimum propositarum denominationum habentem partes inuenire Exquo manifestum ẽ ꝙ minimꝰ numerus numeratus a quotlibet ẽ minimus habens partes denominatas ab ipsis.

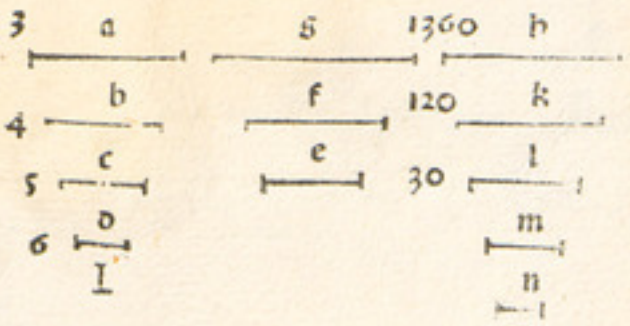
¶ Sint.a.b.c.d.denominantes partes ꝓpositas.⁊.c.minimus numeratus ab eis sũptũ ꝑm.36.:ipsũ.c.dico esse quẽ querimus. Sint enĩ ꝑmquos numerant ipsum.f.g.b.k.eritq; per.16.⁊ hanc cõmunem scientiam:vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: vt viceuersa.f.g.b.k.numerent.c.ꝑm.a.b.c.d.quare sunt partes eius ab illis dicte.est igitur.c.habens partes propositarum denominationũ. Minimus etiã qm̃ si alter fuerit vt.l.sint ptes.l.dicte ab eis.m.n.p.q. eruntq; per.16.⁊ predictam cõem scientiam.a b.c.d.viceuersa ptes.l.dicte ab.m. n.p.q.quare nõ erat.c.minimꝰ quẽ numerãt.a.b.c.d.qõ est inconueniẽs. ¶ Habito minimo:si cura est habere scõm .aut quotũcũq; libet:si scõm qõ sume duplũ minimi:si tertium triplum:⁊ ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex c.numeretur ab.a.b.c.d.per hanc cõem scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratũ ab illo necesse est per.37.vt omnis multiplex.c.habeat partes denominatas ab.a.b.c.d.si itaq; duplus.c .nõ fuerit scõs habens ptes ꝓpositarũ denoiationũ: erit aliꝰ quẽ sicut sequit̃ ẽ maiorẽ.c.sic sequit̃ ẽ minorẽ duplo:⁊ q; illum numerant.a.b.c.d.per.38.sequitur per corol.36.q.c. numeret eundẽ qõ est impossibile.cum enim numeret se.numeraret p hanc cõmunem scia; omnis numerus numerãs totũ ⁊ detractum:numerat residuũ:differentiam illius ad se.que cum sit minor se:maior numerus numeraret minorem qõ esse non potest sequitur itaq; duplum.c.esse ꝑm numerũ habentẽ propositarum denominationũ partes. ¶ Similit̃ quoq; argues triplũ.c.esse tertũ probato duplo esse scõm.aliquin quia esset triplo minor.⁊ duplo maior.sequeretur.c.numerare aliq; iter ipsius duplum ⁊ triplum.qõ ut prius patz esse impossibile:probato aũt triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum:⁊ sic in ceteris.



¶ Minimũ numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

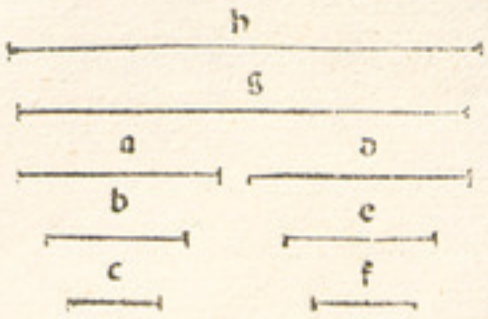
¶ Vt minimum numeꝝ habentẽ tertiã que tertia habeat quartam:que etiã quarta habeat quintã:aut septimã:aut qualitercũq; contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari. Multiplicari oportet denominatorẽ prime partis in denominatorẽ secẽ:⁊ ex eis ꝓductum in denominatorẽ tertie:ꝓductum quoq; i denominatorẽ quarte.sicq; de ceteris vsq; ad vltimam. a prima vel vsq; ad primã ab vltima ⁊ qui prouenerit erit qui inquirit̃ vt in ꝓposito.60.vel.84. ¶ Hoc autẽ ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri ptes ꝓpositas denoiantes.a.b.c.d.volumꝰ inuenire minimũ numerum qui habeat partem denominatam ab.a. ita ꝙ illa ps habeat partẽ denominatã a.b.⁊ illa aliã denominatã a.c. sed ⁊ hec aliã dictã a.d

ducatur itaqz.d.in.e.z proueniat.e.z.e.in.b.z proueniat.f.f.quoqz ducatur in.a z proueniat.g.quē dico esse quē inquirimus.cum enī ipse .g. pueniat etiam ex.a.i f.p.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a.At qz.f. pueniit p cādē ex .b.i.e.erit.e.pars.f.dcā a.b.sed z propter hoc erit.d.pars e.dicta a.c.z quia vnitas est ps.d.dicta ab ipo d.pz.g.habere ptes ut pponit.Si ergo nō fuerit minimus sit.b.sitqz.k.ps eiꝰ dicta ab.a.z.l.ps.k. dicta a.b.z.m ps.l.dicta a. c.n .quoqz pars.m.dicta a. d.erit qz per.18.g.ad.f.vt.b.ad.k.z.f.ad.e.vt.k.ad.l.z.e.ad.d.ut.l .ad.m: sed z.d. ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g. ad vnitatē vt b.ad.n.ergo pmutatim erit.g.ad.b.vt vnitas ad.n.quare cum.b.sit minor.g.erit n.minor vnitate.sequitur igitur impossibile partē numeri minorē esse vnitate.erit itaqz.g.minimus habens ptes vt pponit Quo inuēto si cura fuerit habere scōm aut quotūquelibet p minimii multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem.39.proponitur in alio fin hunc modum.



¶ Propositis partibus quotiscūqlibet: minimū numerum eas continentium inuenire.

¶ Vt si ptes proposite sint.a.b.c.sintqz eas denominātes.d.e.f. z sumat minimꝰ quē numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quē querimus: erunt enī in eo propositę partes per.37.qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo.h.quē numerabunt.d.e.f.per.38.igitur nō erit .g.minimus numeratus ab eis qō est incōueniēs qz erat. Intelligo vero ptes.a.b.c.indeterminate poni z nō sub quātitate certa: aliter enī nō esset necessarium vt minimus numerus quē numerant.d.e.f. esset minimus continens partes ppositas: plurimas enī contingit partes reperire q̄s numerus numeratus ab eoꝝ denoiatoribus non continet: verbi grā. Tres numeri q̄ sūt 120.90.z.72.sunt eiusdem numeri ptes.primus quidē tertia.secūdꝰ vero quarta.z tertius quinta.nec tamē minimus quē numerāt denoiatores eoꝝ qui est.60. ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime consequentie huius demōstratiōis: nō enim sequit ut arguit p.37.si ternariꝰ hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia: sz ergo habet tertiā: qua ppter idē est quod pponit fin vtrūqz modū: sed scōm primuz conuenientius videt qō intēdit proponi. Attēdere aūt oportet q cū oīs ps habeat quātitatē i eo ptingit ponere quotlibet z quaslibet ptes scōm quātitatē: z inquirere quis minimus eas cōtinet z sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinentē cōstat esse minimū numeratū ab eis. fin quos vero numerāt sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iterū ponere quotlibet z quaslibet denominatiōes: z inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunt z fin quas quātitates. Minimū quoqz cōstat esse minimū numeratū ab illis: fin quos vero numerant sunt qui quātitates determināt: vtrobiqz autē idcirco inquirit minimꝰ: qz infiniti sunt hinc quidē qui has ptes continent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunt. Contingit rursus ponere quotlibet partes z totidē denoiationes vel quotlibet denoiatiōes z totidē partes. nō aūt quaslibet cū quibuslibz: sed certas cū certis. Si enī ponā ptes tres quatuor quinqz z denoiationes earū.6.7.8.z inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus. silis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis z nō ut contingit z inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationibꝰ cōtinet: nō aūt quos minimus vnicus enī est: nā siue ppposita fuerit vna ps z vna denoiatio siue plures z plures:

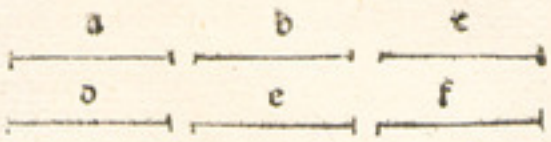


non erit sumere plures numeros qd ꝓpositũ erit cõtinentes. Solus enim ē cui⁹ ter/
narius ē quinta: nõ plures. Solus quoqz cuius ternarius octaua: ⁊ senarius quar/
ta: nõ plures. idcoqz ꝓponentem ꝑtes ⁊ denoiationes ipsaꝝ in toto nõ est quere/
re quis minimus cõtinet has ꝑtes sub istis denoiationibus: sed quis vnus conti/
net: proponentẽ aũt partes tantũ. Contingit querere quis minimeas continet ⁊ a
quibus in eo denominantur: solas quoqz ꝓponentẽ denoiationes conuenit querere
que partes ab illis dicte ⁊ in quo minimo reperiunt. Conuenientius autẽ videt par
tes ꝑ denominationes inquirere: q̃z denominationes ꝑ ꝑtes: diuersitatẽ quidem
denominationũ non partiũ comitat ꝓportionũ diuersitas. ¶ Explicit liber septi/
mus incipit liber Octauus.

Latera numeroꝝ dicunt quoꝝ multiplicatõe
numeri ꝓducunt. ¶ Supficies appellat nu/
mer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cõtinet. ¶ So/
lidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cõtinua
multiplicatione hz procreari. ¶ Quadratus
ē numerus supficialis equalib⁹ lateribus cõ
sistẽs. ¶ Cubus est solidus equalib⁹ cõsistẽs
lateribus. ¶ Similes dicuntur numeri supfi
ciales siue solidi quoꝝ latera sũt proportio/
nalia.

Propositio .1.

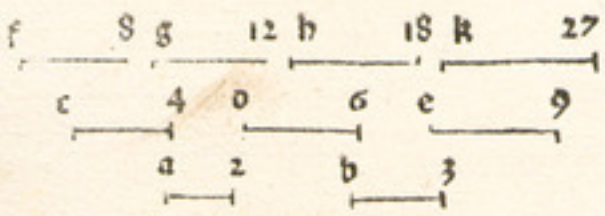
Si numeroꝝ quotlibet cõtinue ꝓportionalitatis duo ex/
tremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam
proportionem minimos esse necesse est.



¶ Sint cõtinue ꝓportionales. a. b. c. duoqz extremi qui sunt. a. c. sint
ꝗ se primi. dico q̃ in eadẽ ꝓportione nõ repient totidẽ minores. Si
aũt contingit sint. d. e. f. critqz ꝑ. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ⁊ qr. a. ⁊. c. sunt
mmi i sua ꝓportione ꝑ. 23. eiusdẽ sequit ꝑ. 21. ut. a. numeret. d. ⁊. e. f. miores scilicz
maiores qd esse non potes.

Propositio .2.

Numeros quotlibet cõtinue ꝓportiõalitatis fm ꝓportio
nẽ datã minos inuenire. vti manifestum erit: q̃ si fuerint
tres numeri cõtinue ꝓportionalitatis fm eã mmi duo ex
tremi erũt quadrati. q̃ si q̃tuor erũt extremi cubi:

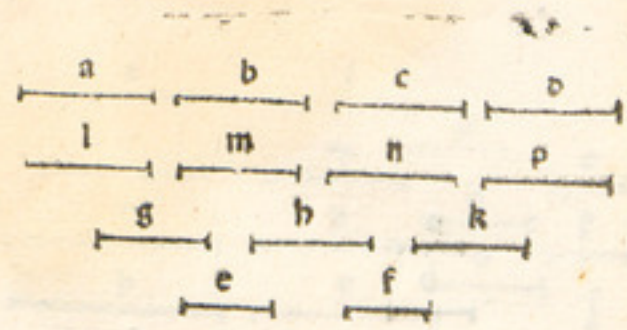


¶ Sint date ꝓportionis minimi. a. ⁊. b. ducatq̃z a. in se ⁊ fiat. c. ⁊ in
b. ⁊ fiat. d. b. quoqz in se. ⁊ pueniat. e. cruntqz. c. d. e. cõtinue ꝓportionales i pro/
portione. a. ad. b. ꝑ. 18. ⁊. 19. septimi: ⁊ qr. c. ⁊. e. sũt ꝗtra se primi ꝑ. 28. eiusdẽ erunt
c. d. e. fm datã ꝓportionẽ minimi ꝑ ꝑmissam: ducat iterũ. a. i oes illos. ⁊ pueniat
f. g. h. ⁊. b. i. c. ⁊ pueniat. k. ⁊ erũt etiã. f. g. h. k. cõtinue ꝓportionales i ꝓportione
a. ad. b. ꝑ. 18. ⁊. 19. septimi: mmi quoqz ꝑ. 28. eiusdẽ ⁊ ꝑmissã hac via ⁊ rõne inueni

Propositio .3.

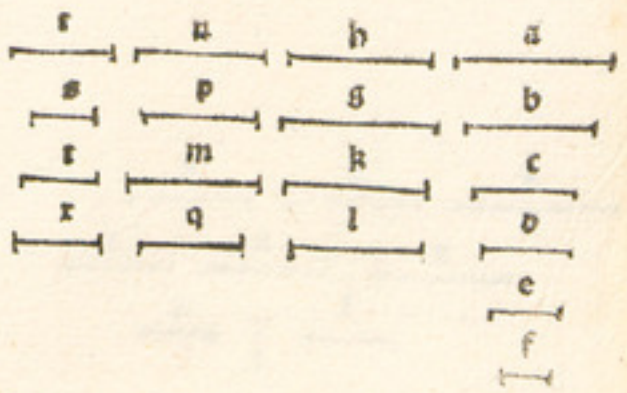
Si numeri quotlibet continue proportionales secundum
suam proportionem fuerint mmi: duos eorum extremos
contra se primos esse necessario comprobatur.

¶ Hec tertia ē cõuersa prime. Sint enim. a. b. c. d. cõtinue ꝓportiõales



& fm suã ꝓportionẽ minimi. dico q̃. a. & d. extremi erũt adinuicẽ primi: minimi enim in ꝓportione. a. ad. b. sunt. e. & f. eruntq; p. 22. septimi contra se primi. p hos ergo duos fm doctrinã p̃missę inueniant̃ totidẽ cõtinue ꝓportionales & minimi quot sũt numeri ꝓpositi: primo quidẽ tres qui sunt. g. h. k. deinde q̃tuor qui sunt. l. m. n. p. & ad hunc modũ cõtinue p additionẽ vnius quousq; fiãt tot quot sunt numeri ꝓpositi vt sunt hic. l. m. n. p. sequit̃ ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo q̃ in eadem proportione sunt vtriq; minimi & q̃ . l. & . p. sunt cõtra se primi p. 28. septimi: erunt quoq; . a. & . d. illis equales contra se primi: quod est propositum.

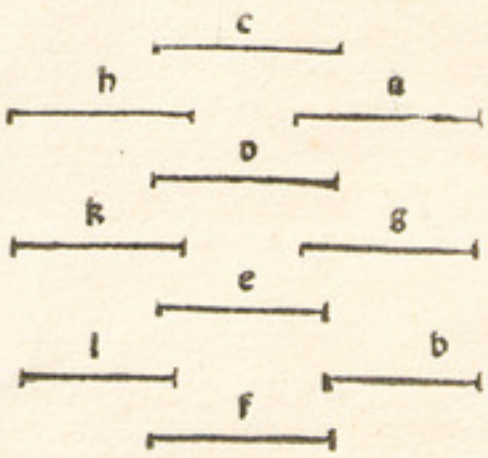
Propositio .4.



SImilitudinẽ assignatarũ ꝓportionũ i minimis numeris fm ipsas ꝓportiões cõtinuatim proportionalibus inuenire.

CAssignate ꝓportiones i minimis terminis inueniant̃ ut docet. 34. septimi. Sintq; prima inter. a. & . b. secũda inter. c. & . d. tertia inter . e. & . f. sit quoq; de pluribus si fuerint plures. volo has ꝓportiões in quatuor minimis numeris cõtinuare. Sumo ergo. g. minimũ quẽ numerãt. b. & c. & quotiens. b. numerat ipsũ. g. totiẽs. a. numerat. h . d. quoq; totiẽs numeret. k. quotiẽs. c g. itaq; si. e. numerat. k. sit vt. f. totiẽs numeret. l. erũtq; . h. g. k. l. quos querimꝰ: cõstat enim p. 18. septimi q̃ sit. h. ad. g. sicut. a. ad. b. & g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. Minimi quoq; nã si alij sint minimi vt. m. n. p. q. oportebit p. 21. septimi bis assumptã ut vterq; duorũ. b. & c. numeret. p. q̃rc & g. nũerabit eũdẽ. & p corol̃. 35. sep. qd̃ ẽ incõueniẽs. Sunt igit̃. h. g. k. l. minimi. at vero si. e. non numerat. k. sit. m. minimus numeratꝰ ab eis scz. e. & k. quẽ. m. quotiẽs nũat. k. totiẽs. h numeret. n. & g. totiẽs. p. erũtq; p. 18. septimi. n. p. m. in ꝓportione. h. g. k. q̃rc. n. ad. p. vt. a. ad. b. & p. ad. m. vt. c. ad. d. sed quotiens . e. numerat. m. totiens . f. numeret. q. & erit p eandẽ. m. ad. q. sicut. e. ad. f. Manifestũ ẽ igit̃ q̃ assignate ꝓportiones cõtinuate sũt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. Qui si nõ fuerint minimi. sint si possibile est alij qui sint. r. s. t. x. q̃ itaq; p. 21. septimi bis assumptã vterq; duorũ numerorũ. b. & c. numerat. s. sequit̃ per corol̃. 35. sep. vt. g. numeret eundẽ quare etiã. k. numerabit. t. at q̃ p. 21. septimi. e. numerat eundẽ. t. nõ erit. m. minimus quẽ numerãt. k. & e. hac rõne quartã illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cõtinuare poteris.

Propositio .5.

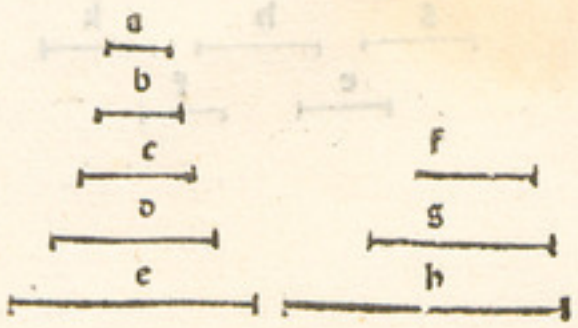


OMnium duorũ numerorũ cõpositorũ ꝓportio vnius ad alterum est ex laterũ suorũ producta proportionibus.

CQd̃ proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantiũ laterũ: ꝓponit hic de numeris cõpositis. Sit duo numeri cõpositi. a. b. latera. a sint. c. & . d. latera. b. sint. e. & f. dico itaq; q̃ ꝓportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. & ea que est. d. ad. f. sit enim ut ex. d. i. e. fiat. g. q̃ ergo ex. d in. c. fit. a. & ex. f. in. e. fit. b. p cõuersionẽ diffinitiõis latex erit p. 18. septimi. a. ad g. sicut. c. ad. e. & p. 19. eiusdẽ. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionẽ ꝓportio a. ad. b. cõposita ẽ ex ea que ẽ. c. ad. e. & ea que est. d. ad. f. qd̃ est ꝓpositum. Nec est necessariũ vt cõtinuemus ꝓportiones latex videlicet eã que ẽ. c. ad. e. & eã que est d. ad. f. in minimis numeris reptis fm doctrinã p̃cedentis vt docent quidam: hoc enim est proposito p̃ter necessarium. Arguũ. enim posito q̃ illi minimi sint. h. k. l. ita q̃ sit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. & k. ad. l. sicut. d. ad. f. ꝓportionẽ. h. ad. l. esse cõpositã ex ꝓpositorũ latex ꝓportionibus. sumptoq; . g. fieri ex. d. in. c. arguũt. a. ad. g.

vt.b.ad.k.q; ut.c.ad.e.⁊.g.ad.b.vt.k.ad.l.q; vt.d.ad.f. ideoq; ꝑm equã ꝓpor. ⁊.a.ad.b.vt.b.ad.l.cõdudunt igitur.a.ad.b.cõponi ex quibus.b.⁊.l.verũ quidẽ sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



Si numerorum quotlibet continue proportionalium primus scõm non numeret:nullus eorꝫ numerabit vltimum.

Sint.a.b.c.d.e.continue ꝓportionales.dico ꝙ si.a. nõ numerẽ. b.nullus eorꝫ numerabit.e.Manifestũ aũt est ꝙ si ipsum numeret omnes numerabunt.e.⁊ simpliciter quilibet ꝑcedens quẽlibet sequẽtem.Si autẽ non numerat ipsum patet ꝙ.d.nõ numerabit.e. nec simplr aliq̃s eorum ꝓximo sequentẽ:q; sunt positi continue ꝓportionales:sed ꝙ nullus ali⁹ ut.c. numeret ipsum sic constat:sumant̃ ꝑm doctrinã scõe huius totidẽ minimi cõtinue proportionales in ꝓportione cadẽ quot sũt ipse.c.⁊ oẽs sequẽtes qui sunt .f.g.h. eruntq; ꝑ.3.hui⁹ ⁊.f.⁊.b.ꝗ se primi:⁊ q; ꝑ equã ꝓportionẽ.c.ad.e.vt. f.ad. b.cũ f.non numeret.b.nec.c.numerabit.e.eodem modo nec aliquis alior: quare liquet quod propositum est.

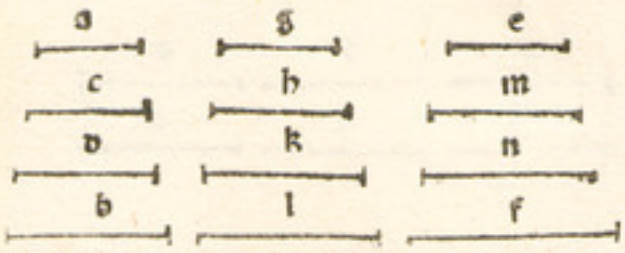
Propositio .7.

Si numerorꝫ cõtinue proportionalium primus vltimũ numeret: idem ipse ⁊ secundum numerabit.

Sint qui pri⁹ continue ꝓportionales.dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b.alioquin ex premissa non numeraret.e. qõ ẽ contrariũ et impossibile.Nõ solum autẽ numerabit.b. sed ⁊ oẽs ⁊ quisq; eorum quẽlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.

Si inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua proportionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.



Sint.a.⁊.b.inter quos cadunt.c.⁊.d.in cõtinua ꝓportione habẽtes se in proportione.e.ad.f.dico ꝙ totidẽ cadunt inter.e.⁊.f.⁊ i eadem proportione quot inter.a.⁊.b.Sint enĩ.g.h.k.l.totidẽ minimi quot sunt.a. ⁊.b.qui inter eos cadunt sumpti.quẽadmodũ docet secũda huius cõtinue ꝓportionales in cadẽ ꝓportione:eruntq; ꝑ.3.g. ⁊.l.cõtra se primi: ⁊ per equã ꝓporcrit.g.ad.l.sicut.a.ad.b.ideoq; ⁊ sicut.e.ad.f.⁊ q; ipsi sunt in sua ꝓportione minimi ꝑ.23.septimi.sequit̃ per.21.eiusdẽ ut.g.numeret.e.⁊.l.f.equaliter:totiens igitur numeret.h .m.⁊.k.n.positisq;.m.⁊.n.inter .e.⁊.f. constat ꝑ.18.septimi. e.m. n.f.esse cõtinue ꝓportionales:quẽadmodũ sunt.g.h.k.l.⁊ ideo quẽadmodũ.a.c. d.b.quare patet quod dictũ ẽ.Ex hac constat nullã supticularẽ posse per eq̃lia diuidi:si enĩ hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere medium quod esse nõ põt: ideoq; tonus in musica quẽ sexquioctã continet ꝓportio: in duo vera semitonia diuidi non potest:sed necessario diuidit̃ in minus semitonium et maius.

Propositio 9.

Si inter duos numeros ꝓtra se primos numeri quotlibet cõtinua ꝓportionalitate ceciderint: inter vtrũq; eorum ⁊ vnitatẽ totidem cõtinua ꝓportionalitate cadere necesse ẽ.

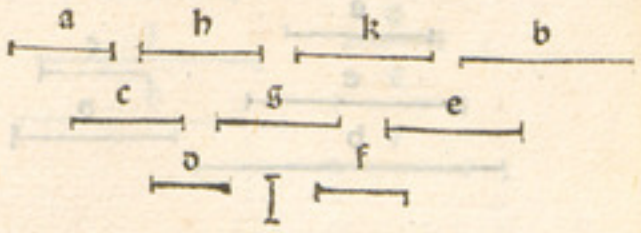
Sint.a.et.b.ꝓtra se primi.inter quos cadat incõtinua proporc.⁊ d.dico ꝙ totidẽ erunt continue ꝓportionales inter.a.⁊ vnitatẽ:itẽq; totidem inter.b.⁊ vnitatẽ.Sint enĩ in illa proportione minimi.e.⁊.f.sumpti ut docet.34.septimi:ex quibus sumant̃ tres cõtinue proportionales et minimi i corũ

proportione put vocet scda huius qui sint.g.h.k.deinde qtuor qui sint.l.m.n.p.z hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiãt totidẽ quot sunt numeri ꝓpositi: vt sunt hic.l.m.n.p. Cõstat itaq; cũ sint a.c.d.b.in sua ꝓportione minimi ꝑ primã huius. sintq; l.m.n.p.totidẽ z mimi in eadẽ. Nõ sit aũt possibile eẽ aliquid minus minimo q̃ numeri.l.m.n.p.equales erũt nũeris.a.c.d.b.qui vsq; suo relatiuo ẽ igit̃:l. equalis.a.z.p.b. Manifestũ aũt ex scda huius q̃ ex.f.in se fit.k.z ex eodẽ.m. k.p ꝑ diffinitionẽ igit̃ eius qd̃ ẽ multiplicari:erit.f.in.k.k quoq; in. p.quotiẽs vnitas ẽ in.f.itaq; vnitas.f.k.p.sunt cõtinue ꝓportionales. Silr aũt z vnitas.e.g.l.sũptis ergo.a.z.b.loco.l.z.p.sibi equaliũ erunt inter.a.z vnitatẽ.g.z.e.z inter.b. z vnitatem.k.z.f.cõtinue proportionales:totidem quot sunt inter.a.z.b. quod est propositum.

Propositio 10.

Si inter vtrũq; eorꝫ z vnitatem quotlibet numeri cõtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

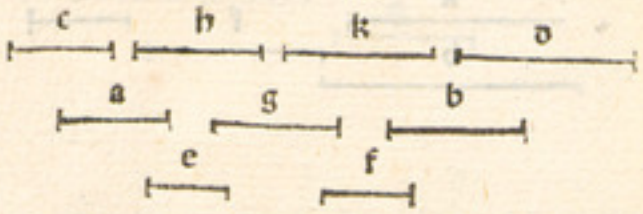
Sint duo numeri.a.z.b.sintq;.c.z.d.inter.a.z vnitatẽ.e.quoq; z f.inter.b.z vnitatẽ continue proportionales.dico totidẽ esse inter.a z.b.cõtinue proportiõales:hec ẽ eõuersa prioris excepto q̃ ad subiectum p̃misse appositũ erat.a.z.b.esse contra se primos qd̃ nõ apponit̃ hic ad passionẽ: quapter vlior est passio huius subiecto illius. Quia igit̃ quotiens vnitas in.d.totiẽs ẽ d.in.c.z totiẽs.c.in.a.cõstat qd̃ ex.d.in se fit.c.z ex eodẽ.d.i.c.a. Silr quoq; ex.f. in se z in.e.fient.e.z.b.ducat̃ itaq;.d.in.f.z ꝓductus sit.g.itẽq; idẽ.d.ducat̃.i.g. z.e.z sint producti.b.z.k. Constat igitur ex.18.septimi q̃.c.ad.g .vt. d.ad. f.z ex 19.q̃.g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionales i proportione d.ad. f.itẽ ꝑ.18.itez sunt.a.ad.b.sicut.c.ad.g.z.b.ad.k.sicut.g.ad.e.z ꝑ.19.k.ad b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.b.k.b.continue proportionales:quare cõstat propositum.



Propositio 11.

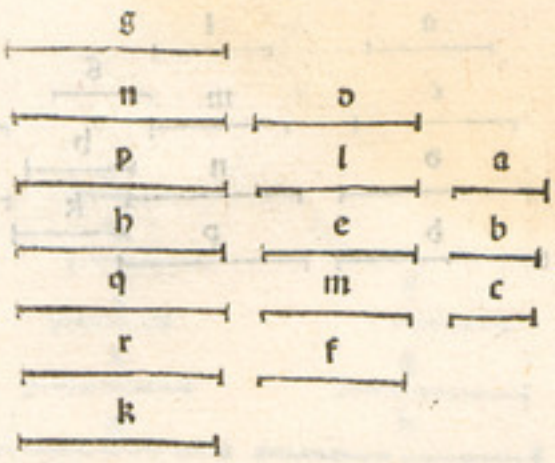
Si fuerint ambo quadrati erit ꝓportio vnius ad alterũ tãquã sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum tãquã sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

Sint duo quadrati.a.z.b.z duo cubi.c.z.d. latera tã quadratorũ q̃; cuborꝫ sint.e.quidẽ.a.z.c.f.vero b.z.d.dico q̃ proportio.a.ad.b.erit sicut.e. ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadẽ triplicata. Manifestũ eni est q̃ ex.e. in se fit.a.z ex ipso.e.i.a.c.sic quoq; ex.f.in se fit.b.z ex ipo in.b.d.ducat̃ igit̃.e.in.f.z ꝓuenit.g.z in.g.z.b.z proueniant.h.z.k.eritq; ꝑ.18.septimi.a.ad.g.sicut.e.ad.f z per.19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.e.ad.f. duplicata qd̃ est primũ. Scdm eodez modo cõstat.sunt eni ꝑ.18.itez.c.ad.b.sicut.a.ad.g.z b.ad.k.sicut.g.ad.b.z per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.h.k.d. sunt etiã continue proportionales in ꝓportione.e.ad.f.ꝑ diffinitionẽ igitur erit.c. ad.d. sicut e.ad.f.triplicata:quod est secũdũ.



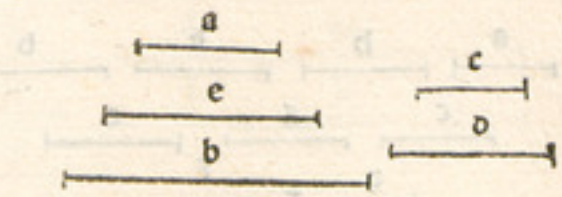
Propositio 12

Si numerorꝫ cõtinue ꝓportionalitatis quisq; in seipsũ ducatur:qui inde ꝓducent̃ sub cõtinua ꝓportionalitate esse. Qd̃ si itẽ in ipsos ꝓductos pricipia sua ducant̃: inde quoq; ꝓductos cõtinue ꝓportionalitatis eẽ necesse est. idẽq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus.



¶Sint.a.b.c.ꝓtinue proportionales quoꝝ quiſq; in ſe ducatur ⁊ proueniãt ex.a: quidẽ.d.ex.b.vero.e.⁊ ex.c.f.dico ꝙ.d.e.f.ſũt ꝓtinue ꝓportionales :ꝙ ſi item.a ducat̃ in.d.⁊ ꝓueniat.g.b.quoq; in.e.⁊ proueniat.h.⁊.c. in. f.⁊ ꝓueniat.k. dico etiã ꝙ.g.h.k.erunt cõtinue ꝓportionales.ſit enĩ ex.a.in.b.l.⁊ ex.c.i eundem. m. eruntq; p.18.⁊.19.ſeptimi.d.l.e.m.f.ꝓtinue ꝓportionales i proportione.a. b.c: itaq; per equã proportionalitatem argue.d.ad.e.ſicut.e.ad.f.qõ eſt primũ. Reliquũ ſic.ducat̃.a.in.l.⁊.e.⁊ proueniãt.n.⁊.p.e.quoq; ducat̃ in.e.⁊.m.⁊ proueniãt q.⁊.r.eruntq; per eaſdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoq; proportionales in proportione primoꝝ:p equã igit̃ ꝓportionalitatẽ cõclude.g.ad.h.ſicut.h.ad.k.qõ eſt reliquum.Eadem erit rõ quotienſcunq; primi in productos ducantur.

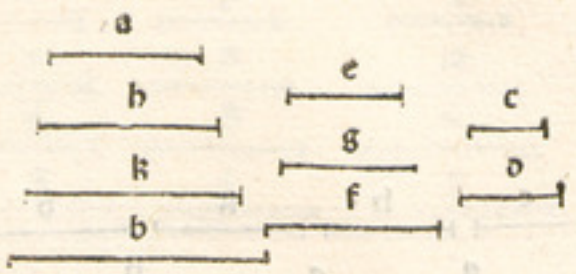
Propoſitio .13.



Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoq; ſuũ latus illi⁹ numerare ꝓbatur. Si vero latus ſuum latus illius numeret quadratus numerat quadratuꝫ

¶Sint duo numeri.a.⁊.b.quadrati:lateraq; coꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ ſi.a numerat.b.c.quoq; numerabit.d.⁊ ecõuerſo:cõſtat enĩ ꝙ ex.c.in ſe fit.a.ex.d.quoq; in ſe.b.fiat igitur.e.ex.c.in.d.eruntq; per.18.⁊19.ſeptimi. a.e.b ꝓtinue proportionales in ꝓportione.c.ad.d.ſi igit̃.a.numerat.b.idem ipſe per.7 huius numerabit.e.quare ⁊.c.d.qõ eſt primũ.Conuerſa ſic patet.ſi.c.numerat.d. a.numerabit.e.ꝓpter id qõ ꝓportio.a.ad.e.ſicut.c.ad.d.⁊ ſi numerat.e.ipſe numerabit.b.propter hoc ꝙ ſunt continue proportionales.

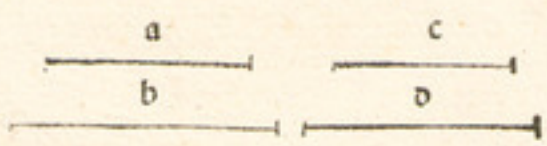
Propoſitio .14.



Si cubus alium cubum numeret:latus quoq; ſuũ latus alterius numerabit. Si vero latus ſuum latus alterius numeret:cubum numerabit cubum.

¶Sit duo numeri.a.⁊.b.cubi lateraq; coꝝ.c.⁊.d.dico ꝙ ſi.a.numerat.b.c.quoq; numerabit.d.⁊ ecõuerſo:ducatur enĩ.c.in ſe.⁊ fiat.e. d.quoq; in ſe.⁊ fiat.f.ꝓſtat igit̃ ꝙ ex.c.in.e.fit.a.⁊ ex.d.in.f.b.fiat itaq;.g.ex.c. in.d.eruntq; per. 12.⁊.19.ſeptimi.e.g.f.ꝓtinue proportionales in proportione.c ad.d.ſed ⁊.h.⁊.k.proueniant ex.c.in.g. ⁊.f.per eaſdem igitur erunt.a .h.k.b. cõtinue quoq; proportionales in eadem proportione.itaq; ſi.a.numerat.b. idem p 7.huius numerabit.h.quare ⁊.c.d.eſt enim.c.ad.d.ſicut.a.ad.h.conſtat igit̃ prima pars.Conuerſa patet:ſicut conuerſa prioris. Nam ſi.c. numerat. d.a. quoq; numerabit.h.quẽ ſi numerat neceſſe eſt vt numeret.b.

Propoſitio .15.



Si numerus quadratus quendã alium quadratũ nõ numeret:nec latus ſuum latus illius numerabit. Si vero latus ſuum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſſitate conuincitur.

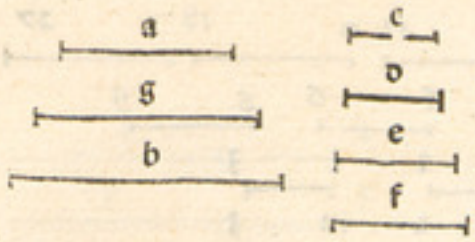
¶Hec.15.proponit negationes cõuerti:que affirmationib⁹ quas.13. huius conuerti propoſuit opponuntur:vt ſi ſint duo numeri quadrati.a.⁊. b.quorum latera.c.⁊.d.ſi.a.non numerat.b.c.quoq; non numerabit. d. econuerſo etiã ſi.c.non numerat.d.nec.a.b.ſit enim primo vt. a. non numeret.b. ſi itaq;.c. numerat.d.per ſecundã partem.13.huius ⁊.a.numerabit.b. qõ ẽ cõtrariũ poſitioni ſicq; patet primum.ſecũdũ quoq; ſic:ſit ut.c.nõ numeret.d.itaq; ſi.a. numeret.b

per primã ptem.13.necesse est vt.c.numeret.d.necesse est igitur vt numeret ipsum cũ non numerat ipsũ:qõ est impossibile. Quãadmodũ autẽ necesse est cõuerti negationes oppositas affirmatiõibus quas.13.demõstrauit ꝓuerti:sic quoqz necesse ẽ eas negatiões que opponũt illis affirmationibus quas ꝑmissa cõuerti demõstrauit cõuertant. vnde si cubus nõ numerat cubũ nec latus eius numerabit latus illi ecõuerso quoqz si latus vnius nõ numerat latus alterius:nec ipse cubus numerabit alterũ cubũ. demõstrat aũt hoc ꝑ ꝑmissam a destructione ꝓsequẽtis:sicut qõ ꝓpositum est per.13.ideoqz hoc auctor nõ proposuit:sed per id qõ propositũ ẽ ipsũ dedit intelligi.

Propositio .16.

Si duo numeri supficiales fuerint sil'es necesse ẽ tertiũ numerũ ꝟm ꝓportionalitatẽ cõtinuã eis interesse:eritqz proportio vnius numeri ad alterꝫ sibi similẽ velut vni lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

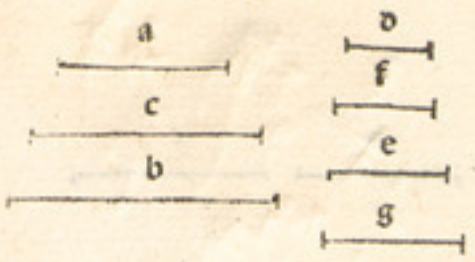
Sint duo numeri.a.ꝛ.b.superficiales ꝛ similes:dico ꝙ inter ipsos cadet vnus numerus in cõtinua ꝓportione:latera enĩ.a.sint.c.ꝛ.d.b. vero latera sint.e.ꝛ.f.eruntqz ex cõuersione diffinitionis numerorꝫ similiũ.c.ad.e.sicut.d. ad f.constat aũt ꝙ ex.c.in.d.fiat.a.ꝛ ex.e.in.f.b.fiat itaqz.g.ex. c.in. d.eritqz p. 19. septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.e.ꝛ per.18.eiusdẽ.g.ad.b.sicut.d.ad.f. quare.a. ad.g. sicut.g.ad.b.est itaqz.g.cõtinua ꝓportionalitate medius inter.a.ꝛ.b.qõ est propositum. Corol'.aũt patet.cũ sit.a.ad.b.per diffinitionẽ sicut.a.ad.g. duplicata. que eadem est illi que est.c.ad.e.



Propositio 17.

Si secũdũ cõtinuam ꝓportionalitatẽ tertiꝰ numerꝰ duobꝰ numeris intersit:illi duo numeri supficiales sunt ꝛ similes.

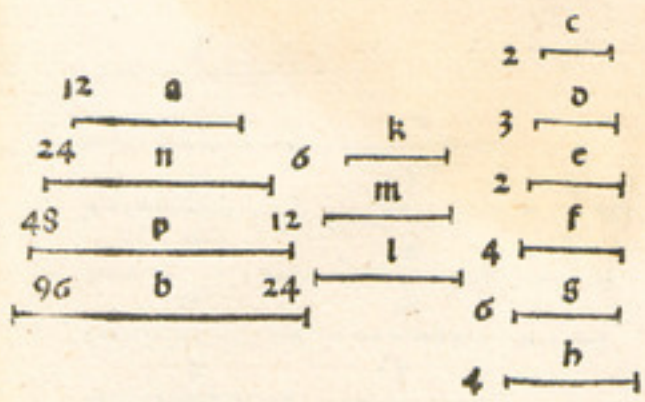
Hec est cõuersa ꝑmissarũ si inter.a.ꝛ.b.sit.c.sub cõtinua ꝓportionalitate cõstitutus.a.ꝛ.b.erunt supficiales ꝛ similes.sint enĩ. d.ꝛ e.minimi in proportione qua continuantur.a.b. c.qui per.21.septimi numerabunt.a.ꝛ.c.equaliter:sitqz vt ꝟm.f.ꝛ per eandem.c.ꝛ.b.equaliter :ꝛ sit vt ꝟm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.ꝛ.b.superficiales:ꝛ erunt etiam per diffinitionem.d.ꝛ.f.latera numeri.a.e.quoqz ꝛ.g.latera numeri.b. Qõ autẽ ipsi sint similes sic habeto:cum enim ex.d.in.g.sit.c.ꝛ ex.e.in.f.sit idẽ.c.erit ꝑ scõam partem.20.septimi.d.ad.e.sicut.f.ad.g.per diffinitionẽ igitur.a.ꝛ.b.sunt similes qõ est propositum:hoc autem vltimum qõ est.a ꝛ.b.esse similes potest etiam haberi per.19.ꝛ.18.septimi ꝛ per has ꝟpoth.ꝙ.a.c.b. sunt ꝓtinue ꝓportionales in ꝓportione.d.ad.e.minimorꝫ numerantiũ.a.ꝛ.c.ꝟm.f.ꝛ.c.ꝛ.b.scõm.g.



Propositio 18.

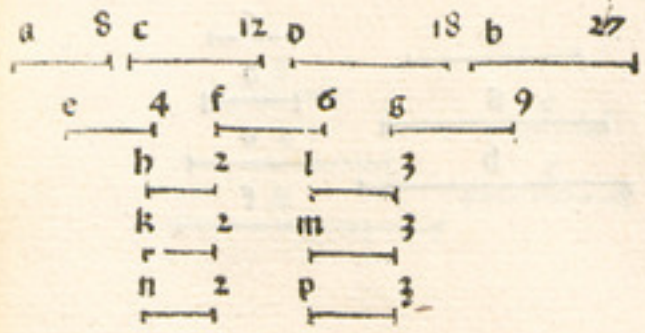
Si fuerint duo numeri solidi sil'es:necesse est eis duos numeros ꝟm continuam proportionalitatem interesse.eritqz proportio vnius solidi ad alterum sibi similem.velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ꝓportionaliter proportio triplicata.

Sint duo numeri.a.ꝛ.b.solidi similes:dico ꝙ inter ipsos cadent duo numeri in cõtinua ꝓportione. Sunt enĩ latera numeri.a.c.d.e.latera vero.b.sint.f.g.h.erũt qz excõuersione diffinitionis numerorꝫ similiũ.c.ad.f.ꝛ.d.ad.g.sicut. c.ad.h. Sic igitur ex.c.in.d.k.ꝛ ex.f.in.g.l.eruntqz ex diffinitione.k.ꝛ.l.supficiales ꝛ similes.



quare per.16.huius vnus numerus cadet inter eos medius ꝑm ꝓportionē.c.ad.f. qui sit.m. Manifestū aūt ē q̃ ex.c.in.k.fit.a.ꝛ ex.b.in.l.b.si igit̃ ex.e.in.m.ꝛ.l. fiant.n.ꝛ.p.erūt ꝑ.18.septimi.a.ad.n.sicut.k.ad.m.ꝛ.n.ad.p. sicut.m. ad.l. q̃re a.n.p.sunt ꝯtinue ꝓportionales in ꝓportione.c.ad.f.ꝛ q̃ per.19.eiusdē.p .ad.b. sicut.e.ad.b.ꝛ ideo sicut.c.ad.f.sequit̃ ut quatuor numeri.a.n. p.b. sint continue ꝓportionales ꝑm ꝓportionē.c.ad.f.sunt itaq; inter.a.ꝛ.b.duo numeri.n.ꝛ.p.me dij incōtinu. ꝓportionalitate suoꝝ laterum interpositi:q̃d ē ꝓpositū. Correl.autē p; cū ꝓportio.a.ad.b.sit ꝑ diffinitionē sicut.a.ad.n.triplicata que est eadem illi. que est.e.ad.l.

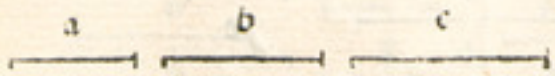
Propositio 19



Si eis scōm cōtinuā ꝓportionalitatē duo numeri interiacent quilibet duo numeri solidi sunt atq; similes.

Hec est ꝓuersa p̃misse vt si inter.a.ꝛ.b.sint duo numeri.c.ꝛ.d.medij in cōtinua ꝓportione:erūt.a.ꝛ. b.solidi ꝛ similes: Sumant̃ enim tres minimi in eadē proportione ꝯtinue ꝓportionales qui sunt. e.f. g.erūtq; per.17.e.ꝛ.g.superficiales ꝛ similes.sint ergo.h.ꝛ.k.latera.c.at.l.ꝛ.m.latera.g.eritq; per correl.·16.huius.e.ad.f.sicut.h.ad.l.aut sicut.k. ad.m. manifestū autē est ex tertia q̃.e.ꝛ.g.sunt ꝯtra se primi: ideoq; per.23.septimi in sua ꝓportione minimi.ꝛ q̃ ꝑ equā ꝓportionalitatē sunt.a.ad.d.ꝛ.c.ad.b.sicut.e.ad.g sequit̃ per.21.septimi:ut ipsi numerent.a.ꝛ.d.equaliter q̃d sit ꝑm.n.ꝛ item.c .ꝛ.b. eq̃lit̃ q̃d sit ꝑm.p. Quia igit̃ ex.h.in.k.fit.e.ꝛ ex.e.in.n.fit.a.sequit̃ ꝑ diffinitionē vt.a.sit solidus eiusq; latera.h.k.n.sil'r q̃ ex.l.in.m.fit.g.ꝛ ex.g.in.p.b. sequitur etiam ut.b.sit solidus ꝛ eius latera.l.m.p.ipsos aūt esse sil'es sic constabit cū ex.g. in.n.fiat.d.ꝛ ex eodē in.p.b.erit ꝑ. 18.septimi.n.ad.p.sicut.d.ad.b.ꝛ q̃ sic erant h.ad.l.ꝛ.k.ad.m.ꝑ diffinitionē manifestū est.a.ꝛ.b.esse similes:q̃d est propositū.

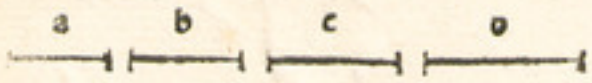
Propositio 20.



Si trium numerorū continue ꝓportionaliū primus fuerit quadratus tertium quoq; quadratum esse.

Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.fitq; a.quadrat⁹ dico q̃.c.est etiā quadratus sunt enī ꝑ.17.a.ꝛ.c.supficiales ꝛ similes cum igitur.a.sit quadratus ꝑ ypothe.erit.c.quadratus.

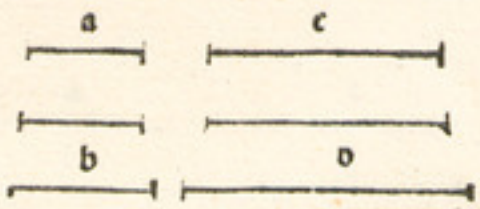
Propositio 21



Si quatuor numerorum continue proportionalium. primus fuit cubus:quartum cubum esse necesse est.

Sint quatuor numeri cōtinue proportionales.a.b.c.d. sitq; a.cubus: dico q̃.d.est etiam cubus:cōstat enim per.19.q̃.a. ꝛ.d. sunt solidi similes:ꝛ q̃.a.est cubus per ypothe.erit etiam.d.cubus.

Propositio 22.

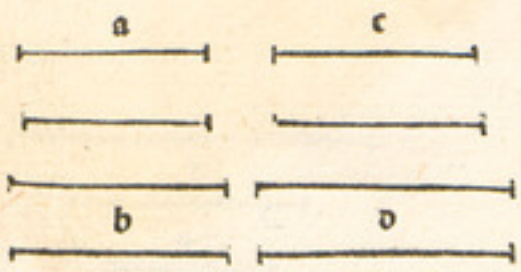


Si duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio sicut quadrati ad quadratū fuerit vn⁹ quadrat⁹:alterū quoq; quadratum esse.

Sint duo numeri.a.ꝛ.b.in proportione duoꝝ quadratoꝝ qui sūt c.ꝛ.d.sitq; a.vel .b.quadratus:dico reliquū esse quadratū: cū enim c.ꝛ.d.sint quadrati:sequitur eos esse superficiales similes.ideoq; per 16.cadet vnus medius inter eos in continua proportione:quare per.8.ꝛ inter.a.ꝛ b.per·20. igitur cōstat propositum.

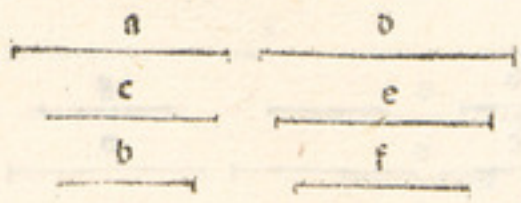
Propositio 23.

SI duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alteꝝ cubicum esse. ¶ Sint duo numeri.a.et.b.in ꝓportione duoꝝ cuboꝝ qui sunt.c.et.d sitq3.a.vel.b.cubus: dico reliquū esse cubum. necesse est enim q̃.c.et d.sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes et solidi: itaq3 ꝑ 18.inter ipsos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.et.b.itaq3 per.21.manifestum est quod dicitur.



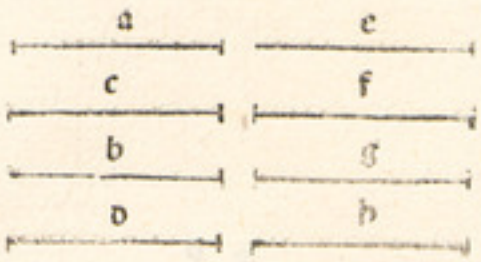
Propositio .24

NUmerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum. ¶ Sint.a.et.b.superficiales similes. dico q̃ vnus ad alterū est ꝓportio sicut quadrati ad quadratū: erit enī per.16.inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit.c.sumptis itaq3 tribus minimis in ꝓportione eorū: qui sunt.d.e.f.erunt per corol.2.d.ad.f.quadrati: et q̃ ꝑ equā proportionalitatē est.a.ad.b.sicut.d.ad.f.cōstat verꝝ esse q̃d ꝓponitur.



Propositio 25

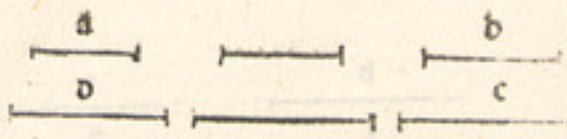
OMnium duorum solidorum similium est proportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum. ¶ Sint.a.et.b.solidi similes: dico q̃ ꝓportio vnius coꝝ ad alterum est sicut alicuius cubi ad aliquē alium cubum. Sūt quidem ꝑ.18.inter eos duo numeri medij ꝑm continuā proportionē qui sit.c.et.d.i coꝝ proportione sint minimi: quatuor.c.f.g.h.quoꝝ.c.et.b.erunt cubi per corolarium scōe.q̃ igitur per equā proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.c.ad.h.liquet propositum. ¶ Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.



PAr numerus est qui potest in duo equalia diuidi. ¶ Impar numerus ē qui ī duo equalia diuidi nō pōt: additq3 supra parē vnitatē Pariter par ē quē cūcti pares eū numerantes paribus vicibus numerant: ¶ Pariter ī par est quē cuncti pares eū numerātes ipa/rib⁹ vicib⁹ numerāt. ¶ Pariter par et ipariter ē quē pares eū numerātes quidā parib⁹ quidā im parib⁹ vicib⁹ numerāt. ¶ Impari/ter ipar quē cūcti ipares eū numerantes imparibus vicibus numerāt. ¶ Perfectus numerus appellat qui oībus ꝑtib⁹ suis quib⁹ numerat ē equalis. ¶ Abundans dicitur qui oībus suis ꝑtibus minor est. ¶ Diminutus vero qui maior.

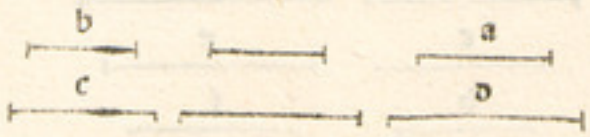
Propositio. .1.

SI fuerint duo numeri supficiales silēs qui ex ductu alterius in alterum producetur numerū quadratū eē necesse ē. ¶ Sint.a.et.b.superficiales similes ex quoꝝ multiplicatione proueniat.c.dico.c.esse quadratū.fiat enī.d.ex.a.in se.eritq3 per.18.septimi.d.ad.c.sicut.a.ad.b. et q̃ inter.a.et. b.cadit vnus medius scōm cōtinuā ꝓportionalitatē ꝑ.17.octaui.sequit ꝑ.8.eiusdē vt vn⁹ quoq3 cadat inter.d et.c.itaq3 cū.d.sit quadratus erit per.20.eiusdē.c.quoq3 quadratus q̃d ē ꝓpositū.



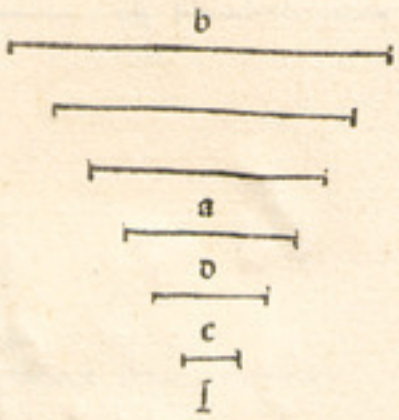
Propositio 2

Si ex ductu alterius in alterum tetragonus pducatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaq; patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerū aliquē tetragonus producatur illū numerum aliquē esse tetragonū. Itēq; si ex ductu tetragoni in numex aliquē non tetragonus producatur eū numerum aliquē non tetragonū esse. Si vero tetragonus in numex aliquē non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.



Hec est quersa prioris vt si ex.a.in.b.fiat.c.fueritq;.c.quadratus: erunt.a. et.b. supficiales similes.sit enī.d.ex.a.in se.eritq; per.18.septimi.d.ad.c. sicut.a. ad.b. per.16.aut .8.cum.d.et.c.sint supficiales similes: eo q̄ sūt ambo quadrati.erit inter eos vnus numerus medi⁹ ſm cōtinuā propor.p. 8.itaq; eiusdē erit etiam vnus inter.a.et.b.igitur p.17.eiusdē.a.et.b.sunt superficiales sil̄es: quod est propositum Prima ps correl'.patet p̄ premissam: sunt enī omnes tetragoni supficiales similes secda patet ex hac cū sit solus tetragonus sil̄is tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius correl'.pte a destructione ꝓsequētis.quarta vero p; ex eiusdē pte secda a destructione etiā ꝓsequētis.

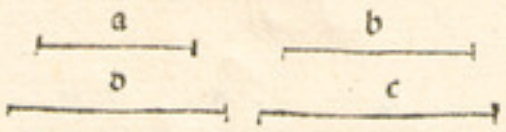
Propositio .3.



Si numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.

Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico. b.esse cubū.sit enī .c. latus cubicū.a.ex.c.vero in se fiat.d.patet itaq; q̄ ex. c.in. d.sit.a. sunt igitur vnitas.c.d.a.ꝓtinue ꝓportionales: qō ex.18.septimi et p̄ sentibus ypothesibus manifestū est: et quia est.a.ad.b.sicut vnitas ad.a.eo q̄ quotiens vnitas ē i.a.totiēs.a.in.b.erūt iter.a.et.b.duo numeri medij ſm ꝓportionalitatē ꝓtinuā per.8.octaui: cum igit̄ ex ypothesi sit.a.cubus erit per.21.eiusdem.b. quoq; cubus: qō oportebat demōstrare.

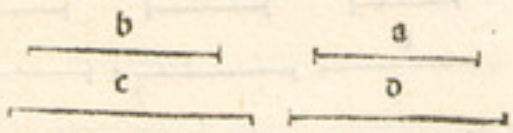
Propositio .4.



Si cubus ī alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.

Sint.a.et.b.cubi: fiatq;.c.ex.a.in.b.dico.c. esse cubum. fiat enim d.ex.a.in se.eritq; per premissā.d.cubus et q̄ per.18.septimi ē.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex.23.octaui.c.eē cubum: qō est propositum.

Propositio .5.



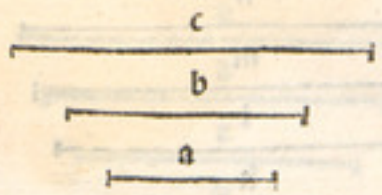
Si numerus cubus in numex alium ducatur: fueritq; producus cubus in quē ductus ē numerum cubum esse necesse est. vnde et manifestū est: quia ex ductu cubi in nō cubū producitur non cubus. Ductoq; cubo in numex aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quē ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.

Sit enī ex.a.cubo in.b.numex pduct⁹.c.cub⁹ dico.b.eē cubū: fiat enī.d. ex.a.ī se qui p̄ antep̄missā erit cub⁹: q̄ igit̄ ē p.18.sep.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estq;.a.cubus ſ; et.d.et.c.cubi erit p.23.octaui.b.cub⁹ qō ē ꝓpositū: p̄ma ps correl'.patet ex hac quinta a destructione ꝓnātis.secda per p̄missam sil̄r a destructione cōsequentis.

Propositio .6.

Si ex ductu cuiusdã numeri in se ipsum cubus producat eũ esse cubũ necessario comprobatur.

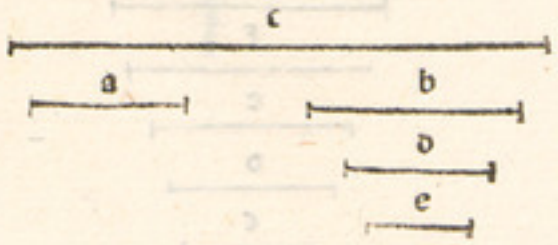
Sit vt ex.a.in se fiat.b.sitq; .b.cubus: dico ergo.a. esse cubũ:fiat eni.c.ex.a.in.b.eritq; ex diffinitione.c.cubus. et qm̃ constat ex.18. septimi ꝗ sit.a.ad.b.sicut.b.ad.c. cũ sint.b. et.c.cubi: sequit̃ ex.23 octaui.a.esse cubũ:qd̃ ē ꝓpositũ.



Propositio .7.

Si numerus cõpositus in numerum quẗlibet ducatur :qui inde producetur erit solidus.

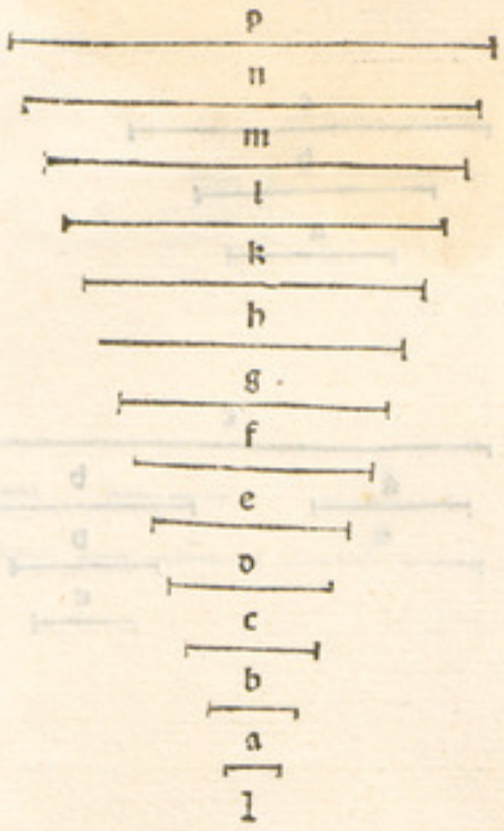
Sit.a.numerus cõpositus:qui ducatur in.b.et ꝓueniat.c.dico.c esse numerũ solidũ:cũ eni.a.sit cõpositus numeratur ab aliquo numero qui sit.d.numeretq; eum scõm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.⁊ ex.a.in.b.c.erit ex diffinitiõe solidoꝝ.c.solidus eiusq; latera.e.d.b.qd̃ ē ꝓpositũ.



Propositio .8.

Si fuerint nũmeri ab vnitate cõtinue proportionales :tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itẽq; septimus ab vnitate ē quadratus cubicus.ac deinceps:quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

Sint cõtinue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico.b.esse quadratũ ⁊.d.obmisso.c.⁊ sic alios vno semp obmisso.vnde simplr omꝫ existẗtes in in locis iparibus sunt quadrati:vt sunt tertius quintus et septimus: dico item.c. esse cubũ ⁊.f.duobus obmissis:et sic in ceteris. Omnisq; simplr est cubus cui⁹ ab vnitate locus addit sup̃ ternariũ:vel quẗlibet multiplicẗ ipsius ternarij vnitatẗ:vt sũt quartus septimus decim⁹tertiusdecimus ⁊ sextusdecimus. in hs eni ꝓueniunt omnes qui duos transmittunt. Itẽq; dico.f.ab vnitate septimũ esse quadratũ cubicũ:⁊ sicr.n.quinq; numeris intermissis : idẗq; in ceteris. Simplr autẗ dico cui⁹ locus ab vnitate addit super senariũ vel quẗlibet multiplicẗ ipsius vnitatẗ: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus ⁊ vicesimusquintus:illũ cẗ quadratũ cubicum: quadratũ quidẗ qm̃ eius locus impar : cubũ aũt qm̃ sup̃ multiplicem ternarij addit vnitatem quippe senarij multiplices cũctos ternarij necesse est cẗ multiplices. Que aũt ꝓposita sunt sic constãt. Est eni ex ypothesi.a.in.b. quotiẗs vnitas in.a.itaq;.b.ex diffinitione quadratus:q̃ igit̃.b.c.d.sũt cõtinue proportionales cũ.b.sit quadratus p; ex. 17.vel.20.octaui.d.esse quadratum. Eadem rõne et f.q̃.d.e.f.sunt ꝗtinue ꝓportionales:et.d.est quadratus:idem in ceteris vno intermisso:ꝗstat itaq; primũ. Scõm sic cũ sit.b.in.c.quotiẗs.a.in.b.ex ypothe.sequit̃ a diffinitione vt ex.a.in.b.suũ quadratum fiat.c.igit̃ ex diffinitiõe cubi .c.est cub⁹ At q̃.c.d.e.f.sũt ꝗtinue ꝓportionales sed ⁊.f.g.h.k.est aũt.c. cubus : necesse est per. 19.vel.21 .octaui vt.f.quoq; sit cubus.ideoq; ⁊.k.idemq; ĩ ceteris duob⁹ trãsmissis:q̃re liquet scõm. Qm̃ aũt.m.f.septimo ⁊ in.n.tertiodecimo:ceterisq; quinq; medios obmittẗtib⁹.simplr vero ⁊ in oibus quoꝝ loc⁹ semp̃ quẗlibet multiplicẗ senarij addit vnitatẗq;:terminant̃ quadratoꝝ ⁊ cuboꝝ cõputatiões:in his quidem vni⁹:in illis aũt duoꝝ obmissione sequit̃ ipsos esse q̃dratos: ex huius prima ꝑte ⁊ cubicos ex scõa:quare quadrati cubici:constat ergo totum quod dicitur



Propositio. 9

SI numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs quadrat⁹ fuerit: ceteri quoq; oẽs erunt quadrati. Si vero qui vnitatẽ sequitur fuerit cubus ceteri quoq; omnes erunt cubi.

¶ Sint qui prius continue proportionales ab vnitate. sitq; .a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes cẽ cubos. b. cni constat esse quadratũ ꝑ premissaz: qꝛ ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex 27. octaui sequit̃. c. esse quadratũ. idẽ quoq; ex eiusdẽ. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autẽ idẽ codẽq; modo ꝓbabis: quare patet primũ. Scõm autẽ sic. cũ. b fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaq; per. 23. octaui. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est enĩ. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem sunt enĩ. a. b. c. d. sed et. b. c. d. e. singuliq; quatuor continue sumpti continue proportionales.

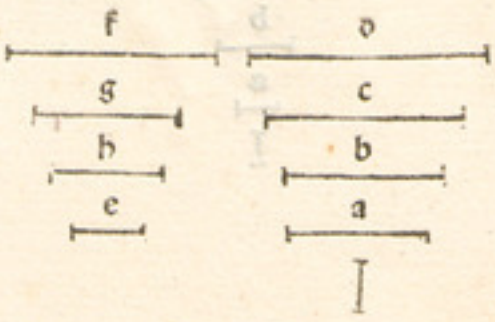
Propositio 10.

SI numeris quotlibet ab vnitate continua ꝓportionalitate dispositis vnitatẽ sequẽs non quadratus fuerit. non erit alioꝝ quisq; quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deiceps vno semp ꝯtermisso reperiunt̃ tetragoni. Si vero secũdus ab vnitate nõ fuerit cubus: nullus ceterorũ erit cubus exceptis ab vnitate quarto: ⁊ deinceps his qui duoꝝ semp ꝯtermissione formantur cubicis.

¶ Hec ex opposito subiecti premisse infert ꝑtem oppositi passionis. dico aũt partẽ qm̃ ex. 8. ꝓstat omnes impares esse quadratos. omnesq; quoꝝ locus sup ternarium vel quelibet ipsius multiplicẽ addit vnitatẽ esse cubos. sint itaq; qui prius ab vnitate ꝯtinue proportionales nõ sit autẽ. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum eorũ esse quadratum: aut cubicũ nisi quos octaua proponit. si enĩ quis alius ponatur quadratus sequit̃ ꝑ. 22. octaui. a. esse quadratũ. Qõ si cubus sequit̃ per. 23. eiusdem. a. esse cubum quoꝝ vtrũq; contrarium est ypothe. Constat ergo ꝓpositũ:

Propositio .11.

SI numeris quotlibet ab vnitate cõtinua ꝓportionalitate dispositis aliquis numer⁹ primus vltimum numeret: eum quoq; qui vnitatẽ sequitur numerare necesse est.

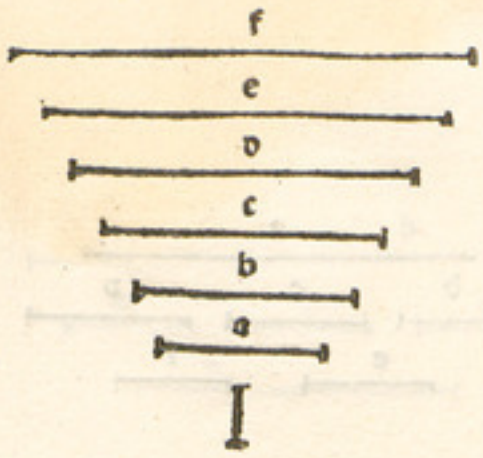


¶ Sint vsq; ad. d. ꝯtinue proportionales ab vnitate: sitq; .c. numer⁹ primus de quo ponat̃ ipsũ numerare. d. dico ꝙ idem numerabit. a. Nã si nõ erit ad ipm̃ prim⁹ ꝑ. 32. sep. ⁊ qꝛ ex. a. i se fit. b. sequit̃ ex. 26. eiusdẽ ut ipe quoq; sit prim⁹ ad. b. sed ⁊ ad. c. ⁊ ad. d. sequit̃ ipm̃ cẽ ꝑmũ. ꝑ. 25. eiusdẽ: eo ꝙ ex. a i. b. fit. c. ⁊ ex eodẽ in. c. d. nõ ergo numerat. d. cũ sit primus ad ipm̃: q̃re accidit ꝓriũ ypoth. Idẽ aliter cũ sit. e. prim⁹ si nõ numerat. a. ꝑimus erit ad ipm̃ ꝑ. 32. sep. itaq; ꝑ. 32. eiusdẽ erũt minimi i sua ꝓportione: qꝛ aũt. e. ex ypoth. numerat. d. sit vt ꝑm. f. ꝓstat vero ꝙ ex. a. in. c. fiat. d. ergo ꝑ secũdã ꝑtẽ. 20. sep. erit. a. ad. e. sicut f. ad. c. q̃re ꝑ. 21. eiusdẽ. e. numerabit. c. ⁊ sit ut ꝑm. g. ⁊ qꝛ ex. a. i. b. fit. c. sequit̃ quoq; per easdem ⁊ eodẽ mõ ut. e. numeret. b. esto ergo ꝙ ꝑm. h. ⁊ qm̃ rursus ex. a. in se fit. b. necesse est iterũ per easdẽ ut. e. numeret. a. sed positũ erat non numerare ꝙ accidit impossibile.

Propositio .12.

IN numeris ab vnitate ꝓtinue ꝓportiõalib⁹ minor maiorẽ numerat ꝑm aliquẽ i illa ꝓportionalitate dispositum.

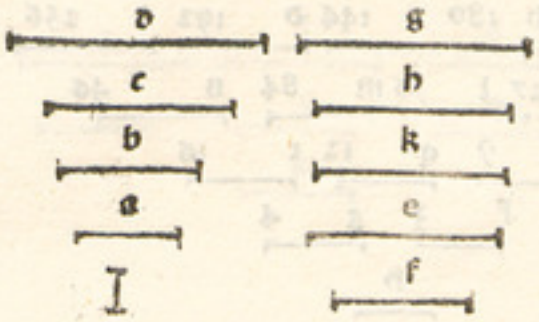
¶ Sint ab vnitate vsq3 ad.f.cõtinue ꝓportionales.dico nullũ ipsoꝝ numerare.f.nisi ꝑm aliquẽ alioꝝ:cõstat enim q.e.numerat ipsũ.f.ꝑm a.est enim.e.ad.f.vt vnitas ad.a.sed ⁊.d.numerat eũdẽ.f.ꝑm.b.ẽ nã q3 ꝑ equã ꝓportionalitatẽ.d.ad.f.vt vnitas ad.b. De.c.quoq3 patet eodẽ mõ q secũdũ se ipsũ numeret eum. Econuerso quoq3.a.numerat eũ ꝑm.e. eo q sicut vnitas ad.e.ita.a.ad.f.b.vero ꝑm.d.est enim vt vnitas ad.d.ita.b.ad.f. vez igitur est q ꝓponitur. Quippe quotus quisq3 qui proponit vltimũ numerare fuerit sub vltimo ꝑm totum supra vnitatem:numerare ipsum conuincit ꝑ equã proportionalitatem ⁊ diffinitionem.

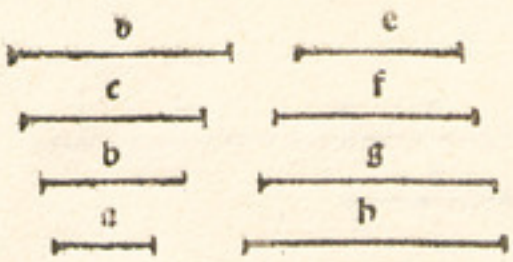


Propositio 13

QVotlibet numeris ab vnitate cõtinue ꝓportionalibus si qui vnitatem sequitur fuerit numerus primus maximum eorum nili de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

¶ Sint vt prius vsq3 ad .d.continue proportiõales ab vnitate .sitq3 a.numer⁹ prim⁹:dico q nullus numerabit vltimũ nec simplr aliquẽ eoꝝ nisi aliqs eoꝝ qui antecedit vltimũ vel cũ qui ponit numerari. Sit enim si possibile ẽ.e.diuersus ab eis qui numeret.d.qui si fuerit primus ꝑ.11.numerabit.a.non igit ẽ.a.p̃m⁹ quod ẽ ꝓ ypoth. Si aũt ipse fuerit cõpositus necesse ẽ per.30.septimi:vt aliqs primus nũeret eũ qui nõ erit nisi.a. Nã si ẽ alius ab.a.vt.f.cũ necesse sit ipsũ nũerare d.arguet etiã eũdẽ numerare.a.ꝑ.11.sic quoq3.a.nõ erit p̃mus. Est igit.a.primus numerãs.e.qm̃ aũt.e.nũerat.d.sit vt ꝑm.g.eritq3 ꝑ scõdã ptẽ.20.sep.a.ad.e.sicut g.ad.e.sit enim.d.ex.a.i.e.q̃re cũ.a.numeret.e.⁊.g.numerabit.e.sitq3 ut ꝑm.b. sequitq3 ut.a.numeret.g.sicut sequbat vt numeraret.e.alioquin si.g. quidẽ ẽ p̃m⁹ cũ numeret.e.sequit ꝑ.11.ipsũ numerare.a. Si aũt cõpositus ꝑ eãdem sequit numerũ primũ numerantẽ.g.numerare.a.quod ẽ incõueniẽs.itaq3.a. numerat cũ. sequit ergo ꝑ secundã ptẽ.20.septimi vt.b.numeret quoq3.b.eo q tã ex.a.in.b.q̃3 ex. g. in.b.ꝓstat ꝓduci.e.numeret.b.itaq3 ip̃m ꝑm.k. Constat aũt vt pri⁹ de.g.q.a.numeret.b. Nã si nõ nõ erit.a.prim⁹ itaq3 ꝑ secũdã ptẽ.20.sep.sequit ut.k.numeret.a sit enim tã ex.a in se q̃3 ex.b.i.k.b. Manifestũ ẽ autẽ.k.nõ esse.a.nullus enim numeroꝝ.g.b.k.ẽ aliquis ex.a.b.c.d.si enim.g.esset aliquis ex eis cũ ipe numeret. d.secundũ.e.eet ꝑ p̃missã.e.quoq3 aliquis ex eis.s3 nõ erat: nec igit.g.silr cũ.b.numeret.e.ꝑm.g.nõ erit.b.aliquis ex.a.b.c. Nam esset.ꝑ p̃missã ⁊.g.ostẽsum ẽ autez q non :nec igit.b.eadẽ rõne nec.k.cũ enim ipse numeret.b.secundũ.b.si ipse eet.a.cõuinceret ꝑ p̃missã.b.quoq3 ee.a. At nõ erat:nec igit.k.erit.a.numerat autẽ ipsum Nõ ẽ itaq3.a.prim⁹qõ ẽ ipossibile. ¶ Aliter idẽ si.e.diuersus ab.a.b.c.d.numerat d.sit vt secundũ.f.⁊ q⁊.a.numerus primus numerat d. ꝓductũ ex.c.in.f.sequit ex 33.sep.q ipse numeret.e.vel.f.numeret.ergo.e.q⁊ igit tã ex.a.i.c.q̃3 ex.e. in.f.fit d.erit per secundã partẽ.20.septimi.a.ad.e.sicut.f.ad.c. numerat itaq3.f.c. sit vt secundũ.g.eritq3 per.33.septimi ut.a.quoq3 numeret. f.vel. g.sitq3 ut. f.sequitq3 per secundam partem.20.eiusdem vt .g.numeret .b.sitq3 ut secundum.b.ut primus igitur.a.numerabit.g.vel.b.⁊ sit vt numeret.g.b. ergo per secundam ptẽ.20. numerabit.a.si itaq3.b.non ẽ equalis.a.non erit.a.primus :quod ẽ ꝓtra ypoth. Si autẽ equalis erit vnusquisq3 numeroꝝ.g.f.e.aliquis ex.a.b.c.d.ꝑ p̃missã quo

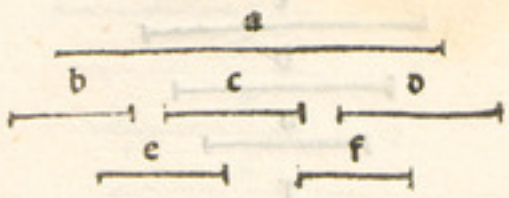




tiens oportet assumptam. Non est igit̃.e.diuersus ab eis:qd̃ est etiã cõtra ypothe: itaq3 constat vex esse qd̃ proponit̃.

Propositio .4.

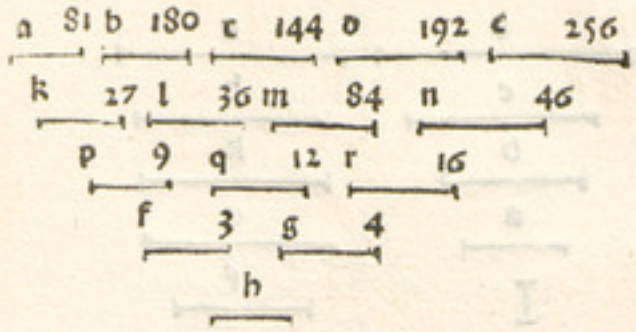
Si ppositus fuerit numer⁹ minus quẽ numerãt primi assignati nõ numerabit eũ aliquis numerus primus preter illos assignatos:



Sit.a.minimus numerus numerat⁹ a numeris primis qui sũt.b.c.d.dico q alius primus p̃ter eos nõ numerabit.a. Sin autem sit.e primus numerãs cũ ꝑm.f.q2 ergo quilibet numerox.b.c.d.numerat .a.pductũ ex e.in.f.ẹ autẹ quilibet eorum primus sequitur ex.33.septimi:vt quilibet eox nume/ret.e.vel.f.sed.e.nullus numerat cũ sit primus:quilibet ergo eox numerat.f.cum itaq3 sit.f.minor.a.vtpote qui numerat cũ ꝑm. e.nõ erit.a. minimus numeratus ab illis qd̃ est inconueniens.

Propositio .15.

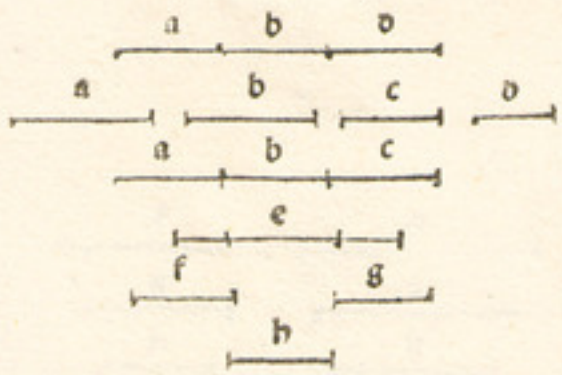
Si quotlibet numeri continue proportionales ꝑm suã proportionẽ fuerint minimi: quicũq3 aliquẽ illorũ numerat alteri terminorũ illius ꝓportionis erit cõmensurabilis



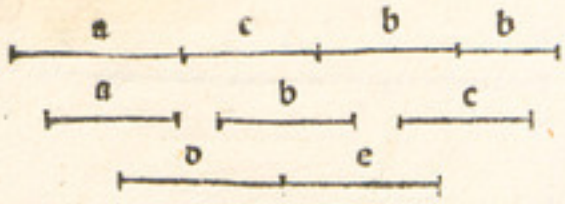
Sint.a.b.c.d.e. cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi ꝑm ꝓportionez f.ad.g.qui sint in sua ꝓportione minimi:⁊ ponatur.b.numerare.c. dico q.b.est cõmensurabilis.f.vel.g.sumant̃ enim in eadẽ ꝓportione quatuor minimi qui sunt.k.l.m.n.cõstat aũt ex scda octaui q ex.f.in.m.fit.c.alioquin cõtingeret esse minus minimo qd̃ esse nõ potest.itaq3 per corell̃.33.septimi erit. b.cõmensurabilis.f.vel.m.q si.f.cõstat ꝓpositum:si aũt.m.sumant̃ in eadẽ ꝓportione tres minimi qui sint.p .q.r.eritq3 ex scda octaui vt. m.fiat ex.f.in.r. ne minus mimo aliqd eẽ cogamur cõcedere :q̃re per predictũ corell̃ .b.ẹ cõmensurabilis.f.vel r.sed nõ erat.f.sic enim constabat propositũ :cõmensurabilis igitur ẹ. r. qui cum ex secũda octaui fiat ex.g.in se sequitur ex dicto corell̃.ut.b.sit cõmensurabilis.g. qd̃ est propositum.

Propositio .16.

Si fuerint numeri quotlibet cõtinue proportionales ĩ sua proportione minimi quilibet eorum ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

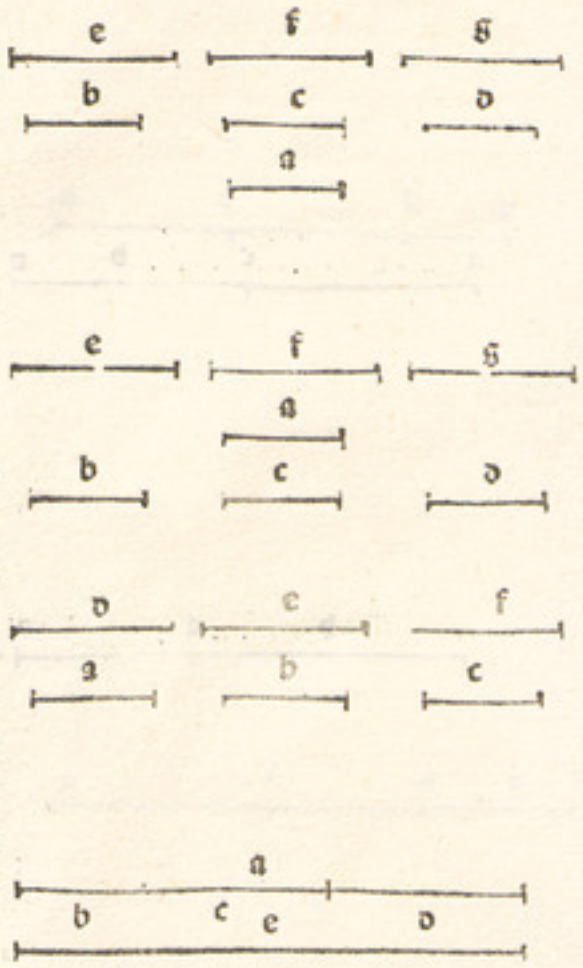


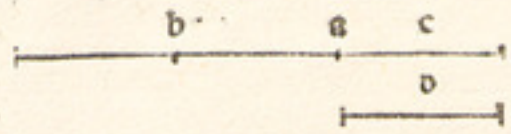
Sint.a.b.c.d, cõtinue ꝓportionales ⁊ minimi. dico cõpositũ ex.a b.c.primũ esse ad.d. Si enim nõ numerabit aliquis numerus qui sit.e cõpositũ ex.a.b.c.⁊.d.p ꝑmissã igit̃ erit.e.cõicans alteri terminox illius ꝓportionis qui sunt.f.⁊.g.erit itaq3 numer⁹ aliqs numerãs.e.⁊ alterum duorum.f.g. qui sit.b.quia ergo.b.numerat.e.numerabit.d.⁊ cõpositum ex.a. b.c. ⁊ quia numerat.f.vel.g.quorũ vterq3 numerat vtrũq3 mediorum ⁊ simpliciter oẽs si plẽs duobus sint:ex secũda octaui sequit̃ ut ipse numeret.b.⁊.c.ergo ⁊.a.q2 numerat totum a.b.c.nõ sunt igit̃.a.⁊.d.q̃ se ꝑmi qd̃ ẹ incõueniẽs p.3.octaui:sil̃r quoq3 constabit ꝓpositũ ex.a.b.d.ꝑmũ eẽ ad.c.si enim vt prius.e.numerat ãbos sequit̃ p ꝑmissam ut aliquis numerus qui etiã sit.b.numeret.e.⁊ alterũ duorũ.f.g.itaq3.b.numerat c.⁊ totũ.a.b.d.sed ⁊.b.cũ vtraq3 radicũ numeret omnes medios :igit̃ ⁊ cõpositũ ex.a.⁊.d.⁊ q2 necessario numerat alterũ duorũ.a.d.cũ numeret alterũ duorũ.f.g. numerabit ⁊ reliquũ. Nõ sũt igitur.a.⁊.d.cõtra se primi:⁊ ita idẽ ut pri⁹. Demõstrãt,aũt idẽ aliter de trib⁹ cõtinue ꝓportiõalib⁹ ⁊ minimis sine aminiculo ꝑmisse,pbãt enim ex quibusq3 duob⁹ cõpositũ ꝑmũ eẽ ad reliquũ.sint itaq3.3.cõtinue ꝓportionales ⁊ mimi.a.b.c.quox termini.d.⁊.e.dico tũc compositum ex.a.⁊.b.primũ



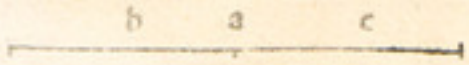
esse ad.c.⁊ cōpositū ex.b.⁊.c.ad.a.itēq3 ex.a .⁊.c. ad.b. manifestū enim est ex se/
cunda octaui qō ex.d.in se fit.a.⁊ in.e.fit.b. ⁊ ex.e. in se. c.⁊ ex.22.septimi.qō.d.
⁊.e.sūt cōtra se primi:itaq3 ex pma pte.29.eiusdē erit tot⁹.d.e.pm⁹ ad vtrūq3 coꝝ
q2 igit vterq3 duoꝝ numeroꝝ.d.⁊.d.e.prim⁹ ē ad.e.erit p.25.eiusdē qui ex.d.in.d
e.pducitur ⁊ ipse ē cōpositus ex.a.⁊.b.pmus ad.e.sequit ergo p.26.eiusdē.ut etiā
cōpositus ex.a.⁊.b.sit pm⁹ad.c.fit eni.c.ex.e.i se ¶ Simili quoq3 demōstratōe p/
babis cōpositū ex.b.⁊.c.pmū esse ad.a. At vero cōpositū ex.a.⁊.c.pmū esse ad.b:
sic habeto:cū sit eni vterq3 duoꝝ.d.⁊.e.pmus ad totum.d.e.erit p.25.septimi qui
ex.d.in.e.pducit:⁊ ipse est.b.pmus ad.d.e.itaq3 p.26.eiusdē qui ex. d. e.in se p/
uenit:⁊ ipse est qui cōponit ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.primus erit ad.b.sequit ergo com
positū ex.a.⁊.c.pmū esse ad.b.necesse eni ē ut ex duobus cōpositus cū primus fue
rit ad vnū coꝝ ex quib⁹ componit:sit primus ad reliquū:demonstratum aūt ē hoc
supra.29.septimi. Oportet aūt stabilire ad robur istius demonstratiōis compositū
ex.a.⁊.b.pduci ex.d.in cōpositū ex.d.⁊.e.supposito q ex.d.in se fit.a. ⁊ ex codē3
in.e.b.itēq3 q ex.d.e.i se pducat cōpositū ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.supposito eo quod
prius ⁊ q ex.e.in se fit.c.huius itaq3 grā pponim⁹ hec demonstrāda.

¶ Qō fit ex ductu vni⁹ numeri i quotlibet tantū ē:quantū qō ex ductu
eiusdē i cōpositū ex illis. ¶ Idē pponit pma scōi de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b
⁊ in.c.⁊ in.d.pueniant.e.⁊.f.⁊.g.dico q ex.a.in cōpositū ex. b.⁊. c.⁊. d.pueni
cōpositū ex.e.⁊.f.⁊.g.sequit eni ex cōuersione diffinitionis eius qō multiplicat ut
tota pars sit.b.e.⁊ tota.c.f.sed ⁊.d.tota.g.quota ē vnitas.a. per quintā itaq3 se/
ptimi:tota quoq3 ps erit cōpositus ex.b.⁊.c.⁊.d.compositi ex.e.⁊.f.⁊.g.quota est
vnitas.a.ergo per diffinitionē ex.a.in cōpositū ex.b.⁊.c.⁊.d.fit cōpositus ex.e.⁊
f.⁊.g.qō est propositū. ¶ Qō fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum
equū ē ei qō fit ex cōposito eorū in eundē. ¶ Hoc ē cōuersū eius qō modo
demonstratū ē:vt si ex.b.⁊.c.⁊.d.in.a.fiant.e.⁊.f.⁊.g.fiet quoq3 cōpositus ex cō
posito i eundē:qō ex.17.septimi ⁊ pdemonstrato facile cōcludit. ¶ Qō fit ex du
ctu quotlibet numeroꝝ in quotlibet alios:equū est ei qō fit ex cōposi
to horum in compositū illoꝝ. ¶ Vt si.a.b.c.multiplicēt.d.e.f. quilibet quē/
libet:iungantq3 pducta.dico aggregatū ex productis esse equale pducto ex cōpo/
sito ex.a.⁊.b.⁊.c.in cōpositū ex.d.⁊.e.⁊.f. est eni p premissam qō fit ex cōposito
ex.a.b.c.in.d.quātū qō ex singulis in illū.d.sic ⁊ in.e.⁊ in.f.ex cōposito aūt horū
a.b.c.in quēlibet illoꝝ.d.e.f.p ante pmissā fit quātū ex cōposito in cōpositū.itaq3
constat ppositū. ¶ Numero in quotlibet ptes diuiso: tantū est qō fit ex
toto eo in se:quantū qō ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idē pponit scōa se/
cundi de lineis.vt si.a.diuidat in.b.⁊.c.⁊.d.dico qō tantum fit ex.a.in se quantū
in oēs illos.b.c.d.posito eni.e.equali.a.constat ex prima hax incidentū tm fieri
ex.e.in.a.quātū in oēs ptes.a.sed p cōcept.ex.e.in.a.fit quātum ex.a.in se.⁊ ex.e
in ptes.a.quātū ex.a.in easdē. Manifestū ergo ē vex esse qō dicit. ¶ Numero
in duo diuiso qō fit ex toto in alterum diuidentium:tm est quantū qō
ex eodem in se ⁊ in alterum. ¶ Idem proponit tertia scōi de lineis. Sit eni.a
diuisus in.b.⁊.c.dico tm fieri ex.a.in.c.quātū ex.c.in se.⁊ in.b. Nam qō ex.a.i.c.
ē quātū qō ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaq3.d.equali.c.erit.a.in.c. quantum
d.in.a. At per primā harū.d.in.a.ē quantū in.b.⁊.c.q2 ergo.d.in.a.⁊ i.b.⁊.i.c.ē
quantum.c.in.a.⁊ in.b.⁊ in se propter equalitatem.c.⁊.d.constat propositum.



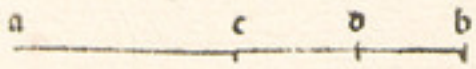


¶ Numero in duo diuiso qd ex ductu totius in se: est quantum qd ex ductu vtriusq; diuidentium in se ⁊ alterius eorum bis in alterum.



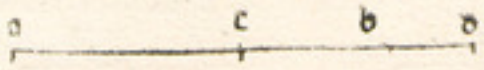
¶ Idem ꝓponit quarta scōi de lineis vt si a. diuidatur in. b. ⁊. c. dico tm̃ fieri ex. a i se. quātū ex. b. in se. ⁊. c. i se ⁊ ex. b. bis in. c. est enī per quartam harum q̃ ex. a. in se quantū qd ex eo in. b. ⁊ in. c. ex eo autē in. b. per premissā est quantū ex. b. in se. ⁊ in. c. at ex. a. in. c. per eandem est quantum ex. c. in se. ⁊ in. b. ⁊ qr ex. c. in. b. tātum est quantum ex. b. in. c. per. 17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duoq; inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ē quadrato medietatis totius.



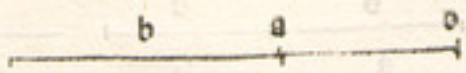
¶ Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si. a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint. a. c. ⁊. c. b. itemq; in duos inequales quorꝫ sit maior. a. d. ⁊ minor d. b. dico q̃ illud qd fit ex toto. a. d. in. d. b. cū quadrato. c. d. equale est q̃drato. c. b per premissam enim quadratū. c. b. est equale quadrato. c. d. ⁊ quadrato. d. b. ⁊ ci qd fit ex. b. d. in. c. d. bis: sed ex. b. d. ilse ⁊ i. c. d. tm̃ fit quātū i. c. b. ꝑ pmā hax: ⁊ iō quātū i. a. c. itaq; ex. b. d. in se ⁊ in. c. d. bis quātū ex ipso. b. d. i. a. d. ꝑ eādē igitur quadratū. c. b. supat id qd fit ex. b. d. in. a. d. in q̃drato. c. d. cōstat ergo propositū.

¶ Cum fuerit numerus in duo eq̃lia diuisus eiq; alius numerus adiūctus: qd fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio ⁊ adiuncto.



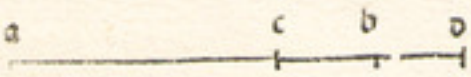
¶ Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit enī. a. b. diuisus in duos equales numeros qui sint. a. c. ⁊. c. b. addaturq; ei numerus. b. d. dico illud qd fit ex toto. a. d in. d. b. c. cū quadrato. b. esse equale quadrato. c. d. est enim ex sexta harū quadratū. c. d. equale quadrato. d. b. ⁊ q̃drato. b. c. ⁊ ci qd fit ex. d. b. in. b. c. bis: ſz per primā hax ex. b. d. in se ⁊ in. b. c. bis est q̃ntū ex: b. d. in. d. a. Sūt enī. a. c. ⁊. c. b. eq̃les. itaq; q̃dratū. c. d. supat id qd fit ex. b. d. in. d. a. in q̃drato. c. b: qd ē ꝓpositum

¶ Cū numerus in duo diuidit qd fit ex toto in se cū eo qd ex altero diuidētiū in se: ē equū ei qd ex toto in eundē bis cū eo qd ex altero i se.



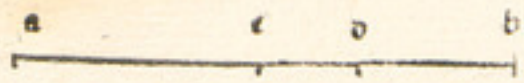
¶ Idem proponit septima scōi de lineis. Sit enī numerus. a. diuisus in. b. ⁊. d. dico quadratū. a. cū quadrato. d. tm̃ esse quātum qd fit ex. a. in d. bis cum quadrato b. constat quidē ex sexta hax q̃ quadratum. a. tantū ē quantū quadratū. d. ⁊ quadratum. b. ⁊ qd fit ex. d. in. b. bis: itaq; quadratum. a. cum quadrato. d. tm̃ ē quantum qd ex. d. bis in se. ⁊ bis in. b. cum quadrato. b. sed ex. d. bis in se ⁊ bis in. b. fit quantum ex. d. bis in. a. per primam harum: ergo quod fit ex. d. bis i. a. cū quadrato. b. est quantum quadratum. a. cum quadrato. d. quare patet propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius qd fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

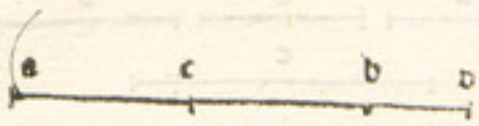


¶ Idem proponit octaua scōi de lineis. Sit numerus. a. b. diuisus in. a. c. ⁊. c. b. cui addatur. b. d. qui ponatur equalis. c. b. dico quadratum. a. d. tantum esse quātum est id quod fit ex. a. b. in. b. d. quater cum quadrato. a. c. est nanq; per sextam hax quadratum. a. d. equum quadrato. a. b. ⁊ quadrato. b. d. ⁊ ci qd fit ex. a. b. in b. d. bis: ⁊ quia quadratum. b. d. est equale quadrato. c. b. erit quadratū. a. d. equale quadrato. a. b. ⁊ quadrato. c. b. ⁊ ci qd fit ex. a. b. in. b. d. bis: per ꝑmissam autē est quadratum. a. b. cum quadrato. c. b. quantum quadratum. a. c. cū eo quod fit

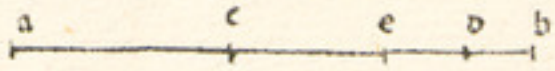
ex.a.b.in.b.c.bis:itaq; quadratum.a.d.tantũ ē quãtũ qd ex.a.b.in.b.d.bis ⁊ ex a.b.in.b.c.bis cũ quadrato.a.c.⁊ q: ex.a.b.in.b.c.tm̃ fit quantũ in. b.d. constat rex ēē quod ꝓpositum est. ¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duo/q; inequalia diuisus: quadrata amboru; inequalium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis. ¶ Idem proponit nona scdi de lineis



Sit enim.a.b.diuisus ꝑ duos equales qui sint.a.c.⁊.c.b.⁊ ꝑ duos inequales qui sint.a.d.⁊.d.b.dico ꝙ quadrata duoꝝ numeroꝝ.a.d.⁊.d.b.pariter accepta sunt duplũ duobus quadratis duoꝝ numeroꝝ.a.c.⁊.c. d.pariter acceptis. Est eni per sextam baꝝ quadratum.a.d.quantũ quadratũ.a.c. ⁊ quadratũ.c.d.⁊ duplũ eius qd fit ex.a.c.in.c.d.q: aũt.a.c.ē equalis.c.b. erit quadratũ.a.d.quantũ quadratũ b.c.⁊ quadratũ.c.d. ⁊ duplũ eius qd fit ex.b.c.in.c.d.itaq; quadratũ.a.d. cũ quadrato.b.d.sunt quãtũ quadratũ.b.c.⁊ quadratũ.c.d.⁊ duplũ eius qd fit ex.b.c.in c.d. ⁊ quadratũ.b.d.duplũ aũt eius qd fit ex.b.c.in.c.d.cũ quadrato.b.d. ē equale quadrato.b c.⁊ quadrato.c.d.p. 9.baꝝ ergo quadrata duoꝝ numeroꝝ.a. d.et d.b.sunt quantũ quadrata duoꝝ numeroꝝ.b.c.⁊.c.d.duplicata:⁊ quia.b .c.⁊.c.a sunt equales:p; ꝓpositũ. ¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusq; adiunctus: quadratum totius cõpositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo/siti ex medietate ⁊ adiuncto. ¶ Idẽ proponit.10.scdi de lineis.Sit enim nu/merus.a.b.diuisus in duos equales.a.c.⁊.c.b.sitq; sibi adiunctus numerus.b.d. dico quadratũ.a.d.cũ quadrato.b.d.duplũ ēē ad quadratũ.a.c.cũ quadrato .c.d cũ sit eni numerus.c.d.in duo diuisus sibiq; sit.a.c.equalis vni diuidentiũ addit⁹ erit per.10.ᵗ baꝝ quadratũ.a.d.quantũ qd fit ex.c.d.in.c.a.quater cũ quadrato.b. d.q: vero.a.c.ē equalis.c.b.erit quadratũ.a.d.quãtũ qd fit ex.d.c.i.c.b.q̃ter cũ q̃ drato.b.d.itaq; quadratũ.a.d.cũ quadrato.d.b.erit quantũ qd fit ex.d.c. in.c.b quater cũ duplo quadrati.b.d.hoc aũt p.19.baꝝ duplũ ē ad q̃dratũ .c.d.cũ q̃dra to.c.b .cũ igit̃ sit q̃dratũ.c.b.equale quadrato.a. c.cõstat ꝓpositum. ¶ Nu/merum aliquem ita diuidere ut qd ex toto ⁊ vna eius portione cõtine tur equum sit quadrato alterius est impossibile. ¶ Qd.11.secundi pro/ponit faciendum in lineis.demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b.dico impossibile esse ipsũ sic diuidi ut proponitur:sic eni di uideret̃ ꝑm proportionẽ hab ntem medium ⁊ duo extrema:ut patet ex diffinitiõe ⁊.20.septimi.Si autem potest diuidatur in.c.sitq;.a.b.ad.b.c. sicut. b.c.ad .c.a.

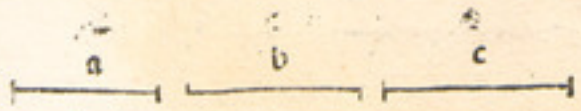


erit itaq;.a.c.minor.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c.d q: igitur est proportio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c detracti ab.a.b. ad.c. d. detra/ctum ab.b.c.erit eadem .a.c .residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare .b.c. ad.c. d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maior.d.b.detracto itaq;.d.e.de.c.d.ut sit.d. e.eq̃lis.d.b.erit etiã ꝓportio.b.c.ad.c.d.sic.c.d.ad.d.e. q̃re sic.d.b.residui.c.b. ad.c.e.residuũ.c.d.põt igit̃.c.e.detrahi ab.e.d.nõ erit itaq; finis isti⁹ detractiõis



qd ē ipossibile.Nũc ad ꝓpositũ reuertamur. Propositio .17.

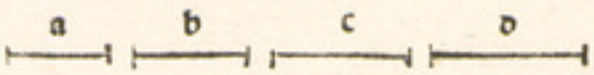
I fuerint duo numeri ꝓtra se primi quãtus ē primus eoꝝ ad scõm:tantũ esse scõm ad tertium quĕq; impossibile est. ¶ Sint.a.⁊.b.contra se primi: dico impossibile esse aliquẽ eis in con tinua ꝓportionalitate adiungi.Si eni; põt sit.c.q: igit̃.a.ad.b.sicut



b.ad.c.sunt aũt.a.z.b.in sua proportione minimi per .23.septimi: sequitur p.21. eiusdem ut.a.numeret.b.qui cum etiaz numeret se: non erunt.a.z.b.contra se primi:quod est contrarium poni.

Propositio .18.

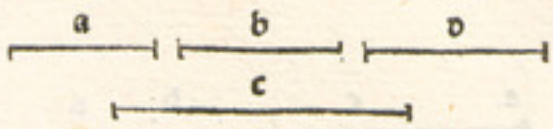
Si quotlibet numeroꝝ cõtinue ꝓportionalium duo extrema fuerint cõtra se primi quantꝰ est primus ad scõm tantũ esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.



Sint.a.b.c.cõtinue proportionales.sintqz.a.z.c.contra se primi dico ꝙ in eadẽ proportione non potest eis adiũgi alius. si eni potest sit.d.quia igitur ẽ.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutati.a.ad.c.sicut. b. ad.d. sunt autẽ.a.z.c.in sua ꝓportione minimi per.23.septimi itaqz p.21.eiusdem.a. numerat.b.quare etiam numerat.c.numeroꝝ enim continue proportionalium:si primꝰ numerat scõm: ipse numerat omnes z simpliciter quilibet precedẽs quẽlibet sequẽtem.at qz etiam numerat se:non erunt.a.z.c.cõtra se primi: qõ est inconueniens.

Propositio .19.

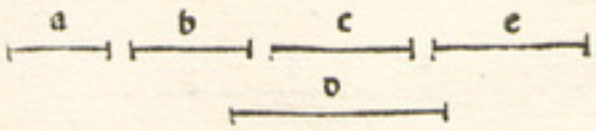
Propositis duobus numeris an sit eis tertius cõtinue proportionalis perscrutari.



Sint.a.z.b. duo numeri propositi: volo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiũgi. Igitur si ipsi sunt cõtra se primi impossibile est per.17.si vero cõpositi ducatur.b.i se.z proueniat.c.quẽ si.a.numerat erit.si vero nõ numerat non erit.Numeret enim eũ ꝑm d.qui erit quẽ querimus per.2.partem.20.septimi. sit ergo ut no n numeret eum est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d.itaqz qz ex.b.in se fit.c.sequitur per primã partem.20.septimi.ut ex.a.in.d.fit idẽ.igiꝯ.a.numerat.c.ꝑm.d. sed erat positũ ꝙ nõ quare sequiꝯ impossibile.

Propositio .20.

Datis tribus numeris cõtinue proportionalibus an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.



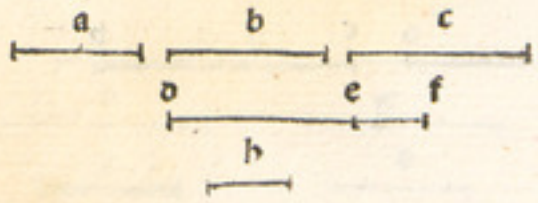
Sint cõtinue proportiõales.a.b.c.volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi.igitur si.a.z.c.sunt ꝓtra se primi impossibile est per.18.si aũt cõpositus.fit.d.qui prouenit ex b.in.c.quẽ si numerat.a.erit.si vero nõ numerat nõ erit.numeret enim eum ꝑm.c qui erit quẽ querimus:per scõam partem.20.septimi.sit ergo ut nõ n meret eum. est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaqz qz ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primã ꝑtem 20.septimi.vt ex.a.in.e.fit idem.ergo.a.numerat.d.ꝑm.e.sed positũ erat ꝙ non: Idẽ potes perscrutari quotlibet cõtinue proportionalibus propositis.si enim duo extremi sint cõtra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi: ducto scõo in vltimũ si productum numeret primus:is scõm quẽ eũ numerat est quẽ querimus per scõam ꝑtẽ.20.sep.si aũt primꝰ ꝓductũ nõ numerat nullꝰ erit: quotlibet eni posito ꝑ primã ꝑtẽ eiusdẽ ꝑm ipsũ positũ.numerabit primꝰ ꝓductũ: qõ positũ erat nõ numerare.

Propositio .21.

Datis quotlibet numeris primus aliquẽ primũ ab eis diuersum esse necesse est.

Nihil aliud intendiꝯ nisi ꝙ numeri primi sint infiniti demonstrare Sint eni.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquẽ primũ diuersuz ab eis sit quidẽ.d.f.minimus quẽ numerãt cui addita vnitate fiat.d.g.qui

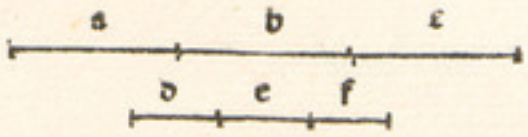
est primus aut compositus. si primus constat ꝓpositum. si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. b. quē non est possibile esse aliquē ex primis ꝓpositis. si enī esset aliquis eorū cū quilibet ipsorū numeret. d. f. ipse quoqz numeraret eundē: at qz numerat. d. g. oporteret ipsuz numerare. f. g. qui est vnitas qōrest impossibile Idē sequitur posito. d. f. quolibet numero quē numerant. a. b. c. q̄re ꝓstat ꝓpositū



Propositio .22.

SI coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoqz ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisqz numerorū. a. b. c. par: dico ex eis cōpositū eē parem. habet enī ex cōuersione diffinitionis quisqz eorū medietatē. sint ergo eorum medietates. d. e. f. qz igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. et. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaqz tot⁹. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaqz. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. est par: quod est propositum.



Propositio .23.

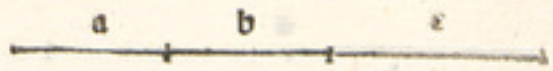
SI numeri impares numero pares coaceruent: totus quoqz ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numerorū. a. b. c. d. impar: dico ex eis compositum esse parem: dempta enim a quolibet vnitate cōstat residuos esse pares: et qz ille vnitates dempte cōponūt parē. cū sint numero pares: constat propositum per premissam.

Propositio .24.

SI numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoqz ex eis coaceruatum imparem esse.

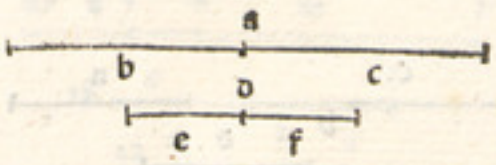
¶ Sit quilibet numerorū. a. b. c. impar: dico totū ex eis cōpositū esse imparem. erit enī per p̄missam cōpositus ex. a. et. b. par: et qz. c. dempta vnitate est par erit per ante premissā totus. a. b. c. dempta vnitate par: per diffinitionem itaqz constat totum esse imparem.



Propositio .25.

SI a numero pari numerus par detrahat reliquus erit par

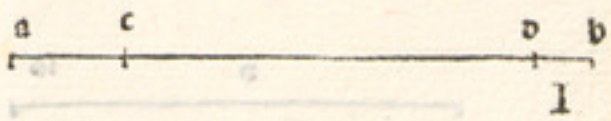
¶ Sit totus. a. par a quo detrahat. b. qui quoqz sit par: et residu⁹ sit c. dico. c. esse parē. sit enī. d. medietas. a. e. quoqz sit medietas. b. deractoqz. e. de. d. sit reliquus. f. erit p. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas. itaqz. c. est par: qō est propositum.



Propositio .26.

SI a numero impari detrahat impar reliquus erit par.

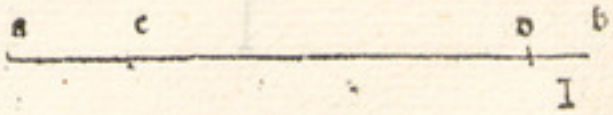
¶ Sit. a. b. numer⁹ impar a quo detrahat. b. c. qui etiā sit impar: dico reliquum qui est. a. c. esse parē: detrahatur enī ab vtroqz duorum numerorū. a. b. et. b. c. vnitas q̄ sit. b. d. eritqz vterqz duorū residuorū q̄ sūt. a. d. et. d. c. par. p p̄missā itaqz constat. a. c. eē parē: qō ē ꝓpositū.



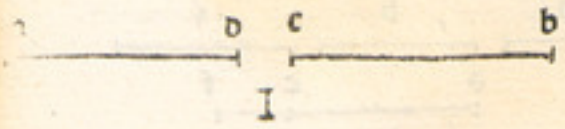
Propositio .27.

SI a numero impari numerū parē subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impar: a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico. c. b. residuū eē imparē. sit enī. b. d. vnitas: eritqz. a. d. par et qz. a. c. ē par erit p. 25 c. d. par cū itaqz sit. d. b. vnitas erit. c. b. impar: qō est propositum.



Propositio .28.



Si de numero pari impare tollas qui relinquit impar est.

¶ Sit.a.b.par a quo tollat.a.c.qui sit impar:dico.c.b.residuuz esse imparē:subtrahatur enim ab.a.c.vnitas quc sit.c.d.eritqz.a. d.par itaqz per.25.d.b.quoqz erit par.qz igit.d.c.est vnitas sequit.c.b.esse imparē:qd ē ppositū. Propositio .29.

Si numerus impar in numerū parem ducatur qui inde producetur erit par.

¶ Ex.23.manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.

Si in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.

¶ Hec quoqz ex.24.manifesta est.

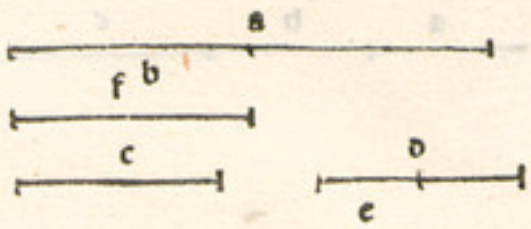
Propositio .31.

Si numer⁹ impar numerum parem numeret :numero pari eum numerabit.

¶ Si enī numero ipari eū numeraret ex ipari i imparē fieret par:qd ē incōueniēs p pmissā. Propositio .32.

Si impar imparē numeret impariter eum numerat.

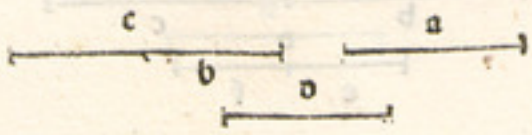
¶ Si enī pariter eū numeraret ex numero impari i numex parē fieret impar qd ē incōueniēs p.29. Propositio .33.



Si numerus impar numerum parem metiatur eiusdē quoqz dimidium ipsum metiri necesse est.

¶ Sit.a.numer⁹ par cuius dimidiū.b.sitqz.c.numer⁹ impar qui numeret.a.dico q.c.numerabit.b.numeret enī.a.fm.d.eritqz p.31.d. numerus par.Esto igit eius dimidiū.e.ducaturqz.c.in.c.z pueniat f.eritqz p.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.c.z qz etiā est a.ad.b.sicut.d.ad.c. sequit.b.z f.esse equales.cū itaqz.c.numeret.f.idē numerabit.b.quod est propositum.

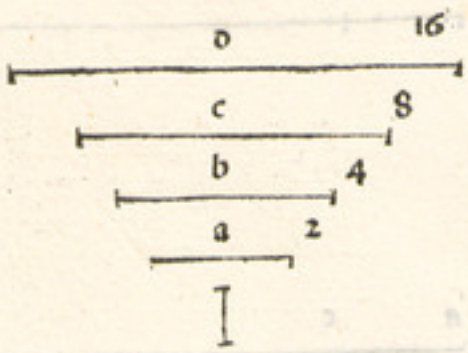
Propositio .34.



Si numerus impar ad aliquē fuerit primus:idem ad eiusdē duplum erit primus.

¶ Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplū sit.c. dico q.a. ē primus ad.c.sin autem numeret eos.d.cūqz.a.sit impar sequit.d. esse imparē:quicūqz enī iparē numerat impar est p premissam itaqz d.numerabit.b.non sunt igitur.a.z.b.contra se primi :qd est contra ypothesi.

Propositio .35.



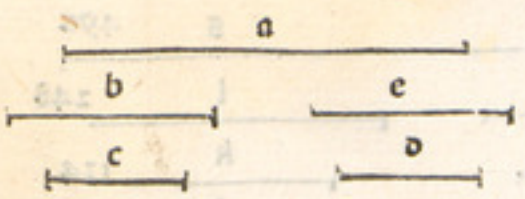
Numeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum.

¶ Sint vnitas.a.b.c.d.cōtinue pportiōales.sitqz.a.binarius: dico oēs eos eē pariter pares eisqz fm hanc pportionē in infinitū auctis nullū aliū eē parit parē: de his quidē constat p diffinitionē cū p.12. quilibet pcedens numeret quēlibet sequētē p aliquē coz.quos omnes oportet esse pares:z nullus alius numeret aliquē coz per.13.eo q.a.qui ē binar⁹ vnitatē sequēs ē prim⁹. Qd aūt null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par ostat:sic posito enī aliquo diuidat i duas medietates eiusqz medietas i duas: z hoc totiēs fiat quousqz numer⁹ aut vnitas diuisionē ipediat qd necesse ē euenire p vltimā petitionē.si vero numer⁹ hāc ꝓhibeat ipse erit ipar q cū numeret piter parē positū nō erat pit par q posit⁹ ē piter par.si aūt vnitas nō erit.15. ali⁹ a cōtinue duplis ab vnitate.

Propositio .36.

NUmerus cuius medietas est impar est pariter impar.

¶ Sit.a.numerus cuius medietas que sit .b .sit impar dico. a.esse pariter imparé.sit enim.c.binari⁹ manifestũ itaqꝫ qm̃ ex.c.in.b.fit.a. sit aũt.d.quilibet numerus par numerãs.a. qui numeret eũ scõm.c eritqꝫ p scõam ptẽ.20.septimi.c.ad.b .sicut.c.ad.d.igit̃.e .numerat b.nã qꝛ.c.numerat.d.erit itaqꝫ.c.numerus impar.erat enim ꝛ.b.p diffinitionẽ igit̃ a.est pariter impar.



Propositio .37.

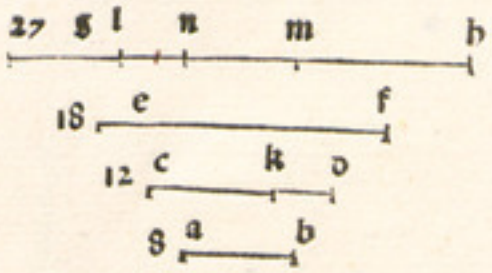
ODnis numerus a duobus nõ duplus cuius medietas est par est pariter par ꝛ impariter.

¶ Sit numer⁹.a. nõ duplus a duobus cuius medietas que sit .b.po natur par.dico ipsũ esse pariter paré ꝛ ipariter.sit enim.c.binarius de quo manifestũ é ꝙ ipse numerat.a.fm.b.qꝛ vero.a.nõ est duplus a duobus:necesse é si eius medietas que é.b.in alias duas medietates diuidat:me/ dietatisqꝫ medietas in alias duas vt tandẽ occurrat numerus impediẽs diuisionẽ qui ꝓpter hoc ꝙ diuisionẽ nõ recipit erit impar.sitqꝫ is in quo sistit diuisio.d. in numero q̃ppe necesse é stari qꝛ sivsqꝫ ad vnitatẽ pueniret diuisio eẽt.a de numeris duplis a binario de quibus nõ é:de.d.vero manifestũ é ꝙ ipse numerat.a.p hanc cõem sciam:oꝫ numerus numerãs aliũ numerat omnẽ numeratũ ab illo.Nume/ ret ergo cũ fm.c.eritqꝫ.e.par.Alioquin.cũ.d.sit maiꝛ impar sequeret̃ p.30.a.eẽ imparé:qꝛ igit̃.b.numerus par numerat.a.fm.c.qui quoqꝫ é par est enim binarius At vero.c.numer⁹ par numerat eãdẽ fm.d.q̃ é impar.ꝓstat ex diffinitiõe numeꝛ a.eẽ piter paré ꝛ impiter:qõ é ꝓpositũ.

Propositio .38.

SI de scõo atqꝫ vltimo numeroꝝ cõtinue ꝓportionalium equale primi dematur quantũ é reliquuꝫ scõi ad primum tm̃ eẽ reliquũ vltimi ad coaceruatum ex cũctis preceden tibus necessario comprobatur.

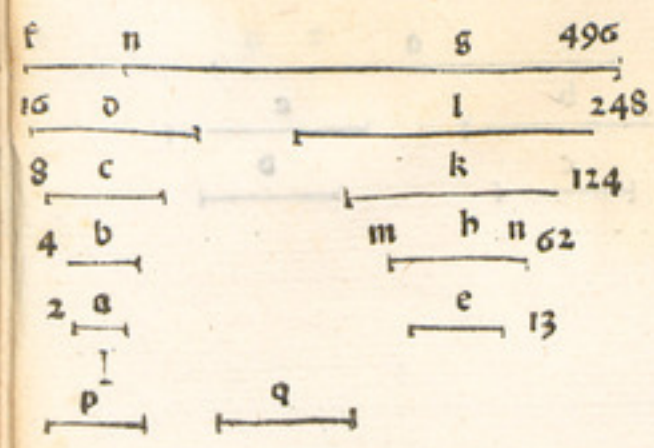
¶ Sint ꝓtinue ꝓportionales.a.b.c.d.e.f.g.h.demat̃qꝫ.de.c.d.eq̃/ lis.a.b.qui sit.c.k.ꝛ de.g.h.qui sit.g.l.dico tũc ꝙ ꝓportio.k.d.ad.a.b. é sicut.l.h ad cõpositũ ex.e.f.c.d.ꝛ.a.b.sumat̃ ex.g.h.equalis.e.f.qui sit.g.m. ꝛ eq̃lis.c.d.q̃ sit.g.a.eritqꝫ.l.n.eq̃lis.k.d.manifestũ aũt é p.12.sep.ꝙ cũ sit.g.h.ad. g.m. sicut g.n.ad.g.n.erit.h.m. residuũ ad .m.n.residuũ sint.g.h.ad.g.m.ideoqꝫ sicut.e.f. ad.c.d.sili quoqꝫ mõ erit.m.n.ad.l.n.sicut.c.d.ad.a.b.ꝑmutatim igit̃ erit. h.m. ad.e.f.ꝛ.m.n.ad.c.d.sicut.n.l.ad.a.b.itaqꝫ cõiuncti p.13.sep.erit.l.h. cõpositus ex.h.m.m.n.ꝛ.l.n.ad cõpositũ ex.e.f.c.d.ꝛ.a.b.sicut.l.n.ad.a.b. ideoqꝫ sicut.k. d.ad.a.b.qõ est propositum.



Propositio .39.

CUm coaptati fuerint numeri ab vnitate cõtinue dupli qui cõiuncti faciãt numerũ primũ extremus eoꝝ in aggrega/ tum ex eis ductus producit numerum perfectum.

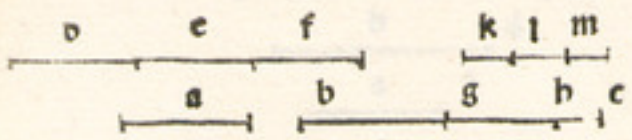
¶ Sint ab vnitate ꝓtinue dupli.a.b.c.d.ex eis aũt ꝛ vnitate coacer/ uatus sit.e.qui ponat̃ eẽ numer⁹ prim⁹ in quẽ.e.multiplicet̃.d.ꝛ pro/ ueniat.f.g.dico.f.g.eẽ numeꝝ pfectũ. Sumãt̃ igit̃.b.k.l.ꝓtinue dupli ad.e.ut tot sint.e.b.k.l.quot sint cõtinue dupli ad vnitatẽ sumpti.eritqꝫ p equã ꝓportionali tatẽ.l.ad.e.sicut.d.ad.a.quare p primã ptẽ.20.sep.ex.a. in.l.pueniet.f.g. Nã ipse f.g.pueniet ex.d.in.e.ꝛ qꝛ.a.é binari⁹ é.f.g.duplus ad.l.sunt igit̃. e.b.k. l.ꝛ.f.g.



cõtinue ꝓportionales: demaꝗ igiꝗ ex.b. equalis.e.qui sit .m.b.ꝛ residuus.b. n.q̃ erit etiã eq̃lis.e.itẽq3 ex.f.g.demaꝗ cidẽ equalis qui sit.f.n.eritq3 ꝑ ꝑmissam.n.g. quãtũ aggregatũ ex.e.ꝛ.b.ꝛ.k.ꝛ.l.sed ꝛ.f.n.cũ sit equalis.c.ẽ quãtũ aggregatum ex.a.ꝛ.b.ꝛ.c.ꝛ.d.ꝛ vnitate.itẽq3 totus.f.g.ẽ quantus aggregat⁹ ex oĩbus bis sc3 a.b.c.d.ꝛ vnitate ꝛ illis.e.b.k.l.de quibus oĩbus manifestũ ẽ ꝙ numerãt cũ sc3.f. g.e.quidẽ ꝑm.b.ꝛ.b.ꝑm.k.qd̃ ex p̃ma ꝑte.20.sep.Quincꝗ adiuuãte equa ꝓportio/ tionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut.d.ad.c.sic.b.ad.e.ꝛ ut.d.ad.b.sic.k.ad .e.ꝑ equam ꝓportionalitatẽ: quare ꝛ ex.c.in.b.ꝛ ex.b.in.k.necesse ẽ ꝓuenire.f.g. quẽ dudũ ꝓduxerat.d.in.e.si igiꝗ nullus alius ab his numerat.f.g.i ꝑse erit ꝑ dif/ finitionez numerus ꝑfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si eni hoc possibile ẽ sit.p.qui numeret eũ ꝑm.q.eritq3 ꝑ.33.sep.vt.e. numeret alterꝫ eorꝫ ponaꝗq3 ꝙ numeret.p.ꝛ qꝛ ꝑ scõam ꝑtẽ.20.sep.ẽ.q.ad.d.sicut e.ad.p.seqnꝗ ut.q.numeret.d.quare cũ.a.qui sequꝗ vnitatẽ sit primus ẽ eni binari⁹ erit.q.ꝑ.13 huius aut.a.aut .b.aut.c.quicunq3 aũt horꝫ fuerit erit.p.aut.l.aut.k.aut.b.si eni q.fuerit.a. constat ꝙ p.erit.l.qd̃ fit fuerit.b.p.erit.k.si aũt.c.p.quoq3 erit.b.non ẽ igiꝗ.p.diuersus ab illis vt fuerat positũ: relinquitur ergo ꝙ.f.g.sit numerus per/ fectus quod erat demonstrandum. ¶ Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus

Quantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cõis eas numerãs: dicẽtꝗ cõicãtes. quib⁹ vero nõ fuerit vna cõis q̃ntitas eas numerãs dicẽtꝗ i/ cõmẽsurabiles. Linee i potẽtia cõicãtes di/ cuntꝗ quarꝫ supficies q̃dratas vna cõis supfici es nũerat. Linee icõmẽsurabiles i potẽtia di cuntꝗ quarꝫ supficies q̃dratas nõ numerat vna cõis supficies: q̃ cũ ita sint manifestũ ẽ qꝛ oĩ linee posite multe alie sũt incõmẽsurabiles. q̃dã i longitudie tm̃. q̃dã i lõgitudine ꝛ potẽ tia. Dis aũt linea cũ q̃ rõcinamur posita vo cetꝗ rõnalis. Lineeq3 ei cõicãtes dicũtꝗ rõnales: Eidẽ aũt icõicãtes di cũtꝗ irrõnales siue surde. Dis vero q̃drata supficiel de q̃ ꝑ ypotesi rõci namur dicitꝗ rõnalis. Supficies vero ei cõicãtes dicũtꝗ rõnales. Eidẽ autem icommensurabiles superficies dicũtur irrationales siue surde Latera vero q̃ in illas q̃dratas possũt dicũtꝗ rõnalia. ¶ Quãlibz quã/ titatẽ totiẽs posse multiplicari vt quãlibet eiusdẽ generis quãtitatem positam excedat.

Propositio .i.



Si a duabus quãtitatibus inequalibus ꝓpositis maius di midio a maiori detrahat. itẽq3 de reliquo maius dimidio demaꝗ deinceps quoq3 eodẽ mõ: necesse ẽ vt tandẽ mino re positarꝫ minorquãtitas relinquat. ¶ Sint duc quan/ titates inequales.a.ꝛ.b.c.b.c.maior. dico ꝙ totiẽs pot maius dimi dio detrahi a.b.c.vel eius residuo ꝙ necesse erit relinqui quantitatẽ minorem.a. multiplicetꝗ eni.a.quotiẽs excedat.b.c.sitq3 eius multiplex.d.e.f.maius.b.c.detra batur itaq3.a.b.c.maius dimidio ꝙ sit.b.g.itẽq3 ex residuo qd̃ est.g. c.maiꝰ dimi dio qd̃ sit.g .b.hoc quoq3 toticns fiat quousq3.b.c.diuisa fiunt in tot ꝑtes quotiẽs a ꝓtinet in.d.e.f.dico tunc ꝙ vltimũ residuũ vt est hic.b.c.est minꝰ.a. multiplicet

namq3.b.c.quotiens ē multiplicata.a.ī.d.e.f.ſitq3 eius multiplex.k.l.m.q2 igitur vnaqueq3 quātitatū.k.l.m.ē equalis.b.c.ſequiť ut ꝛ.k.ſit minoꝛ.b.g.ſed ꝛ.l.minoꝛ g.b.at qꝛ.m.ē equalis.b.c.erit ꝑ cōceptionē.k.l.m.minoꝛ.b.c.quare minoꝛ. d.e.f cū ſit ergo.d.e.f.ad .a.ſicut.k .l.m.ad.b. c.ſitq3.d.e.f.maioꝛ.k.l.m. ſequiť ꝑ.14. quinti q̃.a.ſit maioꝛ.b.e.qō ē propoſitū. Idēq3 ſequiť ſi de.a.maioꝛi dimidiū de mať.itēq3 de reliquo dimidiū: ſitq3 totiens quouſq3 maioꝛ diuidať in tot partes quotiens cōtineť minoꝛ in quolibet ſuo multiplice:maioꝛē poſitaꝫ quātūlibet excedente. ¶Attendere aūt oportet q̃ huic videť.15.tertij ꝗdicere ꝓponēs angulū contingentie minoꝛē foꝛe quolibet angulo a duabus lineis rectis cōtento : poſito enim angulo quolibꝫ rectilineo:ſi ab ipſo maius dimidio demať.itēq3 de reſiduo maius dimidio : neceſſe videť hoc totiens poſſe fieri quouſq3 angulus rectilineus minoꝛ angulo cōtingentie relinquať:cuius oppoſitū.15.tertij ſyllogizat:ſed hi nō ſūt vniuoce anguli:nō enī eiuſdē ſunt generis ſimplīr curuū ꝛ rectū. At vero nec angulum contingentie totiens cōtingit ſumi ut qualēcūq3 rectilineū excedat: qō neceſſariū ē ut ex prehabita demōſtratione p3:ad hoc ut ꝗns ex antecedente ſequať:planū ſ ē etiā quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis contingētie eſſe maioꝛem.

Propoſitio .2.

Si fuerint due quantitates inequales detrahať q3 maioꝛi equale minoꝛi donec minus eo ſupſit: ac deinde minoꝛi ipſius reliqui equale demať donec minus eo relinquatur denuo quoq3 reliquo primo eq̃le reliqui ſcōi donec minus eo ſupſit auferať:ꝛ in huiuſmodi cōtinua detractione nullū reliquū qō ante relictū numeret:inueniať:eas duas quātitates. incōmenſurabiles eſſe neceſſe eſt. ¶Simile huic ꝓpoſuit prima ſeptimi ī numeris.Sint due quātitates inequales.a.ꝛ.b.maioꝛ.a.quibus ſi fiat reciproca quoad pōt detractio:nō occurrat etiā ſi infinities fiat aliq̃ q̃ntitas detractiōēq3 ipediēs ſiue ante relictū numerās dico eas incōmēſurabiles eſſe.Sin aūt ſit cōis eaꝫ menſura.c.detrahať igiť.b.ex a.quotiēs pōt.ſitq3 reſiduū d.qō reſiduū detrahať ex.b.quotiens pōt ꝛ ſit reſiduū.e. Fiatq3 totiens iſta detractio quouſq3 ex alterutra duaꝫ quantitatū.a.ꝛ.b.remaneat minus.c.hoc enī neceſſe eſt eſſe poſſibile ꝑ ꝑcedentē.Siq3 hic.e.minus.c.cū igiť.c.mēſuret.b.detractā ab.a.ꝛ etiā.a.menſurabit per cōceptionē.d.reſiduū.ideoq3 cū menſuret.d.detractū.a.b.ꝛ etiā ipſū.b. menſurabit.e.reſiduū.ſed erat.e.minus.c.maioꝛ:ergo quantitas menſurat minoꝛem.qō eſt impoſſibile.

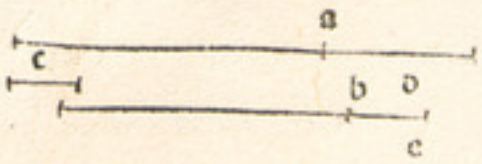
Propoſitio .3.

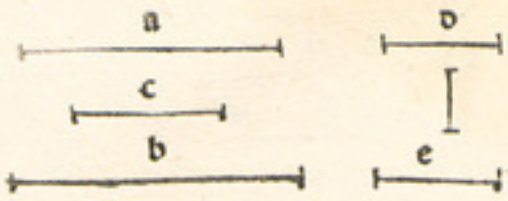
Propoſitis duabus quantitatibus inequalib⁹ cōicantibus maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex hoc itaq3 manifeſtum eſt :que duas metitur quantitates maximam quoq3 cōmuniter ambas metientem metiri. ¶Huius demonſtrationem ſi ſcōam ſeptimi non ignoꝛas nō potes ignoꝛare: ꝓceſſus enī vtrobiq3 idem.

Propoſitio .4.

Propoſitis tribus quantitatibus communicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire.
¶Hec ex tertia ſeptimi ſic patet ſicut premiſſa ex ſecunda ſeptimi.

Propoſitio .5.

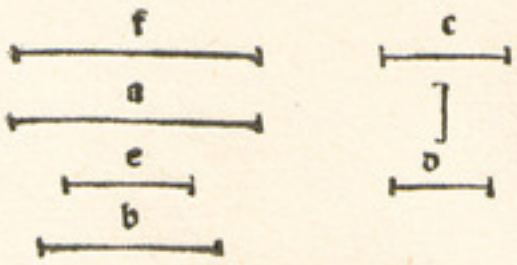




Omnium duarum quantitatum cõmunicantium est ꝓportio tanq̃z numeri ad numerum.

¶ Sint due quãtitates.a.ꝛ.b.cõmunicantes:dico ꝙ earum ꝓportio est sicut alicuius numeri ad aliũ numeꝝ.sit eni.c.maxima quantitas cõmuniter mensurans.a.ꝛ.b.reperta ut docet scda huius:que mensuret.a.ꝑm numeꝝ.d.ꝛ.b.ꝑm numerũ.c.eritq̃z.a.ad.c.vt.d.ad vnitatẽ:eo ꝙ sicut a.est multiplex.c.ita.d.ẽ multiplex vnitatis.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.c.qm̃ sicut.c. ẽ submultiplex.b.ita vnitas ẽ sub multiplex.c.igitur per equã ꝓportionalitatem. a.ad.b.ut.d.ad.c.quod est propositum.

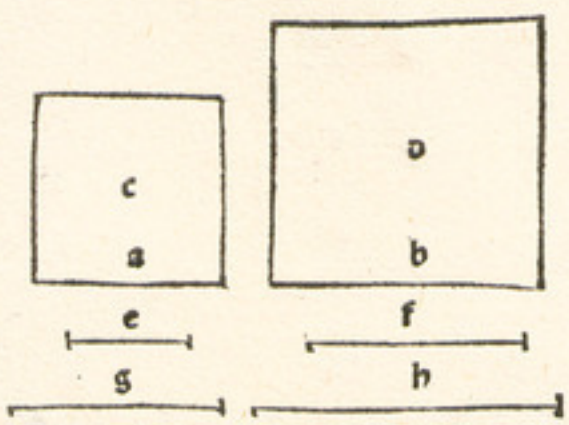
Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quaꝝ sit proportio vnius ad alterã tanq̃z numeri ad numeꝝ:eas duas cõmunicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit.a.ad.b.sicut numerus.c.ad numerum.d.erunt due quantitates.a:ꝛ.b.ꝓmunicantes.sit eni.c.totiens mensurans.b.quotiẽs est vnitas in.d.ꝛ totiens mensurans.f.quotiens vnitas in c. Cum sit igitur.f.ad.c.ut.c.ad vnitatẽ.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.d. erit ꝑ equam ꝓportionalitatẽ.f.ad.b.ut.c.ad.d.quare etiã ut.a.ad.b.igit̃ per primã partem.9. quinti.f.est equalis.a.cũ itaq̃z.c.mensuret.f.per conceptionẽ mensurabit.a.igitur a.ꝛ.b.cõicantes:mẽsurabat eni ꝛ.b.quod est propositum.

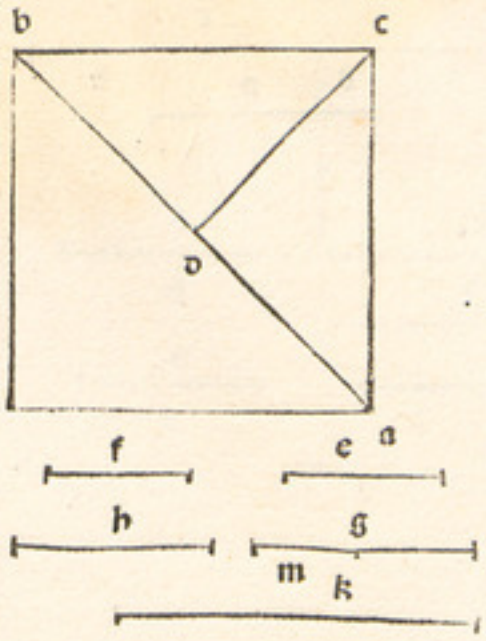
Propositio .7.



Omnium duarum superficierũ quadrataꝝ quaꝝ latera in longitudine cõmunicant est proportio vnius ad alteram tanquã numeri quadrati ad numerũ quadratum. Si vero fuerit proportio superficiei quadrate ad superficiem quadratam:tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ: erunt latera earũ in longitudine communicantia . Qõ si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratã:non velut numeri quadrati ad numerum quadratum:latera earum erunt in longitudine incõmensurabilia.

¶ Sint.a.ꝛ.b.due lince quadrate quaꝝ quadrata sint.c.ꝛ.d.dico ꝙ si.a.ꝛ. b.communicant in longitudine erit ꝓportio.c.ad.d.sicut numeri quadrati ad numerum quadratũ ꝛ ecõuerso:si aũt ꝓportio.c.ad.d.nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ.a.ꝛ.b.erũt incõmẽsurabiles in longitudine ꝛ ecõuerso. Verũtã istud argumẽtũ quartũ nõ proponit: Primũ ꝑ sic.si.a.ꝛ.b.cõmunicant i longitudine ipse per.5.erunt in proportione duoꝝ numeroꝝ qui sint.e.ꝛ.f.quoꝝ quadrati sint g.ꝛ.h.qꝛ ergo ẽ.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18.sexti :sequit̃ ut sit etiam.c. ad.d.sicut.e.ad.f.duplicata.sed etiã ẽ per. 11.octani.g.ad.h.ut.e.ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad.h.qõ ẽ primũ.Scõm sic:sit.c.ad.d.sicut.g.numerus quadratus ad.b.numeꝝ quadratũ:dico ꝙ.a.ꝛ.b.erunt in longitudine cõicantes. Cũ enim sit.c.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata ꝑ.18.sexti.ꝛ.g.ad.h.ꝑ.11. octaui ut.e. ad.f. duplicata:quare ꝛ simpla.a.ad.b.sicut simpla.e.ad.f.ꝑ.6.igitur sunt .a.ꝛ.b.cõicãtes qõ est scõm. Tertiũ vero ꝑ ex primo a destructione cõsequentis. Sil'r quartũ patet ex scõo a destructione ꝓãtis. ¶ Ex tertia ꝑte hui⁹ nota diametꝝ ẽe incõmensurabilẽ coste.Cũ eni sit q̃dratũ diametꝝ duplũ q̃drato coste:dupla vero ꝓportio

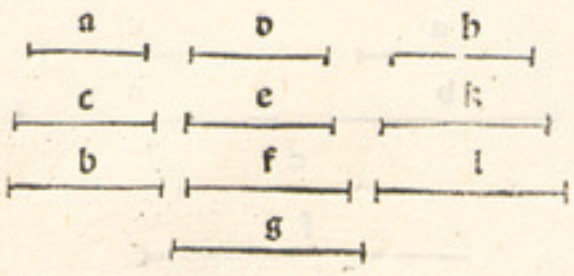
nō sit sicut numerorꝫ q̄dratorꝫ: seq̄t diametrꝫ ee incōmensurabilē coste ī lōgitudine Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati ⁊ etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Ducit aūt Arꝫ. ad istud inconueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste ꝙ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. conmensurabilis lateri. a. c. eritq3 per. 5. a. b. ad a. c. sicut aliquis numerus ad aliuz. Sint ergo hij numeri. e. ⁊. f. qui sint minimi in sua proportione: eritq3 ob hoc alter eorꝫ impar. Si enī vterq3 par: nō erūt minimi: quadrati quoq3 eorꝫ sint. g. ⁊. h. si ergo. e. ē ipar: erit quoq3 ex. 30. noni. g. ipar sit itaq3. k. duplus ad. h. eritq3. k. ex diffinitione par. qr igitur. a. b. ad. a. c. ut. e. ad f. erit per. 8. sexti ⁊. 11. octaui quadratū. a. b. ad quadratū. a. c. ut. g. ad. h. ē itaq3. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū. a. b. ad quadratū. a. c. ꝑ penultimā primi: ⁊ qr etiam. k. est duplus ad. h. sequitur per. 9. quinti ut. g. numerus impar sit eq̄lis. k. numero pari. Qd̄ si. e. sit par ⁊. f. impar: erit ꝓportio. f. ad dimidiū. e. qd̄ sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. qd̄ sit. a. d. ⁊ ideo erit proportio quadrati. a. c. ad quadratum. a. d. sicut proportio numeri. h. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur ē duplus: eritq3. k. per diffinitionem par. At qr quadratū. a. c. ē duplū ad quadratū. a. d. per penultimā primi erit. h. duplꝰ ad m. cūq3. k. sit etiā duplus ad. m. erit per. 9. quinti numerus impar. h. equalis. k. numero pari qd̄ ē propositū.



Propositio .8.

SI fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas quoq3 inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

Sit vtraq3 duarꝫ quantitatū. a. ⁊. b. cōicans quantitati. c. dico. a. ⁊ b. esse cōmensurabiles: est enim per. 5. a. ad. c. sicut numerus ad numerꝫ: similiter quoq3 per eandē, c. ad. b. sicut numerus ad numerum Sit itaq3 numerus. d. ad numerū. c. sicut. a. ad. c. numerusq3. f. ad numerum. g. sicut. c. ad. b. At proportiones que sunt. d. ad. e. ⁊. f. ad. g. continentur in tribus terminis qui sunt. h. k. l. ut docet. 4. octaui: eritq3 per equā proportionalitatē. a. ad. b sicut. h. numerus ad. l. numerꝫ: per. 6. igitur sunt. a. ⁊. b. cōicantes qd̄ est ꝓpositū.

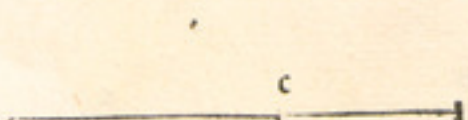


Ex hac quoq3 sequitur ꝙ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuicūq3 vna earum communicat ⁊ reliqua: ⁊ cuicunq3 vna nō cōmunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates. a. ⁊. b. cōmunicantes: ponaturq3 quelibet quantitas que sit c. cum qua cōmunicet. a. dico ꝙ. b. cōmunicabit cum eadem: qd̄ ex hac octaua patet cum vtraq3 earum cōmunicet cum. a. ex ypothesi. Qd̄ si itemꝫ. a. ⁊. b. sint cōmunicātes ut prius: ponatur. c. quelibet quātitas cum qua non cōmunicet. a. dico ꝙ. b. nō communicabit cum eadem. si enim. c. cōmunicaret cum. b. cum. a. quoq3 ꝑ ypoth. communicet cum eodem. b. essent per hanc octauam. a. ⁊. c. communicantes. sed positum erant ꝙ non essent: quare constat quod diximus.

Propositio .9.

SI fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq3 ex eis confectum vtriq3 earꝫ: erit cōmunicans. Si vero fuerit totum vtriq3 cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

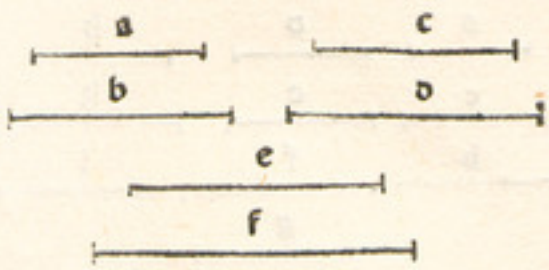
Sint due quātitates. a. ⁊. b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq3 earum esse commensurabile ⁊ cconuerso. Adhuc quoq3 si totum ex eis compositum vni earum communicet. dico ꝙ communicabit alteri: ⁊ ipse similiter inter se. Idem quoq3 in contrario. si enim. a. ⁊



b.ſint incõicantes:dico q̃.c. vtriq3 earum erit incõmunicans ⁊ ecõuerſo :ac ſi.c.al teri earum ſit incõmunicans:erit quoq3 incõmunicans ⁊ alteri:⁊ ipſe etiã inter ſe. Sint itaq3 primum.a.⁊.b.cõmu icantes:ſitq3 earum cõmunis menſura.d.qui cũ vtrãq3 eaꝝ numeret per cõceptionẽ ſimilẽ antepenultime numerabit.⁊.c.quare p diffinitionẽ.c.cõicabit vtriq3 eaꝝ.ſc3.a.⁊.b.Ecõuerſo quoq3 ſi.c.cõmunicet vtriq3 earum.ſit oim cõis menſura.d.cõſtat itaq3 per diffinitionẽ.a.⁊.b. cõmunicantes eſſe ſed cõmunicet.c.cũ altera earum que ſit.a.dico q̃ cõmunicabit cũ.b.⁊.a .etiã ⁊.b.communicabunt adinuicem.ſit enim.d.communiter menſurans. c.⁊.a. quia igitur.d.menſurat totum ⁊ detractum per conceptionem ipſa menſurabit reſidu/ um videlicet.b.per diffinitionem ergo ⁊ .c.communicat cum. b.⁊.a.communicat quoq3 cum.b. Si autẽ a. ⁊.b.ſint incommunicantes erit .c.incommunicans vtri q3 earum:ſi enim cum vtraq3 ſeu etiam cum altera earum communicaret ⁊ ipſe cõ municarẽt adinuicem: quod eſt contra ypotheſiꝫ Similiter quoq3 econuerſo ſi.c.ẽ incommunicans vtriq3 earum ſeu etiam alteri earum:erit quoq3 incommunicans relique:⁊ ipſe inter ſe:qõ palam eſt ex predemonſtratis a deſtructiõe conſequẽtis.

Propoſitio .10.

Omnium quatuor quantitatum proportionalium ſi fuerit prima communicãs ſecunde: tertia quoq3 erit communi/ cans quarte. Si vero prima incõmenſurabilis fuerit ſecũ de:tertia quoq3 incõmenſurabilis erit quarte.



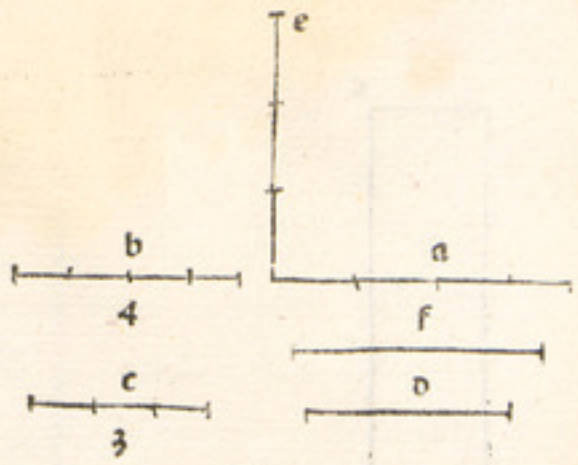
Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico q̃ ſi.a.cõ municat cũ.b.c.quoq3 cõmunicabit cũ.d.q̃ ſi.a.eſt incõmenſurabilis.b.c. quoq3 erit incõmenſurabilis.d.⁊ ſi.a.cõicat cũ.b.in potentia tm̃. c.quoq3 cõmunicabit cum.d.in potentia tantum. Verũtamẽ illud non ꝓponit auctor qꝛ facile patet ex demonſtratione priorũ. Si enĩ.a.cõicat cũ.b.erit per.5.a.ad.b.ſicut numerus ad numerum.ſit ergo ſicut.e.ad.f.at qꝛ eſt per ypotheſim.a.ad.b.ſicut.c.ad. d.erit.c ad.d.ſicut numerus.c.ad numeꝝ.f.per.6.igit̃ eſt.c.communicans cũ.d.qõ eſt pri mum. Scõm patet ex primo a deſtructione conſequentis.ſi enim.a. eſt incõmenſu rabilis.b.oportet.c.eſſe incõmenſurabilẽ.d. nam ſi eſſet ei cõmẽſurabilis cũ ſit ut c.ad.d.ſic.a.ad.b.per ypotheſim:eſſet per primam partẽ. a. cõmunicans cum.b. ſed non erat: quare conſtat totũ qõ proponit auctor. Qõ autẽ adiunxim⁹ videli/ cet q̃ ſi.a.cõicat cum.b.in potentia tm̃.c.cõmunicat cum.d.i potentia tm̃. ſic pa tet. Luꝫ enim.a.non cõmunicet cũ.b.in longitudine: nec.c.quoq3 ex parte ſecũda huius cõmunicabit cum.d.in longitudine. At vero cum quadratum.a.communi/ cet cum quadrato.b.ex ypotheſi erit per.5.quadratum linee.a. ad quadratũ linee b.ſicut numerus ad numerum qui ſint.e.⁊.f.⁊ quia quadratum.c. ad quadratum d.ſicut quadratũ.a.ad quadratũ.b.erit etiã quadratũ.c.ad quadratũ.d.ſicut nu/ merus.e.ad numerũ.f.per.6.igitur.c.⁊.d.cõicant in potentia:⁊ qꝛ non cõmuni/ cãt in longitudine:cõſtat ꝓpoſitũ.

Propoſitio .11.

Propoſita qualibet recta linea duas ei incõmenſurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

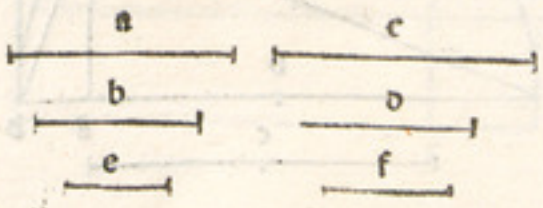
Sit linea.a.ꝓpoſita:volo duas lineaſ reperire quaꝝ vna cõicet cũ a.i potẽtia tm̃:altera vero ſit icõmẽſurabilis ei i lõgitudie ⁊ i potẽtia

Sumo itaq; duos numeros nequaq; se habentes in ꝓportione aliquoꝝ numeroꝝ quadratoꝝ. sintq; hij. b. ⁊. c. quos facile est sumere cū quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quelibet nō quadratū eā habeat ꝓportionē quā nequaq; habent aliqui numeri q̄/drati cōfirmāte hec. 22. octaui: duob⁹ talib⁹ numeris sūptis inuenio lineā. d. ad cui⁹ q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. sicut numerus. b. ad numeꝝ. c. hanc aūt lineā ita reperio diuido lineā. a. in tot ꝑtes equales quot sunt vnitates in numero. b. qō fa/cile facio adiuuāte. 11. vel. 12. sexti: deinc sup extremitatē linee. a. erigo lineā. c. per pendiculariter in qua totiens ꝓtineatur vna ex ꝑtibus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit̄ ex p̄ma sexti ꝓportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. ⁊ iō sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. si ponat̄. d. in medio loco ꝓportio/nalis inter. a. ⁊. e. sicut docet. 9. sexti q; tūc per primā partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficiei ꝓducte ex. a. in. e. ⁊ erit ꝓportio quadrati linee. a. ad q̄dratū linee. d. sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. quare. a. ⁊. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione ⁊ per vltimā ꝑtē. 7. ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine. repta est itaq; d. prima linea quā ꝓpositū erat inquirere. ¶ Alterā sic rep rio interpono ut docet. 9. sexti lineā. f. medio loco ꝓportionalē inter. a. ⁊. d. eritq; per corrol'. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaq; per scōam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurabile quadrato. f. igit̄ linea. f. ē incōmensurabilis linee. a. i potentia quare ⁊ in longitudine. ē itaq; f. scōa linea quā ꝓpositū erat reperire. Et sic ꝑ pro positum.



Propositio .12.

Omniū quatuor linearū ꝓportionaliū si prima tanto am/plius possit scōa quātū ē quadratū alicuius linee cōicātis sibi in longitudine. necesse ē tertiā quoq; tanto amplius posse quarta quātū est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: q̄ si fuerit prima potentior scōa q̄dra to alicuius linee incōmensurabilis sibi in longitudine. erit quoq; ter/tia potentior q̄rta q̄drato alicui⁹ linee sibi īcōmensurabilis i lōgitudine

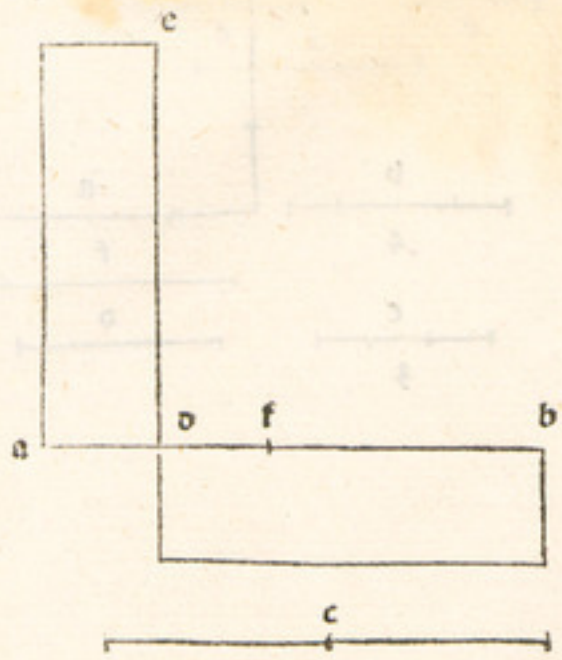


¶ Sint q̄tuor linee ꝓportiōales. a. b. c. d. sitq;. a. maior. b. ⁊. c. maior. d sit quoq; a. potētior. b. q̄drato linee. c. ⁊. c. potētior. d. q̄drato linee. f. dico q̄ si. a. cōicet. c. in lōgitudie. c'. quoq; cōicabit. f. i lōgitudie q̄ si. a. nō cōicat. c. i lōgitudie nec. c. cōica bit. f. i lōgitudine. Nō ⁊ si. a. cōicat. c. i potētia tm̄. c. quoq; cōicabit. f. i potētia tm̄ Neꝝ tamen illud vltimū nō ꝓponit auctor q; facile patet ex prioꝝ demōstratione cū sit eni ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratū. b. sicut qua drati. c. ad quadratū d. ⁊ q; quadratum. a. est equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. d. ⁊ f. b. ⁊. e. sil'r quadratū. c. quadratis duarum lineaꝝ. d. ⁊. f. erit ꝓportio quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ. b. ⁊. e. et quadratū. e. sicut q̄dratoꝝ. d. ⁊. f. ē. ad q̄dratū. f. ergo disiū tim erit quadratū. b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam proportionalitatem erit. a. ad. c. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem de ime constat prima pars huius: ⁊ per secundam scōa: ⁊ per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.

Propositio .13.

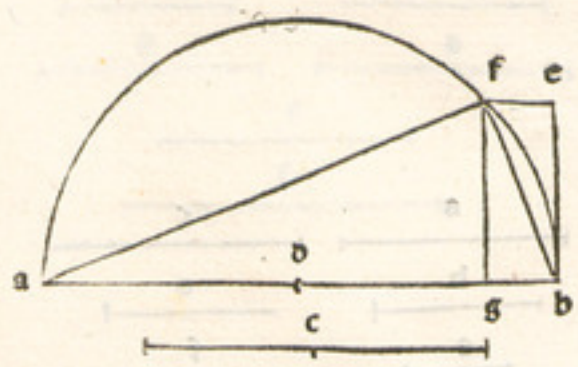
Si fuerint due linee inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte su/perficiei desit ad complendam totam lineam superficies

quadrata necesse ē ipsā lineā longiorē linea breuiori tāto āplio posse quātū ē q̄dratū alicuio linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee cōicantis sibi ī lōgitudine adiūgatq; ei supficies eq̄lis quarte pti q̄drati breuiorīs linee cui desit q̄drata supficies supficiē sibi adiunctā eādē lineā lōgiorē in duas portiones cōmēsurabiles diuidere necesse est.



¶ Sint due linee.a.b.ꝛ.c.maior.a.b.ꝛ adiūgat̄ ad lineā.a.b.q̄rta ps q̄drati linee c.ita ꝙ desit ad ꝛplendā lineā.a.b.supficies q̄drata.hoc eni ē possibile p.27.sexti qō facile fiet hoc mō.diuidat̄.a.b. ī duas lineas.a.d.ꝛ.d.b.ita ꝙ inter eas cadat medietas linee.c.ꝛtinue ꝓportionalis:hoc aūt qualiter fiat in fine demōstratiōis hui⁹ docebit̄:eritq; ex. 16.sexti supficies.a.d.in.d.b.q̄ sit.d.c.eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.q̄re ex.4.scōi erit eadē sub quadrupla q̄drati linee.c. deest quoq; ad ꝛplendā lineā.a.b.supficies q̄drata:cū ꝛ.a.d.sit equalis.d.g.ꝛ.d.b.eq̄lis.g.e.dico itaq; ꝙ si supficies.d.e.diuidat lineā.a.b.in duo cōicātia erit linea.a.b.potētior linea.c.in q̄drato alicuio linee secū cōicantis in longitudine ꝛ econuerso. Cum aūt sit linea.a.b.maior linea.c.nō erit.a.d.eq̄lis.d.b.sic eni eēt supficies.d.e.quadrata ꝛ qꝛ ipsa ē eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.esset.a.d.eq̄lis medietati. c.ꝛ tota.a.b.toti.c.qō ē ꝑ ypoth.nō est igit̄.a.d.equalis.d.b.itaq; de maiori eaꝝ que sit d.b.abscindat̄.d.f.equalis.a.d.eritq; p.8.scōi q̄dratū totius.a.b.eq̄le bis q̄ sunt ex.d.b.in.d.a.q̄ter et q̄drato.f.b.quare linea.a.b.erit potentior linea.c.in q̄drato linee.f.b.quā necesse ē cōicari toti.a.b.si linea.a.d.est cōicās linee.d.b. si enim hoc fuerit erit.d.b.cōicans.d.f.sue eq̄li quare p.9.b.f.cōicat cū.f.d.ꝛ iō toti. a.d. ꝛ ꝓpt̄ hoc cū tota.a.f.igit̄ ꝛ cū tota.a.b.sicq; pz p̄mū. ¶ Cōuersū hui⁹ sic pz sit.a.b potētior.c.in linea .f.b.q̄. cōicet secum in longitudine.dico tūc ꝙ quarta ps quadrati linee.c.addita ad lineā.a.b.ita ꝙ desit supficies q̄drata diuidet lineā.a .b.ī duo cōicātia:diuidat̄ eniz.f.a. p eq̄lia in.d.ꝛ fiat supficies .d.e .ex.d.b. in.d.a.ꝛ deerit ad ꝛplēdā lineā.a.b.supficies q̄drata eritq; p.8.scōi:q̄dratū.a.b.eq̄le q̄druplo supficiei.d.e.ē equale q̄drato.f.b. igit̄ q̄druplū supficiei.d.e. ē eq̄le q̄drato.c. q̄re supficies.d.e.sit eq̄lis quarte pti q̄drati.c.dico igit̄ ꝙ.d.b.ē cōicās cū.a.d.cū sit.f.b.cōicans cū.a.b.si eni hoc fuerit ut ꝙ.a.d.sit cōicans cū.a.b.erit etiā cōmunicās cū.a.f.p.9.quare ꝛ cū.a.d.sz ꝛ cū.d.f.itaq; ꝛ.d.b.ē cōicās cū.a.d.qō ē scōm

¶ Nūc aūt mōstrādū est qualr linea.a.b.cū ipa posita fuerit maior linea.c.possit sic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linee.c.ꝛtinue ꝓportionalis. ¶ Cum eni sic fuerit diuisa: superficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis q̄drato medietatis linee.c.ꝛ ipsa erit supficies eq̄lis quarte pti q̄drati linee.c.adiuncta ad lineā.a b.ita ꝙ desit superficies q̄drata.hoc eni sic fiet diuisa.a.b.p eq̄lia in.d. lineet̄ supeā semiciculus.a.f.b.ꝛ sil̄r.b.e.ꝓpendicularis ad.a.b.que ponat̄ eq̄lis medietati linee.c.ꝛ ducat̄.e.f.equidistans ad.a.b.vsq; quo secet circūferentiā semicirculi in puncto.f.necesse est eni vt secet eā:cū linea.a.b.sit maior linea.c.ꝛ ducat̄.f.g.perpendicularis ad.a.b.q̄ cū p.34.p̄mi sit equalis linee.e.b.erit quoq; eq̄lis medietati linee.c.ducāt̄ itaq; linee.f.a.f.b.eritq; p p̄mā pte.30.tertij angulus.a.f.b.rectus:ꝛ iō per primā parte corol.8.sexti erit linea.f.g.medio loco ꝓportiōalis iter a.g.ꝛ.g.b.q̄re medietas linee.c.q̄ ē sibi equalis erit etiā ꝓportiōalis iter easdē qō est nostrum ꝓpositum:



Propositio .14.

Si fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incomensurabiles supficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita ꝙ desit ad eiꝰ cõpletionẽ: superficies quadrata erit lõgior potẽtior breuiori augmẽto q̃drati linee icõmensurabilis ipsi longiori ĩ longitudine. Si vero lõgior potẽtior fuerit breuiori quadrato linee incõmensurabilis sibi longiori in longitudine adiungatq̃ ei supficies equalis pti quarte q̃drati breuioris defueritq̃ longiori supficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incõmensurabiles d iuidat.

Hec.14.ex ꝓrio añtis ꝑmisse infert ꝓriũ ꝓñtis ꝑmisse ⁊ non differt eius dispõ a dispõne illius.sed ⁊ modꝰ argumẽtandi vtrobiq̃ idẽ. Si enĩ.a.d.nõ cõicet cũ.d.b nec.d.f.sibi adequalis cõicabit cũ eadẽ.d.b.itaq̃ p.9.d.f.nõ cõicabit cũ .f.b. q̃re neq̃.a.f.sunt enĩ .a.f.⁊.e.f.cõicantes tanq̃ numerans ⁊ numeratũ.iõ neq̃. a.b. cõicabit cũ linea.f.b. Qõ si hoc fuerit videlicet si a.b.nõ cõicet cũ.f.b.nõ cõicabit cũ.a.f.q̃re neq̃ cũ.a.d.aut.d.f.neq̃ igit̃.a.b.cũ.d.a. Põt quoq̃ hec.14.demõstrari p ꝑmissã.ꝑma ꝑs huius ex scõa illiꝰ ⁊ scõa ex ꝑma a destructiõe ꝓñtis.si enĩ.a.d ⁊.d.b.nõ cõicent nec etiã.a.b.⁊.f.b.cõicabunt:nã si.a.b.⁊. b.f.cõicarent oportet p scõam ptẽ ꝑmisse ut.a.d.cõicaret cũ.d.b.sed positum ẽ ꝙ non. Eodẽ mõ de scõa pte.si enĩ.b.a.⁊.b.f.nõ cõicant nec.a.d.⁊.d.b.cõmunicabunt. nã si sic sequitur per primã ptẽ ꝑmisse ut. a .b.⁊.b.f.cõicẽt q̃ nõ cõicant:quare patet propositũ.

Propositio .15.

Omnis superficies rectãgula quã continent due linee ĩ lõgitudine rationales rõnalis esse probatur.

Sint due linee .a.b.⁊.b.c.ꝓtinẽtes supficiẽ rectãgulã.a.c.rõnales in longitudine: dico supficiẽ.a.c.esse rõnalẽ:descripto enĩ quadrato cuius vis eax.ut.c.d.linee.b.c.erit p primã sexti.c.d.ad.a.c.sicut.b d.ad.a.b.q̃ igit̃.b.d.cõicat in longitudine cũ.a.b.ex ypothesi eo ꝙ.b.c.sua equalis erit p primã ptẽ.10.c.d.cõicans.a.c.cũ sit itaq̃.c.d.rõnalis p diffinitionẽ erit ⁊.a.c.rõnalis qõ est ꝓpositũ.

Propositio .16.

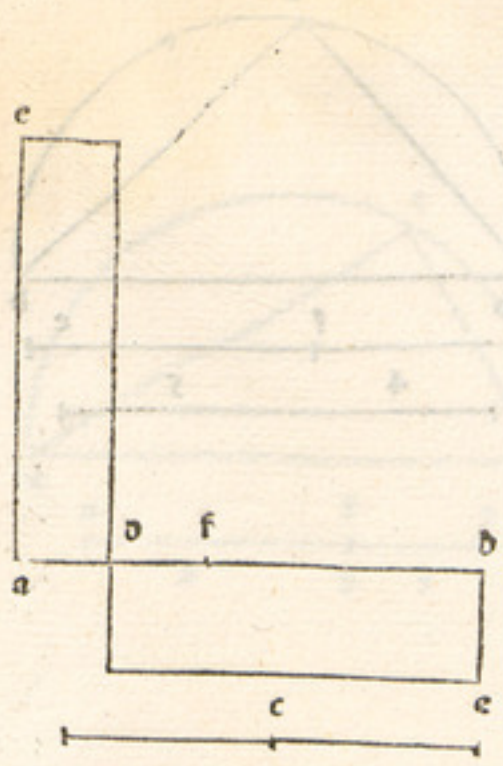
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine vel cõicata rõnali supficies rõnalis rectãgula latus eius scõm erit in longitudine rõnale lateriq̃ primo ĩ longitudine cõmẽsurabile

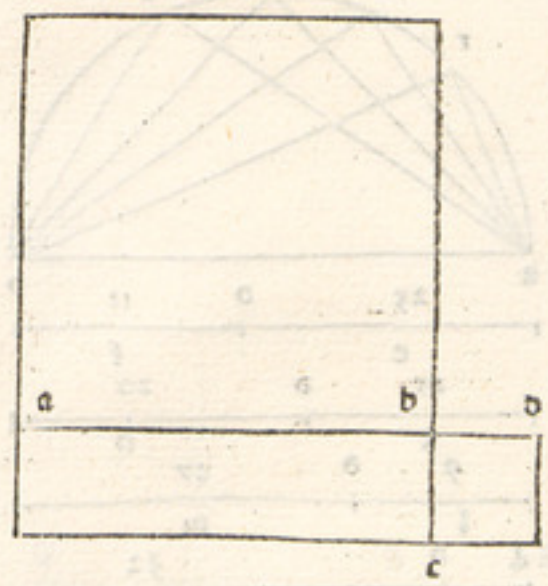
Hec ẽ quasi ꝓuersa prioris ut si supficies.a.c.adiuncta ad lineã.a. b.rõnalẽ in longitudine fuerit rõnalis: dico ꝙ latus eius scõi qõ ẽ.b c.erit etiã rõnale in longitudine ⁊ cõicans lateri primo.sit enĩ.a.d.quadratũ .a.b: eritq̃ rõnale ex diffinitione ⁊ ꝓpter hoc erit cõicans cũ supficie.a.c.rõnali: q̃ igit̃ p primã sexti sicut.a.d.ad.a.c.ita ẽ etiã.d.b.ad.b.c.cõicat aũt.d.a .cum.a.c. erit p ꝑmã ptẽ.10.b.d.cõicãs cũ.b.c.ergo cũ.b.a.sua eq̃lis sed.b.a.rõnalis ẽ q̃re p diffinitionẽ ⁊.b.c.ꝓstat itaq̃ ꝓpositũ.

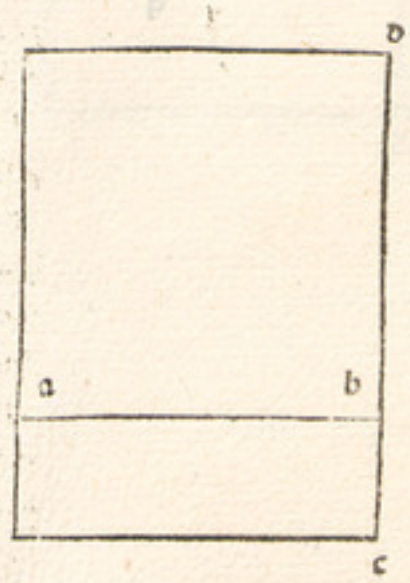
Propositio .17.

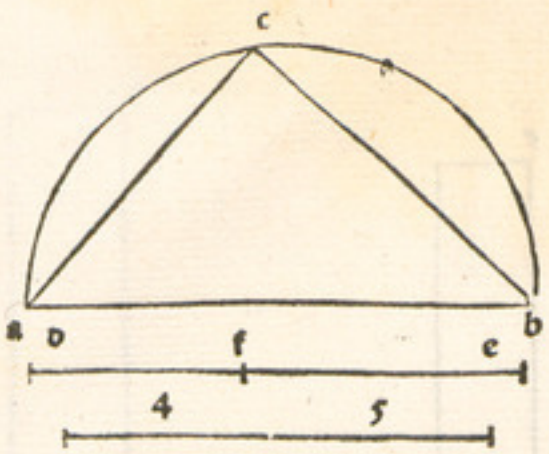
Duas lineas inuenire potentia tantum rõnales cõmensurabiles quarum lõgior plus possit breuiori quadrato lince sibi cõmensurabilis in longitudine.

Propositũ ẽ inuenire duas lineas rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes q̃rũ longior sit potẽtior breuiori q̃drato lince sibi cõicãs in longitudine.

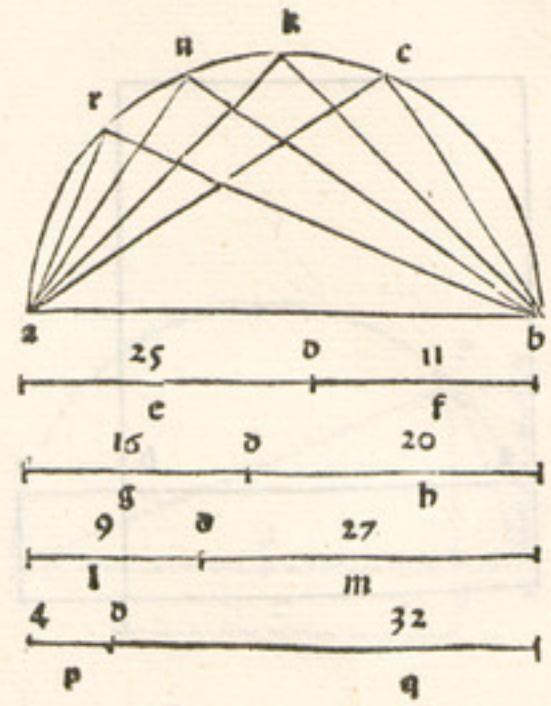








Sumo itaq; aliquã lineã rõnalẽ que sit. a. b. sup quã describo semicirculũ. a. c. b. ⁊ sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsũ in duos numeros. d. f. ⁊ f. e. ita q̃ sit ꝓportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri q̃drati ad numerũ q̃dratũ nõ sit aũt ꝓportio. d e. ad. f. e. ut numeri q̃drati ad numeros q̃dratũ: talis aũt numer⁹ ẽ quilibꝫ q̃drat⁹ diuisibilis in quadratũ ⁊ nõ quadratũ. ut. 9. qui diuiditur in. 4. ⁊. 5. ⁊ oẽs horũ eque multiplices: ⁊ inuenio lineã ad cuius q̃dratũ se habeat q̃dratũ linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numeros. d. f. qualiter aũt ipsa reperiat̃ in demonstratione. 5. dictuꝫ ẽ: hanc lineã inuentã que necessario ẽ minor. a. b. coapto ꝑ primã quarti intra semicirculum. a. c. b. sitq; a. c. ⁊ subtrabã lineã. c. b. dico duas lineas. a. b. ⁊. c. b. esse quas querim⁹. erit igit̃ ꝑ primã ptẽ. 30. tertij angulus. c. rectus: ⁊ iõ ꝑ penultimam primi quadratũ. a. b. equale est q̃dratis duarũ linearũ. a. c. ⁊. c. b. ⁊ qr ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratũ linee. a. c. ẽ sicut. d. e. ad. d. f. ꝑ ypothe. erit ꝑ euersam ꝓportionalitatẽ ꝓportio quadrati linee. a. b. ad quadratũ linee. c. b. sicut. d. e. ad. f e. ergo quadratũ. c. b. cõicat cũ quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igit̃ quadratum. c. b. rõnale per diffinitionem cũ cõicet rõnali supficiei: ⁊ qr. c. b. ⁊. a. b. sunt incõmensurabiles ꝑ vltimã partem. 7. constat duas lineas. a. b. ⁊. c. b esse rõnales potẽtia tm̃ cõicantes. At qr linea. a. b. ẽ potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que ꝑ scdãꝫ partem. 7. cõicat secũ in longitudine cõstat habitũ esse ꝓpositũ. ¶ Si autẽꝫ libeat plures duab⁹ potentia tm̃ rõnales cõicantes quarũ vna potentior longior sit quaꝫlibet aliarũ in quadrato alicuius linee secũ cõicantis in lõgitudine reperire. sit ut pr⁹ linea. a. b. rõnalis in longitudine super quã describatur semicirculus. a. c. b. sumaꝫturq; numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos ⁊ nõ quadratos quorũ nõ quadratorũ mime sit ꝓportio sicut aliquorũ numerorũ q̃dratorũ: tales aũt numeri vltro se offerũt vt. 36. qui ẽ diuisibilis i. 25. ⁊. 5. itẽq; i. 16. ⁊. 20. rursusq; in: 9. ⁊. 27. ac itẽ in. 4. ⁊. 32. istorũ vero nõ quadratorũ qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad invicẽ nõ est ꝓportio sicut alicuius numeri q̃drati ad aliũ. Esto igitur ut numerus d. quadratus diuidat̃ in. e. q̃dratũ ⁊. f. non quadratũ: sitq; quadratũ linee. a. b. ad q̃dratũ linee. a. c. sicut numerus. d. ad numerũ. e. ⁊ ducat̃ linea. c. b. ⁊ ꝗstat ꝓpositum ut prius demonstratũ ẽ. a. b. ⁊. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Sil'r quoq; diuidã. d. i. g. q̃dratũ ⁊. b. nõ q̃dratũ sitq; q̃dratũ linee. a. b. ad q̃dratũ linee. a. k. sicut. d. ad. g. ⁊ ducat̃ linea. k. b. eruntq; vt prius duo linee. a. b. ⁊. b. k quales inquirim⁹. Eodẽ mõ si rursus diuidat̃. d. m. l. q̃dratũ ⁊ in nõ q̃dratũ ⁊ ponatur ꝓportio q̃drati linee. a. b. ad quadratũ linee. a. n. sicut. d. ad. l. ⁊ ꝓducatur n. b. erunt duo linee. a. b. ⁊. b. n. quales inquirim⁹. Qõ si rursus diuidat̃. d. in. p. quadratũ ⁊ in. q. nõ quadratũ ⁊ fuerit ꝓportio q̃drati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. ⁊ protracta fuerit linea. r. b. erũt etiã duo linee. a. b. ⁊. b. r. quales inquirimus. Sunt itaq; linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tm̃ rationales ⁊ in ea cõicãtes q̃rũ vna videlicet. a. b. ẽ potẽtior qualibet aliarũ i q̃drato linee secũ cõicãtis in lõgitudine. si igit̃ quatuor linearũ. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cõicant alij in longitudine ꝗstat ꝓpositũ. Istud aũt sic ꝓbat̃ ꝑ eni ex p̃missis q̃ quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. b. ergo per equam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut numer⁹. f. ad numerũ. b. sed null⁹ q̃tuor numerorũ. f. b. i. q se habet ex ypothesi ad aliũ sicut numer⁹ q̃dratus ad numerũ q̃dratũ. q̃re ꝑ. 3. ptẽ



7. due linee. b.c. b.k. sunt incōmensurabiles in longitudine. Eadem rōne quelibet due ex illis quatuor sint incōmensurabiles i longitudine: liquet ergo qō volumus.

Propositio .18.

Duas lineas in potentia tantum rōnales cōicantes quorū longior plus possit breviori: quantum est quadratū linee sibi incōmensurabilis in longitudine inuenire.

¶ In hac quoq; remaneat eadē dispositio eedēq; ypothese que in premissa hoc solū mutato q̄ ꝓportio numeri. d.e. ad neutrū duorū numerorū. d.f. 2. f.e. sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: hoc aūt facile fiet: posito. d.e. quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nō quadratos vt si. d.e. sit. 9. 2. d.f. 6. 2. f.e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q̄. a.b. 2. a.c. sint incōmensurabiles in longitudine p̄ vltimā partē. 7. ¶ Et sciendū q̄ due linee quales hec et premissa docent inuenire cōponunt binomium: 2 minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiā q̄ linee tm̄ potentia rōnales cōicantes possūt esse vna rōnalis 2 alia irrōnalis sicut latera tetragonica duarū superficierū quarū vna sit. 25. pedū 2 alia. 24. sunt rōnalia potētia tm̄ cōicantia: latus enim prime superficiei est. 5. latus vero scōe nō numerat 2 possūt esse ambe irrōnales ut latera tetragonica duarū superficierū quarū vna sit. 24. pedū 2 alia. 23. neutrius enī numerat latus. suntq; i longitudine incōmensurabilia ex vltima pte septime. ¶ Nō si libeat etiā inuenire plures lineas duabus potentia tm̄ rōnales cōicantes quarū vna sit potentior qualibet aliarū in quadrato linee secum nō cōicantis in longitudine: sumat talis numer⁹ qui possit pluries sic diuidi q̄ ipsi ns ad nullā suarū partiū nec alicui⁹ ad aliquā aliarū sit ꝓportio ut numeri quadrati ad numerū quadratū ut. 25. pōt diuidi in. 2. 2. 25. item in. 5. 7. 20. 2 rursus in. 7. 2. 18. Et sic ꝓcessus idē q̄ fuit in p̄missa.

Propositio .19.

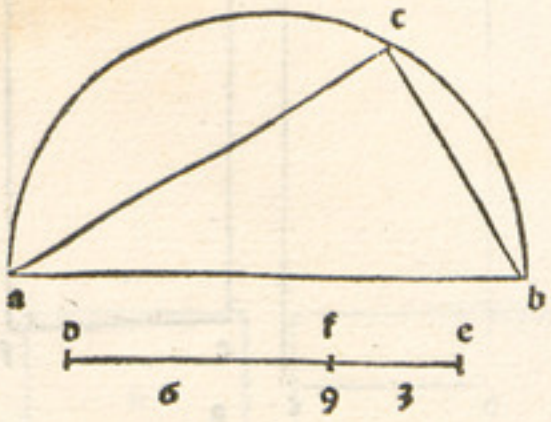
Omnis superficies quā cōtinēt due linee potētialiter tātū rōnales cōicantes ē irrōnalis dicitq; superficies medialis eiusq; latus tetragonicum sc; qō i eam potest est irrōnale dicitur q; linea medialis.

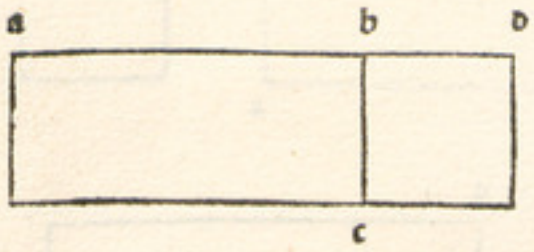
¶ Sint due linee. a.b. b.c. ꝓtinētes superficiē. a.c. rōnales potētia tm̄ cōicātes: q̄ qualr reperiant ex p̄missa 2 aūp̄missa. manifestum ē: dico superficiē. a.c. esse irrōnalem. Sit enī. c.d. quadratū. b.c. eritq; rōnale p̄ ypothesim eo q̄ linea. b c. ē rōnalis i potētia: 2 q: ex prima sexti. a.c. ad. c.d. sicut. a.b. ad. b.d. non cōicat aūt a.b. cū. b.d. q: ex ypothesi nō cōicat cū sua equali q̄ ē. b.c. sequit p̄ scōam pte 10. ut etiā. a.c. nō cōicet cū. c.d. q̄re p̄ diffinitionē superficies. a.c. ē. irrōnalis. ideoq; 2 suū latus tetragonicū ē etiā irrōnale. dicit aūt hec superficies medialis qm̄ ipsa ē medio loco ꝓportiōalis inter duas superficies rōnales videlicet inter q̄drata duarū linearū ipsā ꝓtinētiū 2 lineā potēs in ipsā dicit medialis. qm̄ ipsa quoq; ē medio loco ꝓportiōalis inter duas lineas potētia tm̄ rōnales cōicantes 2 hec due linee sunt latera dicte superficiei. Et hoc est quod volumus.

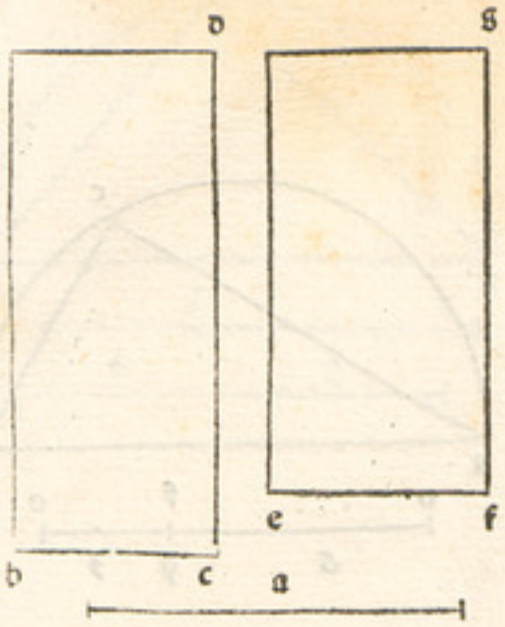
Propositio .20.

Cum adiuncta fuerit linee in lōgitudine rōnali superficies equalis quadrato linee medialis lat⁹ eius scōm potentiali tātū erit rōnale lateriq; primo i lōgitudine īcōmēsurabile

¶ Hec est quasi conuersa premisse. Sit. a. linea medialis. sitq;



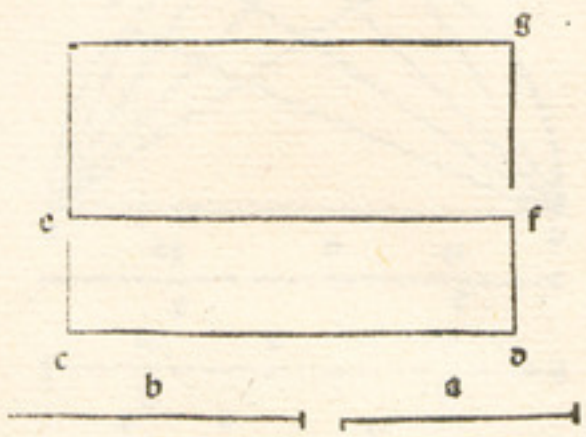




linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis qua/
drato linee.a.q̃ hoc modo fiet:subiungatur duabus lineis.b.c.⁊.a.linea.c. d.i cõ
tinua proportionalitate:ut docet.10.sexti:eritq3 superficies ex.b.c.in.c.d. equalis
quadrato linee.a.per.16.eiusdẽ:dico latus eius ꝑm quod est.d.c.esse rõnale in po/
tentia tm̃ ⁊ incõmensurabile in longitudine lateri.b.c.Eritq3 ex premissa ꝑ diffi/
nitionẽ linee medialis ut linea.a.possit in aliquẽ superficiẽ contentam a duabus
lineis potentia tm̃ rõnalibus cõmunicantibus que sit superficies.e.g.cuius latera
e.f.⁊.f.g.erunt q3 due superficies.b.d.⁊.e.g.per primam partem.13.sexti:laterum
mutuorum propter hoc q̃ ipsi sunt equales ⁊ rectangule: ꝓportio ergo.b.c.ad .c.
f.est sicut.f.g.ad.c.d.quare ꝑ.10.cũ.b.c.cõicet i potentia cũ.e.f.eo q̃ q̃drata vtri
usq3 earu3 sunt rõnalia ex ypothesi.f.g.cõicabit in potentia cum.c.d. cũ igit̃ qua/
dratum.f.g.sit rõnale per ypothesim:erit quoq3 quadratũ.c.d.rõnale per diffini/
tionem : at q̃ superficies.b.d.est irrõnalis sicut sua equalis.e.g. per premissã.se/
quitur vt quadratum linee.c.d.nõ cõicet cũ superficie. b.d. ⁊ quia quadratũ linee
c.d.ad superficiem.b.d.est per primam sexti:sicut.c.d.ad. c.b. erit per secundam
partem.10.ut.c.d.non cõmunicet cum.b.c.quare cum.b.c.sit rõnalis in longitudi
ne ex ypothesi:erit.c.d.irrõnalis in longitudine ⁊ potentia tm̃ rationalis:patet er
go proposita conclusio.

Propositio .21.

Omnis linea communicans mediali est medialis.



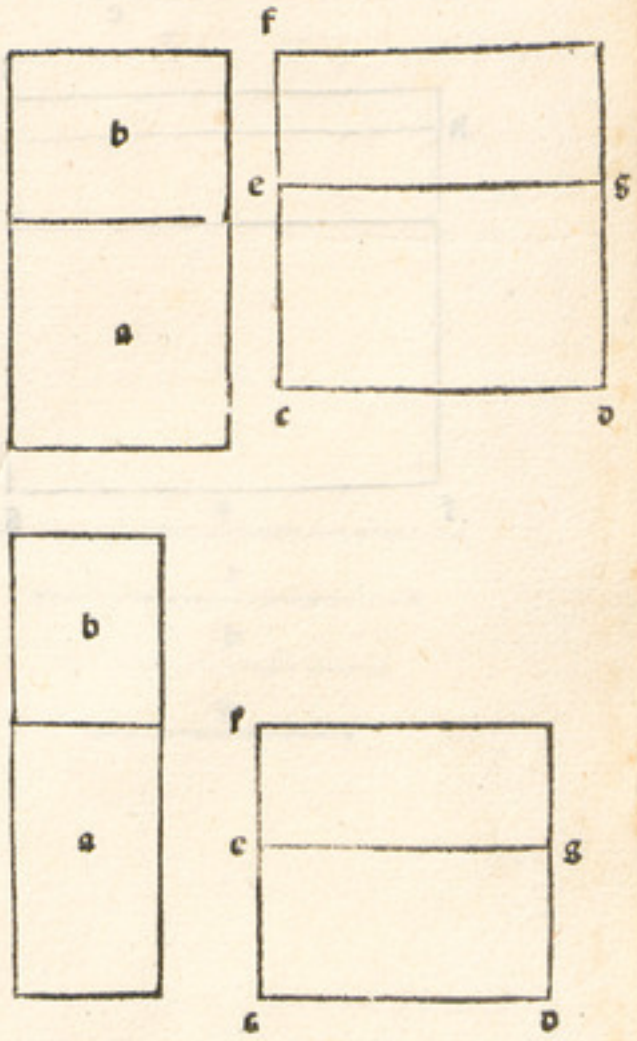
Sit linea.a.medialis cui ponatur linea.b.esse cõmunicans siue in
longitudine siue in potentia tm̃:dico q̃ etiam linea.b.est medialis.
Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superfici
es.c.f.equalis quadrato linee.a.⁊ item superficies.e.g.equalis qua/
drato linee.b.hoc autem qualiter .iat in premisse demonstratione dictũ ẽ. Eritq3
per premissam linea .d.f. rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis linee.c.d.et
quia per primam sexti.e.g.ad.c.f.sicut.f.g.ad.d.f.cõicat autem. e.g.cum. c.f.eo
q̃ quadratum.b .communicat cum quadrato. a.per ypothesim: quibus quadra/
tis dicte superficies posite sunt equales:sequitur per primaz partem.10.ut linea.f.
g.cõmunicet cum linea.d.f.quare.f.g.est rõnalis i potentia tm̃ sicut est.d.f.⁊ in/
cõmensurabilis in longitudine linee.c.f.cũ linea.d.f.sibi cõmunicans sit incõmẽ/
surabilis eidem.e.f.eo q̃ sue equali:hoc enim probatum est in.8.qõ si fuerint due
quantitates cõicantes cuicũq3 vna earu3 non cõicat nec reliqua: itaq3 per.19.erit
superficies.e.g.medialis ⁊ eius latus tetragonicum quod est.b. mediale quod est
propositũ. Sil'r quoq3 omnes superficies cõicans superficiei mediali medialis eẽ
conuincitur. Sit eni superficies.a.medialis cui ponatur superficies.b.esse cõicans
dico superficiem.b.esse medialem quod sic constabit.sit linea.c.d.rõnalis in longi
tudine : adiungaturq3 ei superficies.c.e.que sit equalis superficiei.a.qõ hoc mo/
do fiet. Inueniatur linea.c.f.ad quã sic se habeat vnum ex lateribus superficiei.a.
sicut linea.c.d.se habet ad reliquum.hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.se/
xti dictum est. Eritq3 ex.15.eiusdem superficies.d.f.equalis.a.itẽq3 eodem modo
ad lineam.c.f.adiũgatur superficies.e.g.que sit equalis.b. erit itaq3 per.20.linea
c.f.potentia tm̃ rõnalis:erit quoq3 linee.c.d.in longitudine incõmensurabilis. Et
quia.a.⁊.b.erant cõicantes ex ypothesi:erunt quoq3.c.e.⁊.e.g.eis equales cõican
tes:itaq3 per primam partem sexti ⁊ per primaz partem.10.huius erunt due linee
c.f.⁊.f.g.cõicantes in longitudine. Est igitur linea.f.g.rõnalis in potentia tm̃ ⁊

linee.e.f.incōmensurabilis in longitudine:quare per.19.superficies.e.g.erit medi alis:cum linea.e.f.sit rōnalis i longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cū sit ergo.b.eq/ lis.e.g.erit quoqz.b.medialis qd ē propositū. ¶ Et nota q̄ omnes superficies me diales cōicantes cōponunt superficiem medialē. Unde tota .d.g.ē medialis:qz cū duc linee.c.f.z.f.g.sint rōnales in potētia tm̄ z nō cōmunicantes in longitudine sequitur ut tota.c.g.sit rōnalis in potētia tm̄ z nō cōicās.c.d.i longitudine.itaqz p.19.d. g.ē medialis Eodēqz mō si sint plēs.

Propositio .22.

Omnis differentia qua habundat mediale a mediali:irra tionalis esse probatur.

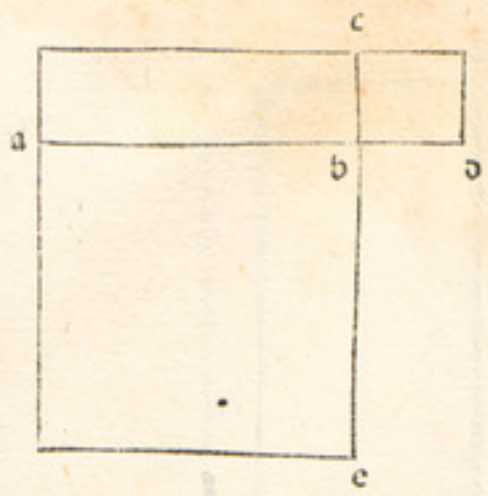
¶ Sit vtraqz duaꝝ superficierū.a.b. z.a. medialis:dico q̄ supficies .c.que est eaꝝ differentia ē irrōnalis. Sit eni linea.c.d.rōnalis i lon/ gitudine cui adiungat̄ superficies.d.e.equalis supficiei.a.z superfici/ es.d f.equalis totali superficiei.a.b. hoc aūt qualiter fiat in premissa docuim⁹:qz ergo.d.f.est equalis.a.b.z.d.e.equalis.a.erit p cōceptionē.g.f.equalis.b. Si ita/ qz supficies.b.nō est irrōnalis sed rōnalis:erit z.f.g.sua equalis rōnalis. At cum linea.e.g sit rōnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea. e.f. ra/ tionalis in longitudine z cōmunicās linee.e.g. p.20.aūt est vtraqz duaꝝ linearuz c.e.z.c.f.potentialiter tm̄ rōnalis z linee.c.d.incōmensurabilis i longitudine: ita qz.e.f.linea est incōmensurabilis linee.c.e.in longitudine. Et quia per primā sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem que fit ex.e.f.in.c.e.ē sicut.e.f.ad. c.e.sequit̄ per secōam partem. 10.ut quadratū linee.e.f. sit incōmensurabile supficiei facte ex e.f.in.c.e. quare z ipsū quadratū erit incōmensurabile duplo supficiei ex.e.f.i.c.e quadratū vero.c.e.cum sit rōnale est cōicans quadrato e.f.totum igitur ex ambo bus compositū erit per.9. cōicans quadrato e.f.z ideo incōmensurabile duplo su/ perficiei ex.e.f.in.c.e. Et qz per quartā scōi quadratū linee.e.f.ē.equale duob⁹ qua dratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.c.f.z duplo supficiei ex.c.e.in. e.f. et duplū superficiei c.e.i.e.f.ē incōmensurabile aggregato ex duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.e.f. sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratū.c.f.sit incōmensurabile aggre/ gato ex duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.z.e.f.at cū aggregatū ex his quadra/ tis sit rōnale:sequit̄ quadratū linee.c.f.nō esse rōnale: z ideo linea.c.f.nō ē ratio/ nalis in potentia: z idcirco nō erit superficies.d.f.medialis neqz.a.b.sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positis:relinquitur igitur q̄ superficies b.est irrationalis:quod est propositum.

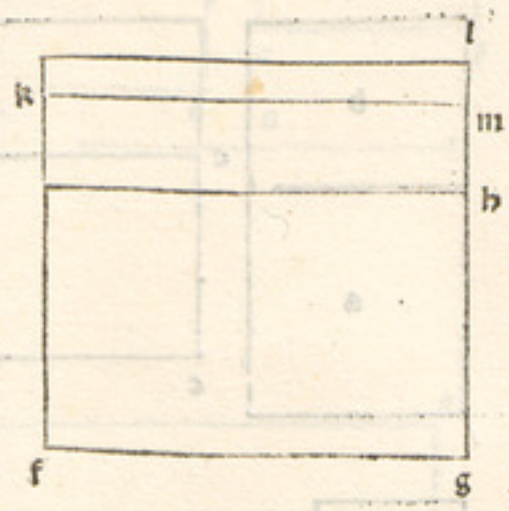


Propositio .23.

Omnis superficies quā cōtinē due lince mediales poten tialiter tantū cōicantes:aut rōnalis est aut medialis.

¶ Sint due linee.a.b.z.b.c.mediales potentia tm̄ cōmunicātes:di/ co q̄ superficies.a.c.ab eis contenta aut est rōnalis aut medialis Sint enim.c.d.quadratū linee.b.c.z.a.c.quadratū linee.a.b. erunt qz ex ypothesi hec duo quadrata communicantia z erit per primam sexti superfi/ cies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea.f.g. que sit rationalis in longitudine:cui adiungatur superfices. f.h. equa/ lis quadrato.a.c.z.h.k.equalis superficici.a.c.z.k.l.equalis quadrato.d.c.erunt qz hee tres superficies.f.h.h.k.z.k.l.continue proportionales sicut sunt sue eq̄les





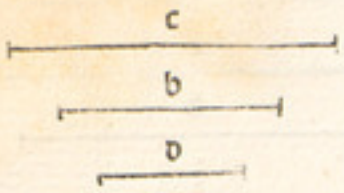
a.e.a.c.ꝛ.d.c.quare per primã ſexti erunt etiam tres linee.g.b.h.m. ꝛ.m.l.q̃ ſunt baſes earum continue proportionales: ꝛ cuꝫ ſuperficies.f.h.ꝛ.k.l.ſint cõmunicãtes ſicut duo quadrata.a.e.ꝛ.c.d.eis equalia: ſequitur per primã ſexti ꝛ.10.hui⁹ vt linea.g.h.ſit cõmunicans cum.m.l.vtraqꝫ autem earum eſt rõnalis in potẽtia per 20.huius:igitur ſuꝑficies vnius eaꝝ in alteram eſt rõnalis: omnis enim ſuperficies quam continent due linee rõnales in potentia : cõmunicantes in longitudine neceſſario eſt rationalis ut patet ex prima ſexti ꝛ prima ꝑte.10.huius ꝛ ex diffinitiõe ſuperficierum rõnalium: ꝛ quia ex prima ꝑte.16.quadratum linee.h.m. eſt equale ſuperficiei ex.g.h.in.m.l.erit quadratuꝫ linee.h.m.rõnale. Si ergo linea.h.m.eſt rationalis in longitudine ſiue cõicans linee.k.m.que eſt equalis linee. f.g. erit per 15.ſuperficies.h.k.rõnalis:ideoqꝫ ꝛ ſua equalis.a.c.ſi autẽ linea.h.m. ſit irrõnalis in longitudine ſiue incõmenſurabilis linee.k.m.que ẽ equalis linee.f.g. cũ ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia: eo ꝙ ſuũ quadratũ eſt rõnale:erit ex.19.ſuperficies.h.k.medialis:quare ꝛ ſua equalis.a.c.conſtat ergo propoſitũ. Et nota ꝙ ſi due linee.a.b.ꝛ.b.c.eſſent mediales in longitudine cõmunicantes: eſſet ſuꝑficies a.c.medialis tm̃:eſſet enim ſuperficies.a.c. cõmunicans vtriqꝫ duoꝝ quadratorũ a.e.ꝛ.c.d.per primã ſexti ꝛ per preſentẽ ypotheſim ꝛ per.10.huius:ꝛ ideo ſuperficies.h.k.ſibi equalis.a.c.eſſet cõmunicãs vtriqꝫ ſuperficiei.f.h.ꝛ.k.l.igit̃ per ꝑma ſexti ꝛ.10.huius linea.h.m. eſſet cõmunicans vtriqꝫ duaꝝ lineaꝝ. g.h.ꝛ .l.m.ꝛ qꝛ hee ambe ſint rõnales in potentia tm̃:non cõicantes in longitudine linee.f.g. eẽt quoqꝫ.h.m.rõnalis in potẽtia tm̃: nõ cõmunicantes in longitudine linee.f.g .ꝛ iõ nec cõmunicans linee.h,d.quare per.19. erit ſuperficies.h.k.medialis tm̃. ꝛ ideo etiam.a.c.ſibi equalis: Si autẽ due linee.a.b.ꝛ.b.c.eſſent mediales neqꝫ in longitudine neqꝫ in potentia cõicantes:ſuperficies.a.c.non eſſet rõnalis neqꝫ medialis ſi enim ſic eſſet ſcꝫ ꝙ due linee.a.b.ꝛ.b.c.eſſent mediales neqꝫ in longitudine in potentia cõicãtes:eẽnt duo quadrata.a.c.ꝛ.c.d.incõmunicantia.itaqꝫ ꝛ due ſuꝑficies.f.h.ꝛ.k.l.eis equales quoqꝫ: eẽnt incõicãtes:quare ꝛ due linee. g.h.ꝛ. m.l. eſſent incõmẽſurabiles per primã ſexti ꝛ per ſcõam ꝑtẽ.10.ꝛ qꝛ vtraqꝫ eaꝝ ẽ rõnalis tm̃ in potentia ꝑ.20.eſſet ſuꝑficies vnius eaꝝ ad alterã medialis per.19.cũ ergo quadratũ linee.h.m.ſit equale dicte ſuperficiei que ſit ex.g.h.in.m.l.per primã partẽ.16.ſexti eẽt per.19.linea.h.m.linea medialis:per.15.ergo nõ eſſet ſuperficies h.k.rõnalis:nec etiã per.20.medialis:quare nec ſua equalis.a.c.

Propoſitio .24.

Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes ſuꝑficiemqꝫ rationalem continentes quarum longior ſit potentior breuiore:augmento quadrati linee cõmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

Cum omnes due linee mediales potentia tantũ cõmunicantes cõtineant ſuperficiem rõnalem aut medialeꝫ ut ex premiſſa patet: docet inuenire eas duas que continent ſuperficiem rõnalem ꝛ eas que medialem. Vnde propoſitum eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quaruꝫ longior poſſit amplius breuiori in quadratõ alicuius linee ſibi cõmunicantis in longitudine que contineant ſuperficiem rõnalem. Ad hoc fm doctrinam.17. Sumo duas lineas.a.ꝛ.b.potentia tantũ rõnales communicantes quarum longior que

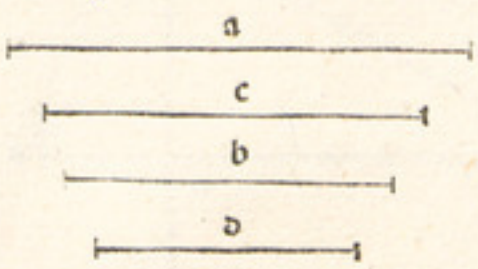
sit.a.possit amplius breviori que sit.b.in quadrato alicuius linee secum ꝓmuni/
cantis in longitudine:⁊ ponam lineam.c.scōm doctrinā.9.sexti medio loco ꝓpor/
tionalem inter.a.⁊.b. ⁊ ponam ut sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter
fiat in.10.sexti dictum est.Dico tunc duas lineas.c.⁊.d.esse quas querimus:patet
eni ex.19. ꝙ superficies quā cōtinent due linee.a.⁊.b.ē medialis:⁊ qꝛ ꝑ primā ptē
16.sexti quadratū linee.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c .medi
alis.Cū autē sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.cōmunicat cū.a.in potentia tm̄ ex ypo/
thesi:qꝛ tam.a.q̄z.b.rōnalis est in potentia sequitur per.10.ꝙ.c.quoqz cōicet cum
d.in potentia tm̄.itaqz per.21.cuz.c.sit linea medialis: erit etiā.d.medialis :⁊ per
primā ptē.12.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi ꝓmunicātis in
lōgitudine. Si ergo due linee.c.⁊.d.contineant superficiem rationalē ipse sūt qua
les inquirimus.Eas aūt cōtinere supficiē rationalē sic habeto:cū sit.a. ad.b.sicut
c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c. ad.b. igitur
est.c.ad.b.sicut.b .ad.d .itaqz per primā partē.16.sexti superficies quā continent
due linee.c.⁊.d.est equalis quadrato.b.est aūt quadratū.b.rationale per ypothe.
cum ipsa sit rationalis in potentia:superficies ergo quam continent due linee.c.⁊
d.est rationalis:quare constat propositum.



Propositio .25.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicātes super/
ficiemqz rōnalem cōtinentes:quaꝝ longior sit potentior
breviori quadrato linee eidem longiori in longitudine in
cōmensurabilis inuenire.

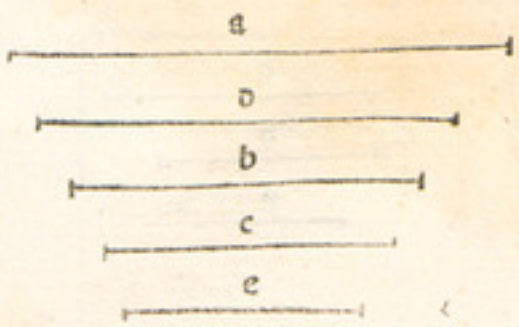
Positis duabus lineis.a.⁊.b.rōnalibus potētia tm̄ cōicantibus
quarum longior possit amplius breviori quadrato linee secum non cōmunicantis
in longitudine: que quidē reperiunt ꝑm doctrinā .18.ceterisqz positionib⁹ manen/
tibus sicut in p̄missa argumētando modo cōsimili:patebit duas lineas.c.⁊ .d.esse
quales querimus .Et nota ꝙ due linee quas hec ⁊ premissa docent inuenire com/
ponunt bimediale primū:⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est:dicitur
residuum mediale primum.



Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicantes super
ficiemqz medialem continentes quarum longior breuio/
re tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius li/
nee incōmensurabilis ipsi longiori ī lōgitudine inuenire.

Cū docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tātū cōicantes
superficiēqz rationalē continentes:quaꝝ longior plus possit breviori in quadrato
linee secum cōmunicantis in longitudine ⁊ secum incōmensurabilis in longitudine
Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiem
qz medialem continentes quaꝝ longior sit potentior breviori in q̄drato linee nō se
cum cōicantis in longitudine. sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud
enim facile habetur ex isto. Sint itaqz tres linee sumpte ꝑm ꝙ doctrinā.18.a.b.c.
potentia tm̄ rōnales ⁊ ī ea solū cōicantes.sitqz.a.potentior.b.⁊.c.quadrato linee
sibi incōmensurabilis in longitudine:⁊ ponatur.d.medio loco ꝓportionalis inter
a.⁊.b.ut docet.9.sexti:⁊ sit.d.⁊.e.sicut.a.ad.c. dico duas lineas.d.⁊. e. esse q̄les
inquirimus.cum sit enim quadratū linee.d.equale superficiei que continetur sub.a

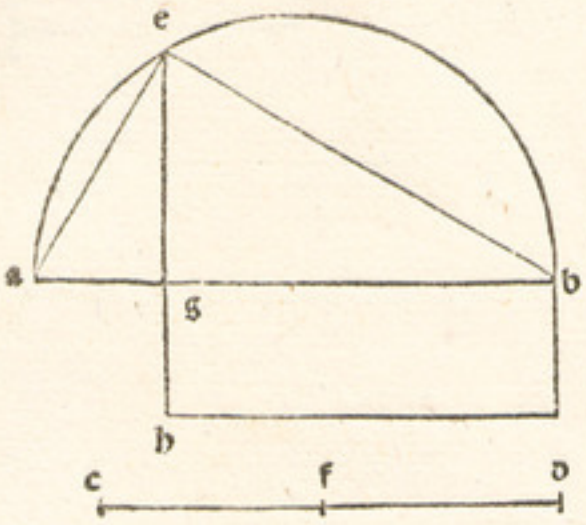


z.b.per primã partẽ.16.sexti. Sitq3 superficies contẽta sub.a.z.b.medialis: ex. 19. cum.a.z.b.sint potentia tm̃ rõnales conicantes:erit ex eadem linea.d.mediali s. quia.a.ad.c.sicut.d.ad.e.cõmunicat autẽ.a.cũ.c.in potentia tantũ ex ypothesi se quitur ex.10.ut.c.quoq3 cõmunicet cũ.d.in potẽtia tm̃. Itaq3 per.21.erit.e. linea medialis.et etiã q2.a.est potentior.c.quadrato linee sibi incõmensurabilis in lon/ gitudine erit quoq3 p.12.d.potẽtior.e.q̃drato linee sibi icõmẽsurabilis i lõgitudie Si igitur due linee.d.z.e.contineant supficiẽ medialẽ constat eas esse quales iqui rimus: Eas autẽ continere superficiem medialẽ.sic habet:cum sit ex ypothesi.a.ad c.sicut.d.ad.e.erit permutatim.a.ad.d.sicut.c.ad.e.sed.a.ad.d.est sicut.d. ad.b. p ypothesim:itaq3.d.ad.b.sicut.c.ad.e.igitur per primã partẽ.15.sexti:superficies quã continẽt.d.z.e.est equalis ei quã ꝓtinẽt.c.z.b.sed.b.z.c. continent superficiẽ medialem per.19.cum ipsi sint rationales i potentia tm̃ cõicantes ex ypothesi:ita/ q3.d.z.e.continent superficiẽ medialẽ:qõ est propositũ. Si autẽ cura esset inue/ nire duas lineas mediales potentia tm̃ cõmunicantes supficiẽq3 medialem conti/ nentes:quarꝝ longior esset potentior breuiori quadrato linee secum cõicanti s i lon gitudine: Sumeramus tres lineas ꝑm doctrinã.17.a.b.c.potentia tm̃ rationales z in ea solum cõmunicantes: z ponerem⁹ lineam.a.esse potentiorẽ linea.c.quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in longitudine:cetera vero manerent ut prius z ar gumentatione consimili concluderemus duas lineas. d.z.e.esse quales proponit̃ inquirere. Et nota q̃ due linee quas hic.26.docet iuenire:cõponũt bimediale scõm z minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuũ mediale secundũ.

Propositio .27.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq3 medialem continentes quarũ quadrata ambo pariter ac/ cepta sint rationale inuenire:

Propositum est inuenire duas lineas incõmensurabiles tam i po/ tentia q̃3 in longitudine que contineant superficiem medialem z qua drata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem:ad hec autẽ sumo per.18.duas lineas.a.b.z.c.d.potẽtia tantũ rationales cõmunicãtes quarꝝ longi/ or que sit a.b.sit potentior.c.d.quadrato alicuius linee secũ incõmensurabilis in longitudine z super lineã.a.b.describo semicirculum.a.e.b. z diuido lineam.c:d. per equalia ad punctum.f.z diuido lineam.a.b.ad punctum.g.itaq3 linea.e.f.ca/ dat in medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b. et qualiter hoc fiat in.13.dictũ est: z pono q̃ superficies.b.b.fiat ex.a.g.in.g.b.eritq3 ex prima ꝑte.16.sexti qua dratum.e.f.equale superficiei.b.b.z quia quadratũ.e.f.est equale quarte ꝑti qua/ drati.c.d.ex quarta scõi:z q2 supficiei.b.b.deest ad cõplendũ lineam. a.b.superfi/ cies quadrata cuꝝ.a.g.sit equalis.g.b.z quia linea.a.b.potentior est linea.c. d.q̃/ drato linee sibi incõmensurabilis in longitudine ex ypothesi:erit ex scõa parte.14.li nea.a.g.incõmensurabilis linee.g.b.educo igitur a puncto.g.perpendicularem su per lineam.a.b.vsq3 ad circũferentiam semicirculi que sit.g.e.z protrabo lineas.a e.z.e.b.quas dico esse quales querimus.erit enim.e.g.equalis.e.f. eo q̃ vtraq3 ca dit medio loco proportionalis inter.a.g.z.g.b.prima quidem per primam partẽ correl.8.sexti.scõa vero per ypothesim: propter qõ quadratum vtriusq3 earum per primam partem.16.sexti est equale superficiei.a.g.in.g.b.que est.b.b. ipsi igit̃ sũt

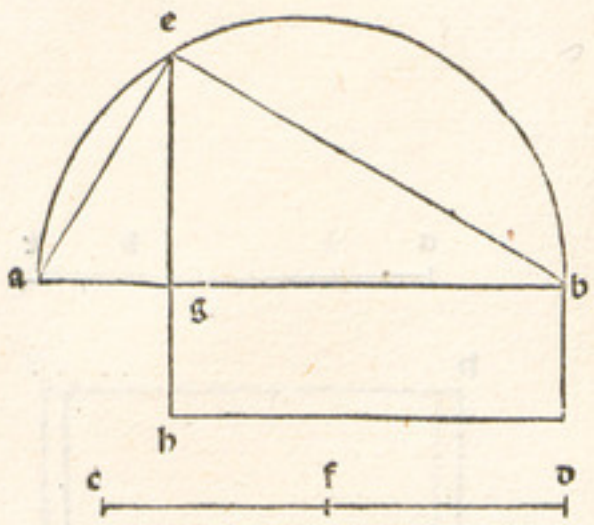


equales. At quia per quartã sexti ꝓportio.a.e.ad.e.b.ẽ sicut.a.g.ad.g.e. sunt aũt a.g.⁊.g.e.⁊.g.b.ꝓtinue ꝓportionales erit.a.e.ad.e.b.duplicata sicut.a .g. ad.g. b.quare ꝑ.18.sexti erit quadratũ linee.a.e.ad quadratũ linee.e.b.sicut.a.g.ad.g.b cum sit igitur.a.g. incõicans.g.b.erit per scõam ꝑtem.10.quadratũ.a.e.incõicans quadrato.e.b.quare due linee.a.e.⁊. e.b.sunt incõmẽsurabiles in potentia. Et qꝛ ꝑ penultimã primi quadratũ.a.b.ẽ cõle q̃dratis duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b. ꝑiter ac/ ceptis q̃dratũ aũt.a.b.ẽ rõale:cũ.a.b.sit rõnalis i potẽtia ꝑ ꝓpoſbe.erũt quoqꝫ q̃/ drata duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b.ꝑiter accepta rõnale. Si vero hee due linee cõtinent superficiem medialem habitũ ẽ ꝓpositũ.erat aũt.c.d.rõnalis in potẽtia ⁊ in ea tm̃ cõicans linee.a.b.quare ⁊.c.f.⁊ ió etiã.g.e.sibi equalis erit potentia rõnalis ⁊ tm̃ in eadẽ cõicans cũ.a.b.itaqꝫ ꝑ.19.supficies.a.b.in.g.e.est medialis:qꝛ igit̃ ꝑ quar tã sexti ⁊ per primã ꝑtẽ.15.eiusdẽ supficies.a.e.⁊.e.b.ẽ sibi.s.supficiei.a.b. in.g.e. equalis cõstat duas lineas.a.e.⁊.e.b.esse quales volumus. Et nota q̃ due linee quas docet hec.27.inuenire cõponunt lineã maiorẽ ⁊ minori eaꝝ abscisa que reli/ qua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq3 rationalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter ac/ cepta sint mediale innenire.

Sit hic prorsus eadẽ dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee.a.b.⁊.c.d.quales ꝓponit.25.eruntqꝫ simili argumẽtatiõe premisse due linee.a.e.⁊.e.b.quales hec.18.proponit. Cum sit eni. a.b. linea me/ dialis erit eius quadratũ mediale per.19.⁊ ió quadrata duaꝝ lineaꝝ. a.e.⁊. e.b. sunt mediale per penulẽ.primi:⁊ quia.a.b.i.c.d.ꝓtinet supficiẽ rõnalem:sequitur etiã ut.a.b.in.c.f.⁊ ideo in.g.e.sibi equalẽ cõtineat superficiẽ rõnalem:itaqꝫ ⁊.a.e in.e.b.patꝫ ergo qõ querit̃. Unde due linee quas hec.28.docet inuenire cõponũt lineã potentẽ in rõnale ⁊ mediale ⁊ minori eaꝝ abscisa de maiori que reliqua ẽ di/ citur linea que iuncta cum rationale componit totum mediale.



Propositio.29.

Duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiẽq3 medialẽ continentes quaꝝ quadrata ambo pariter acce/ pta sint mediale duplo superficiei vnius in alterã incõmẽ/ surabile innenire.

Huius quoqꝫ dispositio a duaꝝ premissaꝝ dispositione non sit in quoquã diuersa. Sint aũt linee due.a.b.⁊.c.d.quales.26.ꝓponit eruntqꝫ p̃missa argumentatione due linee.a.e.⁊.e.b.quas inquirimus. Cũ enim.a.b.sit linea me dialis erunt quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.e.⁊.e.b.pariter accepta mediale.at cum.a.b ⁊.c.d.contineat superficiem medialẽ.sequit̃ ut.a.b.in.c.f.⁊ ideo in.e.g.sibi equa/ lem contineat quoqꝫ superficiẽ medialẽ:omnis eni superficies mediali cõmunicãs medialis esse conuincit̃: quẽadmodũ in.21.monstratũ est : supficies igit̃.a.e.i.e.b medialis est cũ ipsa sit equalis supficiei .a.b.in.g.e. Quia vero linea.a.b. ẽ incõ/ mensurabilis linee.c.d.erit etiã incõmensurabilis linee.c.f.quare ⁊ linee.e.g.qua/ re per primã sexti ⁊ scõam ꝑtẽ.10.huius :superficies.a.b.in.e.g.que est equalis su perficiei.a.e.in.e.b.erit incõmensurabilis quadrato linee.a .b .itaqꝫ ⁊ quadratis duarum linearum.a.e.⁊.e.b.pariter acceptis: qõ cũ ita sit sequitur quoqꝫ vt du/ plum superficiei.a.e.in.e.b.sit incõmensurabile quadratis predictis duaꝝ linearũ

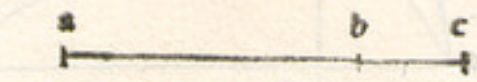
a.c.⁊.c.b.pariter acceptis ⁊ hoc erat mōstrandū. ¶ Due linee quas hec.29.docet inuenire cōponūt lineā potentē in duo medialia ⁊ minori earꝫ abscisa de maiori q̄ reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propositio 30.

Si due linee potentialiter tantū rōnales cōmunicantes in longum directumq3 coniungantur: tota linea ex his compositā erit irrationalis: diceturq3 binomium.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cōtinuū directūq3 cōiuncte rōnales in potentia tm̄ cōcantes: quas p.17.⁊.18.reperies: dico totā lineā.a.c ex eis cōpositā esse irrōnalem ⁊ ipsa vocatur binomiū. Est enī per quartā secundi quadratū.a.c.equale quadratis duarꝫ linearꝫ.a.b.⁊.b.c.⁊ duplo supficiei vni⁹ earum in alterā: quadrata aūt ambarꝫ faciunt supficiē rōnalem ex ypothesi: duplū vero superficiei vnius earꝫ in alterā facit supficiē medialē ex.19.itaq3 quadrata ambarū pariter acceptarꝫ faciunt supficiē incōmensurabilē duplo supficiei vnius earum in alterā.erit igit̄ ex.9.quadratū.a.c.incōmensurabile duobus quadratis duarum linearꝫ.a.b.⁊.b.c.piter acceptis quare irrōnale p diffinitionē cū duo illa quadrata faciāt supficiē rōnalem.ideoq3 suum latus tetragonicū quod est.a.c. irrōnale quoq3 p diffinitionē: pstat ergo ꝓpositū.

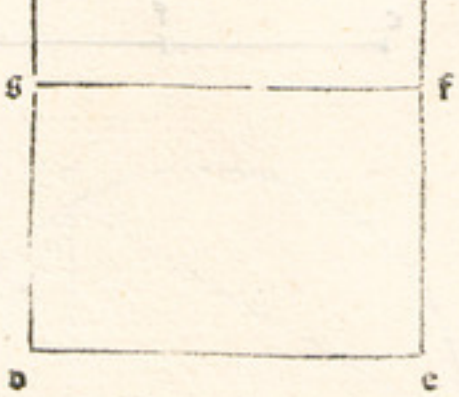
Propositio .31.



Si due linee mediales potentia tantū cōicantes superficiemq3 rationalē continentes directe coniungant̄: tota linea ex his cōposita erit irrōalis diceturq3 bimediale primū.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c. i cōtinuū directūq3 ꝓiuncte quales proponuntur quas p.24.⁊.25.reperies: dico totam lineā.a.c.esse irrōnalem ⁊ ipsa vocatur bimediale primū. Est enī duplū supficiei.a.b. i.b.c. rōnale per ypothe.duoq3 quadrata duarꝫ linearꝫ.a.b.⁊.b.c.piter accepta faciunt mediale.cuiq3 vtrūq3 quadratū sit mediale per ypothesim ⁊ vnū coꝫ cōicans alij: duplū igitur superficiei vnius earꝫ in alterā est incōicans duob⁹ quadratis piter acceptis: totum ergo aggregatū ex duplo supficiei ⁊ duobus quadratis ⁊ ipsū ē quadratū toti⁹.a.c.per quartā scōi ē incōmensurabile duplo supficiei vnius earꝫ in alterā p.9.huius cū itaq3 duplū supficiei sit rōnale erit quadratū.a.c. irrōnale. ideoq3 ⁊ linea .a.c. qd̄ ē ꝓpositū. ¶ Idē aliter: sit linea.d.e.rōnalis in longitudine cui adiungat̄ supficies.d.f.equalis duobus quadratis duarꝫ linearꝫ.a. b. ⁊.b.c. eritq3 supficies hec d.f.medialis cum vtrūq3 quadratū sit mediale per ypothe .⁊ vnū coꝫ cōicans alij quare per.20.linea.d.g.est rōnalis in potentia tm̄: non cōicans in longitudine linee.d.e.rursus ad lineā.f.g.que est equalis.d.e.adiūgat̄ supficies.f.b.equalis duplo superficiei. a.b.in.b .c.eritq3.f.b.rōnalis per ypothesim: quare per.16.linea.g b.erit rōnalis in longitudine: due itaq3 linee.d.g.⁊.g.b. sunt potentialiter rōnales ⁊ in ea tm̄ cōicantes: ergo p.30.tota linea ex eis cōposita que est.d.b.est binomiū ⁊ irrōnalis: quare p.16.a destructione ꝓūtis supficies.e.b.ē irrōnalis. At quia p quartā scōi latus ei⁹ tetragonicū ē linea.a.c.ipsa erit irrōnalis p diffinitionē qd̄ oportuit demōstrari.

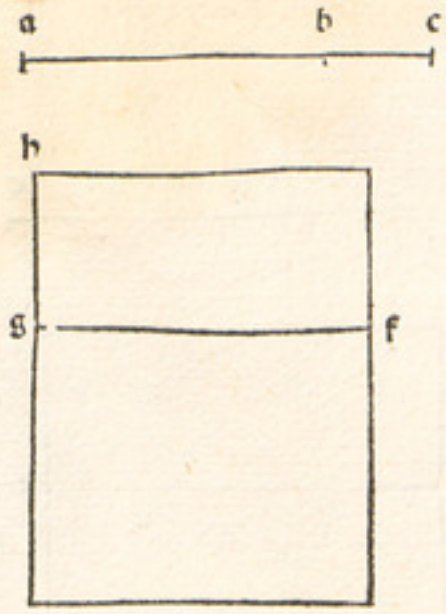
Propositio .32.



Si due linee mediales potentialiter tantum cōmunicantes superficiemq3 medialē continentes directe coniungantur tota linea erit irrōnalis diceturq3 bimediale secundum.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cōtinuū directumq3 ꝓiūcte ut ꝓponit

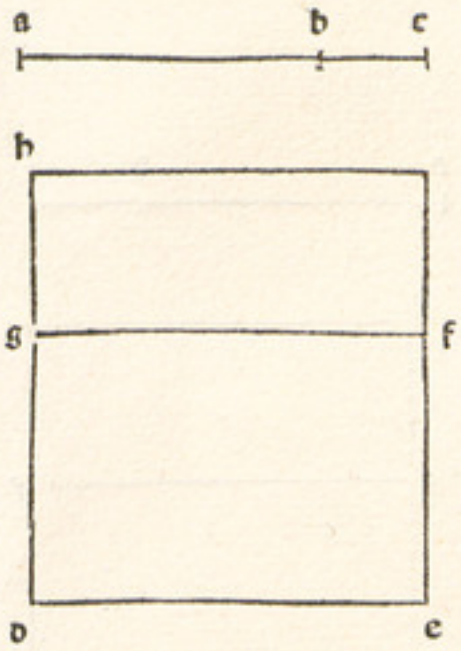
quas per.26.contingit reperiri:dico totã.a.c.ex eis cõpositã esse irrõnalem ⁊ ipsa vocatur bimediale scõm. Esto enim linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungatur supficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter acceptis ⁊ quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cõicantia:⁊ vtrũq; mediale:erit superficies.d.f.medialis quare per.20.linea.d.g.que est eius latus scõm est rõnalis i potentia tm̃: ⁊ linee.d.e.incõmensurabilis in longitudine: Rursus adiungat̃ ad lineã g.f.que est equalis linee.d.e.supficies.f.b.equalis duplo supficici.a.b.in.b.c.erit q; etiã supficies.f.b.medialis:erat enim per ypothesim supficies.a .b.i.b.c.medialis.ergo duplũ eius cui est equalis.f.b.erit mediale per.20.igitur est linea.g. b.rationalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis in longitudine linee.g.f.q; vero. a.b. ⁊.b.c.sunt potentialiter tm̃ cõicantes erit p primã sexti ⁊ per scõam ptem.10.huius supficies vnius in alterã incõmensurabilis quadrato vtriusq;. At q; quadrata eaꝝ cõicant per ypothesim:erit dicta supficies quare ⁊ duplũ eius incõicans duob⁹ quadratis earũ pariter acceptis:due ergo supficies.d.f.⁊.f.b.sunt incõicantes :p primam itaq; sexti ⁊ scõam ptẽ.10.huius erit linea.d.g incõmensurabilis linee. g.b. que cũ sint rõnales in potẽtia:erit per.30.tota linea.d.b.binomium ⁊ irrõnalis:ergo per.16.a destructione p̃ntis erit supficies.e.b.irrõnalis. Et q; latus eius tetragonicũ per quartã scõi est linea.a.c. sequitur per diffinitionẽ q̃ linea.a.c. sit irrationalis:q̃ ꝓpositũ erat ostendere.



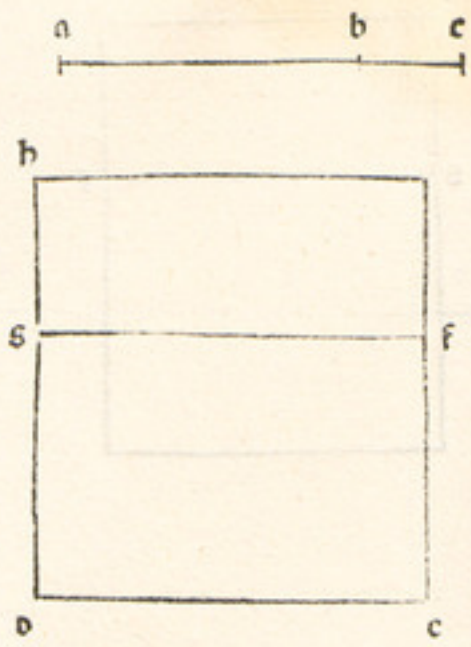
Propositio .33.

Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles supficiẽq; medialẽ continẽtes quaꝝ ambo q̃drata piter accepta sũt rõnale:tota linea erit irrõnalis diceturq; linea maior.

Sint due linee.a.b.⁊.b.c.sibi in continuum directumq; coniuncte sicut ꝓponitur:quas cõtingit ex.27.repire:dico.a.c.ex eis cõpositã esse lineã irrationalẽ ⁊ ipsa vocat̃ linea maior. Cũ enim ambo quadrata piter accepta sint rõnale superficies vero alteri⁹ in alterã quare et eius duplũ medialis p ypothesim:erit totũ ex duobus quadratis piter acceptis incõicans duplo supficiei vnius in alterã.itaq; totũ aggregatũ ex duobus quadratis ⁊ duplo supficiei ⁊ ipsũ est equale quadrato a.c.per quartã scõi:erit p.9.hui⁹incõmensurabile duobus quadratis.a.b.⁊.b.c.piter acceptis:per diffinitionẽ ergo ẽ quadratũ linee.a.c.irrõnale ⁊ linea.a.c.irrõnalis q̃ ẽ propositũ. Idẽ aliter sicut i p̃missis ad lineã.d.e.que sit rõnalis in longitudine adiungat̃ supficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b ⁊.b.c.pariter acceptis eritq; rõnalis per ypothesim quare per.16.latus eius scõm q̃ est.d.g.erit etiã rõnale in longitudine ⁊ cõicans linee.d.e. Rursus ad lineã.f.g. adiungatur superficies.f.b.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.eritq; medialis per ypothesiz:quare per.20.linea.g.b.que est eius lat⁹ scõm ẽ rõnalis in potentia tãtũ per.30.igitur est linea.d.b.binomiũ ⁊ irrõnalis:ideoq; per.16.a destructione consequentis superficies.e.b.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartaz secundi est.a.c.ẽ irrationale per diffinitionem:q̃ volumus ostendere.



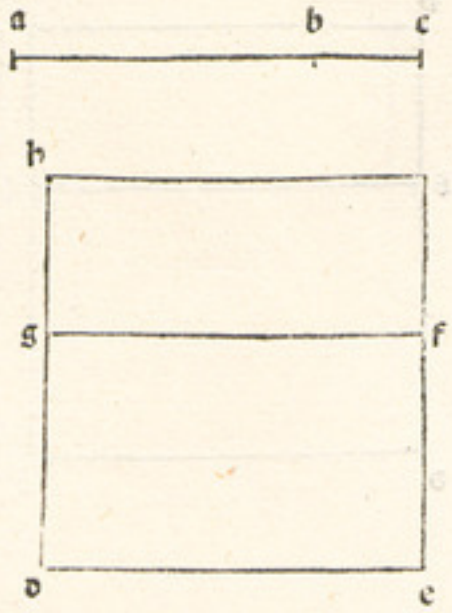
Propositio .34.



Cum cõiuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiemq3 rõnalem continentes quaꝝ ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq3 potens in rõnale ⁊ mediale.

¶ Sint ut in premissis due linee. a.b. ⁊ b.c. in continuũ directumq3 coniuncte quales ꝓponit: ⁊ ipse sunt ex. 28. sumende: dico ꝙ tota linea. a.c. ex eis cõposita erit irrõnalis ⁊ illa vocatur linea potẽs i rõnale ⁊ mediale. Cũ sit enĩ superficies. a.b. in. b.c. rationalis per ypothesim. ideoq3 ⁊ duplũ eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartã secũdi ⁊. 9. huius quẽadmodũ in premissis ꝙ quadratũ totius. a.c. sit incõicans duplo superficiei. a.b. in. b.c. ꝑ diffinitionẽ igitur ipsũ est irrõnale ⁊ linea. a.c. irrationalis qõ ẽ propositũ. ¶ Idẽ aliter: sit vt in premissis linea. d.e. rationalis in longitudine superficiesq3. d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaꝝ lineaꝝ. a. b. ⁊ b.c. erit q3 medialis per ypothesim: ꝑ. 20. igitur: erit linea. d .g. rõnalis in potentia tm̃ nõ cõmunicans in longitudine linee. d.e. Sitq3 superficies. f.b. adiuncta ad lineã. g.f. equalis duplo superficiei. a.b. in. b.c. eritq3 rõnalis per ypothe. ⁊ iõ ꝑ. 16. latus eiꝰ fm quod ẽ. g.b. rõnale in longitudine quare per. 30. linea. d.b. ẽ binomium ⁊ irrationalis: ⁊ superficies. e.b. per. 16. a destructione ꝑũtis est irrõnalis. Cum itaq3 linea. a.c. sit eius latus tetragonicũ: per quartã scõi: sequit̃ ut. a.c. sit irrõnalis ꝑ diffinitionem: ꝓstat ergo propositũ.

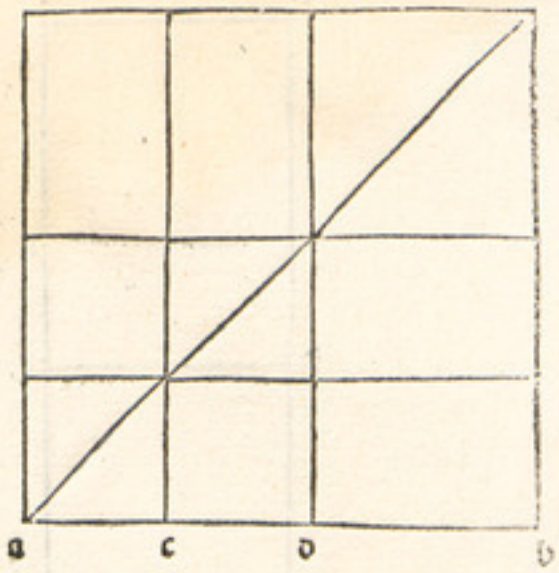
Propositio .35.



Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles superficiemq3 medialẽ cõtinentes quaꝝ quadrata ambo ꝑiter accepta sit mediale duplo supficiei vniꝰ i alteram incommensurabilem tota linea erit irrõnalis dicetur q3 potens in duo medialia.

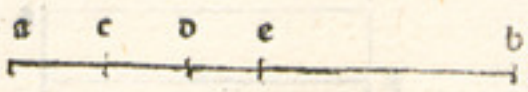
¶ Sint quoq3 due linee hic. a.b. ⁊ b.c. in cõtinuũ directũq3 cõiuncte ut proponit̃ que ex. 29. sumende sunt: dico ꝙ linea. a.c. ex eis cõposita est irrõnalis ⁊ ipsa dicit̃ potens in duo medialia. Adiungatur enĩ ad lineã. d.e. que sit rõnalis in longitudine superficies. d.f. equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ. a.b. ⁊ b.c. pariter acceptis: eritq3 medialis per ypothesiꝫ quare per. 20. linea. d.g. erit rõnalis in potẽtia tantũ ⁊ incõmensurabilis. d.e. linee rõnali in longitudine. Rursus ad lineã. g.f. que est equalis. d.e. adiungatur superficies. f.b. que sit equalis duplo supficiei vniꝰ in alterã erit etiã ex ypothesi medialis quare per. 20. linea. g.b. erit rõnalis in potẽtia tm̃. at q2 per ypotesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficiei vnius in alterã sequitur ut. d.f. sit incõmensurabilis. f.b. quare ꝑ primam sexti ⁊ secundam partẽ. 10. huius linea. d.g. est incõmensurabilis. g.b. per 30. igitur est linea. d.b. binomiũ ⁊ irrõnalis. itaq3 supficies. e.b. est irrõnalis ⁊ eiꝰ latus tetragonicum qõ ẽ. a.c. ut in premissis: quare constat propositũ. Si aũt duplum superficiei. a.b. ⁊ b.c. non esset incõmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea. a.c. medialis. esset enĩ. d.f. cõicans. f.b. ideoq3 linea. d.g. linee. g.b. tota igit̃. d.b. esset rõnalis in potentia tm̃ ⁊ incõmensurabilis in longitudine linee. d.e. per. 19. igit̃ esset supficies. e.b. medialis eiusq3 latus tetragonicum qõ ẽ. a.c. linea medialis. Vt aũt facilior fiat doctrina sequẽtiũ premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarũ se/ctionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo supficiei vni⁹ earũ in alteram quantũ ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.



¶ Sit enī linea.a.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.sitq; maior portio.c.b. de qua sumatur.c d.equalis.a.c.et.c.b. dico q̃ quadrata duaꝝ linearum.a.c.et.c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius i alteram in quadrato linee . d.b. nam quod fit ex.a.c.in.c.b.bis cum quadratis duarum linearũ.a.c.et.c.b. est equale ei quod fit ex.a.c.in.c.b.quater cum quadrato.d.b.eo q̃ vtraq; hec equalia sunt quadrato li nee.a.b.primum quidem per quartam secundi scdm vero per.8.eiusdem. Dem/ptis itaq; vtrũq; equalibus videlicet eo qd fit ex.a.c.in.c.b.bis erũt residua q̃ sũt/de primo quidē quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.c.et.c.b.de secundo vero quod fit ex.a.c. in.c.b.bis cum quadrato.d.b.equalia: quare constat propositũ. Ex hoc ergo mani festũ est q̃ si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partiũ pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc ē pro/pter quod istud premisimus.

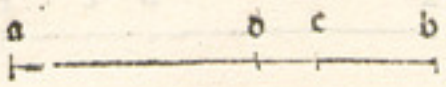
¶ Si aliqua linea per duo inequalia.itemq; alia duo inequalia diui/datur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt ampli⁹ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantũ est duplũ qua drati illius linee que inter vtrasq; ē sectiones et quadruplum eius qd fit ex eadem linea in eam que est inter punctũ sectionis minus inequa lium et punctum quod diuidit totam lineam per equalia.



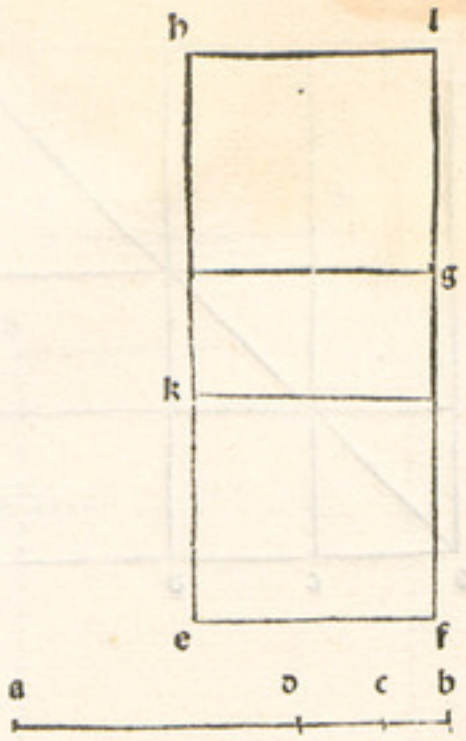
¶ Sit linea.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.itemq; per alia minus inequa lia in puncto.d.rursus per equalia i.e. dico q̃ quadrata duaꝝ partium magis in/equalium que sunt.a.c.et.c.b.tantum sunt amplius duobus quadratis duarum li/nearum minus inequalium que sunt.a.d.et .d.b.quantum est duplum quadrati linee.c.d.et quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.sunt enim per.9. secũdi qua/drata duarum linearum.a.c.et.c.b.pariter accepta dupla quadratis duarum linea rum.b.c.et.e.c.pariter acceptis.at per eandem.9.secundi quadrata duaꝝ linearu; a.d.et.d.b.piter accepta dupla sũt quadratis duarũ linearum.b.c.et.e.d.piter ac/ceptis: itaq; quadrata duarum linearum.a.c.et.c.b.pariter accepta excedũt qua/drata duarum linearum.a.d.et.d.b.pariter accepta in eo quo duplũ quadrati li/nee.c.e. excedit duplum quadrati linee.d.e.hoc autē per quartam secundi est du/plum quadrati linee.c.d.et quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.c.quare cõstat propositum. Ex hoc manifestum est q̃ quanto fuerint sectiones alicuius linee ma gis inequales tanto erunt earũ quadrata pariter accepta maiora: et hoc est ꝓpter quod istud premisimus.

Propositio .36.

IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus cõiun ctum et nominatum est binomium diuidi impossibile est.

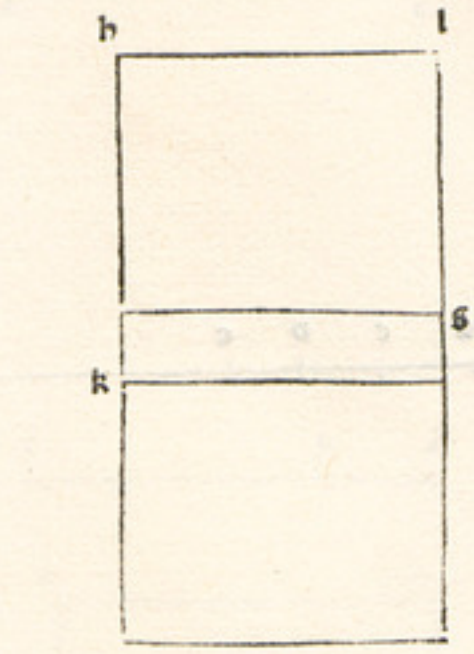


¶ Sit linea.a.b.binomium eritq; ex.30.composita ex duabus lineis in potētia tm̃ rōnalib⁹ cōicantib⁹ q̃ sint.a.c.et.c.b.dico q̃ ipossibile ē eā diuidi i alias duas lineas sub hac dione videlicet q̃ ipi sint potē tia tm̃ rōales cōicātes: si enī pōt diuidaī i.a.d.et.d.b.q̃ sint potētia rōales tm̃ cōi cātes. Esto quoq; linea.e.f.rōnalis in lōgitudine cui adiungaī supficies .e.g. que



sit equalis quadratis duaꝝ linearꝝ.a.c.⁊.c.b.pariter acceptis ⁊ supficies. f.b. que sit equalis quadrato lince.a.b.eritq3 superficies.e.g.rōnalis eo ꝙ vtrūq3 quadratoꝝ linearꝝ.a.c.⁊.c.b.pariter acceptis est rōnale per ypothesim ⁊ superficies .g.b. medialis per.19.qm̄ ipsa est equalis duplo superficiei.a.c. ī.c.b.p quartā scōi.Sit igit̄ rursus supficies.f.k.eq̄lis quadratis duaꝝ linearꝝ.a.d ⁊.d.b.pariter acceptis que cū sint diuerse a duabus lineis.a.c.⁊.c.b.erit per scōm p̄demonstratoꝝ antecedentium superficies.f.k.diuersa a supficie.e.g.eaꝝ ergo differētia sit.k.g. eritq3 p q̄rtā scōi excessus supficiei.f.b.sup.f.k.qui sit.k.l.eq̄lis duplo eiꝰqd̄ fit ex.a.d.ī.d b.⁊ ꝓpter hoc erit etiā supficies.f.k. rōalis.⁊ supficies.k.l.medial': itaq3 supficies k.g.cum ipsa sit differentia duarū superficieꝝ rōnalium que sunt.e.g.⁊.f.k.erit rationalis.Non enī differt rationale a rōnali nisi in rōnali.⁊ hoc dico diffinitione ⁊ 9. huius hoc ꝓfirmantibus. Eadē quoq3 cū ipsa sit differentia duaꝝ superficierum medialium que sunt.g.b.⁊.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

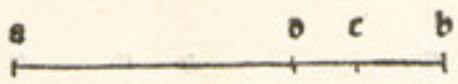
Propositio .37.



Bimediali primo ꝑm terminū suum in duas lineas medias diuiso:sub earum termino in alias duas lineas medias idem diuidi est impossibile.

Sit quoq3 hic linea.a.b.bimediale primū diuisa ī duas lineas mediales potentia tantum cōicantes superficiemq3 rōnalem continentes:ex quibus.31.asserit eā cōponi que sint. a.c.⁊.c.b.dico ꝙ impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub eaꝝ diffinitione.Qd̄ si possibile fuerit diuidam eā in puncto.d.assumptaq3 linea rōnali.e.f.adiungatur ei.e.g.equalis duobus quadratis duaꝝ linearꝝ.a.c.⁊.c .b.et superficies.f.b.equalis quadrato.a.b.⁊ superficies.f.k.equalis quadratis duaꝝ linearꝝ.a.d.⁊.d.b.eritq3 per quartā scōi.g.b.eq̄lis duplo superficiei.a.c.ī.c.b.⁊ per eandē erit.k.l.equalis duplo superficiei.a.d. in.d.b. propter ypothesim quoq3 erit vtraq3 duaꝝ superficieꝝ .e.g.⁊.k.f.medialis ⁊ vtraq3 duaꝝ linearꝝ.g.b.⁊.k.l.rōnalis. hoc autē impossibile:esset enī per primum superficies.k.g.irrōnalis ex.22.per secundū autē eadē esset rōnalis ex diffinitione ⁊.9.qd̄ est incōueniens.

Propositio .38.



Bimediale secūdū nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

Sit vt prius linea.a.b.bimediale scōm diuisa ī duas lineas.a.c.et c.b.mediales:potentia tantuz communicantes superficiemq3 medialem continentes:ex quibus.32.proponit eam componi:dico ꝙ impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione ī alias duas:Sin autem diuidatur in.d.sintq3 vt prius superficies.e.g.f.b.⁊.f.k .adiuncte ad lineā rōnalem.e. f.erūt q3 per presentes ypotheses vtreq3 supficies.e.g.⁊.g.b.mediales quare p.20.vtraq3 duaꝝ linearꝝ.f.g.⁊.g.l.erit rationalis in potētia tantū nō cōicās ī longitudine linee.e.f.Et q2 due linee.a.c.⁊.c.b.erūt incōmensurabiles in longitudine:sequitur per primā sexti ⁊ per scōam ptē.10.huius ꝙ vtrūq3 q̄dratoꝝ linearꝝ.a. c.⁊.c. b:sit incōmensurabile supficiei vniꝰ ī alterā:cūq3 dicta q̄drata cōicent:ex ypothesi sequit vt ambo q̄drata piter accepta sint incōmēsurabile superficiei vniꝰ ī alterā. ideoq3 ⁊ eiꝰ duplo:quare superficies.e .g.incōmēsurabil' ē supficiei.g.b.⁊ linea .g.f. linee

g.l.per primã sexti ⁊ scõam ptẽ.10.huius:itaq3 per.30.linea.f.l.ẽ binomium diui/
sa ꝑm suũ terminũ i pũcto.g. ¶ Eodẽq3 mõ ꝓbabiť ipsã binomiũ esse mediantib⁹
supficiebus.e.m.⁊.m.h.diuisam scõm suũ terminũ in puncto.m.qõ est impossibi
le p.36. Nõ enim põt dici q̃ linea.f.l.diuisa sit ad puncta.g.⁊.m. in partes consi/
sic enim esset linea.f.m.equalis.g.l.sed ipsa ẽ maior linea.m.l.ut patet ex p̃mo pre/
missor antecedentiũ b⁹ ⁊ p̃ma sexti cũ.e.m.supficies sit maior.h.m.superficie: hu
ius aũt demõstrationis modus potest esse cõis.37.ceterisq3 cam sequentibus.

Propositio .39.

Linea maior nisi in duas lineas tantũ ex quib⁹ constat sub
earum termino diuidi non potest:

¶ Sit quoq3 hec linea maior.a.b .diuisa ad punctũ.c.i duas lineas
potentialiter incõmensurabiles supficiẽq3 medialẽ cõtinentes quarũ
ambo quadrata pariter accepta sint rõnale:ex talibus enim cõponitur
vt affirmat.33.dico q̃ impossibile ẽ ad aliũ punctum in alias duas lineas sub hac
diffinitione ipsã diuidi q̃ si põt.sit hic ad.d.maneant sub his eadẽ figura eedemq3
ypotheses que prius ⁊ argue quẽadmodũ in.36.supficiẽ.g. k.esse rationalẽ ⁊ irra/
tionalem:qõ est impossibile.

Propositio 40.

Linea potens in rõnale ⁊ mediale nisi in suas duas lineas
tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoq3.40.manentibus prioribus figura ⁊ positionibus exce/
ptoq3 ipsa linea.a.b.diuidatur in punctum.c.in illas duas lineas ex
quibus.34.dicit eã cõponi probabiť :quẽadmodũ.37. Si autẽ aliter
fuerit q̃q3 proponat erit supficies. k.g.rõnalis ⁊ irrõnalis:qõ esse non potest.

Propositio .41.

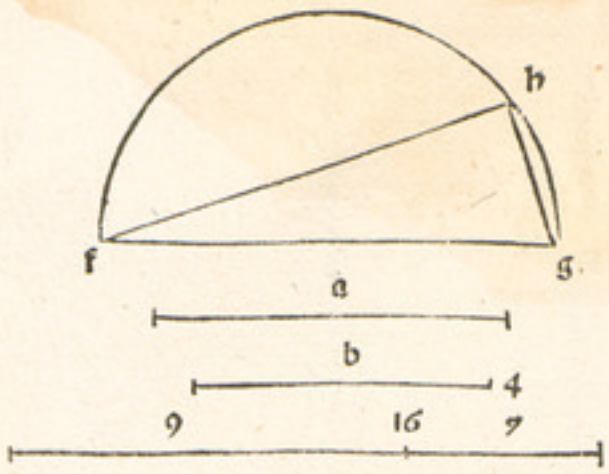
Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas
sub termino eax ex quibus coniuncta est:sed in suas tantũ
duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec enim.41.diuisa linea.a.b.ad punctum.c.i eas ex quibus.35.as/
serit eam componi ceterisq3 ut supra tam figira q̃q3 positionibus ma/
nẽtib⁹ ꝓbať sicut.38.nã dato opposito ꝓpositi.Seqť oppositũ.36.qõ ẽ ipossibile

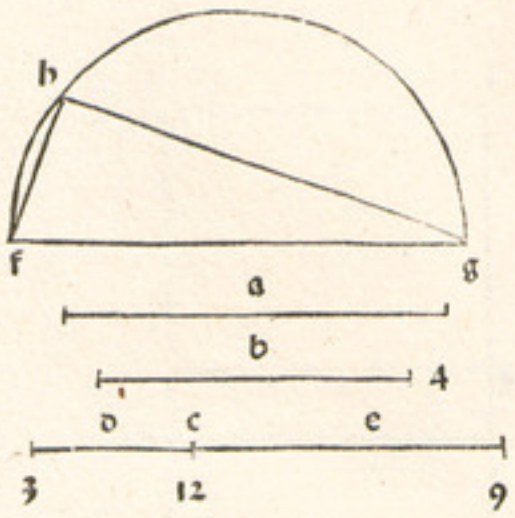
¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmẽto q̃/
drati linee cõicantis eidem longiori in longitudine fueritq3 eadem lõ/
gior linee posite rõnali cõicans ipsum:vocabiť binomiũ primũ. Si ve
ro breuior posite rõnali cõmunicet dicet binomiũ scõm. Qõ si neu/
tra portionũ ei⁹ posite rõnali cõicet appellabiť binomiũ tertiũ. Itẽ
si longior breuiore tanto amplius possit quantũ est quadratũ alicu/
ius linee ipsi longiori icõmensurabilis i lõgitudie fueritq3 lõgior por
tionũ posite linee rõnali cõicãs i lõgitudie ipsũ nũcupabiť binomiũ
binomiũ quartũ. Si vero breuior posite rõnali cõicet i longitudine
quintũ nõiabiť. Si aũt neutra portionũ ei⁹ posite rõnali cõicet i lõgi
tudine erit binomiũ sextũ.

Propositio .42.

Binomiũ primũ inuenire. ¶ Sit. a.linea rõalis posita:sumãťq3
duo numeri q̃drati .b.⁊.c.quor.c.sit diuisibil' i q̃dratũ qui sit.d.⁊ i
nõ quadratum qui sit.e.ponať q3 ꝓportio quadrati linee.a.ad q̃dra
tum linee.f g. sicut numeri.b.ad numer.c.eritq3 ex scõa pte.7.linea

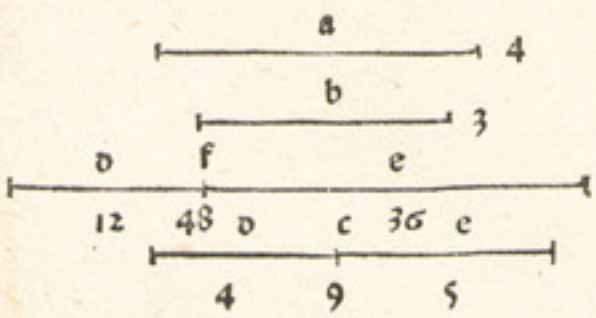


f.g. cõmunicans lincę.a.rõnali posite i longitudine:super eã igitur lineetur.f.g.h: semicirculus: sitqz ꝓportio quadrati lincę.f.g.ad quadratũ lincę.f.h.sicut.c.ad.d ꝛ ducatur linea.g.h.dico ergo duas lineas.f.g.ꝛ.g.h.directe cõiunctas cõponere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior.linea.g.h.que est brevior in quadrato lincę.f.h.per.30.tertij ꝛ penultimã primi:cõicat autem li/ nea.f.h.lincę.f.g.in longitudine per scõam ꝑtem.7. cum proportio quadratorum ipsarꝝ.f.g.ꝛ.f.h.sit sicut numerorꝝ quadratorꝝ qui sunt.c.ꝛ.d.linea vero.g.h.con/ uincitur esse rõnalis in potentia tm̃:non cõicans lincę.f.g.in longitudine. ideoqz neqz lincę.a.rõnali posite:cum sit enim quadratum lincę.f.g.ad quadratũ lincę.f: h.sicut numerus.c.ad numerꝝ.d.erit per euersam ꝓportionalitatẽ quadratum li/ nęe.f.g.ad quadratũ lincę.g.h.sicut numerus.c. ad numerum.e. cum itaqz.c.sit numerus quadratus.e.vero nõ q̃dratus: seq̃t̃ per vlt̃.ꝑtem.7.ut linea.g.h.sit in/ cõmensurabilis lincę.f.g.in longitudine:relinquit̃ igitur ipsam.g.h.esse rõnalẽ in potentia tm̃ ꝛ a dione lineas.f.g.ꝛ.g.h.ꝓponere binomiũ p̃mũ:qd̃ erat inueniẽdũ.

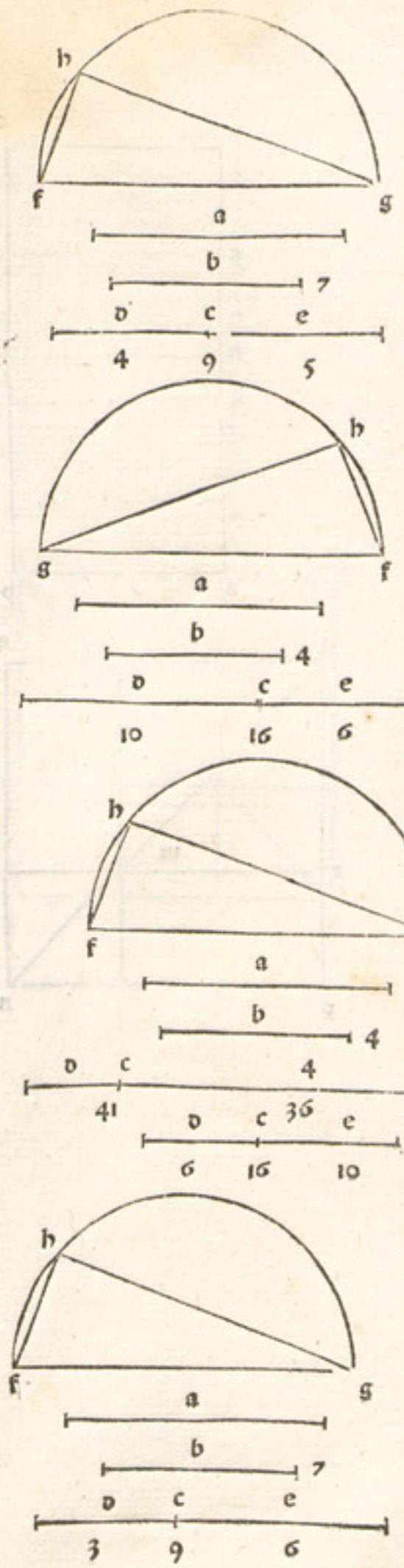


Binomium secundum reperire. Propositio .43.

Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadrat⁹ c.vero sit numerus nõ quadratus diuisibilis in.d.nõ quadratum et e.quadratũ.ita tm̃ q̃ proportio totius.c.qui est nõ quadratus ad.d. qui est etiã non quadratus sit sicut numerorꝝ quadratorꝝ:talis autem numerus est. 12.ꝛ.48.diuisibilis eni est.12.in.9.quadratũ numerꝝ ꝛ.3. non q̃dra/ tum:estqz ꝓportio.12.ad.3.sicut. 16.ad.4.quorꝝ vterqz quadratus eodẽ mõ.48. diuisibilis est in.36.ꝛ.22. Tales aũt numeros sic reperies. Sit.a.numerus quadra tus.b.quoqz sit vnitate minor:cuius quadratũ sit.c. At vero.d. pueniat ex.b.in.a eritqz ex prima incidentium noni.b.differẽtia.d.ad.c.ducatur idẽ.a.in.c.et pue/ niat.e.eritqz.e.quadratus ex prima ꝑte corel'.scõi noni eo q̃ vterqz numerorum a.ꝛ.c.est quadratus per ypothesiz: fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritqz.f.qualẽ querim⁹ est enim ex vltima parte predicti corel'.numerus.f.non quadrat⁹:eo q̃.d.numer⁹ sit nõ q̃drat⁹. Si eni.d.numer⁹ esset q̃drat⁹:esset quoqz.b.q̃drat⁹ ex.2. ꝑte eiusdẽ corel'.2.noni ꝛ ex.22.octaui:ꝛ qꝛ.a.ẽ quadrat⁹ esset p. 16.eiusdẽ:tertius continue ꝓportionalis inter.a.ꝛ.b.qd̃ ẽ ipossibile cũ sint sola vnitate distãtes:nõ est igit̃.d quadratus quare nec.f.est enim.f.equalis.d.ꝛ.e.qm̃ cum.b.sit differentia.d.ad.c vt patet ex premissis:erit per primam incidentium noni qd̃ fit ex.a.in.d.equũ bis que fiunt ex.a.in.b.ꝛ in.c.ꝛ quia ex.a.in.b.fit.d.ꝛ in.c.fit.e.sequitur ut.d.sit dif/ ferentia.f.ad.e.ꝛ quia per .18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.erit permutatim.f. ad.d.sicut.e.ad.c.Cũqz vterqz duorꝝ numerorum.e.ꝛ.c.sit quadratus manifestũ ẽ numerꝝ.f.cẽ qualẽ volumus.ẽ eni non q̃drat⁹ diuisibilis i.d.nõ q̃dratũ ꝛ.e.qua/ dratũ:cui⁹ ꝓportio ad.d.ẽ sicut q̃drati ad q̃dratũ videlz.e.ad.c.cetera oia sint vt pri⁹:dico q̃ lincę.f.g.ꝛ.g.h.ꝓponũt binomiũ scõm.cũ eni sit q̃dratũ.a.ad q̃dra/ tum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusqz quadratum.f.g.ad quadratum. g.h. sicut.c.ad.c. erit per equã proportionalitatem quadratum.a. ad quadratũ. g.h. sicut.b. ad.e. cũ igit̃ vterqz duorꝝ numerorꝝ.b.ꝛ.e.sit q̃drat⁹ erit ꝑ scõam ꝑtẽ ꝛ linea.g.h.cõmũi cãs in longitudine lincę.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat q̃ ipsa sit ra tionalis in potẽtia tm̃ nõ cõmunicans lincę.a.rõnali posite in longitudine ꝑ vlti/ mam partem.7.que cum sit potentior linea.g.h.in linea.f.h.per.30.tertij ꝛ penul timã primi:cõmunicet aũt linea.f.h.lincę.f.g.in longitudine ꝑ scõam ꝑtẽ.7. eo q̃



eorꝫ quadrata sunt in ꝓportione numerorꝫ.c.ꝛ.d.quorꝫ est proportio sicut nume/ rorꝫ quadratorꝫ per ypothesim:constat ꝓpositũ. ¶ Aliter quoqꝫ idem est linea.g.h communicans a rationali posite in longitudine quã facile est inuenire sitqꝫ. c.nu/ merus qnadratus diuisibilis in quadratũ.d.ꝛ non quadratũ.e.sitqꝫ ꝓportio qua drati linee.g.h.ad qnadratũ linee.f.g.sicut numer⁹.e.ad numerꝫ.c. eritqꝫ.f. g. in/ cõmensurabilis linee.g.h.in longitudine per vltimã ꝑtem.7.ꝛ potentior ea i qua/ drato linee.f.h.cui cõicat in longitudine:primo per conuersã deinde per euersam proportionalitatẽm:ꝛ per scõam ꝑte.7.ex diffinitione igitur linee.f.g.ꝛ.g.h. cõpo nunt binomium scõm.



Binomium tertium inuestigare. Propositio .44.

¶ Binomiũ quoqꝫ tertiũ sic reperiẽ:posita ut pri⁹ linea.a.rõnali i lõ gitudine fit.b.numerus primus.c.vero quadratus diuisibilis in qua dratum.d.ꝛ non quadratũ.e.cetera oia sint vt prius:dico ꝙ due li/ nee.f.g.ꝛ.g.h.cõponunt binominꝫ tertiũ:neutra enĩ earꝫ est incom/ mensurabilis in longitudine linee.a.rõnali posite sed vtraqꝫ incõmensurabilis.f.g quidẽ per vltimã ꝑtem.7.h.g. vero per equã ꝓportionalitatem ꝛ vltimã partẽ.7. Est enĩ ꝑ equã ꝓportionalitatẽ quadratũ linee .a.ad q̃dratũ linee.g.h .sicut nume rus.b.ad numerꝫ.e.mediantib⁹ :hinc quidẽ quadrato linee.f.g.inde vero numero e.numeri autẽ.b.ꝛ.e.nõ sunt in proportione aliquorꝫ quadratorꝫ:cũ.b.sit numer⁹ primus.si enĩ essent in proportione numerorꝫ quadratorꝫ:necesse esset ꝑ.16.octaui ꝛ octauã eiusdẽ:tertiũ eis in cõtinua proportionalitate interesse.esset igitur per.17 eiusdẽ numerus.b.supficialis qõ ẽ impossibile cũ sit primus ꝑ ypothe. incõmensu/ rabilis est itaqꝫ linea g.h.linea.a.rõnali posite ex vltima ꝑte.7.qꝛ ergo linea .f.g. potentior ẽ linea.g.h.in quadrato linee.f.h.ex.30.tertij ꝛ penul. primi que cõicat ei in longitudine ex scõa ꝑte.7.ex diffinitione binomij tertij: ꝑ nostra intentio

Binomium quartum scrutari. Propositio .45.

¶ In inuentione binomij quarti codẽ modo ꝓcedendũ ẽ sicut in in/ uentione primi.excepto ꝙ q̃dratus numerus.c.diuidat̃ in duos nõ q̃dratos qui sunt.d.ꝛ.e.cetera oia negocianda sunt hic ex diffinitio/ ne binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Binomium quintum querere. Propositio .46.

¶ Huius inuentio sic ẽ sicut binomij scõi:excepto ꝙ numer⁹.c.nõ q̃/ dratus diuideẽ in.d.nõ quadratũ ꝛ.e.quadratũ.ita tamẽ ꝙ ꝓpor/ tio.c.ad.d.nõ sit sicut numeri q̃drati ad numerꝫ q̃dratũ. Cetera oia sũt hic ꝑquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt ex diffinitione binomij scõi.vel pone ꝙ linea.g.h.sit cõicãs linee.a.rõnali posite ĩ longitudine:ꝛ pone numerꝫ.c.quadratũ diuisũ in duos nõ q̃dratos qui sũt.d.ꝛ.e. pone itaqꝫ ꝓportionẽ q̃drati linee.g.h.ad q̃dratũ.f.g.sicut numeri.c. ad numerꝫ c.deinde astrue ꝓpositũ ex vltima parte.7.ꝛ pñiib⁹ ypothesib⁹ꝛ conuersa ꝛ euersa ꝓportionibus ꝛ iterũ ex vltima parte. .ex diffinitione binomij quinti.

In binomio sexto demũ oportet insistere. Propositio .47.

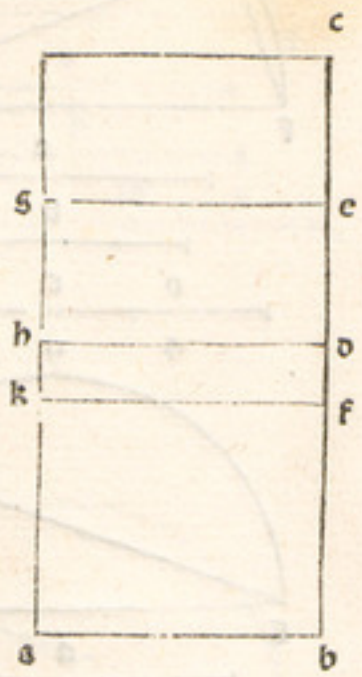
¶ Binomiũ sextũ sicut tertiũ scrutãdũ ẽ ꝛ tũ erit hic nũer⁹ q̃drat⁹.c.diuis⁹ ĩ duos nõ q̃ dratos.d.ꝛ.e cetera ut ibi eritqꝫ ex dione binomii.6.linea q̃ꝫ ꝓponũt

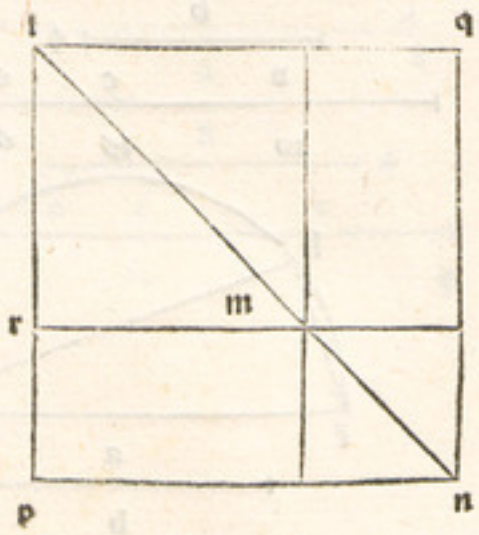
f.g.⁊.g.b.ſibi inuicem directe cõiuncte binomiũ ſextũ:qd̃ ẽ ꝓpoſitum inuenire.

Propoſitio .48.

Si fuerit ſuperficies binomio primo lineaq3 rationali contenta: latus qd̃ ſuper eam poteſt binomium eẽ neceſſe eſt.

Sit ſuperficies.a.c.contenta linea rõnali.a.b.⁊ binomio primo q̃ ſit.b.c.dico q̃ latus tetragonicũ ſuperficiei. a.c.ẽ binomiũ :Sit enĩ punctus.d.cõmunis termin⁹ duaꝝ portionũ binomij prim i:b.c.cuius maior portio ſit.b.d.eritq3 rõnalis i longitudine ex diffinitione:⁊ cõmenſurabilis linee.a.b.rõnali poſite . Diuidatur item minor portio que eſt.d.c.per equalia ad punctũ e.lineaq3.d.b.diuidat̃ ſub ea conditione ad punctũ.f. qd̃ inter partes eius que ſũt.b.f.⁊.f d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in.13.dictum eſt:ducantur autẽ linee.c.g.d.h.f.k. equidiſtantes linee.a .b.⁊ quia ex diffinitione binomij primi linea.d.b.eſt potentior linea.d. c.in quadrato linee ſibi cõmunicantis in longitudine:ſequitur ex ſcõa parte.13.q̃ due linee.b.f.⁊.f.d. ſint cõicantes: per.9.igitur eſt vtraq3 eaꝝ cõmunicans toti linee.b.d.quare p̃ diffinitionẽ ambe ſunt rõnales in longitudine.ideoq3 per.15.vtraq3 duaꝝ ſuperficieꝝ a.f.⁊.f.b.eſt rõnalis :deſcribatur itaq3 quadratũ.l.m.cuius latus.l.r.equale ſuperficiei.a.f.cui circũponatur gnomo protracta dyagonali.l.m.n.ad eam quantitatẽ q̃d̃ ipſius gnomonis quadratũ:q̃d̃ ſit.m.n.ſit equale ſuperficiei.f.b.duoq3 ei⁹ ſupplementa ſint.p.m.⁊.m.q.que neceſſe eſt eſſe equalia duabus ſupficiebus. d.g.et g.c.q̃d̃ ſic collige:cũ enim ſit linea.d.c.medio loco ꝓportionalis inter lineas.b.f.⁊ f.d.erit ſuperficies.d.g.ex prima ſexti medio loco ꝓportionalis inter ſuperficies a.f.⁊.f.b. quare ⁊ inter quadrata.l.m.⁊.m.n.⁊ quia ſupplementuꝝ p.m.eſt etiam medio loco porportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti:ſequitur ut.p.m.ſit equalis.d.g.ideoq3.m.q.g.c.igitur linea.l.p.eſt latus tetragonicũ ſuperficiei.a.c. hanc lineã dico eſſe binomiũ: cũ ſint enĩ ambo quadrata. l.m. ⁊.m.n .rationalia erunt ex diffinitione due linee.l.r.⁊.r.p.potentialiter rõnales. Eſt autem per primam ſexti.a.f.ad.d.g.ſicut.b.f.ad.d.c.ſed.b.f.eſt incõmenſurabilis.d.c.ſ.q.b.f eſt .rationalis ſimpliciter vt probatum eſt.d.c.vero quia cõicat in longitudine.d.c rõnale in potẽtia tantum eritq3 ipſa rõnalis in potentia tantũ per.18.q̃d̃ ex p̃miſſis ypotheſibus manifeſtũ eſt itaq3 per ſcõam ptẽ.10.ſupficies.a.f.eſt incõmenſurabilis ſuperficiei.d.g.igitur ⁊ quadratum.l.m.ſupplemento.p.m.quare p̃ primã ſexti ⁊ ſcõam ptẽ.10.linea.l.r.ẽ incõmẽſurabilis linee.r.p.ex.30.igit̃ ꝓſtat lineã.l.p eſſe binomiũ q̃d̃ erat monſtrandũ.





Propoſitio .49.

Si fuerit ſuperficies linea rationali binomioq3 ſecũdo cõtenta:latus eius tetragonicum erit bimediale primum.

Sit eadem figura eedemq3 ypotheſes q̃ in premiſſa: eritq3 ex diffinitione binomij ſecundi linea.d.c.rationalis in longitudine :quare per.15.vtraq3 duarum ſuperficierum.d.g.⁊.g.c.ideoq3 et duo ſupplementa.p.m.m.q.erit rationalis:linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum:et diuiſa in duas lineas communicantes.f.d.et. b.f.ex diffinitione binomij ſecundi ⁊ premiſſis ypotheſibus ⁊ ſecunda parte.13.per.19.igitur erit vtraq3 duaꝝ ſuperficieꝝ.a.f.⁊.f.b.ideoq3 ⁊ vtrũq3 quadratoꝝ.l.m.⁊.m.n.mediale:itaq3 ambe

linee.l.r.⁊.r.p.ſunt mediales in potentia quoqꝫ cõmunicantes :nã cum linea.b.f. cõicet linee.f.d.ſequitur ut.a.f.ꝓmunicet.f.b.quare quadratũ.l.m.quadrato .m. n.ideoqꝫ ⁊ linea.l.r.linee.r.p.in potentia:in longitudine autẽ non cõmunicãt:qm̃ vna earum ad alterã eſt ſicut.l.m.ad.m.p.Cum igitur.l.m.nõ ꝓmunicet.m.p.eo ꝙ altera medialis videlicet.l.m.altera vero rõnalis videlicet.m.p.ſequitur ut.l.r nõ cõmunicet in longitudine.r.p. qꝫ igitur ipſe continent ſuperficiem rationalem que eſt.m.p.ꝓſtat lineam.l.p.ex.31.huius eſſe bimediale primum.

Propoſitio .50.

Si binomio tertio ac linea rationali ſuperficies coutinea/tur linea in eam potens erit bimediale ſecundum:

Dispoſitio ⁊ ypotheſes mancant vt ſupra.Eritqꝫ ex his ypotheſi/bus ⁊ diffinitione binomij tertij ⁊.19.vnaqueqꝫ quatuor ſupficierũ in quas diuiſa ẽ ſupficies.a.c.medialis: quare vtrũqꝫ duoꝝ quadra toꝝ.l.m.m.n.⁊ vtrũqꝫ duoꝝ ſupplemẽtorũ.p.m.⁊.m.q.erit etiã mediale vtraqꝫ igitur duaꝝ linearũ.l.r.⁊.r.p.erit medialis.⁊ cũ due ſuperficies.a.f.⁊.f. b.ſint cõ municantes eo ꝙ due linee.b.f.⁊.f.d.ſint cõmunicantes per ſecũdã partẽ.13.erũt due linee.l.r.⁊.r.p.cõmunicantes in potentia in longitudine vero nõ:qꝫ ſupficies l.m.non cõicat cũ ſuperficie.m.p.eo ꝙ neqꝫ.a.f.cõicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nõ cõmunicat cum.d.e. cum igitꝫ ipſi ꝓtineant ſuperficiem medialem que eſt.p.m cõſtat ex.32.lineã.l.p.eſſe mediale ſcõm:quod eſt propoſitum.

Propoſitio .51.

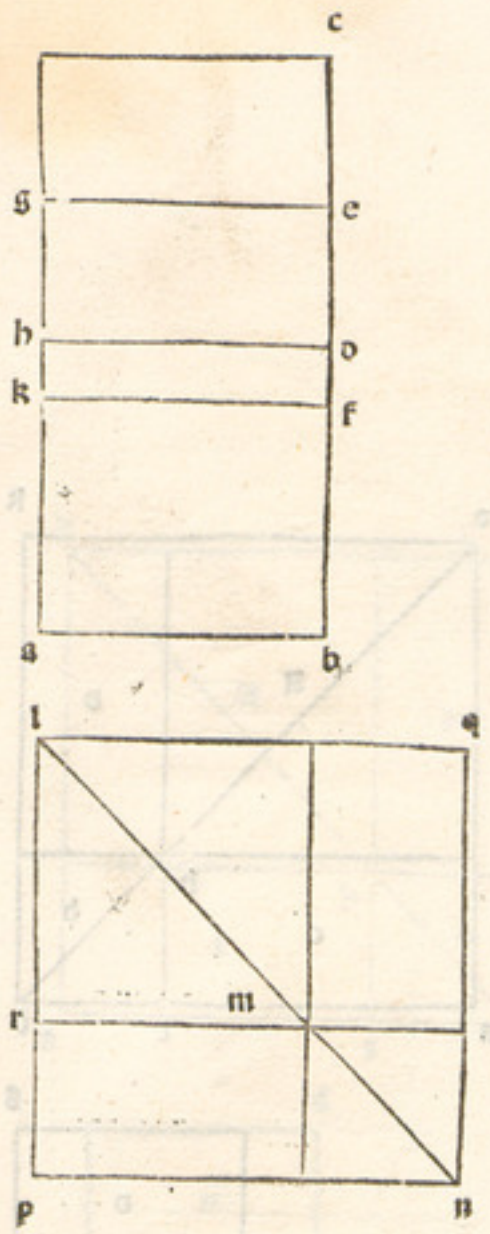
Si linea rationali binomioqꝫ quarto ſuperficies cõtinea tur:que in eã ſuperficiem poteſt eſt linea maior.

Cunctis ut in premiſſis manẽtibus erit ex ypoth. ⁊ diffinitione bi nomij quarti ⁊.19.vtraqꝫ duaꝝ ſupficieꝝ.d.g.⁊. g.c. quare ⁊ vtraqꝫ duaꝝ.p.m.⁊.m.q.medialis duoqꝫ quadrata.l.m.⁊.m.n.pariter ac cepta rõnale eo ꝙ ſuperficies.a.d.ẽ rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti ⁊.15. Et quia.d.b.diuidit in puncto.f.in duo incõicantia per ſcõam partẽ.14.erit ſuper ficies.a.f. incõmenſurabilis ſuperficiei.f.b. Idcoqꝫ ⁊ quadratum.l.m. quadrato m.n.due igitur linee.l.r.⁊.r.p.ſunt incõmenſurabiles i potentia que cũ contineãt ſuperficiem medialẽ.p.m.⁊ earum quadrata ambo pariter accepta ſunt rationale ꝓſtat per.33.lineã.l.p.eſſe lineam maiorẽ quod erat monſtrãdum.

Propoſitio .52.

Si fuerit ſuperficies linea rationali atqꝫ binomio quinto contenta quecunqꝫ in eam linea poteſt petens in ratio/nale ⁊ mediale eſſe ex neceſſitate conuincitur.

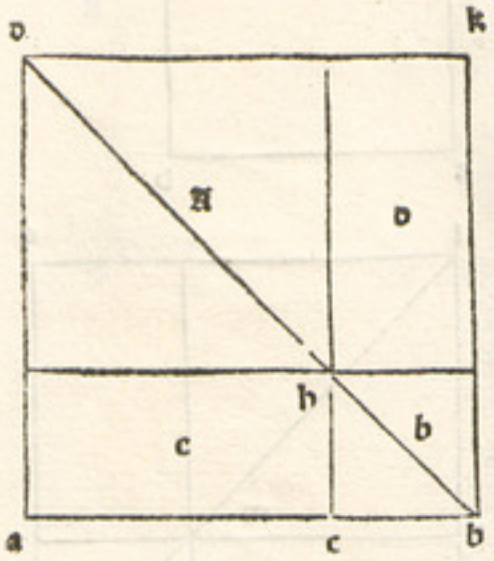
Nec in hac quoqꝫ ẽ aliquid ex priorum diſpoſitione ⁊ poſitionib⁹ mutandũ:eis enim manẽtibus erit ex his que poſita ſunt in diffini/tione binomij quiti ⁊. 15.vtraqꝫ duaꝝ ſupficieꝝ.d.g.⁊.g.c.quaꝝ vtraqꝫ duaꝝ .p. m.⁊.m.q.rõnalis totaqꝫ.a.d.quare ⁊ duo q̃drata.l.m.⁊.m.n.piter accepta me/dialis ex.19.cũqꝫ ex ſcõa pte.14.ſit linea.f.b.icõmẽſurabilis linea.f.d.iõqꝫ ſupfici/es:a.f.ſupficiei.f.b.⁊ q̃dratũ.l.m.q̃drato.m.n.erit linea.l.r.icõmẽſurabilis i potẽ/tia linea.r.p.at qꝫ ipe ꝓtinet ſupficiẽ rõnalẽ.p.m.⁊ eaꝝ q̃drata ãbo piter accepta ſunt mediale conclude ex.34.linea.l.p.eſſe potentem in rationale ⁊ mediale:quod promiſſum eſt.



Propositio .53.

Si binomio sexto lineaq; rōnali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

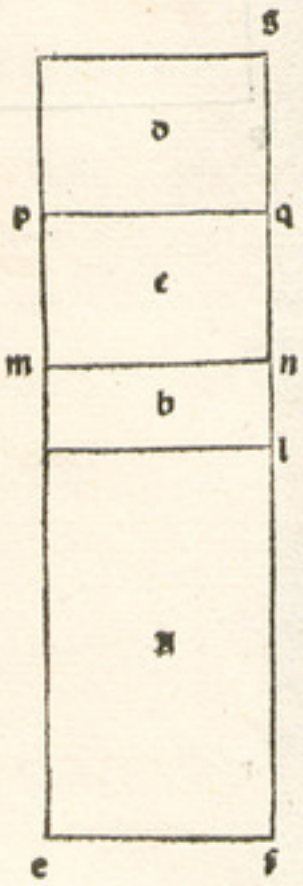
Hec.53.adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta enī est premissis dispositione ⁊ positionibus. Quib⁹ stantibus necesse ē ex ipsis positis ⁊ dispositione.i.diffinitione binomij postremi ⁊.19.quālibet ex superficiebus.a.d.⁊.d.g.⁊.g.c.propter quod ⁊ ambo quadrata .l.m.⁊.m.n.pariter accepta ⁊.p.m.⁊.m.q.esse medialez. Cunq;.b.f.⁊.f.d. propter qō.a.f.⁊.f.b.ideo q;.l.m.⁊.m.n.sint incōmensurabiles erunt due linee.b.c.⁊.r.p.incōmmensurabiles in potentia.at quia ipse continent superficiem medialem.p.m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qō est duplo superficiei vnius in alterā incommensurabile:qō ex eo probatur q̄ superficies.b.b. ē incōmensurabilis superficiei.b.c.propter hoc q̄ linea.d.b.est incōmensurabilislinee.d.c. sequitur ex.35.lineam.l.p.esse que potest in duo medialia.



Propositio .54.

Si linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scōm binomiū primū esse cōueniet.

Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē hui⁹ autem est hec intentio. Sit linea.a.b.binomiū diuisa ad punctū.c. in duas lineas.a.c.⁊.c.b.ꝑm suam diffinitionē aut termini ciusq;.a b.quadratum sit.b.d.sitq; linea.e.f.rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies.e.g.equalis quadrato.b.d.dico q̄ latus scōm:huius superficiei quod ē linea f.g.est binomiū primū. Diuidatur enī quadratū.b.d.in duo quadrata.b.b.⁊.b. d.que sint quadrata duarum portionuz binomij: ⁊ in duo supplementa.a.b.⁊.b. k.quorum vtrūq; continetur sub duabus portionibus binomij:eritq; ex diffinitione binomij que habetur per.30.vtrūq; istoꝝ quadratoꝝ rōnale.⁊ per.19.vtrunq; supplementū mediale. Ex superficie igitur.e.g.abscindatur superficies.e.l. equalis quadrato.d.b.⁊.l.m.equalis quadrato .b.b.⁊.ln.p.equalis vni duorum supplementorum .a.b.vel.b.k.eritq;.p.g.residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea.n.q.est equalis linee.q.g.ex premissis aūt manifestū est q̄ vtraq; duaꝝ superficierum.e.l.⁊.l.m.⁊ iō tota superficies.e.n.est rōnalis Et vtraq; duarum equalium. n.p.⁊.p.g.⁊ ideo tota.m.g. medialis:quare per.16.vtraq; duarum linearuz.f.l.⁊.l.n.⁊ tota linea.f.n.rōnalis in longitudine: ⁊ linee.e.f.rationali posite cōmensurabilis:⁊ per.20.vtraq; duaruz.n.q.⁊.q.g.⁊ tota.n.g.rationalis in potentia tantum incōmensurabilis linee.m.n.⁊ ideo linee.e.f.sibi eq̄li ⁊ per consequēs ⁊ linee.f.n.in longitudine: Si igit̄ linea.f.a. que est maior linea n.g. vt ex primo duoꝝ antecedētiū.35.demonstrationi subiunctorū ⁊ prima sexti apparet:fuerit potentior linea.n.g.minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam.f. g.eē binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d.b ⁊.b.b.sit per primā sexti superficies.a.b.medio loco proportionalis:conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem.m.q.esse inter superficies.e.l.⁊.l.m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea.n.q.que est medietas linee. n.g est in medio loco proportionalis inter duas lineas.f.l.⁊.l.n.qō igitur fit ex .f.l.in

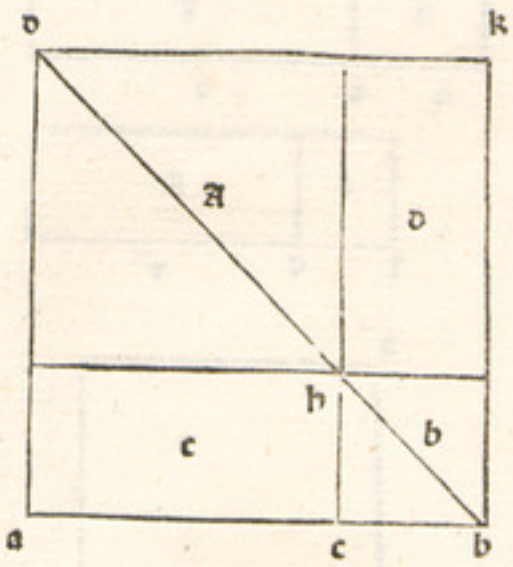


l.l.n est quantũ qd ex.n.q.in se per·16.sexti:ideoqꝫ per.4.scdi quantũ quarta ps quadrati linee.n.g. Itaqꝫ per primaꝫ ptẽ.13. cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita q̃ ad cõplendã totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo cõicantia ad punctũ.l.erit.f.n potentior.n.g.in quadrato linee sibi cõmunicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Propositio ·55.

Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiũgat̃ latꝰ eiꝰ reliquũ biõmiũ scdm eẽ oportebit

Sit linea.a.b.bimediale primũ diuisa ad punctum.c. scdm summ terminũ. Cetera aũt sint ut prius: dico lineã.f.g.esse binomium scdm erit enĩ superficies.m.g.rõnalis eo q̃ ptes bimediales primi continent superficiem rõnalem ⁊ superficies tres.e.l.l.m.⁊ tota.e.n.mediales cõicãtes eo q̃ portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm̃ cõicantes ex.31 per. 16.igitur erit linea.n.g.rõnalis in longitudine cõmensurabilis linee.e.f. rõnali posite.⁊ per.20.linea.f.n.rõnalis in potentia tantũ que cũ sit maior linea. n.g. ex primo duoꝫ antecedentiũ demonstrationi.35.adiunctoꝫ ⁊ prima.6.ca que potentior quadrato linee cõmunicantis secũ in longitudine ex prima pte.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium scdm quod est propositum.



Propositio 56

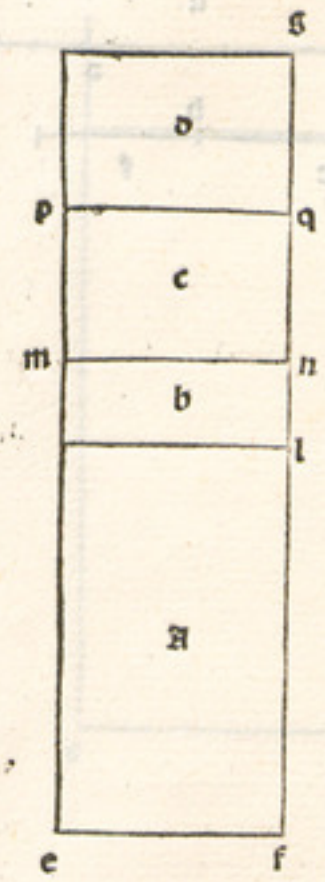
Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rõnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scdi latꝰ eiꝰ secundum binomium tertium esse necesse est:

Si fuerit linea.a.b.bimediale scdm diuisa per terminum suum ad punctũ.c.reliqua vero oia fuerint ut prius: erit linea.f.g .binomium tertium. Erit enĩ ex.32.⁊ nostris positionibus vtraqꝫ superficieꝫ.e.n.⁊.m.g. medialis: quare per.20.vtraqꝫ duaꝫ lineaꝫ.f.m.⁊.n.g.erit rõnalis in potentia tãtũ. at qꝛ bimedialis scdi partes sunt cõicantes in potẽtia tm̃ erit supficies.e.l.cõicans supficiei.l.m.⁊ iõ linea.f.l.linee .l.n.potentior: ergo ẽ p primã partẽ.13.f.n. q̃ꝫ sit n.g.in quadrato linee sibi cõicantis in longitudine. Cũq̃ꝫ sint supficies.a.b. ⁊ quadratũ.b.b.incõmensurabilia eo q̃ linee.a.c.⁊.c.b.incõmẽsurabiles: ideoqꝫ ⁊ ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pĩter acceptis. eo q̃ quadrata sibi inuicẽ cõicant ex ypothesi supplemẽta quoqꝫ cũ sibi inuicẽ sint eq̃lia: seq̃t̃ vt supficies.e.n.sit icõmẽsurabilis supficiei.m.g.⁊ iõ linea.f.n.linee.n.g.p diffinitionẽ igit̃ ẽ linea.f.g.binomiũ tertiũ qd ẽ ꝓpositũ.

Propositio ·57.

Si linee rõnali rectãgulũ equũ q̃drato linee maioris adiũgat̃ alteꝫ se cõtinentium laterum erit binomium quartum

Si hec quoqꝫ fuerit linea.a.b.linea maior diuisa scdm terminũ suum ad punctũ.c. cunctaqꝫ reliqua non fuerint aliter q̃ꝫ prius: erit linea .f.g. binomiũ quartũ. Cũ enĩ sint ambo quadrata portionũ linee maioris pĩter accepta rõnale erit supficies.e.n.rõnalis :ideoqꝫ per. 16.linea.f. n.rõnalis in longitudine cõicans linee.e.f.rõnali posite: superficies vero.m.g.erit medialis ꝓpter illud q̃ portiones linee maioris cõtinẽt supficiẽ medialẽ.itaqꝫ per 20.linea.n.g.ẽ in potẽtia rõnalis tm̃: ⁊ qꝛ etiã portiones prefate linee.a. b.sũt potentialiter incõmensurabiles superficies.e.l.incõmẽsurabilis erit.l.m.ideoqꝫ linea f.l.linee.l.n.igitur per primã partẽ.14.linea.f.n.est potentior linea. n.g. i q̃drato



linee sibi incōmensurabilis: ex diffinitione igitur ē linea.f.g.binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio 58.

Si linee rōnali quadrato linee potentis supra rōnale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

Proposita linea.a.b.ea que pōt supra mediale ⁊ rōnale diuisa ꝑm eius diffinitionē ad punctū.c.nihil imutet de reliquis. sequitq; lineā f.g.esse binomium quintū. Cū enim ptes huius linee.a.b.contineāt rōnalē superficiē necesse est vt superficies.g.m.ideoq; p.16.linea.n.g. sit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius linee piter accepta sint mediale erit superficies.e.n.medialis ⁊ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tm̄.at q; portiones predicte linee sūt incōmensurabiles in potentia: erit superficies.e.l.incōmensurabilis superficiei.m.l.ideoq; ⁊ linea.f.l.linee.l.n.potentior igit ē per primā ptē.14. linea.f.n.linea.n.g in quadrato linee sibi incōmensurabilis: per diffinitionē itaq; binomij quinti concludē propositum.

Propositio .59.

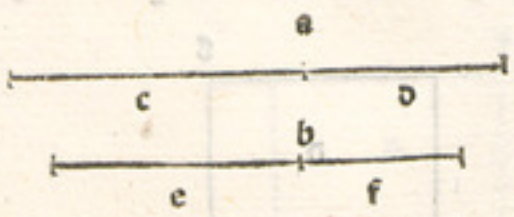
Quotiens adiuncta fuerit linee rōnali supficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdem superficiei latus scōm binomiū sextum esse conuicit ur.

In hac.59.sit linea.a.b.linea potens supra duo medialia: que aūt preter hec sunt sicut supra mancant ⁊ erit tunc linea. f.g. binomium sextū qō ignorare nō poteris si premissoꝝ eiusq; qō.35.pponit inemor nō fueris: ⁊ sic pz in hac nostra intentio.

Propositio .60.

Omnis linea cuiuslibet binomiorum cōmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

Sit linea.a. binomium cuius uis speciei: sitq; linea.b.sibi cōicans in longitudine: dico lineā.b.ē binomiū eiusdē speciei cui⁹.a.sint enī binomiales portiones.a.c.⁊.d.eruntq; ambe rōnales in potētia tm̄ cōicantes per.30.linea vero.b.diuidat per.12.sexti ꝑm ꝓportionē.c.ad.d. in.e.⁊ f.eritq; per cōiunctam ⁊ euersam ⁊ permutatam proportionalitatem.c.ad.e.⁊.d. ad.f.sicut.a.ad.b.cum sint igitur.a.⁊.b.cōicātes: erunt etiā per primā partē.10. c.⁊.e.itēq;.d. ⁊.f.cōicantes.si igitur fuerit.c.rōnalis in potentia tm̄ erit ⁊.e.si autem in longitudine ⁊.e.Eodēq; modo si.d.ē rōnalis in potentia tm̄ vel etiā in longitudine tm̄.erit quoq; ⁊. f.sil'r ⁊ ex.12.si potētior ē.c.d.quadrato linee sibi cōmensurabilis in lōgitudine vel si forte incōmensurabilis erit.⁊.e.potentior.f.in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiā incommensurabilis: necesse est ex diffinitioni b⁹ sex specieꝝ binomioꝝ vt eiusdē speciei binomij sint. a.⁊.b.Si autē linea.b.cōmunicet binomio.a.in potentia tm̄ erit etiā et sic linea.b. Binomium aūt eiusdē speciei non est necessariū imo impossibile est vt ambe simul cadant sub prima specie binomiorum vel sub scōa quarta vel quinta.sz necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnū enī coꝝ esse in aliqua ex tribus primis speciebus ⁊ aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile.cum enim.a cōicet cū.b.in potentia tm̄.c.quoq; cū.e.⁊.d.cū.f.cōicabit tm̄ in potentia ex.10. Si igitur alterutra duarum linearum.c.⁊.d.fuerit rōnalis in longitudine non erit sua cōpar ex lineis.e.⁊.f.rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile ut .a.et b.cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum

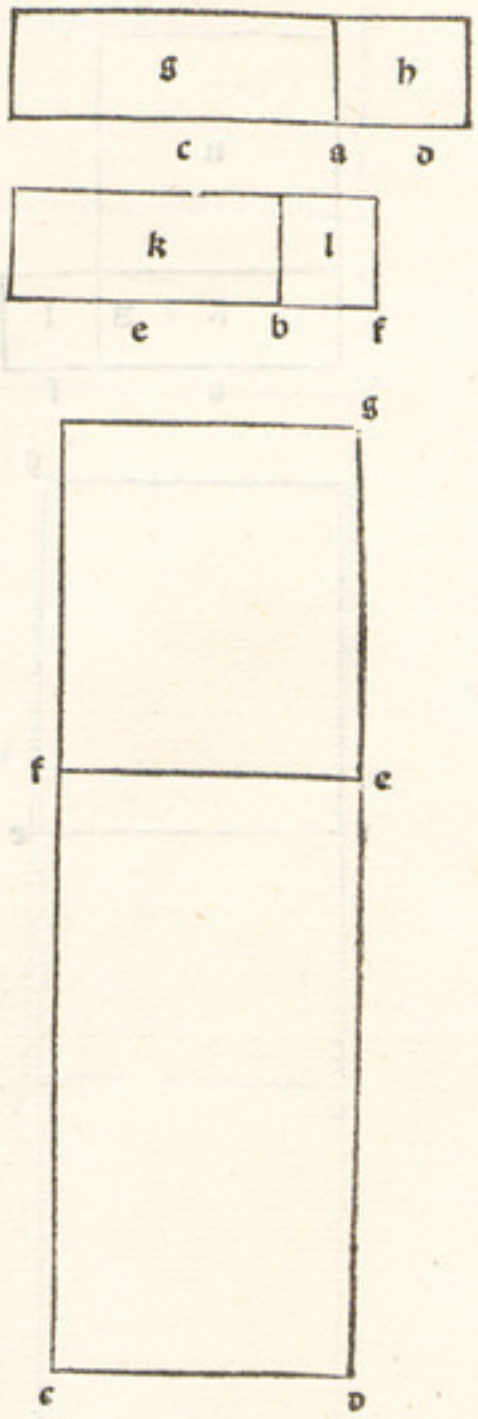


portionũ binomij est rõnalis in longitudine. hec aũt species sũt: prima ⁊ scõa quarta ⁊ quinta. At vero qꝛ per. 12. due linee. c. ⁊. e. simul potentiores sunt duabus lineis. d. ⁊. f. in quadratis duaꝝ lineaꝝ sibi in longitudine cõmunicantiũ aut incõicantium: necesse est vt ambo binomia. a. ⁊. b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomioꝝ aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specieꝝ: Lineã aũt. b. quid dubitas esse binomiũ cũ sint. eni c. ⁊. e. cõicantes i potentia tm̃ silr̃ quoqꝫ. d. ⁊. f. sint aũt. c. ⁊. d. rõnales in potentia: cõuincitur. e. ⁊. f. esse rõnales in potentia tm̃: que qꝛ nõ cõicant in longitudine sicut nec eis ꝓportionales. c. ⁊. d. ipse cõponunt indubitanter binomiũ per. 30. huius.

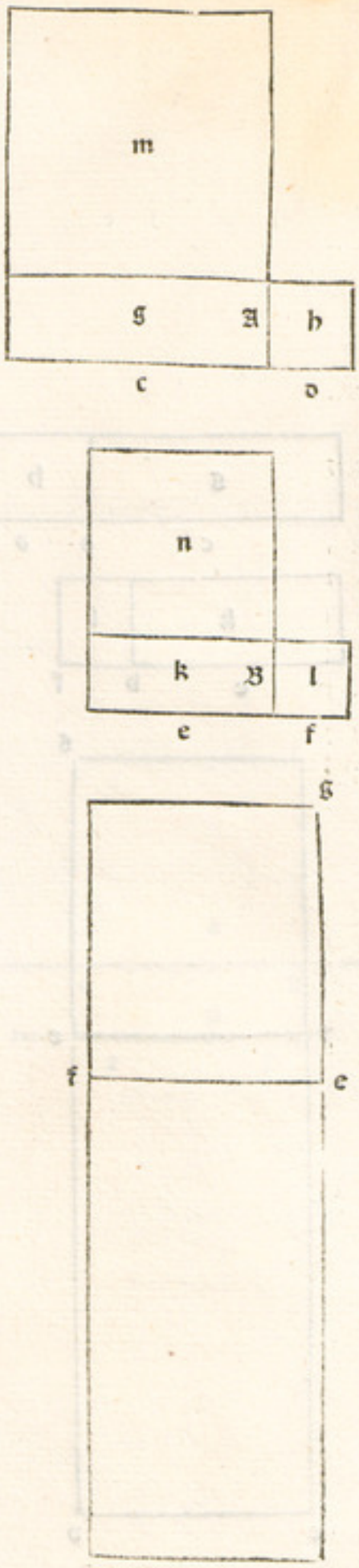
Propositio .61.

Omnis linea alterutri bimedialiũ cõmensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

Veritatẽ habet quod dicit̃ siue in longitudine siue etiã in potentia tm̃ cõicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint eni due linee cõmunicantes. a. ⁊. b. quouis duoꝝ modoꝝ predictoꝝ. sitqꝫ. a. bimediale primũ vel scõm: dico qꝫ etiã. b. est bimediale primũ vel scõm ꝓut fuerit. a. Diuiso eni. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cõponitur per. 31. ⁊. 32 q̃ sint. c. ⁊. d. b: quoqꝫ diuisa i. e. ⁊. f. ꝑm ꝓportionẽ. c. ad. d. vt docet. 12. sexti posita qꝫ. g. supficie contẽta sub. c. ⁊. d. ⁊. k. sub. e. ⁊. f. Et posito. h. quadrato. d. ⁊. l. f. erit per cõiunctã ⁊ euersam ⁊ permutatã ꝓportionalitatem quẽadmodũ in premissa. c ad. e. ⁊. d. ad. f. sicut. a. ad. b. sicut igitur ex positione. a. ⁊. b. sint cõicantes siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic. c. ⁊. e. itemqꝫ. d. ⁊. f. silr̃ erunt cõmunicantes At quia. c. ⁊. d. sunt mediales potentia tãtũ cõicantes: sequitur ex. 21. ut. e. ⁊. f. sint etiã mediales ⁊ ex. 10. potentia tantũ cõicantes cũ ipse per ypoth esiꝫ sint ꝓportionales. c. ⁊. d. cũqꝫ sit per primam sexti. g. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊. k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. b. sicut. k. ad. l. ⁊ permutatim. g. ad. k. sicut. b. ad. l. quia igitur. b. ẽ communicans. l. eo qꝫ duo coꝝ latera que sunt. d. ⁊. f. cõicant in longitudine vel in potentia ꝑm qꝫ. a. ⁊. b. in alterutro coꝝ cõmunicant. sequit̃ ex. 10. ut. g. ⁊. k. quoqꝫ sibi inuicem cõicent erit igitur. k. rõnalis aut medialis prout fuerit. g. ex diffinitione superficiei rõnalis aut. 21. In hoc eni tm̃ differt bimediale primũ a bimediale secundo qꝫ portiones bimedialis primi in quas scõm suũ terminũ diuidit̃ continẽt supficiem rõnalem: bimedialis autẽ scõi medialẽ. Si igitur. a. fuerit bimediale primuꝫ erit supficies. g. rõnalis quare ⁊. k. ⁊ iõ. b. bimediale primũ p. 31. Qõ si. a. fuerit bimediale scõm erit superficies. g. medialis ob hoc etiã. ⁊. k. b. itaqꝫ p. 32. erit bimediale scõm q̃re cõstat ꝓpositũ. Idẽ aliter ad lineã rõnaleꝫ. c. d. posita. a. alterutro bimedialiũ ⁊. b. sibi in longitudine vel potentia cõicante: adiungatur supficies. c. e equalis quadrato. a. ⁊. f. g. equalis quadrato. b. eruntqꝫ supficies. c. e. ⁊. f. g. cõmunicantes eo qꝫ quadrata eis equalia que sũt quadrata lineaꝝ. a. ⁊. b. sunt cõicantia ex ypothesi: ex prima igitur sexti ⁊. 10. hui⁹: necesse est duas lineas. d. e. ⁊. e. g. esse cõicantes: ⁊ quia si. a. fuerit bimediale primũ linea. d. e. erit binomium scõm p. 55. ideoqꝫ. e. g. etiam binomium scõm per premissam quare latus tetragonicũ superficiei. f. g: ⁊ ipsum est b. bimediale primũ per. 49. at vero si. a. fuerit bimediale secũdũ linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. ẽ binomium tertium ꝑ premissam quare ⁊ latꝰ tetragonicũ supficiei. f. g. ipsũ ẽ. b. bimediale scõm per. 50. Manifestũ ẽ igit̃ verꝝ eẽ qõ ꝓponit̃.



Propositio .62.



Omnis linea cõicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoqz veritatem habet. si vtrolibet modo cõicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cõmunicans modo: erit. b. linea maior. Diuisa nanqz. a. i eas portiões ex quibus constat per. 33. que sunt. c. ꝛ. d. ꝛ. b. ꝟm earum ꝓportionẽ in. e. ꝛ. f. positoqz ꝙ. g. sit superficies cõtenta sub. c. ꝛ. d. ꝛ. k. sub. c. ꝛ. f. ꝛ. m. ꝛ. h. sint quadrata. c. ꝛ. d. ꝛ. n. ꝛ. l. e. ꝛ. f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per scõam ptẽ. 18. sexti ꝛ coniunctim. m. ꝛ. h. ad. h. sicut. n. ad. l. ad. l. ꝛ permutatim. m. ꝛ. h. ad. n. ꝛ. l. sicut. h. ad. l. qꝛ ergo. h. cõicat cũ. l. eo ꝙ. d. cõicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia ꝓut. a. cõicat cũ. b. sequit̃ ut ambo quadrata. m. ꝛ. h. pariter accepta communicent cũ ambobus quadratis. n. ꝛ. l. pariter acceptis. cũ itaqz duo prima pariter accepta sint rationale per. 33. erunt quoqz ꝛ duo postrema rõnale ꝑ diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialẽ sicut. g. ex. 21. lineasqz. c. ꝛ. f. esse incõmensurabiles in potentia sicut. c. ꝛ. d. ex. 10. concluditur ꝑ. 33. lineã. b. esse lineã que dicitur maior qõ est propositũ. Idẽ aliter. cum sit. a. linea maior cui. b cõicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rõnali que sit. c. d. adiungatur supficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cũ igit̃ q̃drata duaꝝ lineaꝝ. a. ꝛ. b. sint cõicãtia ex ypothesi: erit supficies. c. e. cõicãs superficiei. f. g. iõqz ꝑ primã sexti ꝛ. 10. b⁹ linea. d. e. linee. e. g. i lõgitudie. at qꝛ ex. 57. linea. d. e. ẽ binomiũ q̃rtũ erit quoqz ꝑ. 60. liẽa. e. g. binomiũ q̃rtũ: igit̃ ex. 51. linea. b. potẽs i supficiẽ. f. g. ẽ linea maior.

Propositio 63.

Si qua linea linee potenti in rationale ꝛ mediale ꝓmunicet ipsa in rationale ꝛ mediale potens esse comprobatur.

Verũ quoqz est ꝙ qualitercũqz linea aliqua sit cõicans potenti in rationale ꝛ mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiã est potens in rõnale ꝛ mediale: qõ sicut prius duplici modo probatur: necesse est autẽ quantũ ad primũ modũ vt sicut due linee. c. ꝛ. d. sint i potentia incõmẽsurabiles. ita sint etiã. e. ꝛ. f. ꝑ. 10. Et quẽadmodũ. g. est superficies rõnalis: nã tale ꝓtinent portiones linee potentis in rõnale ꝛ mediale. ita etiã per diffinitionẽ sit. k. rõnalis ꝛ quẽadmodũ duo quadrata. m. ꝛ. h. pariter accepta sũt mediale: sicut etiã per. 21. duo quadrata. n. ꝛ. l. piter accepta erunt mediale: igit̃ ex 34. b. ẽ potẽs i rõnale ꝛ mediale. quãtũ aũt ad scõm modũ necesse ẽ ex. 58. ut linea d. e. sit binomiũ quintũ. iõ. 3 ꝛ ꝑ. 60. linea. e. g. ẽ binomiũ quintũ: quare ꝑ. 52. latꝰ tetragonicũ supficiei. f. g. qõ est. b. erit linea potens in rõnale ꝛ mediale: quod ẽ ꝓpositum.

Propositio .64.

Omnis linea cõmunicans potenti i duo medialia: ipsa quoqz potens est in duo medialia.

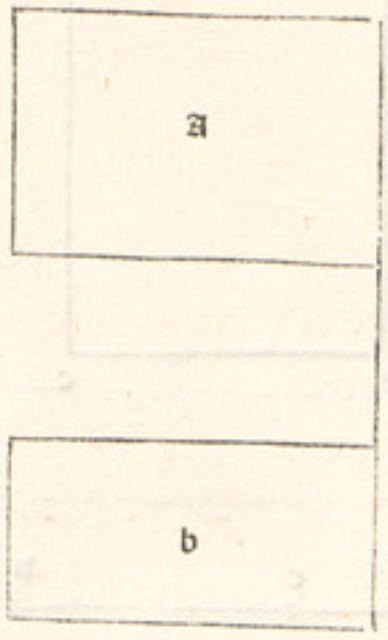
Hec quoqz manentibus eisdem dispositione ꝛ positionibus eo duplici modo quo premisse: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cõmunicet linea. b. cũ linea. a. potẽti in duo medialia. Quantũ eni ad primũ argumẽtationis modũ erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoqz ꝛ. k. per. 21. cum cõicet ei: duo quoqz quadrata. m. ꝛ. h. pariter accepta erũt ex eadẽ. 35. mediale: ideoqz duo. n. ꝛ. l. pariter accepta ꝑ. 21. at qꝛ duo quadrata. m. ꝛ. h. pariter accepta ex p̃dicta. 35. sunt incõmensurabile duplo superficiei. g. cq̃ ꝑ. 10. ꝛ nostras positiões vt duo quoqz. l. ꝛ. n. piter accepta sint icõmẽsurabile

duplo superficiei.k.cum itaq; sint.e.⁊.f.incōmensurabiles in potentia quēadmodō c.⁊.d.erit ex.35.linea.b.potens in duo medialia.quantū aūt ad scōm solite argumentationis modū erit p.59.d.e.binomiū sextū. ideoq; etiā p.60.linea .e. g. erit binomiū sextum quare per.53.latus tetragonicū supficiei.f.g.qd̄ est.b.erit potens in duo medialia quod est propositū.

Propositio .65.

Si due superficies quaꝝ altera rōnalis altera vero medialis cōiungantur:linea potens in totā superficiem inde cōpositā aliqua erit quatuor irrationalium lineaꝝ videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potēs in rationale ⁊ mediale:

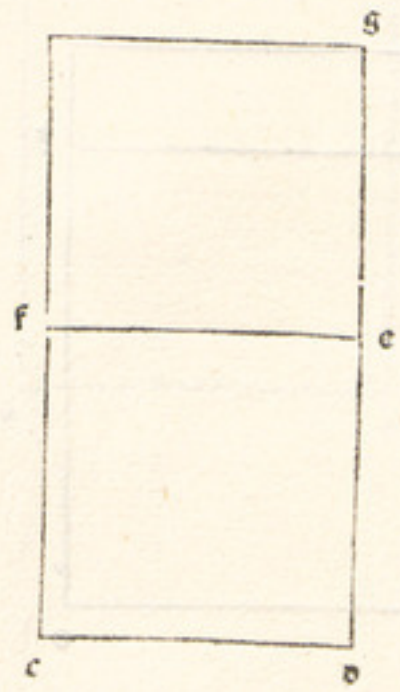
Ut si.a.sit rōnalis supficies ⁊.b.medialis erit linea potens in totā.a. b.aliqua premissaꝝ quatuor. Sit eni linea.c.d.rōnalis cui adiungat̄. c.e. equalis .a.⁊.f.g. equalis.b.eritq; ex.16.linea.d.e.rōnalis in longitudine cōicans linee.c. d. rōnali posite ⁊ ex.20.linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄ ⁊ ex.30.linea.d.g. binomiū cuius cum altera binomialiū portionū que est.d.e .sit rōnalis in longitudine cōicans linee rōnali posite que est.c.d.ipsū erit ex diffinitione speciēꝝ binomij aut binomium primū aut scōm aut quartū aut quintū:tertiū aūt aut sextū nō erit ex diffinitione.itaq; ex.48.49.51.⁊.52.linea potens in totā.c.g .que ē equalis duabus simul a.⁊.b.erit aut binomiū aut bimediale primū:aut linea maior aut potens in rōnale ⁊ mediale:qd̄ est propositū:bimediale vero secūdū aut potens in duo medialia non erit:qm̄ si esset bimediale secundum:esset ex.56.linea.d .g.binomiū tertium qd̄ si esset potens in duo medialia esset ex.59.linea.d.g.binomiū sextū. sed neutꝝ erat:vnde patet nostra intentio.



Propositio .66.

Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incōmensurabiles linea potens in totam supficiē alterutra erit duarū irrōnaliū linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

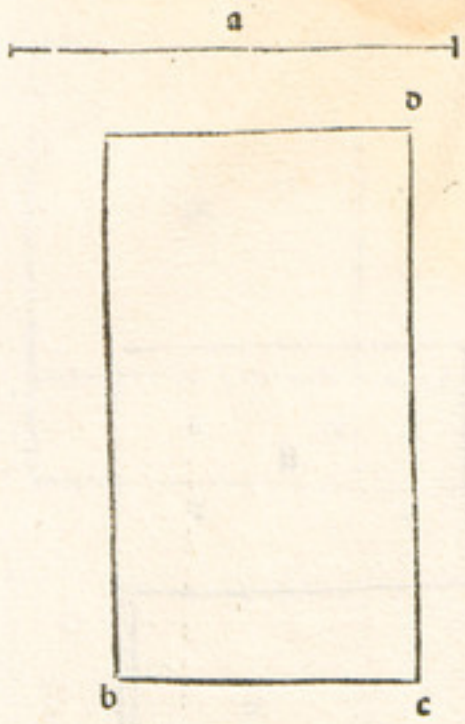
Ut si.a.⁊.b.sint due supficies mediales incōmensurabiles.si enim ēent cōmensurabiles esset cōposita ex eis medialis ex.9.⁊.21.quare ⁊ linea potens in ea medialis ex. 19. dico q̄ linea potens in cōpositā ex ambabus erit aut bimediale scōm aut potens in duo medialia. Sit quidē linea.c.d. rōnalis:supficies vero sibi adiuncta.c.e.equalis.a. ⁊ supficies.f.g.equalis.b.eritq; ex.20.linea.d.e. sil'r quoq; linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄:cūq; supficies.c.e.⁊.f.g.sint incōmensurabiles sicut.a.⁊.b.eis equales.ideoq; linee.d.e.⁊.e.g.ex prima sexti ⁊.10.huius:erit ex.30.linea.d.g.binomiū cuius cū vtraq; binomialiū portionū que sunt.d. e.⁊.e. g.sit incōmensurabilis linee rōnali posite que ē.c.d.ipsū erit ex diffinitione binomiū tertiū aut sextū:linea ergo potēs i totā.c.g.eq̄lem ꝓposite ex.a.⁊.b.erit ex.50 ⁊.53.aut bimediale secundum aut potens in duo medialia :quod est propositum.



Propositio .67.

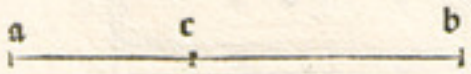
Cum posita fuerit linea binomialis cetereq; irrationales sequentes eam:non erit eaꝝ aliqua sub termino alterius.

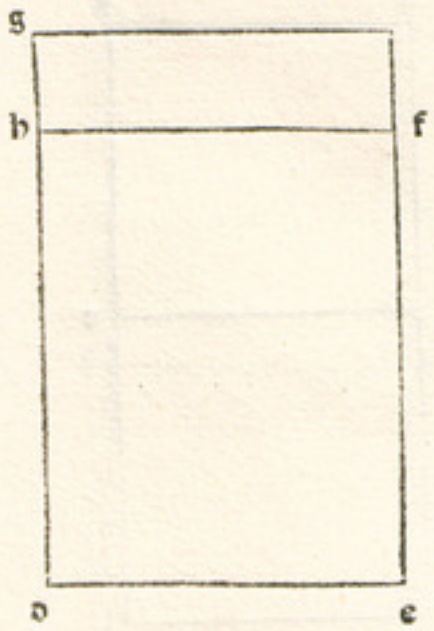
Vult q̄ si linea aliqua ut .a.fuerit aliqua ex sex p̄babitis lineis irrationalibus que sunt binomiū ⁊ eius quinq; comites ipsa non erit aliqua aliaꝝ. Si enim quadrato eius equalis supficies adiūgatur ad lineā rōnalem.b.c.que sit.b.d.siquidem.a.fuerit binomium:erit ex.54.linea.c.d.



binomiũ primũ: que si fuerit bimediale primũ: erit. c. d. ex. 55. binomiũ scõm: si aũt bimediale scõm: erit. c. d. ex. 56. binomiũ tertiũ. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomiũ quartũ. At si potens in rõnale ⁊ mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomiũ quintũ: aut ex. 59. binomiũ sextũ: et qr impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebꝰ binomiorꝫ a diffinitiõe ẽ iposibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex ꝑbabitarꝫ linearꝫ irrationaliũ: De linea aũt mediali cõstat qꝫ ipsa quoqꝫ nõ sit aliqua ex sequentiũ videlicet neqꝫ binomiũ neqꝫ aliqua ex ipsius comitibus. cũ enĩ supficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalẽ: latus eius scõm est rõnale in potentia ex. 20. cum aũt superficies equalis quadrato binomij aut alicuius suarꝫ comitũ: latus eius scõm est binomiũ aut ꝑmũ aut scõm ⁊ sic de ceteris per. 54. ⁊. 5. eã sequẽtes quare ipsũ est irrationale et in longitudine ⁊ in potentia. per. 30. Cum igitur sit impossibile eandẽ lineã esse rõnalem in potentia ⁊ irrationalem tã in longitudine q̃z in potentia: nimirũ impossibile lineam medialem esse bimedialem aut aliquã ex quinqꝫ suis comitibus.

Propositio .68.





Si linea de linea abscindatur fuerintqꝫ ambe potẽtialiter tantũ rationales cõicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturqꝫ residuum:

Sit linea. b. c. abscisa ex. a. b. sintqꝫ ambe rõnales tantũ potentia cõicantes quales docuit inuenire. 17. ⁊. 18. ⁊ hec sunt que cõponunt binomiũ. dico qꝫ. a. c. reliqua est irrõnalis ⁊ ipsa vocatur residuum. cõstat enim ex 7. scõi qꝫ quadrata duarꝫ linearꝫ. a. b. ⁊. b. c. piter accepta que cõponunt superficiem rõnalem ex ypothesi ⁊ diffinitione rõnalis supficiei ⁊. 9. huius tm̃ sunt quantũ duplum superficiei. a. b. ⁊. b. c. cũ quadrato. a. c. cũqꝫ ex. 19. superficies. a. b. i. b. c. sit medialis. ideoqꝫ ⁊ duplum eiꝰ mediale per. 21. ⁊ iõ. irrõnale per 19. sequit vt ambo quadrata duarꝫ linearꝫ. a. b. ⁊. b. c. piter accepta sunt incõmensurabile duplo superficiei vnius earꝫ in alterã: quare per. 9. ⁊ quadrato linee. a. c. ex diffinitione igit quadratũ linee. a. c. ẽ irrõnale cũ ipsũ sit incõmensurabile rõnali videlicet duobus quadratis duarꝫ linearꝫ. a. b. ⁊. b. c. piter acceptis: itaqꝫ etiã ex diffinitione linea. a. c. ẽ irrõnalis quod est propositũ. Exemplariter in figura esto supficies. e. g. equalis duobus quadratis duarꝫ linearꝫ. a. b. ⁊. b. c. piter acceptis: eritqꝫ rõnalis. itemqꝫ sit supficies. d. f. equalis duplo supficiei vnius in alterã: eritqꝫ ex. 19. medialis ⁊ erit ex 7. scõi supficies. f. g. equalis q̃drato linee. a. c. cũqꝫ supficies. e. g. sit incõmensurabilis supficiei. d. f. eadẽ erit ex. 9. incõmensurabilis. f. g. quare. f. g. irrõnalis ⁊ eius tetragonicũ latus. a. c.

Propositio .69.

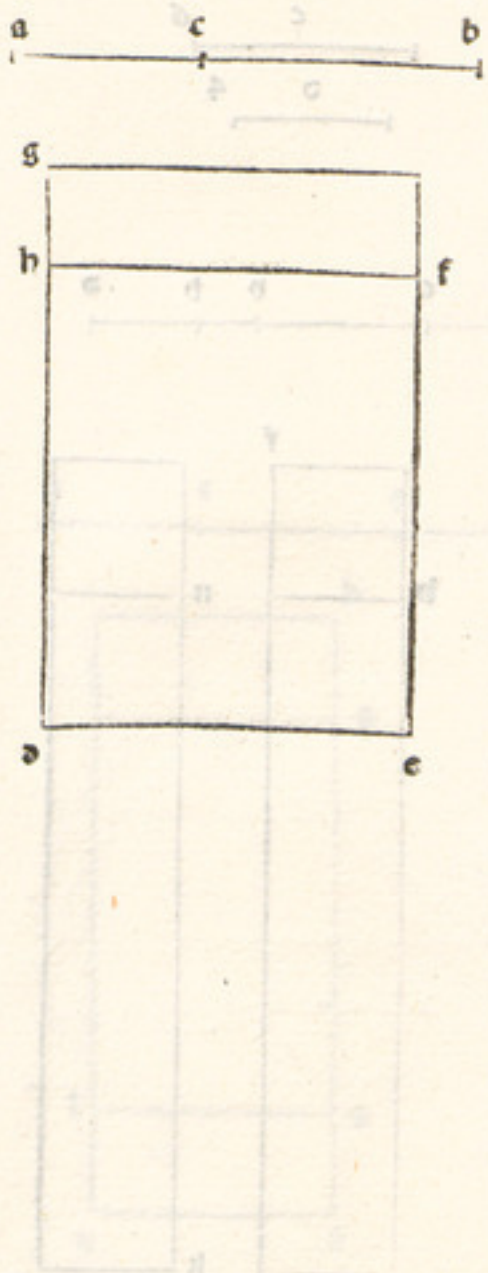
Si fuerit linea de linea abscisa fueritqꝫ ambe mediales potentialiter tantũ cõicantes superficiemqꝫ rõnalẽ cõtinẽtes reliq̃ linea erit irrõnalis diceturqꝫ residuum mediale ꝑmũ.

Sit linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintqꝫ ambe quales ꝓponitur quas ex. 24. ⁊. 25. reperies ⁊ hec sunt que cõiungũt bimediale primũ. dico qꝫ reliqua linea. a. c. erit irrõnalis ⁊ ipsa dicit residuũ mediale primũ: Erũt enĩ ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplũ vero supficiei vnius in alteram rõnale. itaqꝫ ambo quadrata piter accepta incõmensurabile sunt duplo superficiei vniꝰ ĩ alterã qr itaqꝫ ãbo quadrata piter accepta cõponunt ex duplo supficiei vniꝰ ĩ alterã ⁊ q̃drato linee. a. c. sequit ꝑ. 9. ut q̃dratũ linee. a. c. sit incõmensurabile

duplo superficiei vni⁹ in alterā quare tam ipsū quadratū q̄z latus ei⁹.a.c. ē irrōna le p diffinitionē ostat ergo ꝓpositū Qd quēadmodū i p̄missa si libet potes declarare exēplariter i figura ¶ Aliter idē sic: sit linea.d.e.rōnalis i lōgitudine: cui adiūgatur supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ⁊ supficies.g .e.equalis ambobus quadratis pariter acceptis.eritq̄z p.7.scōi supficies.f.g.equalis quadrato linee.a.c.cū itaq̄z.p.ypothesi sit supficies.e.g.medialis erit p.20.linea.d.g.rationalis in potentia tm̄. Cū vero sit supficies. e.b.rōnalis p ypothesim erit ex.16. linea.d.b.rōnalis in longitudine: itaq̄z per.68.linea.g.b.est residuū ⁊ irrationalis ideoq̄z p.16.a destructione ꝓnitis superficies.f.g.est irrōnalis ⁊ eius latus tetragonicum quod est.a.c.est irrationale. Et sic patet propositum.

Propositio .70.

Si linea de linea secetur fueruntq̄z ambe mediales potentialiter tantū cōmunicātes cōtinentesq̄z mediale: reliqua linea erit irrōnalis dicetq̄z residuū mediale secundum.



¶ Sit hic quoq̄z linea.b.c.abscisa ex linea.a.b. vterq̄z autē.a.b. ⁊.b.c. sint vt proponitur ⁊ ipse p.26. reperiunt ⁊ sunt que cōponunt medialē scōm: dico q̄ linea reliqua que est.a.c.ē irrōnalis ⁊ ipsa dicit residuū mediale scōm. Sunt enī ex ypothesi ⁊.21.ambo quadrata duarū linearū.a.b.⁊.b.c.pariter accepta mediale. sil'r quoq̄z duplū superficiei vnius in alterā ē mediale. Cum itaq̄z ex.22.mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali: erit quadratum linee.a.c in quo p.7.scōi duo quadrata.a.b.⁊.b.c.pariter accepta excedunt duplū supficiei vnius in alterā irrōnale quare ⁊ linea.a.c.irrōnalis. Figurali quoq̄z exemplo patefieri pōt istud ut pt⁹. Si enī sit.c.g.eq̄lis ambob⁹ quadratis.a.b.⁊.b.c.sil' ⁊.d.f duplo supficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scōi equalis quadrato. a.c. que cum sit differentia supficiei vnius medialis.e.g.ad supficiē medialē.d.f.ipsa est irrationalis per.22.⁊ ei⁹ tetragoicū lat⁹.a.c.irrōnale. ¶ Idē aliter Sit linea.d.e.rōalis cui adiungat supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ⁊. e.g. equalis ambobus quadratis piter acceptis.eritq̄z p.7.scōi.f.g.equalis quadrato.a .c. q̄ vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm̄ rōnalis. Sil'r quoq̄z.cū.e.b. sit medialis erit ex eadē linea.d.b.rōnalis: sil'r in potentia tm̄. Et qm̄. a.b.⁊.b.c. sunt incōmensurabiles in longitudine ideoq̄z quadratū vtriusq̄z earū supficiei vni⁹ in alterā: ⁊ propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi communicent. sūt quoq̄z incōmensurabiles duplo supficiei vnius in alterā: sequit vt.e g.sit incōmensurabilis.b.e.qua ꝓpter linea.d.g.linee.d.b.igit ex.68.linea.g.b.ē residuū ⁊ irrōnalis. ideoq̄z per.16.a destructione ꝓnitis supficies.f.g.irrationalis. ⁊ eius latus tetragonicū.a.c.irrōnale.

Propositio .71.

Si linea de linea detrahat fueritq̄z ambe potentialiter incōmensurabiles cōtinentesq̄z mediale quadrataq̄z earum ābo piter accepta rōnale: reliqua linea erit irrōnalis vocabiturq̄z minor. ¶ Si sint.a.b.⁊.b.c. q̄les ꝓponit que p.27.reperiuntur ⁊ ꝓponūt lineā maiorē erit linea.a.c.irrōnalis ⁊ ipsa est q̄ dicit linea minor: qd qui p̄missa firmiter tenuerit positionesq̄z diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio 72

SI linea de linea demat̃ fuerintq3 ambe potentialiter īcō/ mensurabiles supficiemq3 rōnalē cōtinentes quadrataq3 earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit ir ratiōalis diceturq3 iūcta cū rōnali cōponēs totū mediale

¶ Et hoc quoq3 nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria ex/ ciderint: qm̃ positis lineis. a. b. ⁊ b. c. de qualibet ꝓponit̃ que ⁊ p. 28. reperiunt̃ li/ neā potētē in rōnale ⁊ mediale cōponunt: sit. a. c. reliqua irrōnalis ipsa dicitur que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio. 73.

SI linea a linea detrahat̃ fuerintq3 ambe potentialiter in/ cōmensurabiles supficiēq3 medialē continentes quadrata q3 eax ambo ꝑiter accepta mediale duplo superficiei alte rius in alteram incōmensurabile: reliqua linea erit irra/ tionalis diceturq3 iuncta cū medialī faciēs totū mediale:

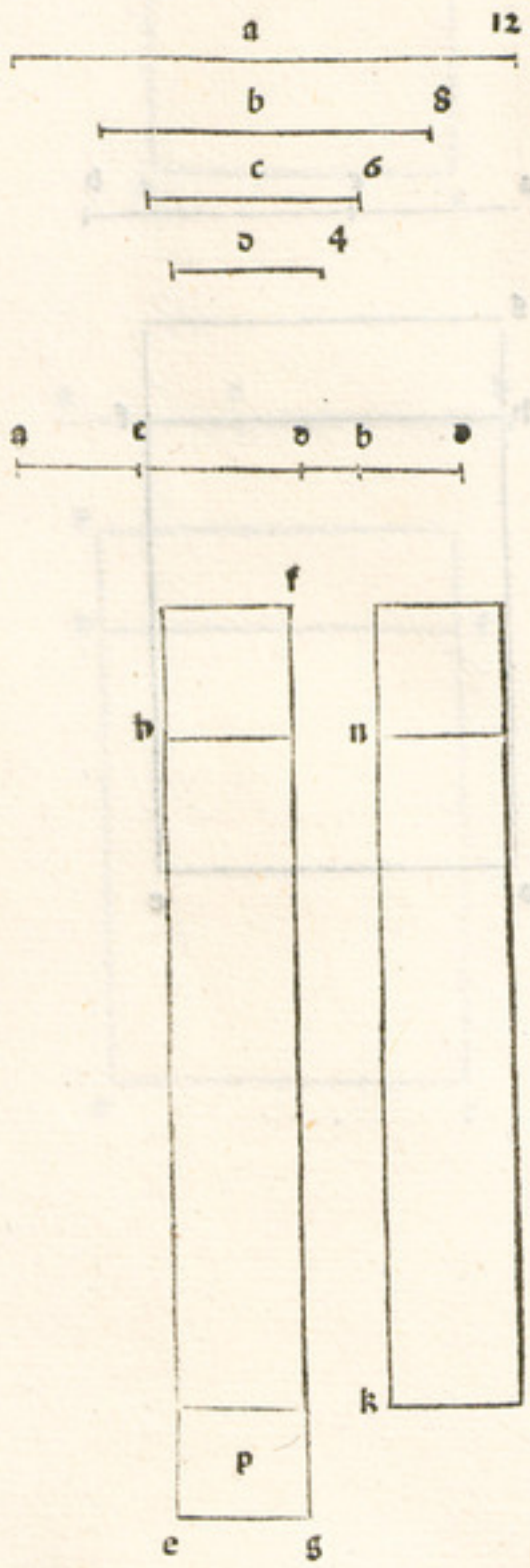
¶ Sint etiā hic. a. b. ⁊ b. c. quales ꝓponitur que p. 29. repiunt̃ ⁊ ipsi sunt que com ponunt lineā potentē in duo medialia eritq3. a. c. reliqua irrōnalis dicta que iun/ cta cū mediali ꝓponit totū mediale qō vt facile p remissa duplici argumentatione concludas ꝓcessū. 70. moneo diligenter attendas: ē aūt premittēdū hic aīs neces/ sarium ad demōstrationes sequētiū qō ē ꝓpositū.

¶ Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quax ad secōam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartā. ¶ Intelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo relatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoq3 tertia maior quarta cū vero mi/ nor ⁊ minor. Exēplī grā sit dria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q̃ erit. a. ad. c. sic. b. ad d. ē enī p hāc cōem aī ꝓceptionē dria extremorx cōposita ex differentijs ipsorx ad media dria. a. ad. c. ꝓposita ē ex ea que ē. a. ad. b. ⁊ ea que est. b. ad. c. at ea que est b. ad. d. p eandē ꝓceptionē ꝓponit̃ ex ea que ē. b. ad. c. ⁊ ea que ē. c. ad. d. ⁊ quia ex ypothesi ē dria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero que est. b. ad. c. est cōis sequit̃ p cōem sciam vt sit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. qō ē ꝓpositū.

Propositio .74.

NAlla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erunt ante separationem

¶ Sit linea. a. c. residuus que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex. a. b. erunt q3. a. b. ⁊ b. c. rōnales tm̃ potentia cōicantes ex. 68. dico q̃ ipsa. a. c. nulli alij linee q̃3. b. c. poterit ꝓponi sub hac diffinitione neq3 maiori b. c. neq3 minori. b. c. Si aūt pōt componat̃ cuz. c. d. indrm̃ maiori aut minori q̃3 c. d. eruntq3 ob hoc ambe linee. a. d. ⁊ d. c. rōnalis in potentia tm̃ cōicātes: q̃ ergo ex. 7. scōi q̃drata ambax linearx. a. b. ⁊ b. c. ꝑiter accepta excedūt duplū superficiei vni⁹ eax i alterā i q̃drato. a. c. sit̃ quoq3 q̃drata duax linearx. a. d. ⁊ d. c. ꝑiter acce pta excedūt duplū supficiei vni⁹ ipax i alterā i q̃drato eiusdē. a. c. sequit̃ ex p̃misso ātecedēte vt dria duorx q̃dratorx duax linearx. a. b. ⁊ b. c. ꝑiter accepta ad duo qua drata duax linearx a. d. ⁊ d. c. ꝑiter accepta sit sicut dria dupli superficiei. a. b. i. b. c. ad duplū supficiei. a. d. in. d. c. cum aūt sint duo quadrata vtriusq3 sectionis pa/ riter accepta rōnale ex ypothesi: duplū vero supficiei vnius in alterā portionū vtri/ usq3 sectionis mediale per ypothe. ⁊. 19. erit vna ⁊ eadē dria duax superficierx rōna liū ⁊ duax medialiū: hoc aūt ē impossibile: rōales enī superficies nō differant nisi in rōnali superficie: vt p3 per diffinitionē rōnalis superficiei ⁊ per. 9. medialis aūt



nõ differt a mediali nisi ĩ rõnali superficie per.22. hoc aũt fit manifestius in figu/ra sic. Sit eni superficies.e.f.adiuncta ad lineã.e.g.equalis ambob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.pariter acceptis. At.g.h.sit equalis duplo superficiei vni⁹ in al/terã eritq3.f.h.equalis quadrato linee.a.c.ex.7.scõi:silr quoq3 sit.k.l.adiuncta ad lineã.k.m.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c.piter acceptis ꝛ.m.n.sit equalis duplo superficiei vnius in alterã:eritq3 ex.7.scõi.n.l. equalis quadrato linee.a.c.ideoq3 etiam equalis.h.f.est litaq3 differentia.e.f.ad.g.h.sicut.k.l.ad m.n.quare p añs premissũ erit pmutatim differẽtia.e.f.ad.k.l.ꝛ ipsa sit.p sicut.g h.ad.m.n.ꝛ q2 vtraq3 duaꝝ lineaꝝ.e.f.ꝛ.k.l.est rõnalis vtraq3 vero duaꝝ lineaꝝ g.h.ꝛ.m.n.medialis:sequit impossibile videlicet superficiem p. esse rationalem ꝛ irrationalem.

Propositio .75.

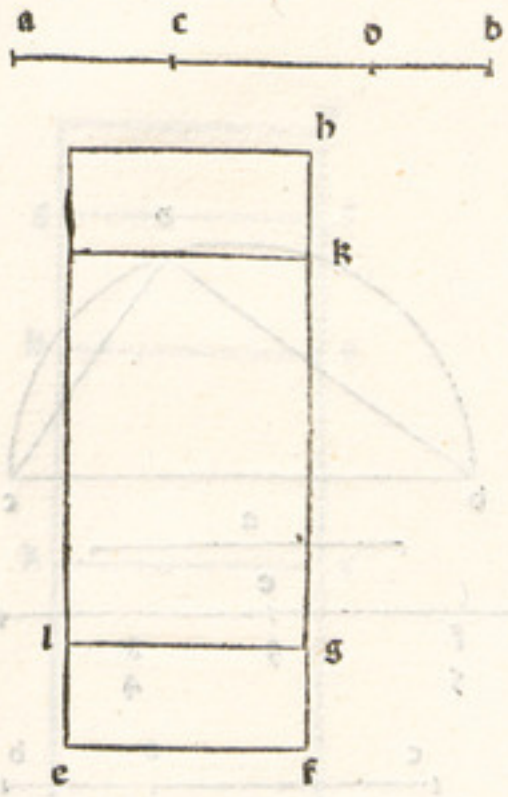
Nulla linea nisi vna tm residuo mediali primo cõiungi põt vt sint ambo sub termino eaꝝ que erãt ante separationem

Hoc quoq3 pbabit simili mõ. Sint eni i vtraq3 sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplũ vero supficiei vnius in alteram rõnale ꝛ q2 vt prius cadẽ ẽ differentia quadratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ẽ dupli superficiei vnius ad duplũ supficiei alterius erit vna ꝛ eadem superficies differentia duarum medialiũ ꝛ duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.

Nulla linea residuo mediali secũdo comũgibilis est ut sub termino eaꝝ fiant nisi tm que ab ea ante separata erat.

Sit eni.a.c.residuũ mediale scõm que fuit residua abscisa.b.c.ex.a b.eruntq3 ex.70.due linee.a.b.ꝛ.b.c.mediales potentia tm cõicãtes mediale cõtinentes dico q ipsa:a.c.nulli linee alij q3.c.b.sub hac diffinitione coniungi põt. Sin autem coniungatur linee.c.d.sitq3 linea.c.f. rationa/lis in longitudine ad quã cõiungatur supficies.e.h.equalis quadratis duaꝝ linea/rum.a.b.ꝛ.b.c.pariter acceptis ꝛ.e.k.eq̃lis quadratis lineaꝝ.a.d.ꝛ.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur.e.g.equalis quadrato linee.a.c.eritq3 per.7.scõi superficies.l.h.equalis duplo superficiei.a.b.i.b.c.ꝛ.l.k.per eandẽ sit equalis duplo superficiei.a.d.in.d.c.q2 ergo quadrata ambaꝝ partiũ prime sectionis sunt mediale ꝛ duplum etiã superficiei mediale incõmensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nõ poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.h.medialis cũ ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis ꝛ superficies.l.h.medialis cũ ipsa sit equalis duplo supficiei vnius i alterã: per.20. igitur ẽ vtraq3 duaꝝ lineaꝝ.f.h.ꝛ.g.h.rõnalis in potentia tm. ꝛ q2 vna est incommensurabilis alij:eo q supficies.e.h.est incõmensurabilis supficiei.h.l. sicut duo quadrata duplo superficiei:erit ex.68.linea.f.g.residuũ quare linea.f.g.que est re/siduum componitur linee.g.h.vt sint ambe sub termino earum que erant ante se/parationem. Silr quoq3 probabis eandem.f.g.cuꝝ linea.g.k.componi eadẽ con/ditione mediantibus superficiebus.e.k.ꝛ.k.l.quarum prima est equalis quadra/tis duarum linearuꝝ.a.d.ꝛ.d.c.pariter acceptis: ꝛ secunda duplo superficiei vni/us in alteram:quod est impossibile per.74.ꝛ hic modus demonstrationis potest esse communis.75.ceterisq3 quatuor sequentibus eam.l



Propositio .78.

NUlla linea minori cõiungibilis est vt sub termino suo fiãt nisi tãtũ que ante sibi abscisionẽ coniungebatur.

¶ Intellige quid sit linea minor: qõ si oblitus es cõsule .21. & sine obiectione ꝓcludes ꝓpositũ. Si quẽadmodũ i.74. ꝓcesseris: poteris q̃ si libuerit quẽadmodũ i.76. ꝓcedere.

Propositio .78.

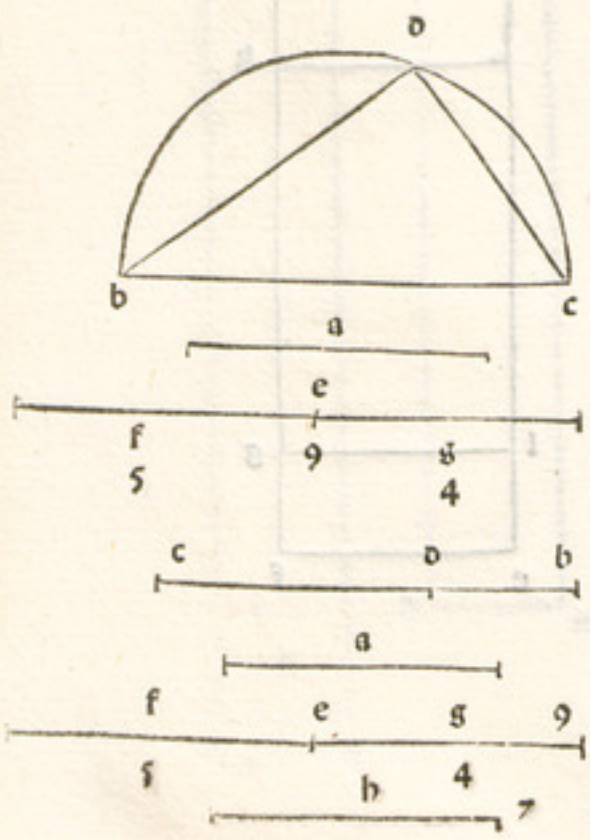
LInea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantũ componi nõ potest vt sub eaꝫ termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex.72. didicisti. cum ergo de ea voluueris quod per hanc.78. dicitur demonstrare a ꝓcessu.75. in quoq̃ nõ deuias. sed sicut i.76. si te delectauerit igeio duce poteris ꝓcedere

Propositio .79.

LInee que iuncta cũ mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. ¶ Huius linee que iuncta cũ mediali cõponit totũ mediale mgr̃a ẽ.73. de q̃ qõ hec.79. enũciat sic ꝓcludere cogeris sicut de residuo mediali scõo qõ p.76. enunciatũ est ꝓclusisti.

¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta q̃ ipsi residuo linea aliqua �means eius terminum si fuerit totum inde cõpositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti cõicantis in longitudine: fueritq̃ idẽ totũ posite rõnali linee in longitudine cõmensurabile qõ positũ erat dicetur residuũ primũ. Si vero linea adiecta posite rationali cõicet in longitudine dicet residuũ scõm. Qõ si fuerit vtraq̃ rõnali posite in longitudine incõmensurabilis vocabit residuũ tertiũ. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmẽto quadrati linee ipsi toti incõmensurabilis eadẽq̃ tota posite rõnali cõicet in longitudine nuncupabitur residuũ quartũ: Si vero linea adiecta posite rõnali cõicet in longitudine vocabit residuũ quintũ. Qõ si fuerit vtraq̃ posite rõnali ĩ longitudine ĩcõmensurabilis appellabit residuum sextum.



Propositio .80.

REsiduũ primũ innestigare. ¶ Ab inuentione omniũ specierũ residui facile nos absoluat inuentio p ordinẽ omniũ specieꝫ binomij Nam i qualibet specie biomioꝫ si minor portio abscindat de maiori linea reliqua erit residuũ silis spẽi vt p̃ ex diffinitionib⁹ tam binomiorũ q̃ residuoꝫ: ꝓprijs tm̃ inuentionibus residuoꝫ insistentes sic inquiram⁹ primũ. Sit linea.a. rõnalis posita cui cõmẽsurabilis i lõgitudie. sumat.b.c. sitq̃.e. numer⁹ quadratus diuisus in.f. non quadratum. & in quadratum.g. sitq̃ ꝓportio q̃drati linee.b.c. ad q̃dratũ linee.c.d. sicut.e. ad.f. eritq̃ p vltimã partẽ. c.d. rõnalis i potẽtia tm̃. cũ itaq̃ sit.c.b. potẽtior.c.d. i q̃drato linee sibi cõicãtis i lõgitudine qõ p̃ sicut i explanatiõe binomij p̃mi ꝓstat ex diffitiõe linẽã.b.d. cẽ residuũ primũ.

Propositio .81.

REsiduũ scõm patefacere. ¶ Ad hũdũ residuũ scõm sit.a. lĩea rõnalis posita: eiq̃ cõicãs in lõgitudie.c.d. & sit q̃dratũ.c.d ad q̃dratũ b.c. sicut.f. ad.e. eritq̃.b.d. residuũ scõm ex dione: si dubitas aut positas nõ seruas ypothses aut binomij secũdi repetitione indiges.

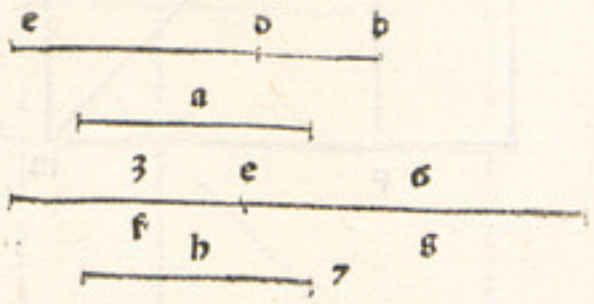
Propositio .82.

Residuum tertium perscrutari.

Residuum tertium sic habetur: posita vt prius .a. rōnali numeroq3 c. quadrato diuiso in .f. non quadratum. ⁊ .g. quadratum: assumpto/q3 .b. numero primo ac quadratum linee .a. ad quadratū linee .b.c. sicut .b. ad .e. sit quadratū linee .b.c. ad quadratū linee .c.d. sicut .e. ad f. eritq3 ex diffinitione: de quo si hesitas cōsule binomiū tertiū: linea .d.b. residuū tertium.

Propositio .83.

Residuum quartum inuenire.



Hic sicut in inuentione residui primi sit linea .b.c. communicans linee .a. rationali posite: numerus autem .e. quadratus sit diuisus ī .f. ⁊ .g. quorum sit vterq3 non quadratus: sitq3 quadratum linee .b.c. ad quadratum linee .d.c. sicut .e. ad .f. ⁊ scies ex diffinitione lineam .d.b esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.

Residuum quintum demonstrare.

Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c.d. cōmunicans linee .a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: ⁊ erit quadratus numerus .e. diuisus in .f. ⁊ .e. quorum neuter quadratus sicut in premissa: ⁊ erit quadratum linee .c.d. ad quadratum .b.c. sicut .f. ad .e. ex quibus a diffinitione cōcludere licet: habita sufficienti notitia binomij quinti: lineam .d.b. esse residuum quintum.

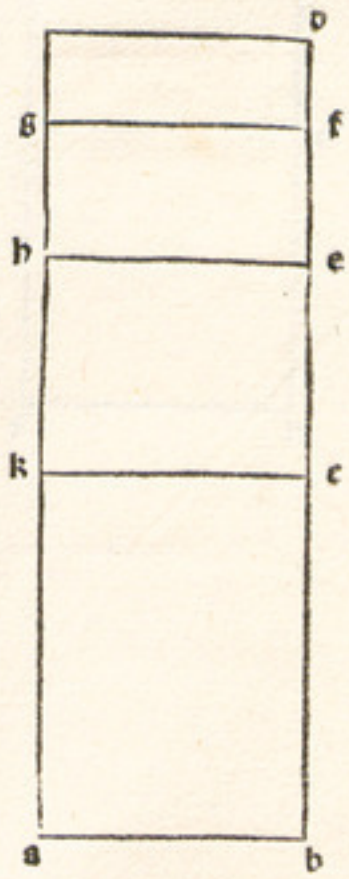
Propositio .85.

Residuū sextum demum presto sit reperire.

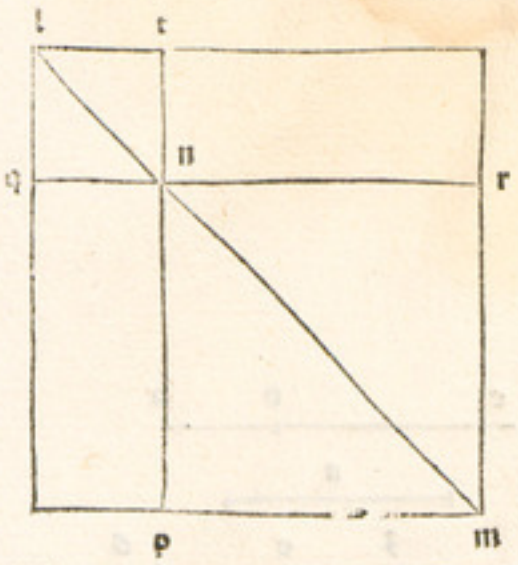
Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea .a. rōnalis posita ⁊ .c. numer⁹ quadrat⁹ diuis⁹ in .f. ⁊ .g. non quadratos ⁊ erit .b. numerus primus ⁊ quadratum linee .a. ad quadratū linee .c.b. sicut .b. ad .e. Et vero quadratū .b.c. ad quadratū .c.d. ut .e. ad .f. eritq3 ex diffinitione linea .d.b. residuum sextum. cui si nō plane animus tuus assenserit exercere te conuenit in inuentione binomij sexti.

Propositio .86.

Si fuerit supficies linea rōnali atq3 residuo primo cōtenta latus eius tetragonicū necesse est esse residuum.



Sit supficies .a.c. cōtēta linea rōnali .a.b. ⁊ residuo primo .b.c. dico latus tetragonicū supficiei .a.c. ēe residuū: adiungat̄ eni ad lineā b.c. linea .c.d. sitq3 illa cuius detractione .b.c. fuit residuū primum. Eritq3 ex diione .b.d. rōnalis ex longitudine ⁊ .c.d. in potentia tm̄ .b.d. quoq3 erit potētio⁊ .d.c. ī q̄drato linee secū cōicantis ī lōgitudine. diuidat̄ igit̄ .d.c. p eq̄lia ī .e ⁊ tota .b.d. diuidat̄ ea ꝯditione in .f. q̄ inter .b.f. ⁊ .f.d. sit .e.d. medio loco ꝓportionalis: eritq3 ex scōa pte. 13. b.f. cōicans in lōgitudine .f.d. p. 9. igit̄ vtraq3 earꝫ cōicat cū tota linea .b.d. q̄re p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine: ducant̄ itaq3 linee .f.g. .e.h. ⁊ .c.k. equidistantes .a.b. eritq3 p. 15. vtraq3 duarꝫ supficierꝫ .a f. ⁊ .g.d. rōnalis: sit quadratū ergo .l.m. eq̄le supficiei .a.f. eritq3 rōnale ⁊ lat⁹ eius rōnale ī potētia. intra illud q̄dratū ꝓtracta dianogali linea .l.m. describat̄ q̄dratum .l.n. equale superficiei .g.d. eritq3 ipsum rōnale ⁊ ei⁹ latus rōnale in potentia



protrahantur aũt due linee.m.p.q.n.vel equidistãter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.p.r.esse equale superficiei.a.c.ꝛ eius latus quod ẽ.n.p.ẽ re/siduũ.Cum eni linea.d.e.sit ex ypothesi medio loco ꝓportionalis inter.b.f.ꝛ.f.d. erit ex prima sexti superficies.d.b.medio loco proportionalis inter duas supficies a.f.ꝛ.g.d.ideoqꝫ ꝛ inter duo quadrata.l.m.ꝛ.n.l.cũqꝫ ex prima sexti sit supficies l.p.medio loco ꝓportionalis inter eadem duo quadrata erit. l.p. equalis. d.b.et etiã.b.c.ꝛ qꝛ quadratũ.l.n.est equale.g.d.erit.t.r.equale.g.e. totus itaqꝫ gnomo circũscriptus quadrato.m.n.est equalis.c.g.ꝛ qꝛ.l.m.erat equale. a.f. relinquitur m.n.equale.a.c.ꝙ aũt.n.p.latꝰ quadrati.m.n.sit residuũ sic collige.Est eni vtra/qꝫ duaꝝ.p.t.ꝛ.t.n.rõnalis in potentia eo ꝙ vtrũqꝫ quadratũ.l.m.ꝛ.n.l.ẽ rõnale vnaqꝫ eaꝝ est incõmensurabilis alij per primã sexti ꝛ. 10.huius:eo ꝙ quadratum l.m.est incõmensurabile.l.r.superficiei sicut supficies.a.f.supficiei.b.d.de quibus manifestũ est ꝙ ipse sunt incõmensurabiles:est eni per primã sexti vna eaꝝ ad al/terã sicut linea.b.f.que ẽ rõnalis in longitudine ad lineã.d.e.que est rõnalis i po/tentia tantũ ex. 68.igiꝫ linea.p.n.que põt in supficiem.a.c.est residuum: ꝛ hoc est quod intendimus.

Propositio .87.

Si superficies aliqua linea rationali residuoqꝫ secundo cõ tineatur: linea in eandẽ potẽs erit residuũ mediale primũ

¶ In hac quoqꝫ argue sicut in premissa ex diffinitione residui secun di ꝛ scõa pte. 13.ꝛ nona ꝛ decimanona ꝛ.15.ꝛ.69.

Propositio .88.

Si linea rõnali residuoqꝫ tertio superficies contineat erit linea sup eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste ꝛ facile cõcludes propositum ex dif finitione residui tertij ꝛ secunda pte. 13.ꝛ.9.ꝛ. 19.ꝛ.70.

Propositio .98.

Si fuerit supficies linea rõnali residuoqꝫ quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoqꝫ nõ aliter ꝓcedas q̃ꝫ prius. facile eni erit ibi ꝓpositũ ꝛcludere.si premissam nõ despicis ex dione residui q̃rti ꝛ scõa pte.14 ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.15.ꝛ.71.ꝛ sic patebit ꝓpositum.

Propositio .90.

Si fuerit linea rõnali residuoqꝫ quinto supficies contenta latus eius tetragonicum erit cũ rõnali cõponẽs mediale:

¶ Utere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti ꝛ se cunda parte.14.ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.15.ꝛ.72.quod propositꝫ est concludere.

Propositio .91.

Si linea rõnali residuoqꝫ sexto superficies contineatur la/tus tetragonicum qõ super eam potest cum mediali consti tuens totum mediale esse comprobatur.

¶ Nunc quoqꝫ vltimo quod per hanc dicitur premisso modo satage cõcludere ex diffinitione residui sexti ꝛ scõa parte. 14.ꝛ.9.ꝛ.19.ꝛ.73.

in his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primã earum ⁊ pfe/cte didiceris ⁊ memoriter tenueris :⁊ quid quoqꝫ supponat solerter attenderis. Qd̃ si forsan de aliquo in quadrato.l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in superficie.a.d.tibi recurrendum erit:et patebunt tuo ingenio.

Propositio .92.

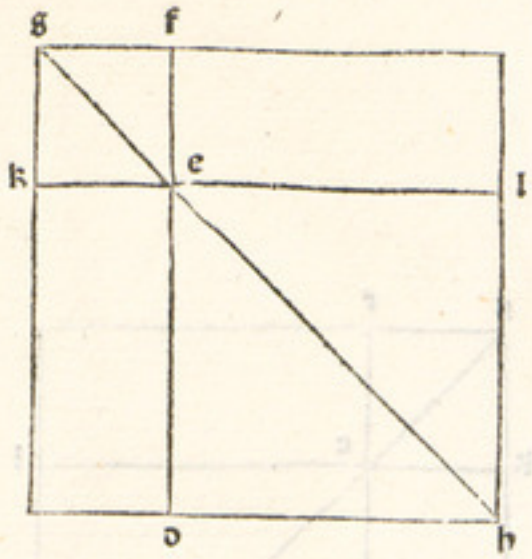
Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicet:alterũ latꝰ residuũ primũ esse necesse est.

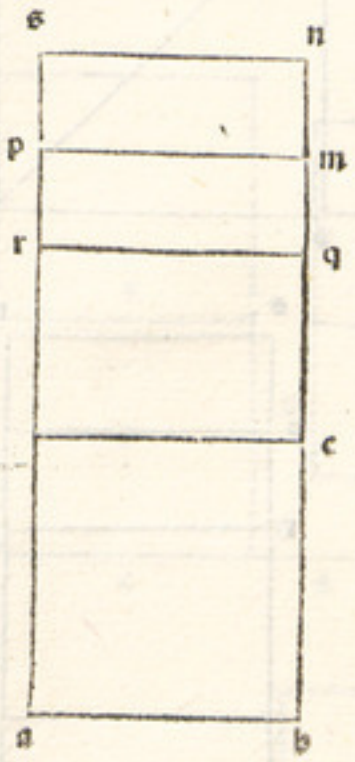
Hec sex sequẽtes sũt querse sex p̃cedẽtiũ p ordinẽ.huiꝰ aũt p̃me hec est intentio qꝫ si sit supficies.a.c.adiuncta ad lineã rõnalẽ.a.b.equalis quadrato residui qd̃ sit.d.e.erit eius latus scõm qd̃ est.b.c.necessario residuũ primũ. Adijciatur eni linee.d.e.que proponitur esse residuũ :linea p cuius abscisionẽ ipsa fuerit residuũ:sitqꝫ ei adiuncta.e.f.eritqꝫ ex.68.vtraqꝫ duarũ lineaꝝ.d.f.⁊.f.e. rõnalis in potentia ⁊ vna caꝝ incõmensurabilis alij:describatur ergo quadratũ linee.f.e.qd̃ sit.e.g.⁊ quadrãtũ.d.e. que posita est esse residuũ qd̃ sit.e.h.⁊ adijciant̃ supplementa.d.k.⁊.f.l.eritqꝫ quadratũ.g.h.tanq̃ꝫ quadrtum linee.d.f.⁊ quadratũ.e.h.erit sicut superficies.a.c.erit etiã vtrũqꝫ quadratoꝝ.g.h.⁊.g.e.rõnale. Sit igitur supficies.a.m.adiuncta ad lineã. a.b. equalis q̃drato g.h.eritqꝫ ob hoc rõnalis:quare per. 16.linea.m.n.est rõnalis in lõgitudine: supficies vero.p.n.sit equalis quadrato.e.g.que etiã ꝓpter hoc erit rõnalis ⁊ p. 16.linea.m.n.rõnalis in longitudine.itaqꝫ tota linea.b.n.est rõnalis p.9.diuidat̃ aũt e.n.per equalia.m.q.⁊ ducat̃.q.r.equidistans.a.b.eritqꝫ ex prima sexti.e.r.equalis.r.n. Manifestũ vero ẽ qꝫ cũ tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis g.h.⁊.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duaꝝ linearum.d.f.⁊.f.e.⁊ supficies a.e.sit equalis quadrato linee.d.e.qd̃ est.e.h.erit per.7.scõi superficies residua ex a.n.que est.e.f.equalis duplo superficici ex.d.f.in.f.e.quare ⁊ horum dimidia que sunt.r.n.⁊.d.g.necesse est esse equalia.cũqꝫ igitur ex prima sexti sit supficies.d.g. medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata.g.h.⁊.g.e.eritqꝫ superficies.r.n.medio loco ꝓportionalis inter duas superficies.a. m.⁊.p.n. ideoqꝫ per primã sexti erit ẽt linea.q.n.medio loco ꝓportiõalis inter duas lineas.b.m.⁊.m.n. cumqꝫ sit q.n.dimidiũ linee.n.e.⁊ linea.b.n.diuisa p punctum.m.in duo cõicantia iter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis:sequit̃ ex prima pte.13.qꝫ linea.b.n.sit potentior linea.n.e.in quadrato linee secũ cõicantis i longitudine:qꝫ ergo supficies.d.g est medialis ex.19.ex ypothesi aũt supficies.e.r.sibi equalis medialis ⁊ linea.e.q. rõnalis in potẽtia tm̃ per.20.ideoqꝫ etiã duplũ eiꝰ qd̃ ẽ linea.n. e.ẽ. rõnalis tãtũ i potentia:qꝫ ergo.b.n.ẽ rõnalis in longitudine cõicans linee.a.b. posite rõnali et potẽtior.n.e.i quadrato linee sibi cõmunicãtis i longitudine:sequitur ex diffinitione lineã.b.e.cẽ residuũ primũ:qd̃ ẽ ꝓpositũ.

Propositio .93.

Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

Hic erit linea.d.e.residuum mediale primum ⁊ linea.e.f. erit linea illa per cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:dico qꝫ.b.e.erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationẽ premisse quousqꝫ eam solido amplectaris habitu institeris ⁊ quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.





Propositio .94.

Si superficies equalis q̃drato residui medialis scd̃i applicata fuerit ad lineam rōnalē: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

Hic etiā erit.d.e.residuū mediale scd̃m ⁊ sequetur ut sit.c.b. residuum tertiū:qd̃ ut facile ꝑcudas prime demōstrationi insistas ⁊ q̃les lineas ꝓueniat esse.d.f.⁊.f.e.ex.70.collige.

Propositio .95.

Cum adiuncta fuerit linee rōnali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius scd̃m erit residuū quartum:

Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.q̃.b.c.erit residuū quartū:est aūt sumendū ex.71.quales lineas esse necesse sit.d.f.⁊.f.e.cum d.e.fuerit linea minor:⁊ est astruendum ꝓpositū p̄misso modo:excepto q̃ in hac ⁊ duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.diuidi ad punctū. m.in duo incōmensurabilia que in tribus premissis diuidebat necessario i duo cōmensurabilia:nam in tribus p̄missis fuerant due linee.d.f.⁊.f.e.cōicantes i potentia tm̄ ⁊ ideo earum quadrata cōicantia:propter qd̃ ⁊ supficies.a.m.⁊.p.n. quadratis earum equales cōicantes.Quapropter etiā ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.ideoq̃ fuit i tribus premissis linea.b.n.potentior linea.n.c.in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ex prima pte.13. In hac aūt ⁊ duabus sequētibus sunt due linee d.f.⁊.f.e.incōmensurabiles in potentia ut apparet ex.71.⁊.72.⁊.73.⁊ ideo earum quadrata ꝓpter qd̃ ⁊ superficies.a.m.⁊.p.n.incōmensurabiles ꝓpter qd̃ ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.incōmensurabiles.ideoq̃ per primā pte.14.tam in hac q̃ in duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.esse potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi icōmensurabilis i longitudine:cetera perquire ut prius.

Propositio .96.

Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali constituentis mediale equale superficies adiungatur:latus eius secundum erit residuum quintum.

Pone similiter hic lineā.d.e.esse illā que iuncta cū rōnali ꝓponat totū mediale ⁊ attende ex.72.quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e. ⁊ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris lineam.b.c.esse residuum quintū.

Propositio .97.

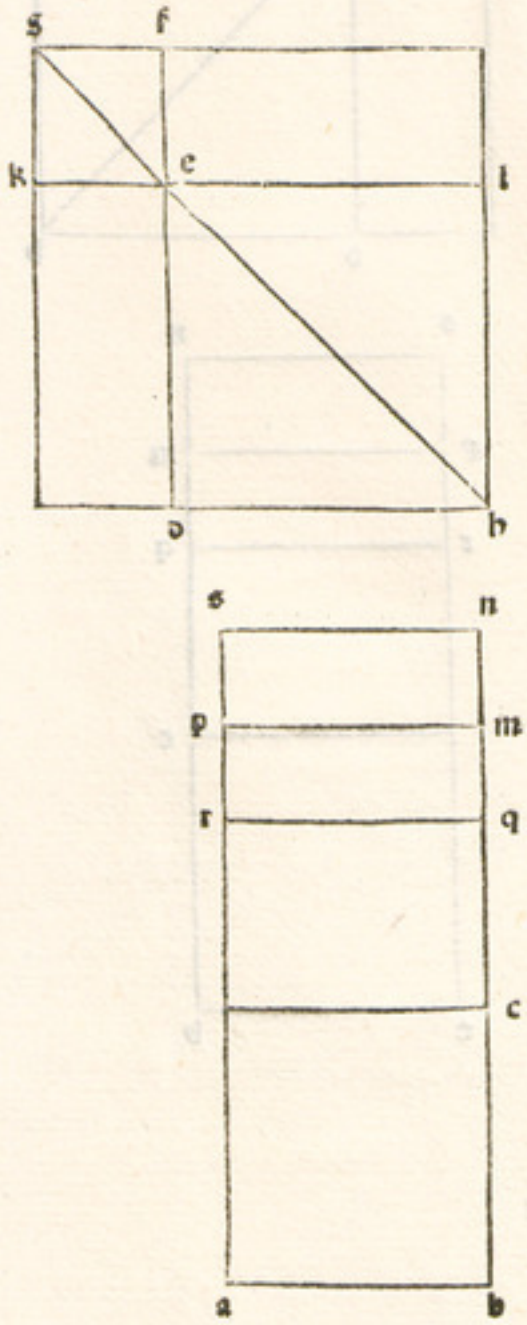
Si ad lineā rationalē superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur:latus eius alterum erit residuū sextum.

Nunc vltimo conuenit lineā.d.e.esse illam que iuncta cum medialī cōponit totum mediale cui adiuncta linea.e.f.que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea.d.e.fuerat que proponitur si quales lineas.d.f.⁊.f.e. esse oporteat ex.73.didiceris prior̄ argumētatione firma mente tenueris sine obice quoq̃ lineā.b.c.esse residuū sextū concludere poteris.si aūt fortassis in aliquo re hesitare ꝓtigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.b.ad sibi equalē supficie.a.n ꝓferēdum erit:⁊ sic patebit ꝓpositū nostrū.

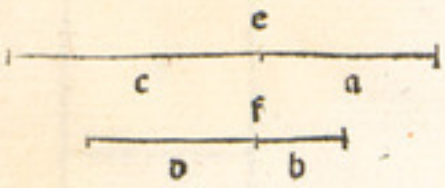
Propositio .98

Omnis linea residuo ꝓmēsurabil'ipsa quoq̃ i termio ⁊ ordine ē idē residuū

Qd̃ .60.⁊.quatuor.eā sequētes de binomio eiusq̃ comitib⁹ q̃nq̃ ꝓposuerūt hec .98.⁊.quatuor.eam sequentes de residuo suiq̃ q̃nq̃

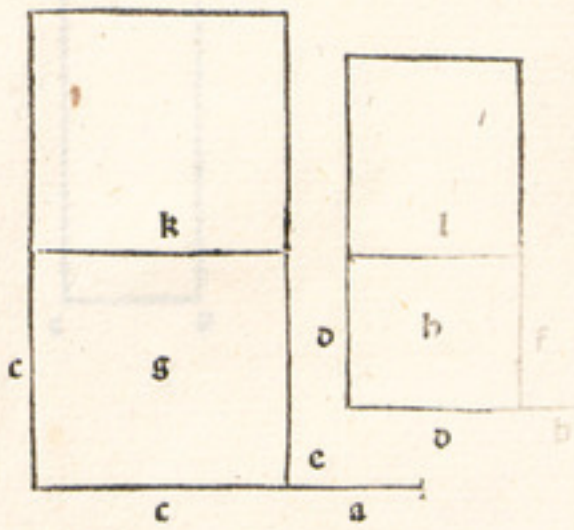


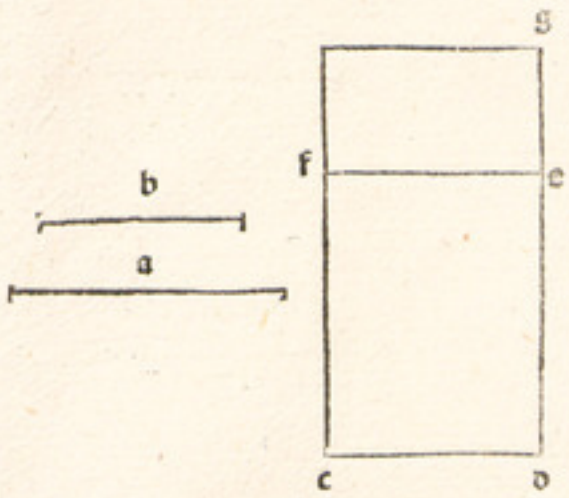
comittibus verum esse proponunt: quibus qui vsq; ad solitum habitum institerit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōicantia in longitudine et potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo cōmunicans in longitudine siue in potentia tm̄ ipsa etiā est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdē spēi residuum. Verbi gratia: linea cōmunicans in longitudine residuo primo est residuū p̄mū: ⁊ secūdo cōicans est scōm. sic quoq; in ceteris: Qd̄ aūt linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum sed nō eiusdem speciei: imo ipossibile est vt linea cōmunicans in potentia tantū residuo primo aut scōo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ābo cadāt simul sub trib⁹ primis speciebus aut ābo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a. residuū cui cōmunicet. b. in longitudine: dico q̄. b. erit residuū eiusdē speciei cū. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineaz a. ⁊ cum illa sit per cuius abscisionē. a. fuit residuū: ⁊ ad. b. adiūgat̄ alia que sit. d. ad quā sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq; composita ex. a. ⁊. c. e. composita vero ex b. ⁊. d. sit. f. eritq; ex permutata ꝓportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ p. 13. quinti erit. c. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq; a. cōmunicet cum. b. erit per 10. c. cōmunicans cum. d. ⁊. e. quoq; cōmunicans cum. f. ⁊ quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f ad. d. sequtur p. 12. vt si fuerit e. potentior. c. in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine vel si forte incōmensurabilis: sit similiter. f. potentior. d. at q̄m̄ omnis linea cōmunicans in longitudine linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico quia ambe erunt rationales in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si autē. b. cōmunicat in potentia tantū cum. a. ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quēadmodū dictū est: cuius demōstratio ex his que in. 60. de binomijs dicta sunt colligenda est.



Propositio .99.

Omnis linea vtrilibz residuo mediali cōmunicans: est sub ipsius termio ⁊ ordine residuū mediale. Hec est qd̄ dicit̄ siue cōicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit enim. a. vtrūlibet residuū mediale cui. b. cōicet in lōgitudine vl̄ potētia. dico q̄. b. ē etiā residuū mediale q̄le fuerit. a. adiūgat̄ eni linea. c. ad lineā. a. ⁊ sit. c. p. c⁹ abscisionē. a. fuit residuū mediale: ⁊ ad. b. adiūgat̄ alia q̄ sit. d. sitq; b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq; ꝓposita ex. a. ⁊. c. sit. e. ⁊ ex. b. d. sit. f. describāt̄ igit̄ q̄drata. e. ⁊. d. q̄ sint. g. ⁊. h. ⁊ supficies. e. i. c. sit. k. ⁊. f. i. d. ⁊ sit. l. Et q̄ ē vt pri⁹. e. ad. f. ⁊ c. ad. d. sicut. a. ad. b. sūt aūt. e. ⁊. c. mediales potentia tm̄ cōicātes ex. 69. ⁊. 70. sequit̄ ex. 21. vt. f. ⁊. d. eis cōicātes. sint etiā mediales potētia tm̄ cōicātes: ꝓstat aūt ex prima sexti q̄ sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. ⁊. l. ad. b. sicut f. ad. d. ⁊ q̄ ē. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit̄ ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. b. Et pmutati. k. ad. l. sicut. g. ad. b. cū g̃. g. cōicet cū. b. sequit̄ vt. k. cōicet. cū. l. Si igit̄. k. ē rōnale qd̄ ē in residuo mediali primo erit etiā p diffinitionē. l. rōnalis q̄re p. 69. b. etiā ē residuū mediale primū. si aūt. k. sit medial' qd̄ ē i residuo mediali scōo: erit p. 21. etiā. l medialis: ideoq; b. p. 70. residuū mediale scōz q̄re ꝓstat ꝓpositū. Idē aliter Si lināa b. cōicat cū lināa. a. q̄ ē vtrūlibet residuū mediale i lōgitudiel' ī potētia sit supficies c. e. adiūcta ad lineā rōalē. c. d. eq̄lis q̄drato. a. ⁊. f. g. eq̄lis q̄drato. b. erūtq; ob hoc





e.e.⁊.f.g.cõicantes quãadmodũ ⁊ quadrata linearum.a.⁊.b.eis equalia.ideoq; p primam sexti ⁊. 10.huius.d.e.⁊.e.g.sunt cõicantes in longitudine: ⁊ quia si. a.est residuum mediale primũ:est:linea.d.e.est residuum scõm per.93.⁊ si.a.est residuũ mediale scõm:linea.d.e.est residuũ tertium per.94.at cum.d.e. est residuum scõm linea.e.g.est etiam residuũ scõm ⁊ cũ illa ẽ tertium:silr ⁊ hic est tertiũ per.98.sequitur itaq; ex.87.⁊.88.vt.b.sit residuũ mediale primũ aut secundũ prout fuerit. a.et sic patet quod intendimus.

Propositio .100.

Si linea aliqua linea minori cõmunicet.ipsa quoq; erit linea minor.

Facile est hanc probare duplici modo sicut p̃missam:siue cõmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potentia hoc aũt apposito quãtũ ad primũ modũ q̃ cum sit.f.ad.d. sicut.c.ad.c. erit ex scõa pte.18.sexti quadratũ.f.ad quadratũ.d.sicut quadratũ.c. ad quadratũ c.⁊ coniunctim quadrata duaꝝ linearum.f.⁊.d.ad quadratũ.d.sicut quadrata duarum linearum.e.⁊.c.ad quadratum.c.⁊ permutatim quadrata duaꝝ linearum.f. ⁊.d.ad quadrata duaꝝ linearum.e.⁊.c.sicut quadratũ.d.ad quadratum.c. cõicat autẽ quadratũ.d.ad quadratũ.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta cõicant cũ duobus duaꝝ lineaꝝ.e.⁊. c.piter acceptis:⁊ quia ex.17.quadrata duarum lineaꝝ.e.⁊.c.pariter accepta sunt rõnale: erit aũt per diffinitionẽ ⁊ duo duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.pariter accepta rationale. Cũq; sit superficies.k. medialis erit etiã.l.sibi communicans medialis:igitur ex.71.b.est linea minor. Quantũ autem ad scõm modũ erit per.95.linea.d.e.residuũ quartum:ideoq; per.98.⁊ linea. e.g. erit etiam residuum quartum.ideoq; etiã per.89.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.

Omnis linea cõmunicans lineę cum rõnali componẽti mediale est cum rationali componens mediale:

Hanc quoq; duplici predicto modo nõ est difficile probare:siue de communicantia in longitudine siue de cõicantia in potentia tantum intelligatur:sed quantum ad primum modũ erunt duo quadrata duarum linearum.f.⁊.d.pariter accepta mediale per.21.quãadmodũ sunt duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.piter accepta ex.72.quibus ipsa cõmunicant ⁊ superficies.l.erit rationalis:per diffinitionem quãadmodũ est superficies.k.ex.72.cum ipsa cõmunicat:igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale:quantũ ad scõm modũ:erit.d.e.residuum quintum ex.69.ideoq; ⁊.e.g.ex.98.quare.b.est cũ rõnali componens mediale.per.90.

Propositio .102.

Omnis linea cõmẽsurabilis lineę cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

Hic quoq; pone lineã aliquã cõicare cum ea que cũ mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̃ ꝓut volueris:⁊ duplici modo p̃misso sine difficultate ꝓludes eã quoq; cũ mediali ꝓponere mediale.erit etiã quantũ ad primũ modũ supficies.l.medialis quẽadmodũ ⁊.k.⁊ duo quoq; quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.⁊.d.piter accepta mediale sicut ⁊ duo quadrata duaꝝ.e.⁊.c.⁊ q̃ duo quoq; duaꝝ lineaꝝ.e.⁊.c.ad.k.sicut duo duaꝝ.f.⁊.d.ad.l.cũ duo prima non cõmunicẽt cũ duplo.k.ex.73.neq; duo secũda

cõicabunt cũ duplo .l.ex.10.igitur ex.73.b .est cũ mediali cõponẽs mediale. quantum autẽ ad scõm modũ erit.d.e.residuũ sextũ ex.97. idcoqꝫ ꝛ.e.g. ex.98.quare.b est cũ mediali cõponens mediale ex.91.

Propositio .103.

Si de supficie rationali superficies medialis abscindatur linea ĩ reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

Sit eni tota superficies constans ex.a.ꝛ.b.rõnalis a qua detrabatur.b.que sit medialis:dico ꝙ linea potens in.a.residuũ aut ẽ residuum aut linea minor.Esto nanqꝫ linea.c.d.rationalis superficiesqꝫ.c.e. sibi adiuncta sit tãẹ̃qꝫ.a.ꝛ.f.g.tãẹ̃qꝫ.b.ꝛ.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritqꝫ.c.g.rõnalis.idcoqꝫ p 16.linea.d.g.rõnalis in longitudine ꝛ.f.g.erit medialis.idcoqꝫ per.20.e.g. rõnalis in potentia tm̃:est igit̃ ex diffinitiõe line a.d.e.residuũ primũ aut quartũ: ergo per.86.ꝛ.89.linea potens in supficiem.c.e. ꝛ iõ in supficiẽ.a.sibi equalem est residuũ aut linea minor:qõ ẽ ꝓpositum.

Propositio .104.

Si de superficie mediali superficies rõnalis detrabatur linea in reliquã superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale p primũ :aut cum rationali componens mediale.

Hec quoqꝫ sicut premissa ꝓbat̃.Erit eni tota.a.b.medialis.b. aũt rõnalis:ꝛ tunc dico qõ in.a.residuum põt: aut est residuũ mediale primũ aut cum rõnali cõponens mediale.Cũ eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tm̃:ꝛ cũ sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.c.g. rõnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.c.residuũ scõm aut quintũ quare per.87.ꝛ.90. latus tetragonicũ superficiei .c .e.ꝛ ideo superficiei.a.est residuũ mediale primum aut cum rationali componens mediale:quod est propositum nostrum.

Propositio .105.

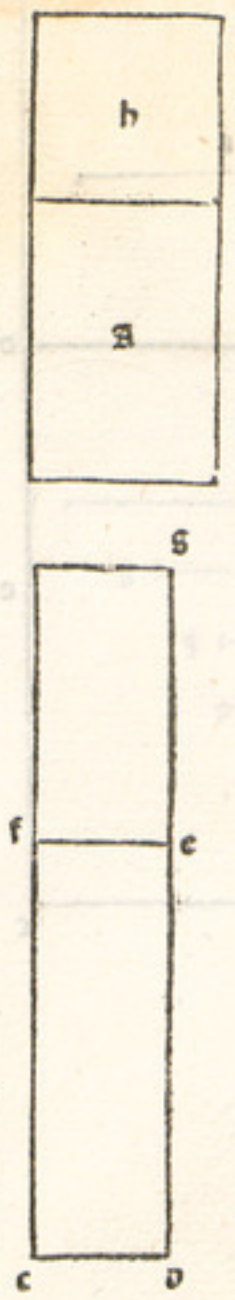
Si superficies medialis superficiei mediali detrabatur fueritqꝫ reliqua toti incõmensurabilis que in ipsam reliquã potest: alterutra erit duaꝝ irrõnaliuꝫ videlicet aut residuum mediale scõm aut cum mediali componens mediale

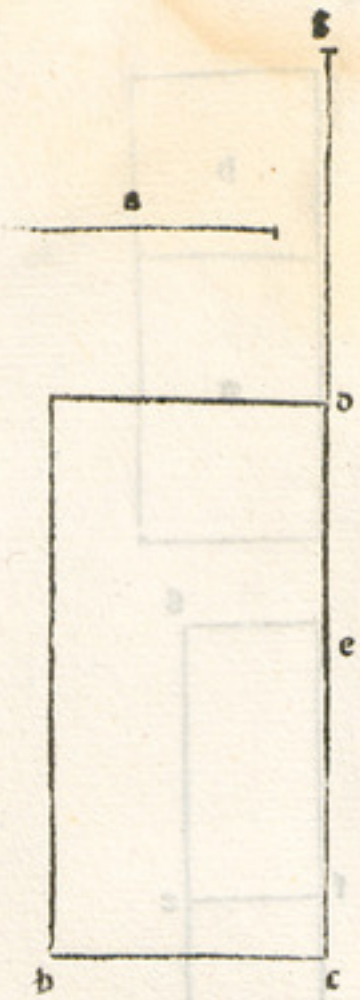
Si a duaꝝ premissaꝝ demõstratione non deuias concludes sine difficultate propositũ.Sint eni tota.a.b.ꝛ.b.mediales ꝛ sit.a.reliqua incõmensurabilis toti:aliter eni esset.a.medialis ex.21.ꝛ eius lat⁹ tetragonicũ mediale ex.19 tunc dico ꝙ linea potens in.a.est residuũ mediale scõm aut cũ mediali cõponens mediale.nam cũ sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rõnalis in potentia tãtũ per eandẽ quoqꝫ cum sit.f.g.equalis.b.erit etiã.e.g.rõnalis in potentia tm̃ ꝛ cum sit.a.incõmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incõmensurabilis.c .g. idcoqꝫ per primã sexti ꝛ. 10.huius erit etiã.e.g.incõmensurabilis.d.g. igit̃ a diffinitione linea .d.e. erit residuũ tertiũ aut sextũ:q̃re p.88.ꝛ.91.latus tetragonicũ supficiei.c.e.ꝛ iõ supficiei.a.ẽ residuũ mediale scõm aut cũ mediali componẽs mediale.

Propositio .106.

Lineaꝝ irrõnaliũ que sunt residuũ ꝛ post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoqꝫ binomij terminũ vel ordinẽ cõuenire non est possibile.

Vult aũt p hanc. 106.ꝙ residuũ ꝛ alie quinqꝫ lince





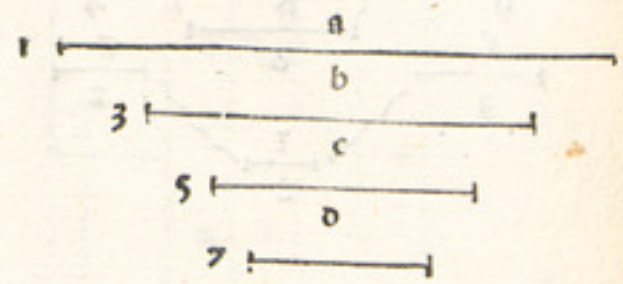
irrōnales eam sequentes differunt specie ⁊ dione abinuicē ⁊ nulla linea vna potest
ee sub duabus neqz sub pluribus speciēb⁹ hax sex lineax irrōnaliū que sunt residu
um ⁊ eius quinqz comites: ⁊ q̄ oēs spēs residui differunt ab oibus speciebus bino
mij nec ē possibile lineā vnā simul esse residuū ⁊ binomiū cuiuscūqz speciei residui
vel binomij: Pars prima sic ostat: qm̄ supficies equalis quadratis residui ⁊ suax
quinqz comitū cū adiūgant̄ ad lineā rōnalē habēt scēa latera necessario diuersa ab/
inuicem ex. 92. ⁊ quinqz eā sequentibus. sunt autē scēa latera residuū primū ⁊ se/
cūdū ⁊ deinceps vsqz ad sextū. Scēa ps ostat hoc modo: si eadē linea pōt ee simul
residuū ⁊ binomiū. sit. a. cui⁹ quadrato adiūgat̄ ad rōnalē lineā. b. c. sitqz. b. d. erit
qz ex. 54. linea c. d. binomiū primū ⁊ ex. 92. residuū primū. inquantū ergo binomi
um primū diuidat̄ in suas binomiales portiones ad punctū. e. sitqz maior portio
c. e. q̄ erat rōalis i lōgitudine p̄ diffinitionē: iquātū aūt ē residuū p̄mū adiūgat̄ ei
d. g. p̄ c⁹ abscisionē fuerat residuū primū: eritqz etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudie
Cū itaqz sit vtraqz duax lineax. c. g. ⁊. c. e. rōnalis i lōgitudie erit ēt p. 9. lica. e. g.
rōnal' i lōgitudie: at qz linea. d. e. ē rōnalis i potētia tm̄ cū ipsa sit p ypothe. maior
portio binomij p̄mi: erit per. 68. linea. d. g. residuū ⁊ qz ipsa erat rōalis i potentia
tm̄ cū per eius abscisionē eēt linea. c. d. residuū sequit̄ impossibile p. 68. Qd̄ ut da/
rius pateat: esto supficies. b. d. adiuncta ad lineā rationalē. b. c. equalis q̄drato li/
nee. d. g. cū itaqz linea. d. g. sit rationalis in potentia erit per. 16. linea. c. d. rōna/
lis in longitudine. at cū etiā linea. d. g. sit residuū erit ex. 92. linea. c. d. residuū p̄mū
quod esse nō potest cum linea que dicitur residuum sit irrōnalis per. 68.

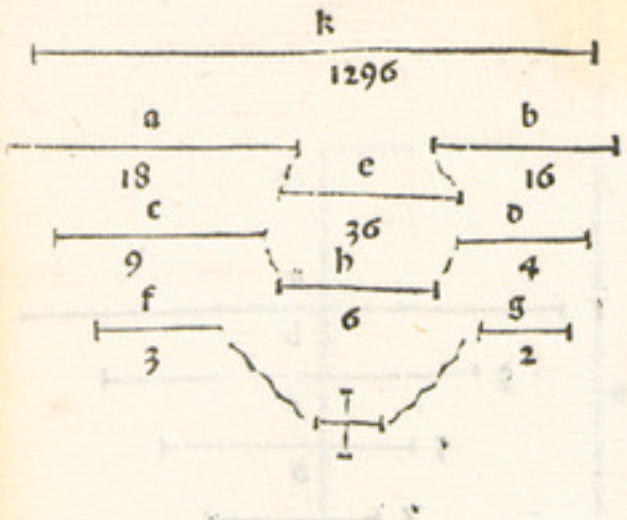
Propositio .107.

Linea que residuū dicit̄ vllave irrationaliū que post eam
sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino ⁊ or
dine vllius ceteraxlineax irrōnalium que binomiū subse
quūtur: cum aūt possibile sit lineax irrōnaliū serie in in/
finitum produci non est possibile vllā earum cum ea que
precesserit in termino ⁊ ordine conuenire.

Cult per hanc vltimā libri. 10. q̄. 13. irrōnales linee de quib⁹ in hoc decimo de/
monstratū ē ⁊ ipse sunt linea medialis binomiū ⁊ ei⁹ quinqz comites residuuz ⁊ ei⁹
quinqz comites sint abinuicē singule a singulis specie differentes: ⁊ q̄ nulla linea
vna pōt ee simul sub vnab⁹ aut pluribus speciebus eax: ⁊ q̄ spēs lineax irrōnaliū
p̄nt i infinitū ꝓduci q̄x nulla cū alia ꝓuenit i dione ⁊ ordine. Qd̄ aūt hec. 13. linee
videlz medialis binomiū ⁊ ei⁹. 5. comites residūu ⁊ ei⁹. 5. comites sint irrōales de/
monstratū esse superius memento: de mediali quidē ex. 19. de binomio aūt ⁊ eius
quinqz comitib⁹ ex. 30. ⁊ quinqz eā sequētibus: at vero de residuo suisqz quinqz co
mitibus ex. 68. ⁊ quinqz eā sequētibus. Nullā aūt hax. 13. lineax irrōnalium posse
ꝓuenire in specie cū aliqua aliax lineax sic collige. Esto enī vt ad vnā eādēqz lineā
rōnalē in longitudine adiungant̄ superficies equales quadratis predictax. 13. line
arū irrōnaliuz ꝯm q̄ ordine se inuicē sequunt̄: eritqz ex. 20. secūdū latus prime ista
rum. 13. superficierum ⁊ quinqz eam sequentiū rationale in potentia tm̄. scēa aūt
latera scēe istax. 13. superficiex ⁊ quinqz eam sequentiū erūt omnes spēs binomio
ruz p ordinē videlicet binomiū primū scēm ⁊ deinceps vsqz ad sextū ex. 54. ⁊ quin
qz eā sequētibus demonstratū esse memineris. scēa vero latera octauc superficiei ⁊
quinqz eā sequētiū sunt spēs residuox in ordine videlicet residuū primū ⁊ residuū

secundū ⁊ deinceps vsq; ad sextū qd̄ ex.92.⁊ quinq; eā sequētibus didicisti. Cum igit̄ ipa linea rōnalis i potētia tm̄ nō cōueniat cū aliq̄ specie binomiorꝫ aut cū aliqua residuorꝫ quoniā omne binomiū p.30.⁊ oē residuū p.68 ē linea irrōalis ⁊ i lōgitudine ⁊ i potentia. Et cū nulla spēs residuorꝫ cōueniat cū aliqua spē binomiorū ex secūda ptē penul'.b°decimi: sequit̄ ut oia scōa latera baꝫ.13.superficiesꝫ sunt abinuicem diuersa: ideoq; p primā sexti ⁊ ipse.13. superficies sunt diuerse cū caꝫ omnium altitudo sit vna quare etiā hec.13.linee irrōnales ꝓposite sunt singule a singulis diuerse. ¶ Possunt aūt baꝫ.13.lineaꝫ irrōnaliū species in infinitū ꝓduci.infinite eni sūt spēs lineaꝫ medialium.infinite quoq; binomiorꝫ ⁊ sic de singulis. Qd̄ hoc modo ꝓstat: esto linea.a.medialis.sumaturq; vnitas ⁊ quotlibet numeri p̄mi vt.3.5 ⁊.7.⁊ sint totidem linee.b.c.d.quot sunt sūpti numeri primi.sintq; q̄drata istaꝫ lineaꝫ.b.c.d.ad quadratū.a.sicut hi numeri primi ad vnitatē: eruntq; linee b.c.d.mediales ex.21.qm̄ ipse cōicant in potētia cū linea.a.mediali. oēs autē erūt diuerse in longitudine ab.a.⁊ a seinuicē p vltimā ptē.7.qm̄ nullius istorum numerorꝫ ad vnitatē nec alicuius eorꝫ ad alterꝫ per.16.⁊.8.⁊ corollariū scōe octaui ⁊ presentis ypothesis ē ꝓportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo a.⁊ omnes sibi cōicantes in longitudine sub p̄ma specie lineaꝫ medialiū.b.vero ⁊ oēs sibi cōicantes in longitudine sub scōa.c.aūt ⁊ oēs eidē cōicantes vel cōmensurabiles sub tertia.d.quoq; ⁊ oēs sibi cōicantes in longitudine sub quarta: ⁊ q: numeri primi sunt infiniti vt ex.21.noni didicisti: necesse ē spēs lineaꝫ medialiū ēe infinitas. Qd̄ aūt ē dictū de linea mediali itellige de binomio suisq;.5.comitib°: ⁊ residuo suisq;.5.comitib°: nā sicut omis linea cōicans mediali ē medialis siue cōicet ei in longitudine siue in potentia ut probatū est in.21.ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suaꝫ quinq; comitū vel etiā residuo aut alicui suaꝫ quinq; comitū in longitudine vel in potentia est secū sub eadē specie vt probatum est in.60.⁊ quatuor eam sequentibus ⁊.98.⁊ quatuor eam sequentibus. Sunt igit̄ species baꝫ.13.lineaꝫ irrōnaliū infinite quaꝫ nulla cōueniet cū p̄cedenti in ordine vel dione. Conuenit quoq; dr̄ie aliter species linearum irrōnaliū esse infinitas nam omne latus tetragonicū superficiei dicte a numero nō quadrato est irrōnale p vltimā ptē.7.⁊ p diffinitionē.cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiā species baꝫ lineaꝫ irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit scōam ptem huius vltime conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rōnali i potentia tantū infinitas lineaꝫ irrōnaliū spēs produci quaꝫ nullā cum aliqua earuq; que ipsā precesserint: possibile est in diffinitione ⁊ ordine conuenire. Verbi gratia Sumatur aliqua supficies rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quiq;: eritq; latus eius tetragonicū irrōnale in longitudine: qm̄ ipsū ē incōmensurabile lateris tetragonico superficiei rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima ptē.7. dico ergo q̄ hui° lateris latus.itemq; scōi lateris latus ⁊ rursus huius tertij lateris latus ⁊ sic in infinitū: sunt linee irrationales tam in longitudine q̄; in potentia: ⁊ q̄ nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā precesserit in ordine.estq; latus tetragonicum premisse superficiei quecunq; dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix ⁊ principium ⁊ quelibet ipsaꝫ est principiū oim ipsam sequentium: ⁊ quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscuntur diuerse sunt in longitudine ⁊ potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiei generantur ⁊ hoc dico cum ipsaꝫ supficieꝫ



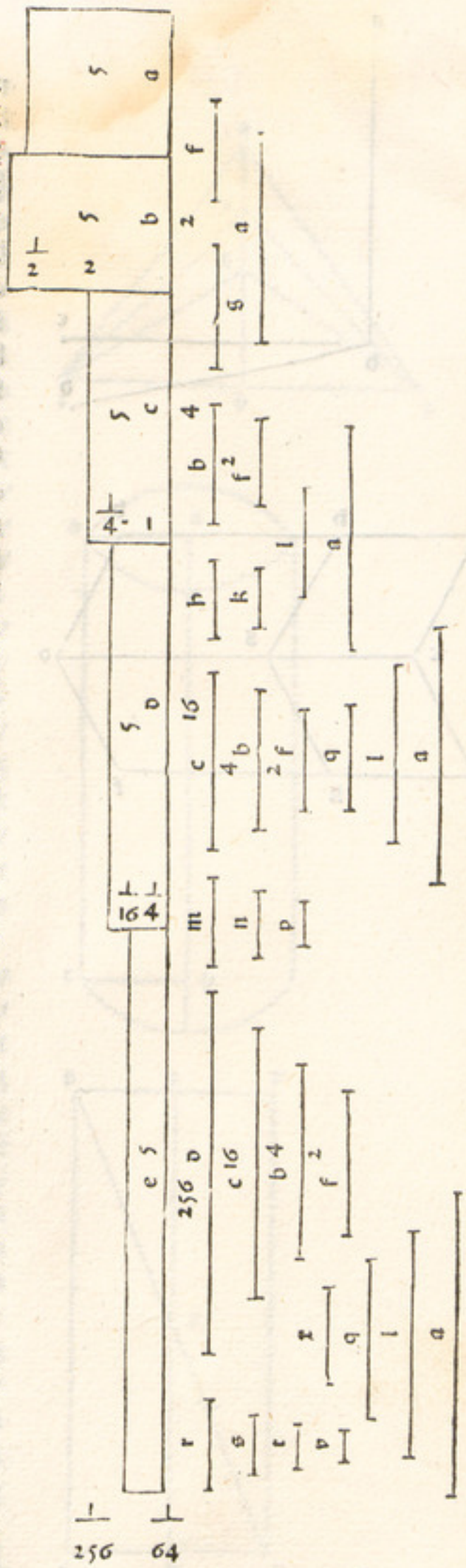


non fuerit ꝓportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ.hec aũt vt possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet.sitq3 istud.

¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum lauts ipsius producti produces.

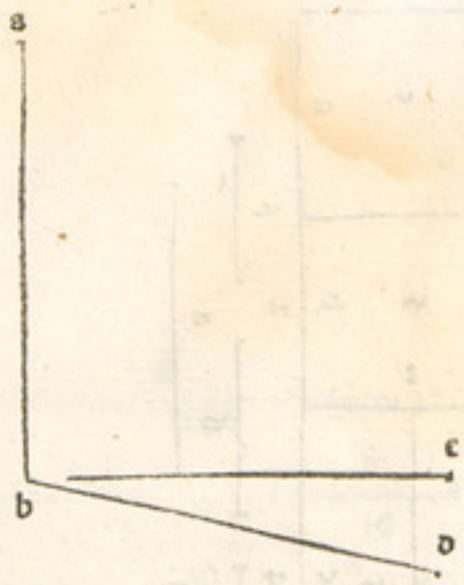
¶ Verbi gratia sit vt ex.a.in.b.sit.k.ad.c.⁊.d.sint latera tetragonica. a.⁊. b.fiat autẽ.e.ex.c.in.d.sintq3 itez.f.⁊.g.latera tetragonica.c.⁊.d.⁊ fiat.h. ex.f in.g.dico ꝙ.h.est latus tetragonicũ.e.⁊ ꝙ.e.rursus est latus tetragonicũ.k.cum enĩ ex.f. in se ⁊ in.g.fiant.c.⁊.h.erit.c.ad.h.sicut.f.ad.g.sed ⁊ sit.h.ad.d. sicut f. ad.g.co ꝙ ex.g.in.f.⁊ in se fiunt.h.⁊.d. sint igiĩ.c.h.d.continue ꝓportionales itaq3 ex.h. in se quantũ ex.c.in.d.quare.h.est latus tetragonicũ.e. eadẽ quoq3 rõne cũ ex.c. ĩ se sit.a.in.d.sit.e.⁊ ex.d.in se sit.h.erunt etiam.a.c.h.cõtinue ꝓportionales i ꝓportiõe.c.ad.d.cũ igiĩ ex.a.in.b.sit.k.sequiĩ etiã vt ex.e. i se sit.k.q̃re.e.est latus tetragonicũ.k.constat itaq3 qõ dicĩ.restat itaq3 demonstrare qõ propositum est. Sit igiĩ supficies.a.rõnalis dicta a numero nõ quadrato.ut.5.sitq3 linea.a.et̃ tetragonicũ latus ⁊ sumant̃ quotlib3 linee rõnales i lõgitudie q̃ sint.b.c.d.e.Sint q3 dicte a numeris quoꝝ quisq3 precedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequentis: vt si.b.sit ⁊.c.4.d.16. e.vero.256.ad has aũt lineas rõnales in longitudine adiungatur supficies equalis.a.eruntq3 scõa latera singulaꝝ rõnalia in longitudine per.16 vt scõm latus.b.2.⁊ dimidiũ:secundũ.c.vnuz ⁊ quarta:secundũ vero.d.vna quarta ⁊ vna.16. at vero superficiei.e.secundũ latus erit vna.64.⁊ vna.256.sit ergo.f. tetragonicũ latus.b: g.vero sit tetragonicũ latus scõi lateris superficiei.b. eritq3 ꝑ premissam añs ut ex.f.in.g.sit.a.rursus sit.b.tetragonicum latus secundi lateris c.k.quoq3 sit tetragonicũ latus.b.eritq3 per predictũ añs vt ex.b.in.b.sit.a.⁊ ex.f in.k.sit tetragonicũ latus.a.qõ sit.l.sit itez.m.tetragonicũ latus secũdi lateris superficiei.d.sed cũ.n.sit tetragonicũ latus.m.⁊.p.tetragonicum.n.eritq3 per predictũ antecedens vt ex.c.in.m.fiat.a.⁊ ex.b.in.n.l.⁊.ex.f.in. p. tetragonicuz latus l.qõ sit.q.Amplius aũt sit.r.tetragonicũ latus lateris secundi superficiei.e. sit quoq3.s.tetragonicũ.r.⁊.f.⁊.t.s. sit et.u.tetragonicũ.t.sequiĩ que per dictũ antecedẽs vt ex.d.in.r.fiat.a.⁊ ex.c.in.f.l. ⁊ ex.b.in.t.sit.q.⁊ etiam ex.f.in.u. tetragonicũ latus.q.qõ sit.x. ⁊ sic in infinitũ:dico ergo has lineas.a.l.q.x.quaꝝ.a.est tanquã radicale principium esse irrationales.a.quidem in longitudine tantum ⁊ cetere vero in longitudine ⁊ in potentia ⁊ dico ꝙ nulla earum conuenit cũ alia in diffiniti/one vel ordine .Luz enĩ ex.f.in.g.⁊.k.fiant.a.⁊.l.erit.a.ad.l.sicut.g.ad.k.⁊ q̃ vt p3 ex dictis ypotheib⁹.g.⁊.k.sũt incõmensurabiles in longitudine ⁊ in potentia. sequitur etiã vt.a.⁊.l.sint incõmensurabiles in longitudine ⁊ in potẽtia:eadem ratione.a.⁊.q.est enim.a.ad.q.sicut.g.ad.p.⁊ propter eandẽ causam etiã.a.⁊. x.cũ sint sicut.g.⁊.u.⁊ hac via quoq3 necesse est vt.l.⁊.q.sint simpliciter incõmensurabiles tã i lõgitudine quã in potẽtia.cum enĩ ex.f.in.k.⁊.p.fiant.l.⁊.q. erit.l. ad.q. vt.k.ad.p:at.k.ad.p.nec commensurabiles sunt in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt.h.⁊.n.commensurabiles.sed non sũt:at vero.l.⁊.x.oportet eẽ vtroq3 modo incommensurabiles:est enim.l.ad.x.sicut.k.ad.u.eo ꝙ ex.f.in. k.⁊ u.fiunt.l.⁊.x.sunt autem.k.⁊.u.vtroq3 modo incommensurabiles.Si nantẽ accidet.d.⁊.h.esse commensurabiles quod est inconueniens: q.vero ⁊.x.ꝙ sint quoq3 incommensurabiles potentia ⁊ longitudine ex eo patet ꝙ ẽ.q.ad.x.sicut.p. ad.u.

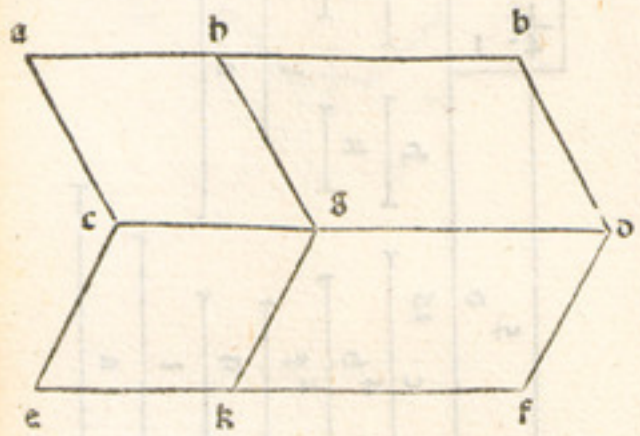
constat autē q.p.⁊.u.sunt incōmensurabiles.nam si nō erunt.n.⁊.c. cōmensurabiles.ideoq;.m.⁊.s.sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine ⁊ in potentia incommensurabiles ⁊ ideo diffinitiōe ⁊ specie differētes produci ex linea.a.rōnali in potentia tantū. Restat aūt nunc ostendere q̄ quecūq; irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄z in potentia que a quali libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratuz prioris nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt̄: hoc quoq; sic constat. Sint.a.⁊.b.rōnales in potentia tm̄ siue tetragonica latera duaruz superficierum dictarum a numeris non quadratis.sitq; ut illi numeri nō sint i ꝓportione aliquorum numerorum quadratoruz: linee quoq; que procedunt hac via ab.a.sunt.c.d.e.⁊ a.b.procedant.f.g.h.dico q̄ nulla ex lineis.c.d.e.communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h.cum enim sint.c.⁊.f.tetragonica latera.a.⁊.b.at.d.⁊.g.tetragonica latera. c.⁊.f.⁊.e. ⁊.h. tetragonica.d ⁊ g.nō est possibile vt aliqua ex.c.d.e.cōicet cum sua cōpari ex.f.g.h.vl̄ longitudine vel potētia. Si enim alterutro modo cōmunicet.e.cum.h.sequitur ut.d.cōmunicet cum.g.⁊.c.cum.f.quare ⁊.a.cum.b.etiam in longitudine quod est cōtra ypothesim. Vniuersaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroq; modo incommensurabilem cuilibet istarū. Dato nanq; q̄.d.communicet cum. h. etiam i potentia tantum.sequitur ut.c.quoq; cōicet cum.g.⁊.a.cum.f.quod nō ē possibile. Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄z latus superficiei denominate a latere priori.vnde tetragonicum latus linee.a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea.a.talis autem superficies est quā continet linea.a.⁊ linea rōnalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet linee.sit linea.a.cuius tetragonicū lat⁹ volo inuenire.b.vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitate ⁊ ipsa est minima omnium linearum rōnalium numeratarum ab integris medio loco proportionalis inter eas.sit.c.est igitur p.16.sexti.c.tetragonicum latus.a.idem enim fit ex.a. in.b.⁊ ex.c.in se. At vero ex.a.in.b.fit supficies dicta ab.a. Quicquid enim a quo libet in vnum ducto producitur ab eo q̄ vnum multiplicat denominatur. Et nota q̄ cum.c.fuerit latus teteragonicum linee.a.indifferenter contingit lineam.c. esse maiorem linea.a.⁊ minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus: incipit liber Vndecimus.



Corpus est q̄ longitudinem ⁊ latitudinem ⁊ altitudinē habet cui⁹ termini sunt supficies Linea erecta supra supficiē ē que cū singulis sibi ꝓterminalibus lineis in ea supficie expās is angulos rectos facit.linea aūt hec supra eā superficiē perpendicularis esse ⁊ ad eādē orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligat̄ cui linea.a.b.exurgere supra planū: ita q̄ pūctus.a.imaginet̄ i aere ⁊.b.in plano ⁊ a pūcto b.ducant̄ plures linee in eodem plano ut.b.c. b.d.⁊ quotlibz alie. Si igit̄ ita fuerit q̄ linea .a.b.cū linea b.c.⁊ cū linea.b.d.⁊ cū qualibet alia linea ꝓtracta a puncto.b.i plano illo angulū





rectũ cõtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illã superficiẽ in qua ꝓtracte sũt hee linee videlicet.b.c.ꝛ.b.d.ꝛ alie cũ quibus ipsa ponit̃ continere angulũ rectũ.

¶ Superficies autẽ erecta sup̃ supficiẽ est quotiẽs puncto vno eodem linee que est cõmunis terminus illaꝝ supficieꝝ due perpendiculares cõterminales supstant que rectũ cõtinentes angulũ in eisdẽ supficie/bus site sunt. ¶ Verbi grã imaginemur supficiẽ.a.b.c.d.exurgere supficiẽ vero.c d.e.f. iacere: ꝛ intelligamus lineam .c. d.esse communem terminum ambarum in ea itaqꝫ signet̃ punctus.g.a quo ad lineã.c.d .extrahant̃ due linee perpendicu/lares vna vidꝫ i superficie.c.d.e.f .que sit.g.k:ꝛ alia i supficie.a.b.c.d.que sit.g.h si igitur angulus quẽ continent hee due linee perpendiculares videlicet.g.h.ꝛ.g.k. erit rectus supficies.a.b.c.d.dicitur orthogonaliter erecta super supficiẽ.c.d.e.f.

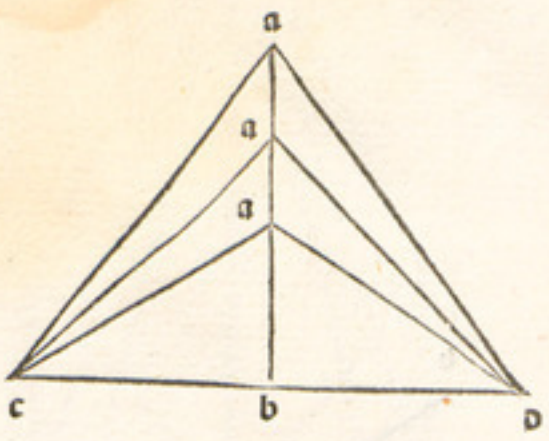
¶ Superficies equidistãtes sunt que in vtrãlibꝫ partem protracte nõ concurrent et si in infinitum producantur. ¶ Intellectum est quod dicit̃. Scire tamẽ debes ꝙ omnes plane supficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnẽ partẽ ꝓtracte cõcurrent alicubi ꝛ super rectã lineã se secabunt lineas autẽ rectas nõ ẽ necessariũ vt̃ eẽ equidistantes vel in vtrãqꝫ ptẽꝫ protractas concurrere Quippe que in eadẽ supficie nõ sunt nec equidistant ab inuicẽ nec tñ quantũlibet protracte cõcurrent. ¶ Equa corpora sunt atqꝫ similia quoꝝ termina les superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sunt at qꝫ similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero equalibus continentur. ¶ Si has duas diffinitiones de corporibus equa/libus ꝛ similib⁹ nõ intelligis ad diffinitionẽ similium superficieꝝ posita in princi/pio sexti recurre. ¶ Corpus seratile dicitur qõ quiqꝫ superficiebus qua/rum tres paralellograme sunt due vero triangule continentur.

¶ Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectũ vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ꝛ equidistanti suppositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit. ¶ Spera est transitus arcus circũferentie dimidij circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaqꝫ di ametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

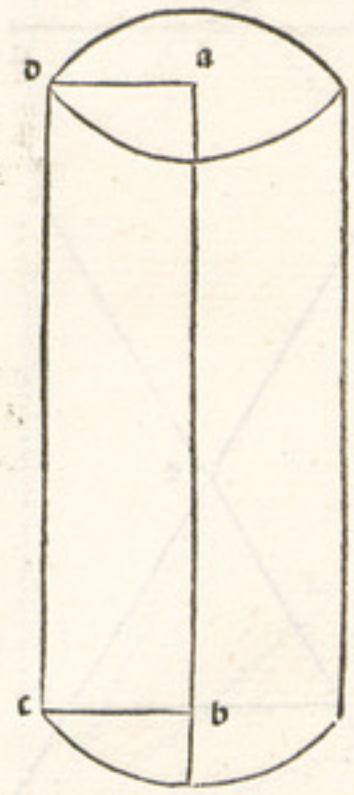
¶ Super quãlibet lineã semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota re uolutione circũducatur corpus quod describitur spera nominat̃ cuius centrũ con/stat esse centrum semicirculi circũducti. ¶ Piramis laterata est figura cor/porea quã cõtinent superficies ab vna quaꝝ relique sunt ad vnũ op/positum punctũ sursum erecte. ¶ In omni laterata piramide cuncte supfici/es ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctũ subleuãtur qui conus pirami/dis dicitur suntqꝫ omnes hee laterales supficies triangule:basis vero frequẽter nõ est triangula. ¶ Piramis rotunda est figura solida:estqꝫ transitus tri anguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum contineẽ tium fixo ꝛ donec vsqꝫ ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circũducto. Si autem latus fixum lateri circũducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero brem⁹ obtusiangula erit. Axis aũt ipsi⁹ figure ẽ latus fixũ. Basisqꝫ sua cir/culus Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

¶ Sit trigonus.a.b.c.rectũ angulũ habens qui sit.b.figaturqꝫ alteꝝ duoꝝ laterũ ambiẽtiũ rectũ angulũ.b.sitqꝫ latus .d figit̃.a.b.quo fixo circũducat̃ trigon⁹ quo/

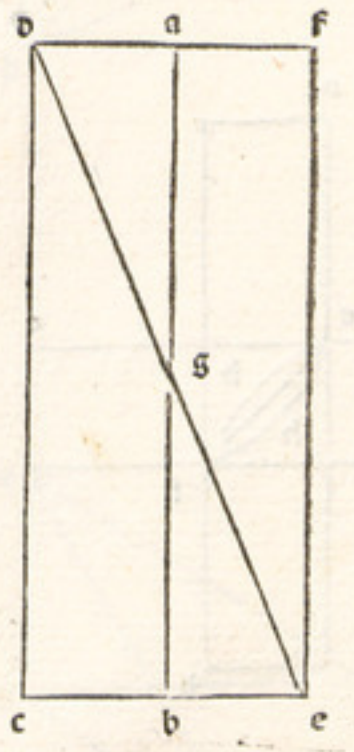
usq3 ad locũ vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellat: cui⁹ tres sũt dñe. Alia eni est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidẽ ẽ qñ latus.a.b.lateri.b.c.fuerit equale. Esto eni ut linea.b.c.cũ rotatu trigoni puenerit ad situ lineę.b.d.ita q̃ punct⁹.c.cadat sup̃ pũctũ.d.fiatq3 linea vna.hoc ẽ vt ipsa tunc p̃iungat situi a quo moueri cepit scõm rectitudinẽ: eritq3 linea hic q̃si.b.c.d.ꝛ qꝛ ex.32.p̃mi ꝛ.5.ciusdẽ angulus .c.a.b.ẽ medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus.ideoq3 piramis hec dicitur rectangula. Si autẽ latus.a.b.sit longius latere.b.c.erit acutianguli: erit eni tunc ex.32.primi ꝛ.19.ciusdẽ angulus.c.a.b.minoꝛ medietate recti. ideoq3 totus angulus.c.a.d.ẽ mioꝛ recto ꝛ acutus: quare piramis acutiangula. Qd̃ si latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.d.maioꝛ medietati recti ex.32.primi et 19.ciusdẽ ꝛ totus.c.a.d.qui ẽ duplus ad ipsũ.c.a.b.maioꝛ recto ꝛ obtusus. igitur ꝛ piramis cõuenienter tũc dicit obtusiangula. Axis autẽ huius piramidis dicit linea.a.b. basis vero eius circulus quẽ describit linea.c.b.super centꝛ.b.dicit quoq3 hec piramis columne rotunde illi⁹ videlicet quã motu suo desciberet palellogrammum p̃ueniens ex.a.b.ꝛ.b.c.latere.a.b.manente fixo.



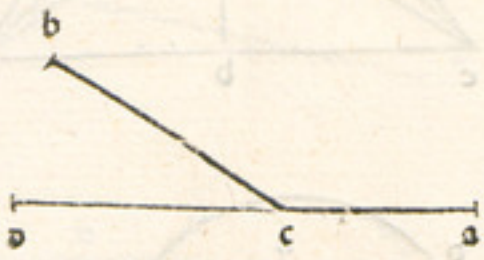
¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus ꝛ crassitudine idest altitudine equales est transitus paralellogrami rectanguli latere rectũ angulum continente fixo ipsaq3 sup̃ficies donec ad locũ suũ redeat circunducta diciturq3 hec figura columna rotũda. Columne itaq3 rotunde atq3 spere circuliq3 vnũ atq3 idẽ est centrũ. ¶ Sit palellogramũ rectangulũ.a.b.c.d.figuratq3 latus.a.b.ꝛ eo fixo totũ palellogramũ quousq3 ad locũ suũ cadat vel redeat circũducat: corporea ergo figura huius palellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus.b.alter vero est quem motu suo designat linea.d. a.ꝛ eius centrum est punctus.a. Axis autem.huius columne dicitur linea.a.b.que manet fixa in motu palellogrami. Qd̃ si imaginati fuerimus paralellogram m.a.b .c.d.cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.e .f.conuungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totũ sit vnũ palellogramũ.d.c.e.f.ꝛ protraximus in eo diametrũ. d.e. erit quoq3 diameter .d. e.diameter colũne. Qd̃ autẽ dicit columne ꝛ spere ꝛ circuli idem esse centrũ: intelligi dꝛ cũ hoꝝ vna ẽ eadẽq3 diameter. Verbi grã diximus eni q̃. d.e.ẽ diameter istius colũne Sperã igit atq3 circulũ quoꝝ diameter est linea.d.e. necesse est idẽ centꝝ habere cũ centro p̃posite colũne. Sit eni vt linea. d.e.secet lineam a.b.in puncto.g.eritq3 .g.centꝝ columne: diuidit eni axem colũne p̃ equalia ꝛ diametꝝ colũne p̃ equalia qd̃ pꝛ p.25.primi nam anguli qui sunt.a.d.g. sunt equales ex.15.primi ꝛ anguli qui sunt ad.a.ꝛ.b.recti ex ypothesi: linea quoq3.a.d.ẽ equalis lineę.b.e.itaq3.d.g.est equalis.e.g.ꝛ.a.g.equalis.g.b.cunq3 anguli.c.ꝛ. f.sunt recti si super punctũ.g.scõm spaciũ.d.g.ac super lineã.d.e.circulus describat trãsibit ex cõuersa prime ptis.30.tertij per puncta.c.ꝛ.f.itaq3 punctum.g. est centrũ circuli cuius diameter est diameter columne.ideoq3 ꝛ spere: quare manifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq3 columne rotunde speram esse circũscriptibiles. Sicq3 patet q̃ voluit istud theoreuma.



¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̃3 duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem



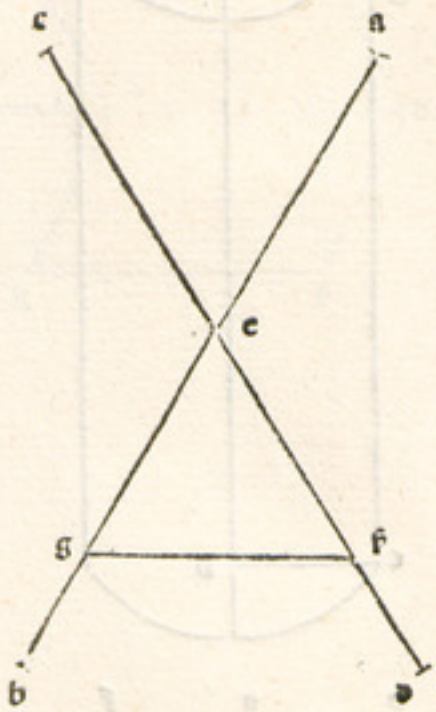
conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoqz planos solidũ angulum continentes in eadẽ superficie nõ conuenit esse sitos sed in diuersis quẽadmodũ duas rectas lineas planũ perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secũdũ sitũ rectitudinis applicari. ¶ Similes sunt figure corporee rotũde siue sit colũne siue earũ piramides quarẽ axes diametris suarũ basiũ sunt proportionales. ¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius earẽ ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.



Propositio .1.

Linee recte partem esse in plano ⁊ partem in sublimi ẽ impossibile.

¶ Sit linea.a.b..recta.dico q̃ non est possibile ut pars eius sit in plano ⁊ pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eiꝰ que est.a c.sita.in plano ⁊ pars eius que ẽ.c.b. in sublimi posita ⁊ protrahat directe.a.c.in plano in quo ipsa sita est vsqz ad.d.critqz vt vni eidemqz linee que est linea.a.c.due linee penitꝰ diuerse que sũt linee.c.b.⁊.c.d.ex eadẽ parte directe adijciant qõ est ipossibile:ex.13.primi.



Propositio .2.

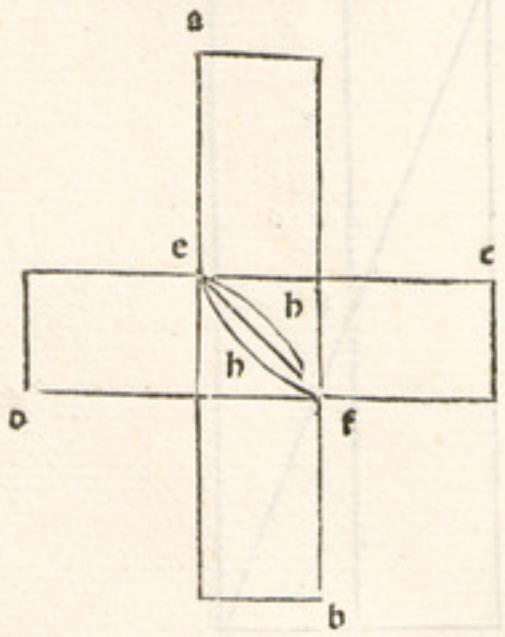
Omnes linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omneiqz triangulus in vna supficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes in puncto.e.dico eas esse in superficie vna ⁊ omnẽ triangulũ dico esse in superficie vna totũ.signetur enim punctus.f.in linea.c.d.⁊ punctũ.g.in linea.a.b.⁊ ducat linea.f.g. Quia igitur impossibile est ptez trianguli.e.f.g.esse in plano ⁊ ptem i sublimi quin etiam suarum terminaliũ linearẽ vnius aut plurium pars similiter sit in plano.⁊ pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam erit quoqz impossibile de triangulo.itaqz totus triangulus.e.f.g. est in superficie vna. Ex hac igitur secũda parte ⁊ premissa cõstat prima ps huius secunde propositionis.

Propositio .3.

Omnium duarum superficierẽ se inuicẽ secantiũ cõmunis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige ⁊ verum erit qõ dicitur. Sint itaqz due superficies plane.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes dico q̃ earũz cõmunis sectio erit linea recta. Esto enim duo pũcta.e.⁊.f.termini cõmunis sectionis earẽ que cõtinuent per lineã rectã que sit.e.f.si igitur linea.e.f.est in vtraqz duarẽ supficierẽ.a.b.⁊.c.d.ꝓstat ꝓpositũ:at vero si in neutra aut si nõ in altera:cũ ambo puncta.e.⁊.f.sint in vtraqz supficierẽ.a.b.⁊.c.d .in ea superficie in qua ipsa nõ fuerit protrahat linea recta que sit.e.b.f.erũt igit due recte linee.ef.⁊.e.b.f.hãtes duos terminos cões qõ ẽ ipossibile.sic enim due recte linee includerẽt superficiẽ qõ ẽ ꝑ petitionẽ vltimã ꝑmi libri.



Propositio .4.

Si fuerit linea orthogonaliter ab inscisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiẽ perpendicularis erit.

¶ Sit linea.a.b. orthogonaliter erecta super inscisionẽ duarẽ linearũ

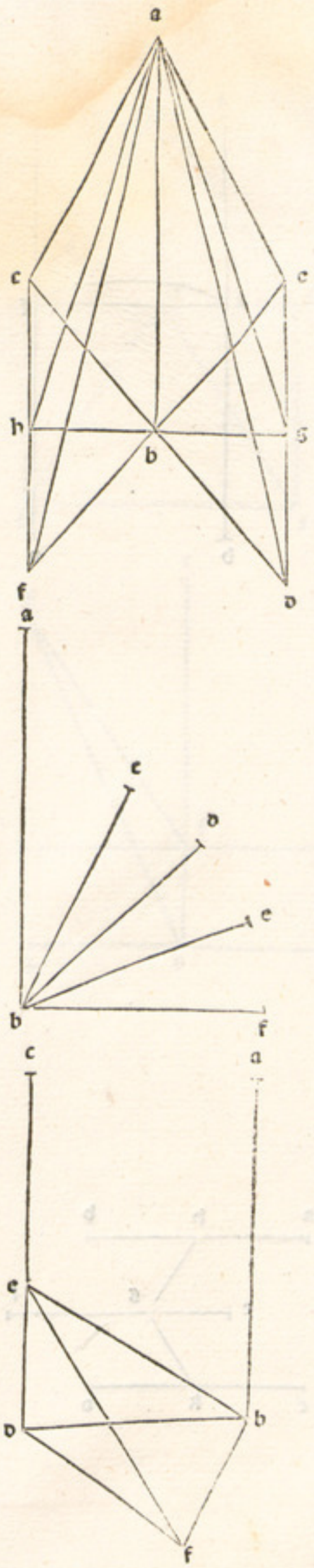
c.d.⁊.e.f.secātiū se in puncto.b.de quibus ꝓstat p antepremissā q̄ ipse sunt site in vna superficie dico q̄ linea.a.b.ꝑpendicularis ē ad ipsaꝝ supficiē. Sint enī.c.b .⁊ b.d.equales at vero.f.b.⁊.b.e.equales ⁊ ꝓtrahantur lineē.e.d.⁊.c.f.que erūt equales per.4.primi ⁊ equidistantes p.27.eiusdē. Signato itaq̄ puncto aliquo i linea e.d.qui sit.g.ducatur linea.g.b.b.eritq̄ ex.26.primi .e.g. equalis.f.b. igitur a puncto a.vel quouis puncto lineē.a.b.demittantur ypothenusaliter lineē.a.c.ad.a.e.a.f.a. g.a.b.eritq̄ ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.⁊.a.c.eq̄lis.a.f. Itē p.8.eiusdē eq̄lis erit angulus.a.c.d.eq̄lis āgulo.a.f.c.ergo per.4.ipsi⁹ erit.a.g.eq̄lis.a.b. ⁊ ideoq̄ p.8. eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.b.quare ex diffinitione vteraq̄ ē rectus ⁊ linea.a.b.ꝑpendicularis ad lineā.g.b. Simili quoq̄ mō ꝓbabis cādē esse ꝑpendicularē ad oēs lineas ꝓtractas a puncto.b.in supficie duaꝝ lineaꝝ.c.d.⁊.e. f.igitur ex dione constat lineā.a.b.eē ꝑpendicularē ad supficiē i qua site sūt due lineē c.d.⁊.e.f.seinuicē secātes qd ē ꝓpositū.

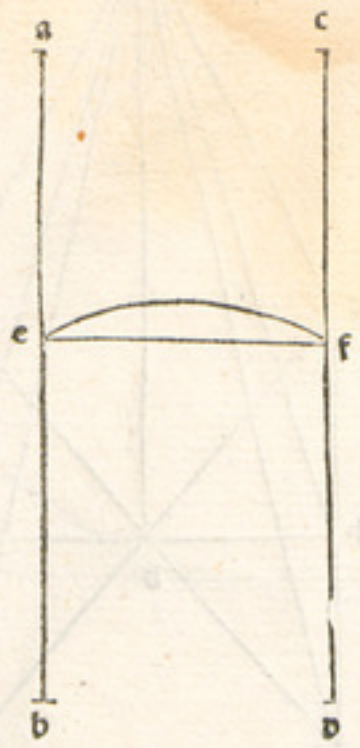
Propositio .5.

Si super tres lineas cōterminales cōi eaꝝ termino erecta linea quedā orthogonaliter insistat eedē tres lineē i vna superficie site erunt. Sit linea.a.b orthogonaliter erecta super cōem terminū triū lineaꝝ.b.c.b.d.b.e.angulariter se cōtingentiū in puncto.b.quaꝝ nulla alij directe applicetur qd idem ē ac seinuicem secent in puncto.b. protracte enī se secabunt dico q̄ tres lineē.b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site. Constat autē de quibusq̄ caꝝ duab⁹ q̄ ipse sunt in vna superficie site per secāam hui⁹ vel p primā ptē.2 .hui⁹.si igitur linea.b.d.nō fuerit in supficie duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊ b.e.sed ille duo i plano:hoc autē in sublimi:erit vt hec superficies in qua site sunt due lineē.a.b.⁊.b.d.si protrahatur ⁊ p illud qd notū est sup quartā secet illā in qua site sunt.b.c.⁊.b.e.eritq̄ per.3.huius cōis caꝝ sectio linea recta ⁊ ipsa sit.b.f.qr igitur ex premissa linea.a.b.ē ꝑpendicularis ad superficiē duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.b.e.sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpēdicularis ad lineā b.f.quare angulus.a.b.f.est rectus cumq̄ etiā angulus.a.b.d.sit rectus ex ypothesi.sequitur ipossibile videlicet ptē suo toti eē equalē.

Propositio .6.

Si fuerint duē lineē super vnā supficiē ꝑpendiculares eas eq̄distātes eē necesse est. Sint duē lineē.a.b.⁊.c.d.ꝑpendiculares ad vnā superficiē dico eas esse equidistantes:protrahat enim linea.b.d.eruntq̄ ex dione duo anguli.a.b.d.⁊.c.d.b.recti.si igitur duē lineē.a.b.⁊.c.d.sint in superficie vna ipse sunt equidistantes p secāam partē.28.primi:ipsas autem esse in superficie vna sic collige:a puncto.b. super lineam.b.d.in plano cui perpendiculariter insistunt.a.b.⁊.c.d.ꝓtrahe orthogonaliter lineam.b.f.⁊ ex linea.c.d.sume.d.e.equalem.b.f.⁊ protrahe lineas.e.b.⁊.e. f.erunt igitur duo latera.e.d.⁊.d.b.trianguli.e.d.b.equalia duob⁹ lateribus. f.b.⁊ d.b.trianguli.f.d.b.⁊ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.d.b.cū vteraq̄ sit rect⁹. itaq̄ per quartā primi linea.b.e.ē equalis lineē.d.f.itēq̄ cū duo latera.e.b.⁊.b. f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.⁊.d.e.trianguli.f.d.e.⁊ basis.e.f. cōis erit p.8.primi angulus.e.b.f.equalis angulo.f.d.e. cū vteraq̄ sit rect⁹ :qr igitur angul⁹.f.d.e.ē rect⁹ a dione erit etiā angul⁹.e.b.f.rect⁹:itaq̄ linea.f.b. ꝑpēdiculariter ē erecta sup cōem terminū triū lineaꝝ.b.a.b.d.b.e.se ꝓtingētiū angulariter i puncto.b.q̄re p p̄missā ipse sūt i supficie vna:cū igitur ex p̄ma parte h⁹ secāe linea.e.d





sit in eadem superficie. cum vtraq3 linearum.e.b.7.b.d.sequitur.a.b.7.c .d.esse ī superficie vna: Constat ergo propositum.

Propositio .7.

Si in duabus lineis equidistantibus duob9 punctis signatis ab altero ad alterū recta linea ducat̄: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoq3 in eandem sitam eē necessario comprobatur.

Sint due linee. a.b .7. c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitiōnem q̄ ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.7.f.7 producatur linea recta.e. f.dico itaq3 lineam.e .f.esse sitam in superficie linearum.a.b.7.c.d. Sin autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens q̄ superficies si protrahatur secabit necessario superficiē in qua site sunt due linee.a. b.7.c.d.eritq3 per.3.huius cōmunis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile.sic enī due recte linee cōcluderent superficiem.

Propositio .8.

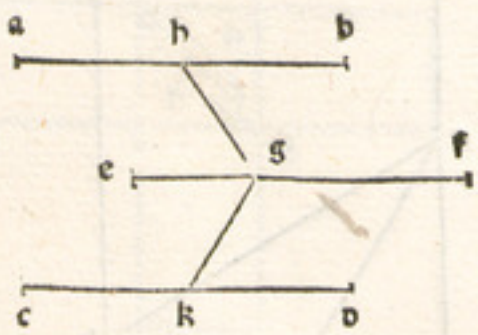
Si in idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq3 ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b.7.c.d.equidistantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super superficiē quālibet: dico reliquā earum que est.a.b.esse perpendicularem ad eandē superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio que in sexta: eritq3 vt ibi vterq3 duoꝝ angulorꝝ.f.d.b.7. f.b.c.rectus: primus quidem per positionem.secūdus autē per .8.primi: quare p.4.hui9 linea.f.b.ē ppendiculariter erecta super supficiem ī qua sunt due linee.b.d.7.b.e.cūq3 per premissā due linee.a.b.7.c.d.sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.7.b.e.sequitur lineā.f.b.esse ppēdiculariter erectā supra superficiē in qua est linea.b.a.a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus 7 q2 etiam angulus.d.b.a.est rectus per vltimā partē.29.primi: sequitur per quartam huius lineam.a.b.esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.7.b.f.quare constat propositum.

Propositio .9.

Si due linee vni non in vna superficie equidistāt eas quoq3 sibi inuicem equidistare necesse est.

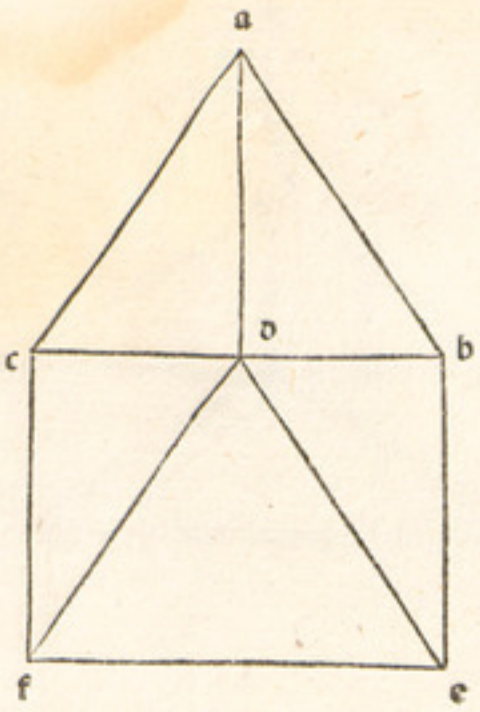
Sit vtraq3 duarum linearum.a.b.7.c.d.equidistās linee.e .f. nec sint omnes in superficie vna: dico q̄ eedem quoq3 sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidē que sunt omnes in supficie vna probatū est per.30.primi: at vero de his que in vna supficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursū erecta ī sublimi. restat hoc loco probandū. signetur itaq3 in ea pūctus.g.a quo educantur due perpēdiculares ad duas lineas .a.b.7.c.d.que sint.g b.7.g.k.eritq3 per.4.huius linea.e.f.perpendicularis ad superficiē videlicet illam in qua sunt site due linee.g.b.7.g.k. itaq3 per premissā bis assumptā vtraq3 illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.7.c.d. ppendicularis ē ad eandē supficiē videlicet ad illā in qua site sunt dicte due linee.g. b.7.g.k.p sextā hui9 igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qd̄ est propositū.



Propositio .10.

Si due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cōtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nō aūt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

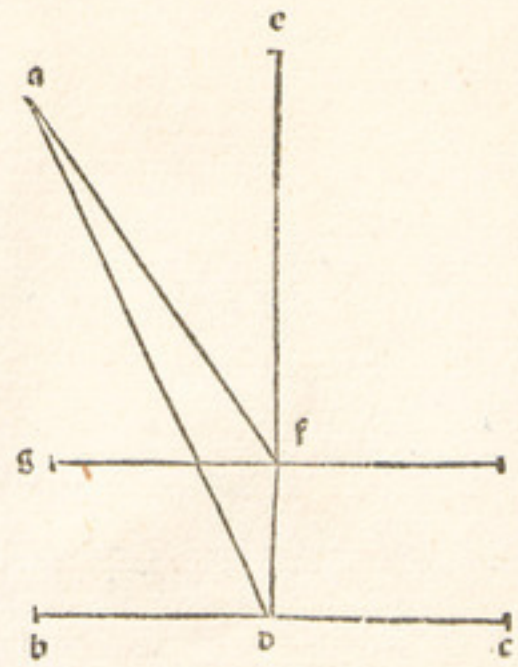
Sint due linee: a.b. ⁊ a.c. se angulariter contingentes in puncto.a equidistantes alijs duabus que sunt.d.c. ⁊ d.f. se quoqz angulariter contingentibus in puncto.d.nec sint cum eis i superficie vna: dico angulū.a. esse equalē angulo.d. Esto enī linea.d.c. equalis linee.a.b. cui ipsa posita est esse equidistans. ⁊ d.f. equalis.a.c. cui etiā ipsa equidistare ponit ⁊ ducant linee.d.a. ⁊ c.b. ⁊ f.c. eritqz ex.33.primi bis assumpta vtraqz duaꝝ linearꝝ.b.c. ⁊ e.f. equalis ⁊ equidistans linee.a.d. per conceptionē igitur ⁊ premissam eedē sunt equales ⁊ equidistantes sibi inuicem. ⁊ itaqz per.33.primi denuo repetitā due linee.b.c. ⁊ e.f. sunt etiā equales ⁊ equidistātes: igit per.8. primi cōstat ꝓpositū.



Propositio .11.

Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

Sit punctus.a. sursum in aere a quo volumus ad superficiē subiacentem perpendicularem ducere: ducat igitur in plano illo: linea.b.c vtcūqz cōtigerit ad quā ab ipso puncto.a. ducat perpēdicularis.a.d scōm doctrinā.12.primi rursusqz a puncto.d. in plano illo ad qō ducenda est perpendicularis a puncto.a. extrahat linea.d.e. que sit perpendicularis ad lineā .b.c vt docet.11.primi. Ad hanc quoqz lineā.d.e. ducat alia linea perpēdicularis a puncto.a. que sit.a.f. hanc dico esse eā quā intēdimꝰ. Sit enī linea.f.g. equidistās linee b.c. ⁊ qꝛ vterqz duoꝝ angulorꝝ.b.d.a. ⁊ b.d.f. est rectus: erit ex quarta huiꝰ linea b.d. perpendicularis ad supficiē in qua est triangulus.a.d.f. idcoqz etiā p.8. huiꝰ erit linea.g.f. ꝑpendicularis ad candē superficiē: igit a diffinitione erit angulus.g f.a. rectus: cūqz etiā angulus.d.f.a. sit rectus: sequit ex quarta huius lineā.a.f. esse ꝑpendicularē ad superficiem in qua sunt due linee.d.f. ⁊ f.g. qō est propositum

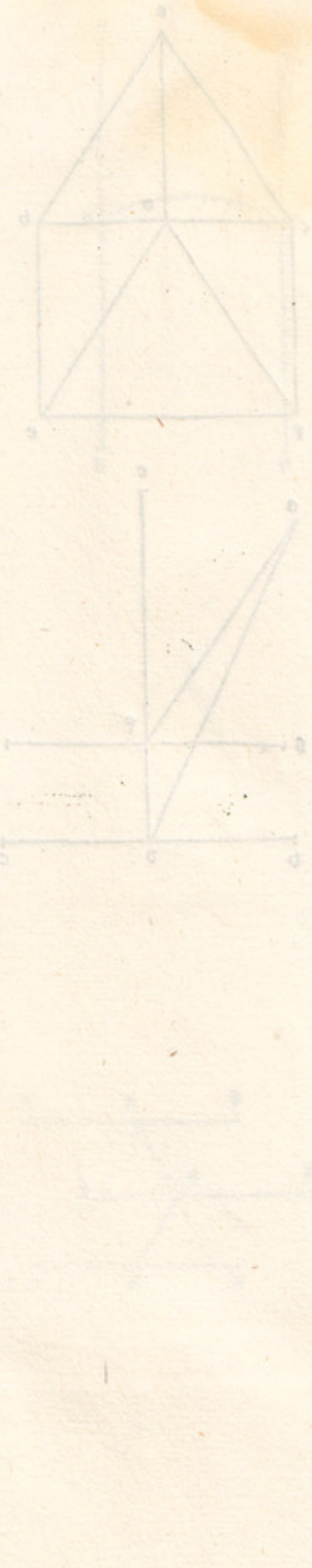


Propositio .12.

Superficie ꝑposita punctoqz in ea assignato ab eo puncto ad datam supficiē lineā orthogonaliter erigere. Cū a puncto quolibet in superficie ꝑposita assignato ꝑpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad candē supficiē ꝑpēdicularē quēadmodō ꝑmissa docuit demittere que si i assignatū punctū ceciderit ipsa ē quā queris. Sin aūt ab ipsa assignato pūcto ad demissā perpendicularē equidistantem ducito: eā qz per.8.huius probabis ēē quam queris.

Propositio .13.

Duas lineas super pūctū vnū ad supficiē vnā orthogonaliter isistere ē ipossibileē. Si enī possibile ē vt due linee vni eidē qz supficiei sup punctū vnū ꝑpendiculariter insistāt supficies i q̄ ipse ꝑpendiculares site sūt itelligat ꝓduci quousqz secet supficiē cui dicte linee ꝑpendiculariter isistūt eritqz per.3.huiꝰ cōmunis eaꝝ sectio linea recta: ⁊ qꝛ ex diffinitione vtraqz illaꝝ duarū perpendiculariū cū cōmuni sectione cōtinet angulum rectū sequitur ut angulus rectꝰ sit ꝑs anguli recti qō est impossibile. Quēadmodū aūt demonstratū est impossibile esse ab vno eodem puncto extra supficiem



duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodemq3 puncto extra superficiem signato ad eandē superficiem protractas ad ipsā esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex.6.huius qd est impossibile ex diffinitione linearū equidistantium. Constat igitur ex hac ꝙ si aliqua superficies plana aliā planā superficiem orthogonaliter secet ⁊ ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in cōmuni earū sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad cōmunē earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet.12.primi ⁊ a puncto i quo incidit cū cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandē cōmunē sectionē in superficie secta educatur ut docet.11.primi: eritq3 ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendiculares rectus: quare per quartā huius prima harū duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiā ad superficiē sectā. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandē superficiem quod est impossibile: relinquitur itaq3 propositum nostrum.

Propositio .14.

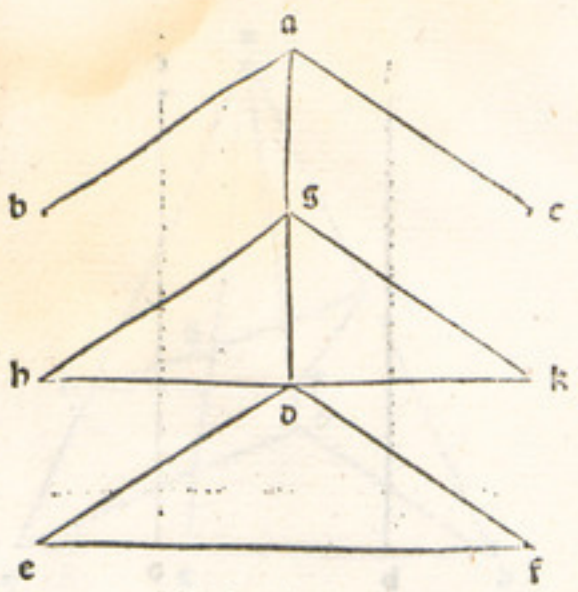
Si linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiā in infinitū i quācunq3 partem protrahantur nunquā concurrēt.

Posita enī linea vna duabus superficieb9 orthogonaliter insistere si possibile ē supficies illas cōcurrere in earū cōi sectione que per.3.huius erit linea recta: punctusq3 quocunq3 modo signet a quo due linee in illis duabus supficieb9 ad lineā illā que ipsis ꝓpendiculariter supstat ꝓtrahat: eritq3 constitutus triangulus ex his duab9 lineis ⁊ perpēdiculari hui9 itaq3 trianguli vterq3 duorū angulorū qui superpendicularē cōsistūt ē recti9 vt p3 ex dione linee supra supficiē ꝓpendiculariter stantis hoc aūt ē ipossibile per.32.primi.

Econuerso quoq3 videlicet si super duas superficies equidistātes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq3 perpendicularis erit ad reliquum. Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earū ꝓpendiculariter superstat: dico ꝙ eadem linea reliquę superficiei ꝓpendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrātē eritq3 cōis sectio huius supficici secātis ⁊ alteri9 sectarū videlicet illi9 cui linea penetrās ponit ꝓpendiculariter insistere cōtinēs angulū rectum cū ipsa linea penetrāte ex dione linee ꝓpēdicularis ad supficiē: si igit alia cōis sectio ipsi9 supficiei secātis ⁊ reliq duarū sectarū cū eadē linea penetrāte nō ꝓtineat angulū rectū erit ex vltima petitione pimi vt ille due cōes sectiōes i alterutrā ptē protracte necessario ꝓcurrāt quare ⁊ supficies que posite sūt equidistantes necessario ꝓcurrēt. ⁊ qr hoc ē ipossibile erit ille angul9 rect9 codēq3 modo erit de qualib3 alia supficie casdē supficies eqdistātes secāte sup eandē lineā: igit ex ārta b9 ⁊ ex ista.14. constat verū ēē qd dixim9.

Propositio .15

Si fuerint due linee se continentes angulariter equidistantes alijs duabus se contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis contente due superficies in nulla parte quantūcunq3 producantur possunt concurrere.



¶ Sint due linee.a.b.⁊.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a. equidistantes duabus lineis.d.e.⁊.d.f.se angulariter contingentibus in puncto.d. ⁊ nõ sint in superficie vna: dico eax superficies i quãcũq; ptẽ ⁊ quãtũcũq; protrahant nunq; concurrere: protrabatur ⁊ eni a puncto.d. put docet.5.huius perpendicularis ad superficiẽ duax lineax.a.b.⁊.a.c.sitq;.d.g.⁊ a puncto.g.ducatur.g.h.equidistãs.a.b.⁊.g.k.equidistans.a.c.eritq; ex diffinitione vterq; duox angulorum.d.g.h.d.g.k.rectus ⁊ per.9.erit linea.d.f.equidistans linee.g.k.⁊ linee.d.e.equidistans linee.g.h.quare p vltimã ptem.29.primi vterq; duox angulorum.e.d.g.f.d.g.erit rectus: ideoq; per quartã huius linea.d.g.erit ppendicularis ad supficiem duax lineax.d.e.⁊.d.f.cunq; ipsa eadem sit etiã ex ypothesi perpendicularis ad superficiẽ duarum linearum.a.b.⁊.a.c.igitur ex premissa liquet quod ẽ ppositum

Propositio .16.

Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cõmunes eax sectiones equidistantes erunt.

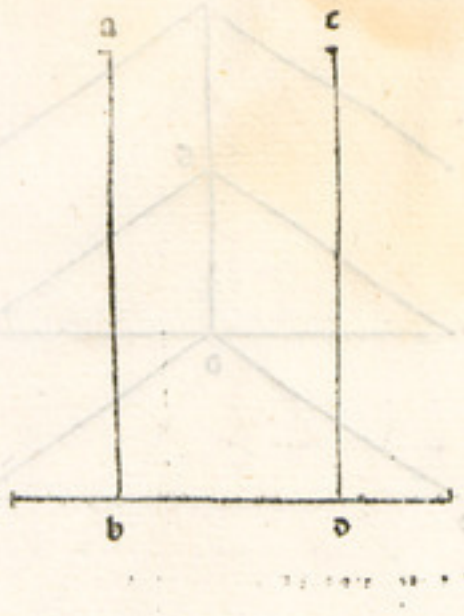
¶ Constat equidem ex tertia q̃ vna superficie quascũq; duas superficies equidistantes secante cõmunes earum sectiones erunt due lineе recte: que cũ sint ambe site in superficie secante. si ipse nõ fuerit equidistantes ponantur ad quotlibet vnum punctum concurrere: erit itaq; vt vnꝰ atq; idẽ punctus sit in vtraq; illax duax sectionũ cõmunium cuiq; vna illax communiũ sectionũ sit in vna duax supficiex sectax ⁊ reliqua in altera. sequit supficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erũt igitur cões earum sectiones equidistantes quod est propositũ. ¶ Ex hac ⁊ premissa potes elicere conclusionẽ vnã similem.30.primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicẽ equidistantes. Positis eni tribus superficiebus quarum vtraq; duax extremarũ equidistet medie dico q̃ necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. secentur omnes illi tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus: erũtq; ex hac.16.cõmunes sectiones duax extremax superficiex equidistantes sectionibus medie: quare ex.30 primi ipsi etiã sectiones duax extremax superficiex erant equidistantes adinuicẽ. Et quia ipse contingunt se in cõmuni sectione duax superficiex tres positas superficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.

Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas ꝛcinuicem contingentes vel equidistantes secẽt illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶ Intelligant eni due recte linee penetrantes qualitercũq; cõtigerit tres superficies equidistantes aut etiã plures tribus. dico itaq; duas portiones illax linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus supficiebus interceptis. Coniungant enim due extremitates illax duax linear̃ ducta inter eas linea vna diagonalit: eritq; hoc diagonalis cũ vtraq; illarũ duax linear̃ penetrãtiũ supficies ppositas in supficie vna illas equidistantes supficies positas secãte. si ergo hax supficiex cões sectiões q̃ p premissã erũt equidistãtes cogitatõe protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

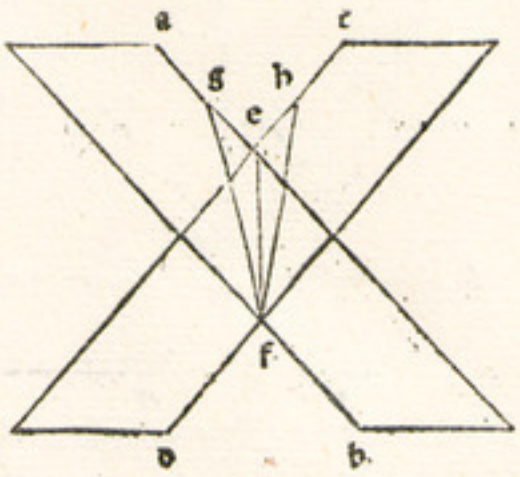
Propositio .18.



Si in superficie assignata orthogonaliter steterit: linea ois superficies a linea illa quorsum libet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

¶ Sit enim linea.a.b.erecta perpendiculariter sup assignatã superficiẽ & a linea.a.b.pducat̃ superficies quorsũ libuerit :quã dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam.cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cõmunis sectio linea recta ex.3.huius.sitq3.b.d.in hac ergo cõmuni sectione signato puncto quolibet qui sit.d.extrahatur ab eo In superficie que producta est a linea.a.b.linea quedã ppendicularis ad lineã .b.d. que sit d.c.critq3 ex secunda pte.28.primi linea.c.d. equidistans:linee. a.b. ideoq3 ex.8. huius linea.c.d.est etiã perpendicularis ad superficiẽ propositã:quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee .b. d.ad ipsam lineam.b.d.in ipsa superficie que producta est a linea.a.b.est perpendicularis ad propositã superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erecte:cõstat vez esse qõ propositũ est.

Propositio .19.



Si due superficies se inuicẽ secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

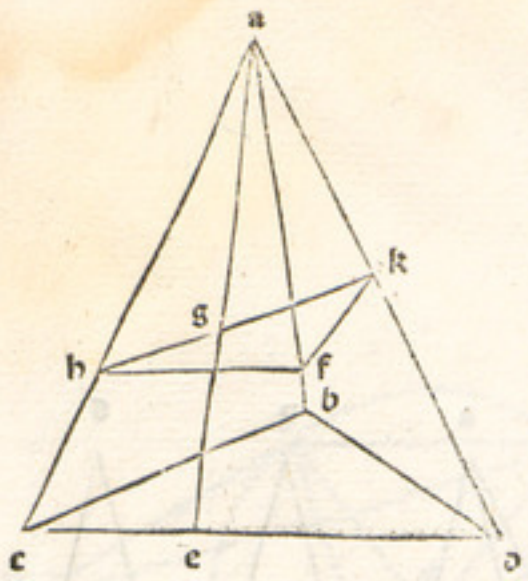
¶ Sint due superficies.a.b.⁊.c.d.se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatã superficiez:sitq3 cõmunis eaz sectio linea recta.e.f.hanc dico esse perpendiculare ad assignatã superficiem.alioquin a puncto f.qui est cõis termin⁹ sectionũ duaz superficiez secantiũ:⁊ tertie supficiei secte pducat̃ vna linea recta que sit.f.g.in superficie.a.b.perpẽdicularis ad supficiẽ assignatã.itẽq3 ab eodẽ pũcto ducat̃ alia perpendicularis ad eandẽ supficiẽ que sita sit in superficie.c.d.⁊ ipsa sit.f.h.eruntq3 due linee.f.g.⁊.f.h.orthogonaliter insistentes super punctũ vnũ ad supficiẽ assignatã:hoc aũt impossibile per. 13.huius Tales aũt lineas posse ptrahi a puncto.f.in vtraq3 duaz superficiez.a .b.⁊. c.d. cũ.e.f.nõ fuerit perpẽdicularis ad assignatã superficiẽ dubitare nõ cõuenit. Intelligat̃ quidẽ linea.f.h.cõis sectio superficiei.a.b.⁊ supficiei assignate ⁊ linea.f.d.superficiei.c.d.⁊ supficiei assignate. Si igit̃ linea.e.f.fuerit ppendicularis ad vtranq3 duaz lineaz.f.h.⁊.f.d.ipsa etiã erit perpendicularis ad supficiẽ assignatã ex q̃rta huius.si aũt ad neutrã sit.f.g.ppendicularis ad.f.h.⁊.f.h.perpendicularis ad.f.d deinde a puncto.f.ptrahe in superficie assignata vnã lineã ppendiculare ad lineã f.h.q̃ ex dione supficiei sup aliã supficiẽ orthogonaliter erecte cũ linea.f.g.ptinebit angulũ rectũ:p quartã igit̃ hui⁹ erit linea.f.g.ppendicularis ad superficiẽ assignatã Eodẽ quoq3 mõ ptracta alia linea a puncto.f.i supficie assignata q̃ sit perpendicularis ad lineã.f.d.sequet̃ ex dione predicta ⁊ ex quarta hui⁹ lineã.f.h.eẽ ppẽdiculare ad supficiẽ assignatã qõ ẽ impossibile p.13.huius. Qõ si ponitur lineã.e.f. esse ppendiculare ad lineã.f.h.sed nõ ad lineã.f.d.sequet̃ modo consimili duas lineas.e.f.⁊.f.h.esse perpendiculares ad superficiem assignatam :qõ nihil minus ẽ impossibile.

Propositio .20.

Si tres anguli supficiales solidũ angulũ ptineãt illoz triũ angulorum quiq3 duo piter accepti reliquo sũt maiores.

¶ Sint tres linee. a.b.a.c.a.d.piramidaliter erecte supra superficiem.b .c .d. continentes tres superficiales angulos ex quib⁹ solidus

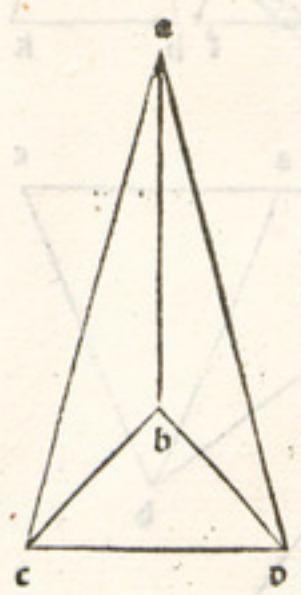
perficitur angulus in puncto.a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialib⁹ angu/
lis solidum angulum in puncto.a.constituentibus pariter acceptos tertio eē maio
res. Si enī bi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem eq̄les:aut si duo tantuz
equales tertio exīte minore vtrolibet duoꝝ equaliuz:ꝓstat ꝑ cōem scientiā verum
esse qd̄ dicitur. Qd̄ si eoꝝ vnus vtrolibet duoꝝ reliquoꝝ maior fuerit siue illi duo
ponant̄ equales siue non equales:adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duo
rū reliquoꝝ pariter acceptoꝝ tertio esse maiorē. Sed ⁊ illos duos minores pariter
acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores:sic collige. esto enim
trium propositorum angulorum superficialium angulis.c.a.d. maior vtrolibet re/
liquorum duoꝝ. Ex ipso ergo abscindam angulum.c.a.d.equalem angulo. b.a.d.
ꝑtracta linea.a.c.⁊ sumā ex hac linea.a.c.lineā.a.g.⁊ ex linea.a.b.lineā.a.f.quas
ponam esse equales ⁊ protraham lineam a puncto.g.qualitercūq; contingat in su
perficie duaꝝ linearuz.a.c.⁊.a.d.quousq; secet.a.c.in puncto.b.⁊.a.d. in puncto
k.⁊ ipsa sit.b.g.k.⁊ producā lineas.f.b.⁊.f.k.cum sit igitur.a.f.equalis .a.g. posi
ta.a.k.cōmuni erit per quartaz primi.f.k.equalis.k.g.⁊ qꝝ ex.20.prime due linee
b.f.⁊.f.k.sunt maiores linea.b.k.erit per cōceptionē.b.f.maior. b.g. ideoq; per
25.primi cū sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.b.maior angulo.b.a.
g.per cōceptionē igitur cōstat duos angulos.b.a.f.f.a.k.pariter acceptos eē ma/
iores angulo.b.a.k.qd̄ erat demonstrandū.

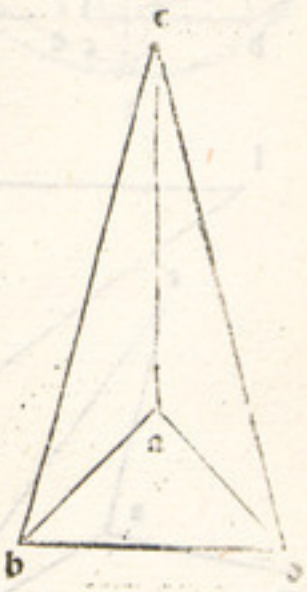


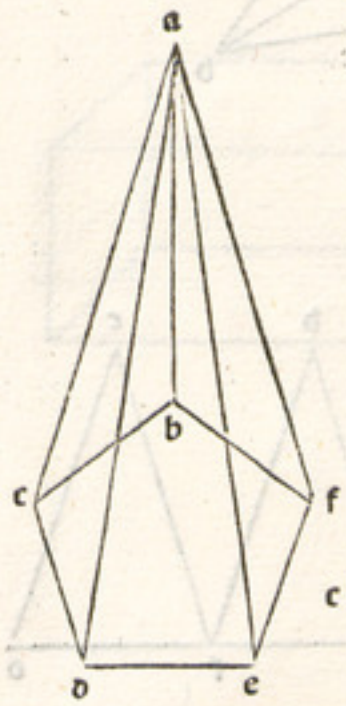
Propositio .21.

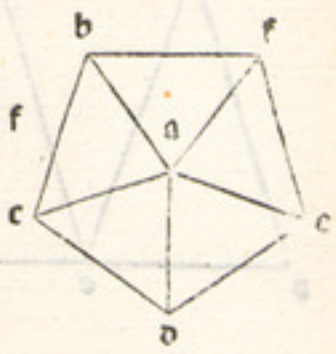
Omnis angulus solidus quatuor rectis ãgulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex angulorꝝ superficialiū ipsū solidū con/
tinentium quantitate determinatur:hac ergo.21.proportiōaliter ꝑ/
ponit̄ quoq; quoslibet supficiales angulos solidū quēlibet cōtinētes
pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit enī triangula piramis
a.b.c.d.cui⁹ supremus angulus cū possit esse quilibet suoꝝ angulorꝝ hic tū sit.a.de
quo dico ꝙ tres supficiales anguli ipsū.a.ꝓtinentes sint minores quatuor rectis.
Constat enī ex.32.primi. 9.angulos triū ťangulorꝝ hanc piramidē circūstantium
⁊ ipsi sunt.a.b.c.a.c.d.a.d.b .esse equales sex angulis rectis:de trib⁹ aūt angulis
basis ei⁹ que ē triãgulus.b.c.d .cōstat quoq; ꝑ eandē ꝙ ipsi sunt equales duobus
rectis.cum igitur sex anguli trium triangulorꝝ predictorꝝ hanc nostram piramidē
de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū:qui inq; sex anguli cum tribus
angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent:sint ex premissa
ter assumpta maiores tribus angulis basis:sequit̄ ipsos sex angulos esse maiores
duobus rectis: ex.nouē.igit̄ angulis trium triangulorꝝ piramidē circūdantiū bis
sex angulis demptis erunt ex cōmuni scia reliqui tres ⁊ ipsi sunt qui constituūt so/
lidū angulū.a.miores.4.rectis. Si aūt angul⁹.a.supmus i assūpta piramide plu/
rib⁹ angulis supficialib⁹quā trib⁹ ꝓtineat̄ qd̄ erit ꝑm multitudinē anglorꝝ sue basis:
cū igit̄ oēs anguli oim triangulorꝝ ipsā piramidē circūdātiū piter accepti sint ex.32
ꝑmi tot rectis angulis eq̄les quāt⁹ ē numer⁹ anglorꝝ sue basis duplicat⁹:eo ꝙ tot ne
cesse ē ēc triangulos piramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis. Lūq; omnes
anguli sue basis sint tot rectis angulis eq̄les quant⁹ ē numer⁹ angulorꝝ suoꝝ dupli/
catus: demptis inde.4.ut in.32.ꝑmi demonstratum est. Cunq; igitur omnes an/









guli triangulorꝫ piramidē circūdātiū qui sup latera basis ipsi⁹ piramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt euidēter constat ex premissa totiēs quot angulos basis habuerit repetita. adhuc necessario sequitur ex cōi scia supficiales angulos solidū angulū. a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquā minores quo oēs anguli trigonorꝫ piramidem circūdantium qui sup latera basis statute piramidis consistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22.

Si tres anguli superficiales quorꝫ quinqꝫ duo pariter accepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsarꝫ linearꝫ equalium terminis subtendēntbus triangulum substitui vel constitui possibile est:

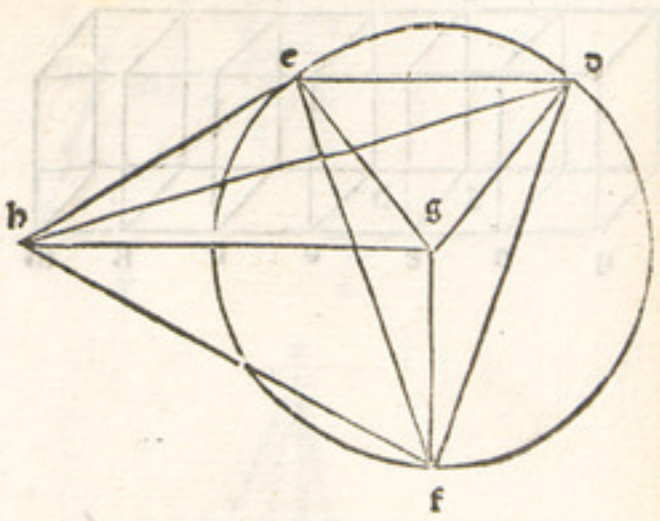
¶ Sint tres supficiales anguli. b.a.c.e.d.f.b.g.k. vt ꝓponit: tales videlicet ut quiqꝫ duo corꝫ tertio sint maiores. sintqꝫ sex latera eos continentia equalia que sint a.b.a.c.d.e.d.f.g.b .g.k. ⁊ subtēdant cis tres bases que sint. b.c.e.f.b.k. Ex his ergo tribus basibus triangulū aio constitui posse. Esto enim angulus. b.a.l. equalis angulo. d. ⁊ linea. a.l. lince. d.e. ⁊ protrahantur. l.b. l.c. eritqꝫ ex. 4. primi linea l.b. equalis lince. e.f. ex ypothesi vero ꝓstat totalem angulū. a. esse maiorem angulo. g. erant enim quiqꝫ duo ex tribus angulis. b.a.c.d. ⁊ g. tertio maiores igit ex. 24 primi linea. l.c. linea. b.k. ē maior. cunqꝫ sint ex. 20. primi due lince. l.b. ⁊ b.c. maiores linea. l.c. sequitur duas lineas. l.b. ⁊ b.c. esse multo fortius maiores linea. b.k. quia igitur. l.b. est equalis. e.f. erunt due lince. b.c. ⁊ e.f. maiores lince. b.k. Constat itaqꝫ hoc modo quasqꝫ duas lineas ex tribus lineis. b.c.e.f. b. k. esse longiores tertia: igit ex. 22. primi constat verum esse qd̄ dicitur: hoc dūtaxat addito q̄ si duo anguli. b.a.c. ⁊ d. pariter accepti sint equales duobus rectis erunt due lince l.a. ⁊ a.c. ex. 14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis. g b. ⁊ g.k. que ex. 20. primi longiores sunt linea. b.k. cunqꝫ ex eadē lince due. l.b. ⁊ b c. sint longiores linea. l.c. sequitur vt prius. b.c. ⁊ e.f. piter acceptas ēē longiores b.k. At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis: erunt ex. 21. primi due lince. a.l. ⁊ a.c. idcoqꝫ ⁊ due. g.b. ⁊ g.k. breuiores duab⁹ q̄ sūt. l.b. ⁊ b.c. quare vt prius. b.c. ⁊ e.f. pariter accepte sunt longiores linea. b.k.

Propositio .23.

Tribus angulis supficialibus propositis quorꝫ quiqꝫ duo piter accepti tertio sunt maiores omnes aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalib⁹ qualescunqꝫ sint solidum angulum constituere.

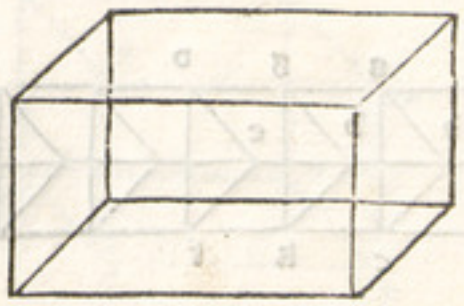
¶ Sint ꝓpositi tres anguli supficiales qui sunt. a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnū solidū angulū constituere oportet: igit ex. 21. b⁹ vt quiqꝫ duo corꝫ pariter accepti tertio sint maiores ⁊ ex. 21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaqꝫ sint hec posita: latera vero eos continētia cuncta adinuicem sint equalia eisqꝫ subtendantur tres bases ⁊ ipse sint d.e.e.f. ⁊ f.d. eritqꝫ ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalib⁹ triāgulum constitui. Sit igit ex eis cōstitut⁹ ꝑm doctrinā. 22. primi triangulus. d.e.f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribat circulus. d.e. f. supra centrum. g. ⁊ ꝓtrahāt: g.d. g.e. g.f. que cū sint adiuicē ēqles ex diōne circuli lateraqꝫ

tres ꝓpositos angulos ambientia equalia ex ypothesi necesse est vt eaꝝ quelibet quolibet illorum laterũ sit minor equalé aũt aut maiorẽ esse est impossibile Si enim linea exiens a centro.g.ad circũferẽtiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui lateꝝ.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sũt annuente.s.primi tres angulos.a.b.c.ꝓpositas esse equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d. cũq; hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile p; ex.13.primi:protracta paulisp vna lineaꝝ exentiũ a centro ad circũferentiam in continuum ⁊ directũ:essent etiã tres anguli.a.b.c.equales etiã quatuor rectis qd̃ est cõtra posita. Qd̃ si esset maior superpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triãgulis dividentibus triangulum.d.e.f. vnoquoq; illi cũ quo cõicat in basi itaq; bases supponant̃ basibus equales videlicet equalibus ⁊ anguli.a.b.c.cadant ad ꝑtem puncti. g. sequerẽt̃ ex.21.p̃mi tres ãgulos.a.b.c.esse maiores trib⁹ qui sũt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. cẽnt itaq; maiores q̃tuor rectis qd̃ ẽ ampli⁹ ꝓtrariũ positis Relinquit̃ itaq; vnũquodq; ex sex lateribus tres ꝓpositos angulos ãbientibus maius esse linea egredi ente a centro.g.ad circũferentiã.d.e.f.ideoq; etiã potentius. Sit igitur potentius i linea.g. h.que sit scõm.12.h⁹ orthogonaliter erecta sup supficiẽ anguli vel circuli d.e.f.demittãturq; tres ypothenuse.h.d.h.e.h.f.quas dico cõtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulũ solidum in puncto.h cũ enim quadratũ linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.g.⁊. g.h.ex ypothesi At quadratũ linee .d.h.sit equale eisdẽ ex penultima primi necesse est lineã.a.d.esse equalem linee.d.h eodẽq; modo ⁊ lineã.a.e.linee.e.h.igit̃ ex.8.p̃mi cũ bases etiã sint equales erit angulus.a.equalis angulo.d.h.e .sil̃r quoq; nõ erit angulus.h.equalis angulo.e.h.f.⁊ angulus.c.equalis angulo.f.h.d. quare cõstat factũ eẽ quod facere disposuimus.

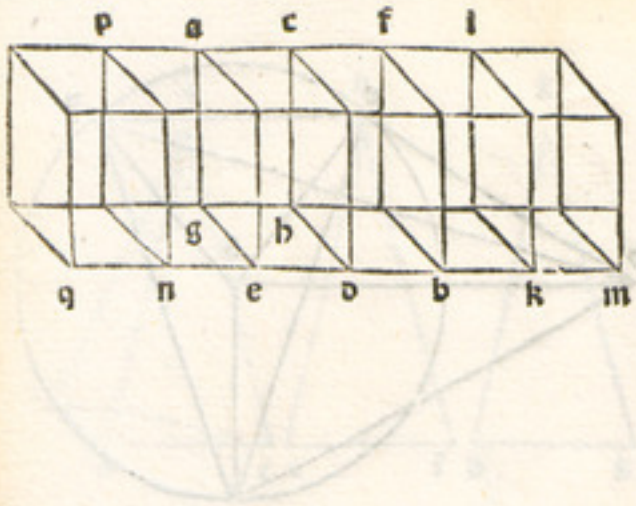


Propositio .24.

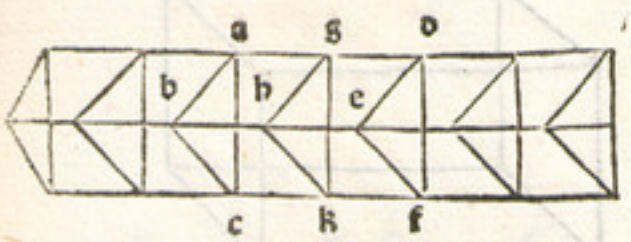
Si superficiebus equidistantibus solidum cõtineatur eius opposite supficies sibi inuicẽ equales sunt ⁊ equidistantiũ laterum. Quicquid dicant alij solidũ equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cõtineri que sicut cẽ nõ possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnã exagonã posse. 8.superficiebus que binꝰ bine opposite sibi inuicem equidistant contineri:sic quoq; octogonã.10.⁊ decagonam.12.⁊ ad istaꝝ similitudinẽ in infinitũ.s; hoꝝ omniũ solidoꝝ equidistantibus superficiebus contentoꝝ que infinita esse pronuncio solũ illud dicit̃ paralellogrammũ cuius omnes superficies ipsũ ambientes palellograme sunt ⁊ istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri:de tali itaq; qd̃ sex tm̃ supficiebus ambit̃ dico debere iteliigi q̃ hec.24.ꝓponit:sic igit̃ tale solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cõprehendas:patebitq; tibi vnãquãq; carũ quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cõmunes sectiones ipsius secantis ⁊ quatuor sectaꝝ. Sint autẽ ille quatuor secte bine ⁊ bine ꝑm q̃ adinuicem opponunt̃ equidistantes ex ypothesi:sequit̃ ex.16.bis assumpta ut quatuor latera hui⁹ supficiei secantis ⁊ quatuor sectaꝝ sint adinuicẽ bina ⁊ bina equidistãtia. Cõstat itaq; scõm. At vero ex.34.primi manifestũ ẽ oia latera opposita istaꝝ sex supficieꝝ eẽ equalia:erũt igit̃ bina latera angulũ planũ cõtinẽtia cuiusq; eaꝝ equalia binis lateribus angulũ planũ in supficie sibi opposita ꝓtinentib⁹.anguli quoq; ab illis binis ⁊ binis lateribus ꝓtenti equales p.10.h⁹: igit̃ ex ꝓuerbia penultime cõis



scie in primo libro posite necesse est quasq; duas superficies in solido.a.b.oppo/
sitas esse sibi inuicē equales qd est propositū. Propositio .25.

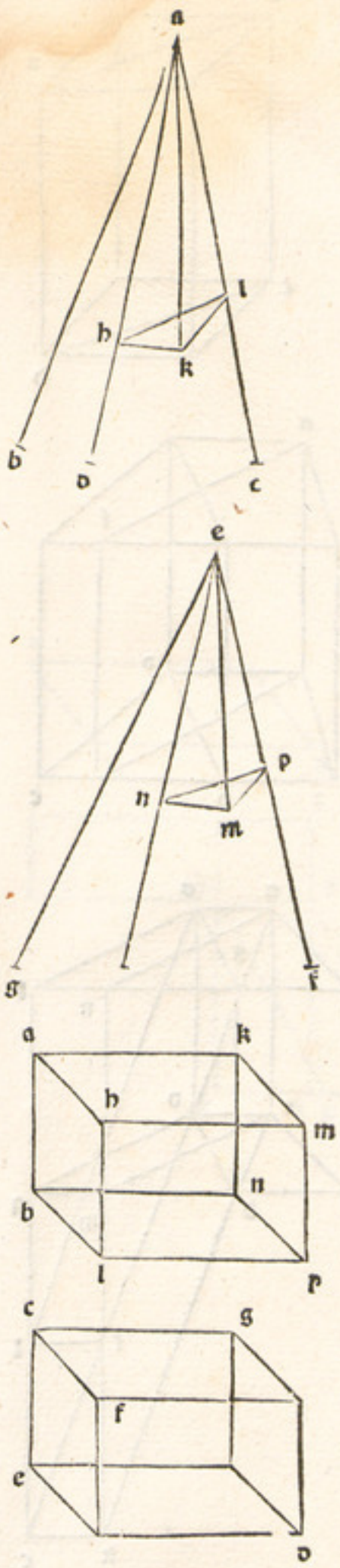


Si superficies quedā secet solidū paralellogramū eqdistā/
ter duabus ipsius solidi supficiebus oppositis duo partia
lia corpora que ad illam secantem superficiē velut ad cō/
munē terminū copulant suis basibus sunt proportionalia
Sit corpus.a.b.solidū palellogramū ⁊ secet ipsum supficies.c.d.
equidistanter duabus eius oppositis supficiebus que sunt.a.c.⁊.f.b.⁊ sit supficies
g.b.basis ipsius solidi.a.b.de qua constat per premissā q ipsa sit equidistantium
latex ⁊ sit cōis sectio duax supficiex.c.d.⁊.g.b.linea.b.d.de qua constat p. .bu/
ius q ipsa sit linea recta ⁊ p.16.huius q ipsa sit equidistans.g.e. idcoqz sunt due
superficies.g.d.⁊.b.b.equidistantiū latex ⁊ ipse sunt bases duox ptialiū corpox
in que supficies.c.d.diuidit solidum.a .b. dico itaqz q ꝓportio solidi.a.d.ad soli
dū.b.c.ē sicut basis.g.d.ad basim.b.b.protrahant enī vtrinqz quātū libuerit.qua
tuor linee penetrantes supficiē.c.d. sup eius angulos ⁊ ipse sunt.a.f.⁊.e.b.cū dua
bus reliquis sibi equidistantibus. Sumantq; ex eis omnib⁹ portiones ex pte pun
cti.b.quot libuerit que ponant singule eqles linee.b.d. ⁊ ex parte puncti.c.alie silr
quot libuerit que ponant equales linee.e.d.sup quas vtrinqz ꝓstituāt solida palel
lograma scōm suax longitudinē exigentiū. Sintqz ex pte puncti.b.solida.f.k.⁊.l.
m.⁊ ex pte puncti. e.solida. a.n.⁊.q. a.critqz ex dione corpox equaliū atqz simi/
liū vnūqdqz solidox.f.k.⁊.l.m.equale solido.c.b. ⁊ vnūqdqz.a.n.⁊.p.q. ē equale
a.d.fiat igit argumētū quēadmodū i prima sexti ē enī solidū.c.m.ita multiplex so
lidi.b.c.sic basis.b.m.basis.b.b.⁊ solidū.q.c.ita multiplex solidi.a.d.sic basis.q.b
basis.g.d.⁊ si basis.b.m.ē eqlis basi.q.b.solidū.e.m.est eqle solido.q.c.ex dione
corpox equaliū atqz similiū ⁊ si basis ē minor basi ⁊ solidū ē min⁹ solido ⁊ si maior
mai⁹ qd pz ex dione eadē res ecata maiori basi ad eqlitatē minoris ⁊ descripto sup
eam solido palellogramo.it aqz ex dione icōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio solidi
a.d.ad solidū.c.b.sicut basis.g.d.ad basim.b.b.qd est ꝓpositū. Qd si superficies
aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus supficiebus
oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē superficiē velut ad cōem termi
num copulant suis basib⁹ erūt proportionalia. Sit enī.a.f.corpus seratile cuius
sint due trigone supficies.a.b.c.d.e.f. Cōstat igit ex dione seratilis vnāquāqz tri
um supficiex que sunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.ē paralellogramū: secet igit supfi/
cies.g.b.k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis supficiebus q̄ sunt
a.b.c.d.e.f.dico q ꝓportio seratilis.a.k.ad seratile.g.f.ē sicut basis.a. k.ad ba/
sim.g.f.qd sicut de solidis palellogramis ꝓbat ꝓtractis enī in vtrāqz ptē lineis.a
d.b.e.c.f.factisqz inter eas ex pte puncti.e.seratilibus equalibus seratili. g.f. ⁊ ex
pte puncti .b.alijs equalibus seratile.a.k.vtrinqz quouis numero ex dione incon
tinue ꝓportionalitatis.si cuncta vigili mente plustres nō erit tibi difficile cōclude/
re quod diximus. Propositio .26.



Super datum punctū date linee angulo solido proposito
equalē angulū solidū constituere. Solidus angulus
propositus sit.a.qui cōtineat tribus lineis.a.b.a.c.a.d.tres super/
ficiales angulos ipsū solidū pficientes cōtinentib⁹ cui sup punctū.e.
linee.e.f.ꝓposite que ad libitū ꝓponentis iaceat:aut in sublimi cōsurgat iubemur

equalē angulum solidū cōstituere qualiscūqz sit situs linee.e.f.a puncto.g.vbicūqz volueris signato: ꝓducito lineā.g.e.cruntqz ex scōa b⁹ due linee.e.f.ꝛ.g.e.ī supfi/cie vna.in hac itaqz superficie super punctū.e.datū in assignata linea scōm ꝓsilium 23.primi constitue angulū equalē angulo.b.a.c.ꝛ ipse sit.f.e.g. deinde ex linea.a.d.abscinde lineam.a.b.sicut volueris ꝛ a puncto.b. producito perpendicularem b.k.ad superficiē in qua sunt due linee.a.b.ꝛ.a.c.qō qualiter faciendum sit.11.huius docuit:nec sit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil enī refert vtꝫ ꝑpendicularis b.k.occurrat supficiei in qua sunt due linee.a.b.ꝛ.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in eaꝫ altera ducito tñ lineā.a.k.positoqz puncto.l.in linea.a.b.vbicūqz volueris ꝓtrahe lineas.k.l.ꝛ.l.b.ꝛ pone angulū.f.e.m.in supficie lineaꝫ.e. f.ꝛ.e.g. equalē angulo.b.a.k.ꝛ lineā.e.m.equalē linee.a.k.ꝛ ex linea.e.f. sume lineā .e.p. equalē linee.a.l.ꝛ a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝑpendicularē ad superficiē in qua sunt due linee.e.f.ꝛ.e.g.ꝛ pone eā equalē.b.k.ꝛ protrahe lineas.e.n.n.p.ꝛ.p.m. dico igitur tres lineas.e.f.e.g.e.n.cōtinere angulū solidū in puncto.e.equalē angu/lo.a.proposito: cū sint enī ex ypothesi duo latera.a.k.ꝛ.k.b.triāguli.a.k.b.equalia duobus lateribus.e.m.ꝛ.m.n.trianguli.e.m.n.ꝛ anguli qui sunt ad.k.ꝛ ad.m recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra supficiē erunt ex quarta p/mi due linee.a.b.ꝛ.e.n.equales:per eandē quoqz erunt due linee.k.l.ꝛ.m.p.equales.ideoqz etiā ꝑ eandē.b.l.ꝛ.n.p.equales:cum sint.b.k.ꝛ.k.l.equāles.m.n.ꝛ.m p.ꝛ anguli.b.k.l.ꝛ.m.n.p.recti ꝑ.s.igitur primi erit angulus.n.e.p. equalis angu/lo.b.a.l. Simili quoqz modo ꝓbabis angulū.g.e.n.esse equalē angulo.e.a.d.constat itaqz nos effecisse qō volumus:huic si studiosus institeris quotcūqz lateribus a.solidus angulus ꝓpositus cōtineat qō a te petit sine offēdiculo perficere poteris

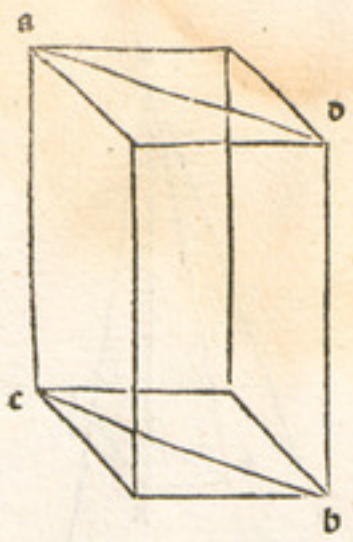


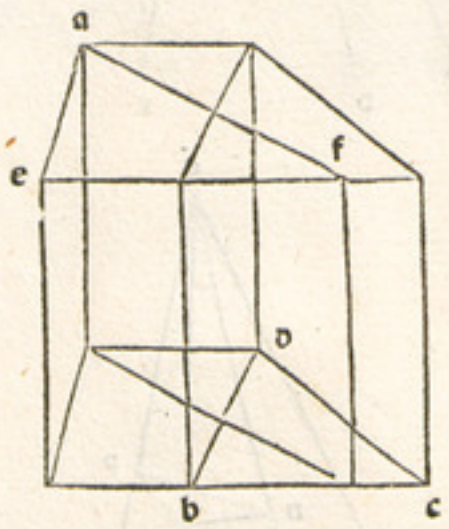
Propositio .27.

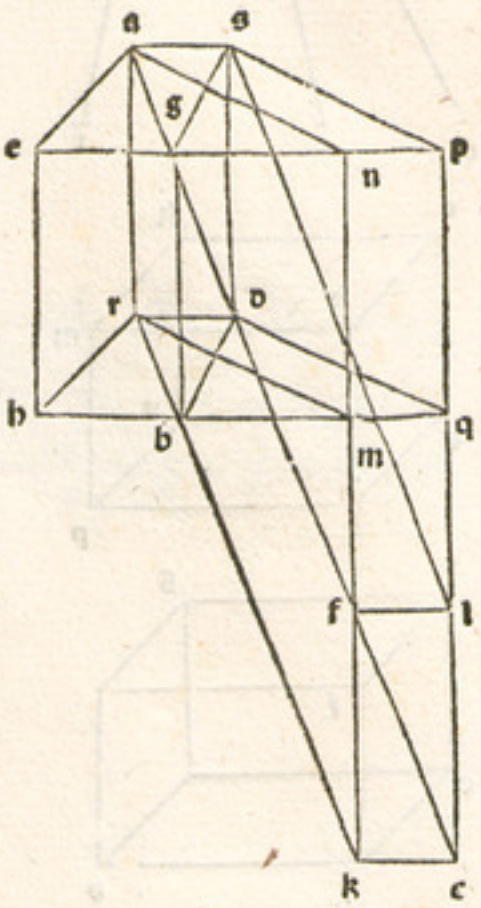
Super assignatā lineam dato solido equidistantium supficierum simile solidum constituere. Sit assignata linea.a .b.de cuius situ vtrū in plano iaceat vel sursum exurgat nihil curet:sitqz assignatū ꝑallelogramū solidū corpus.c.d.cui sup lineā.a,b.iubemur simile solidū fabricare. Sint igitur tres linee ꝓtinentes superficiales angulos ex quibus ponit solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g. At scōm p/cepta premisse super punctū.a.linee.a.b.cōstituat angulus solidus equalis. c.quē cōtineat tres linee.a.b.a.h.a.k.ꝛ auxilio. 10.sexti sit ꝓportio.c.e.ad.a.b.ꝛ.e.f.ad a.h.ꝛ.g.c.ad.a.k.ꝓportio vna : deinde a trib⁹ punctis.b.h.k.ꝓtrahant sex linee h.l.equidistans linee.a.b.ꝛ.h.m.equidistans linee.a.k.itez.b.l.equidistās linee a.h.ꝛ.h.n.equidistans linee.a.k.rursus quoqz.k.n.equidistans.a.b.ꝛ.k.m. equidistans.a.h.amplius aūt ꝓtrahant.m.p.equidistans.h.l.ꝛ.p.l.equidistans.h.m ꝓtrahat quoqz ꝛ linea.p.n .eritqz cōpletū solidū ꝑallelogramū.a.p. quod dico esse simile solido.c.d.hoc aūt ex dione silium supficiez ꝛ dione silium corpoz si earum memineris facile cōcludes.

Propositio .28.

Si supficies aliqua solidū ꝑallelogramū sup duas quaslibz oppositas supficies eius terminales ꝛ sup eaꝫ duas diametros secet eādē supficiē corp⁹ illud ꝑ equalia secare necesse est. Sit corpus.a.b.solidū ꝑallelogramū de quo sit positum ꝙ supficies.a.b.c.d.secet ipsū sup diametros duaꝫ superficierū oppositaꝫ ipsū solidū terminātiū q̄ sint .a. d.ꝛ.c.b .dico ꝙ ipsa dividit istud solidu







ppositū per equalia. cōstat eni q ipa diuidit illud solidū in duo seratilia quoꝝ sup ficies quadrilateras binas ⁊ binas ad inuicē relatas scōm q ipse sunt opposita la/ tera solidi ppositi manifestū ē ex. 24. hui⁹ eē equales cū solidum de quo loquimur positū sit esse palellogramū: ex eadē quoqꝝ ⁊. 41. primi cōstat trilateras supficies di ctoꝝ seratiliū esse equales: igit a dione solidoꝝ equaliū liquet quod propositum est

Propositio .29.

Uncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atqꝝ ī eadē basi sup vnā lineā constituta probantur esse equalia.

Hecꝝ ē q solida equidistantiū lateꝝ eque alta siue iter supficies eq distantes super vnā ⁊ eādē basim cōstituta sunt adinuicē equalia si/ cut de superficiebus equidistantiū lateꝝ super vnā basim ⁊ inter line as equidistantes ꝓstitutis ut in. 35. primi demonstratū est. sed talium solidoꝝ que dā dicunt constitui super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ supficieꝝ duo op/ posita latera sunt ꝑm rectitudinē ptracta linea vna: ⁊ de talibus hec. 29. proponit demonstrandū ipsa oia esse equalia adinuicem. sunt aūt coꝝ alia que nō dicuntur cōstituta super lineā vnā ⁊ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ superficieꝝ duo latera oppo sita quecūqꝝ sumant ꝑm rectitudinē ptracta nō sunt linea vna ⁊ de talib⁹ sequens demonstrandū pponet ipsa quoqꝝ oia ē adinuicē equalia. Sint itaqꝝ duo solida palellograma eque alta siue inter supficies equidistantes. a. b. ⁊. a. c. cōstituta sup vnā basim que sit. a. d. quoꝝ suppreme supficies sint. e. b. ⁊. f. c. Sintqꝝ haꝝ supp/ maꝝ supficieꝝ duo latera opposita cū scōm rectitudinē ptrahant linea vna ⁊ ipsa sunt. e. f. ⁊. b. c. dico itaqꝝ q solida. a. b. ⁊. a. c. sunt equalia: hoc aūt si figurā ei⁹ ꝑm q oportet actu vel cogitatione fabricaueris ⁊ quēadmodū in. 35. primi processeris idem faciens hic de seratilibus qd ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur/ runtqꝝ tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in supficieb⁹ occurrisse nouisti

Propositio .30.

Uncta solida equidistantiū supficieꝝ eque alta que ī eadē basi nō aūt sup lineā vnā fuerint ꝓstituta pbant esse eqlia.

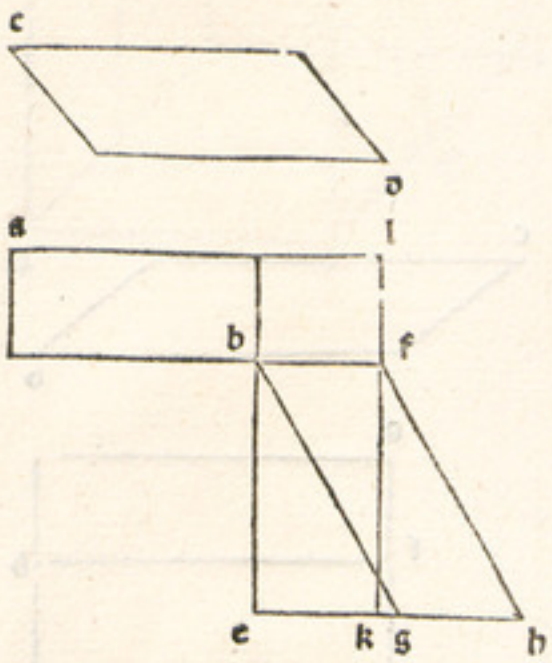
Sint nūc duo solida palellograma eque alta siue inter supficies eq distantes sintqꝝ sup vnā ⁊ eādē basim sed nō sup lineā vnā ꝓstituta: dico iteꝝ ea ē equalia. Esto eni duo solida palellograma. a. b. ⁊. a. c. eque alta siue inter supficies equidistātes ꝓstituta sup vnā basim que sit. a. d. ſz nō super vnā lineā: sintqꝝ coꝝ suppreme supficies. e. b. ⁊. f. c. quaꝝ opposita latera ꝑm rectitudinē ptracta nō erūt linea vna. cūqꝝ ipsa ex ypothesi sint ī vna superficie eo q solida proposita sunt inter superficies equidistnates: necesse ē vt duo latera vni us earum ptracta scōm rectitudinē secēt duo alterius eaꝝ ptracta scōm rectitudi/ nē: protrahāt itaqꝝ duo opposita latera superficici. e. b. que sint. e. g. ⁊. h. b. ⁊ duo opposita superficici. f. c. que sint. k. f. ⁊. c. l. ⁊ secent se sup quatuor pūcta. m. n. p. q eritqꝝ superficies. m. n. p. q. equidistantiū lateꝝ equalis vnicuiqꝝ triū superficierū. quaꝝ vna ē basis ppositis solidis cōis ⁊ ipsa ē. a. d. ⁊ due reliquē sūt suppreme su/ perficies eorundē solidoꝝ ⁊ ipse sunt. e. b. ⁊. c. f. ductis itaqꝝ lineis a quatuor pun/ ctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi scōm directā habitudinē relatos/ q̄ sit. n. a. m. r. p. s. q. d. perfectū erit solidū paralellogramū. a. q. ī eadē basi cū vtro qꝝ duoꝝ prioꝝ ⁊ eque altū ⁊ sup lineā vnā cū vtroqꝝ ipsoꝝ: per premissaꝝ igit vtrū/ libꝝ duoꝝ solidoꝝ ppositoꝝ que sūt. a. b. ⁊. a. c. ē equale solido. a. q. p ꝓceptionem

ergo est solidũ.a.b.eq̃le solido.a.c.q̃re constat ꝓpositũ. ¶ Potes quoqꝫ ꝓuersas huius ⁊ premisse ꝓbare si libet ducendo ad impossibile:pones enim quelibet duo solida palellograma eē eq̃lia ⁊ ꝓstituta super eandē basim equidistãtia ⁊ demõstra/bis ea eē eque alta.Rursusq̃ hee ⁊ premissa tue demõstrationis mediũ:impossibile aũt ad quod duces erit:partē suo toti esse equalē:qõ euidenter patebit si de illo solido qõ altius eē mentiẽ aduersarius cũ tũ ambo posita sint equalia ⁊ sup eandē basim cõstituta vnũ solidũ paralellogramũ eque altũ demissiori abscideris : hoc autē abscisum equale esse demissiori cõuinces ex hac ⁊ premissa.ideoqꝫ ⁊ toti illi a quo ipsum abscideris ex cõi scia.

Propositio .31

Solida equidistantiũ supficiẽꝫ in basibus equis cõstituta si fuerint eque alta lineeqꝫ eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoqꝫ verꝫ ē q̃ oia solida paralellograma in equis basib⁹ atqꝫ inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt ad inuicē equalia sicut de superficieb⁹ equidistantiũ laterũ super equales bases ⁊ inter lineas equidistãtes constitutis in.36.primi probatũ ē. Et taliũ solidorꝫ alta sũt quorꝫ angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt̃ de quib⁹ hec.31.ꝓponit demõstrandũ esse ea eē equalia. Alia vero sunt quorꝫ angulares linee super suas bases nõ sunt orthogonaliter erecte:de quibus sequẽs demõstrãdũ proponit ea eē equalia:intelligant̃ itaqꝫ super duas bases.a.b.⁊.c.d.que sint equales ⁊ equidistantiũ latꝫ nõ tũ vnius creationis.sed sit.a.b.tetragonus longus.⁊.c.d. simile helmuayn duo solida equidistantiũ laterũ cõstituta eque alta sintqꝫ linee erecte super angulos ꝓpositarꝫ basiũ ꝓpendiculares ad ipsas.dico hec duo solida ad inuicē esse equalia protrahant̃ itaqꝫ duo latera basis.a.b.⁊ sint illa que cõtinẽt angulum.b.vsqꝫ ad.f.⁊.e.⁊ fiat angulus.f.b.g.equalis angulo.c.basis.c.d. ⁊ sumãt̃ due linee.b.f.⁊.b.g.equales duobus lateribus basis.c.d.que cõtinent angulũ.c.⁊ perficiat̃ superficies equidistantium laterum.b.b.que erit equalis ⁊ silis basi. c.d. deinde ꝓtrahat̃.b.e.equidistans.b.f.⁊.f.k.equidistans. b.e. eritqꝫ quadrilatera superficies.b.k.equidistantiũ laterũ equalis.b.b.ex.35.primi:cũqꝫ.b.b.sit equalis.c.d.erit per cõceptionẽ.b.k.equalis.a.b. Cõpleat̃ itaqꝫ superficies equidistantium laterum.b.l.protracta linea.k.f.quousqꝫ cõcurrat cũ vno ex lateribus continentibus angulũ.a.in puncto.l.age ergo super tres superficies equidistantiũ laterum que sunt.b.b.b.k.b.l.cõstituãtur eque alta solida solido cõstituto super basim a.b.sintqꝫ linee omniũ solidorꝫ istorum erecte super bases perpendiculares ad ipsas ⁊ appellentur bases ⁊ solida super eas cõstituta eisdē nominibus .manifestum est ergo ex diffinitione solidorꝫ equalium atqꝫ similium q̃ duo solida.b.b .⁊.c.d. equalia atqꝫ similia sunt:de solidis aũt.b.b.⁊.b.k.constat ex.29.q̃ ipsa sũt equalia:sunt enim eque alta ⁊ cõstituta super vnã ⁊ eandē basim ⁊ ipsa ē superficies erecta super lineã.b.f.⁊ super lineã vnã:ē aũt ꝑ.25.proportio solidi.a.b.ad solidum b.l.sicut basis.a.b.ab basim.b.l.⁊ per eandem solidi.b.k.ad solidum.b.l.sicut basis.b.k.ad basim.b.l.cumqꝫ sit vtriusqꝫ duarum basium.a b.⁊.b.k.ad basim.b.l. vna proportio:ex prima parte.7.quinti erit vtriusqꝫ duorꝫ solidorum.a.b.⁊.b.k. ad solidum .b.l.proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solida.a.b.⁊.b.k.equalia: at quia solidũ.b.k.est equale solido.b.b.solidũq̃ꝫ.b.b.solido.c.d.sequit̃ ex cõi scia solidum.a.b.eē eq̃le solido.c.d.quod est propositum.



Propositio .32.

Si solida equidistantiũ superficiey in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autẽ angulares supra bases orthogonaliter nõ steterint: ipsa eẽ equalia necesse est.

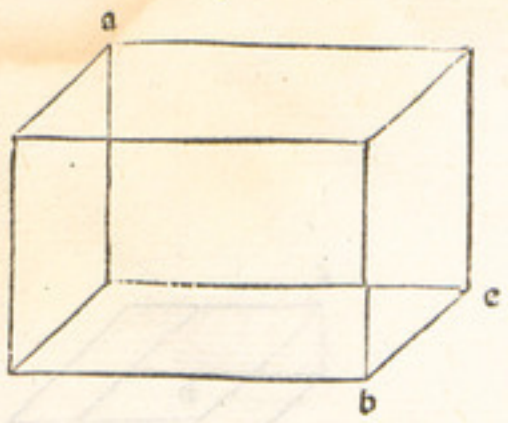
¶ Fabricatis duob⁹ corporibus vt proponitur videlicet q̃ sint equidistantiũ terminoy ⁊ eque alta ⁊ sup bases equas perpendiculariter nõ aũt super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis supremay superficiey ipsoy ad bases suas perpẽdiculares ducantur q̃ ex 6. erũt singulares equidistantes ⁊ etiã ex ypothesi singule singulis equales ipse cũ solidoy ꝓpositoy altitudinẽ diffiniunt: ⁊ si inter eas solida equidistantiũ laterum ꝓficiant constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicẽ equalia. Iunq; duoy prioy ⁊ duoy posterioy sint eedem bases videlicet coy superficies supreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cõmuni sciẽtia: quecũq; equalibus sũt equalia sibi inuicẽ sunt equalia vey esse qõ ꝓpositũ est. Ex his potes cõuersas huius ⁊ premisse eisdẽ mediantib⁹ indirecte demõstrare si libet eodẽ mõ ⁊ ad idẽ iõueniẽs sicut in cõuersis duay istas antecedentiũ deducẽdo: pones enim duo solida paralellograma eẽ equalia ⁊ sup equales bases ⁊ cõuinces ea esse eque alta vel pones ea eẽ eque alta ⁊ eq̃lia ⁊ cõuinces ea eẽ sup bases eq̃les.

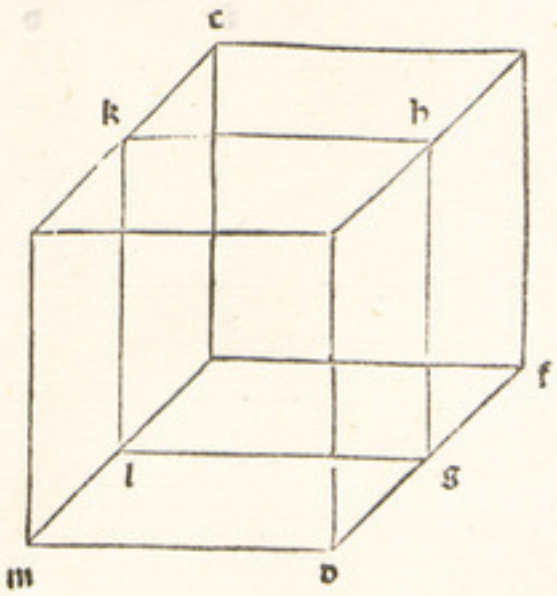
Propositio .33.

Omnia solida equidistãtiũ superficiey eque alta suis basibus sunt proportionalia. ¶ Sint duo solida equidistãtiũ superficiey eque alta cõstituta super duas bases. a. b. ⁊ c. d. dico q̃ ꝓportio illoy duoy solidorum vnius ad alterum est sicut ꝓportio suarũ basium que sũt. a. b. ⁊ c. d. vni⁹ ad alterã. Cõstat quidẽ ex. 24. vtrãq; bay duarũ basiũ esse equidistantiũ laterũ: duo igitur latera opposita ⁊ equidistãtia in superficie. a. b. ꝓtrahant ⁊ inter ea fiat superficies equidistantiũ laterũ que sit. f. e. equalis. c. d. deinde supra supficiem. f. e. cõpleatur solidum palellogramum eque altũ ei qõ cõstitutũ est sup basim. a. b. sitq; amboy cõis terminus illa supficies que exurgit sup lineã. b. f. hec aũt solida ⁊ sue bases eisdem nuncupent nominibus. q̃ igit basis. f. e. ẽ equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidũ. f. e. equale solido. c d. At q̃ totale solidũ. a. e. secat superficies exurgens super lineã. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. ꝓportio solidi. f. e. ad solidũ. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. cumq; sint. c. d. ⁊ f. e. tam bases q̃; solida equalia: bases quidẽ ex ypothesi: solida autẽ ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta semel ꝑ basibus ⁊ semel ꝑ solidis q̃ solidoy. a. b. ⁊ c. d. basiumq;. a. b. ⁊ c. d. sit ꝓportio vna qõ demõstrare volumus: huius quoq; ꝓuersam eadẽ ipsa mediãte demõstrare quẽadmodũ ꝓuersas precedentiũ nõ ẽ difficile. pones enim duo solida palellogramma eẽ suis basibus ꝓportionalia ⁊ ꝓuinces ea eẽ eque alta abscisoq; ab eo qõ altⁱ⁹ mẽtiet aduersari⁹ vno solido palellogramo eque alto demissioni erũt abscissũ ⁊ demissi⁹ suis basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi ⁊ ex hac. 33. cũq; etiã eẽnt totale altⁱ⁹ a quo ꝑtiale abscidisti ⁊ ipsũ demissi⁹ eisdẽ basib⁹ ꝓportionalia ex ypothesi sequit ex ꝑma ꝑte. 9. quinti totale qõ aduersari⁹ dicit altⁱ⁹ ⁊ ꝑtiale qõ ab eo abscidistiesse equalia.

Propositio .34.

Si duo solida equidistantiũ superficiey lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorũ; bases eorũdẽ altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint





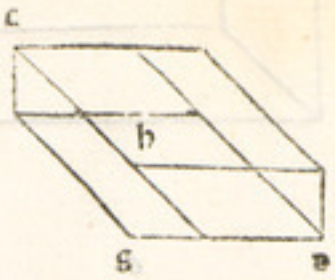
due bases suis altitudinib⁹ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse ne cesse est. ¶ Quocunq3 sint duo solida equidistantiū superficiex equalia eox ba/ ses ⁊ altitudines necesse est esse mutekesias ⁊ econuerso quēadmodū de superficie/ bus equidistantiū latex equiangulis. 13. sexti ꝓposuit. Attamē hac. 34. istud demō strandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basib⁹ palellogramis orthogonaliter insistūt. ea vero que sequit ꝓponit idē de ce/ teris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a. b. ⁊. c. d. equalia quox bases sint a. c. ⁊. c. f. linceq3 altitudinū ipsox sint super has bases orthogonaliter erecte ⁊ sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. ⁊ solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due linee. e. b. ⁊. f. d. determinantes ipsox solidox altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoq3 solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases eox que sunt. a. c. ⁊. c. f. eq̄ les. ideoq3 bases ⁊ altitudines erunt mutue: sicq3 cōstabit ꝓpositi prima ps. ⁊ ecō/ uerso cōstabit secda vt si altitudines ⁊ bases sint mutue: ponant̄ altitudines equa/ les erūt quoq3 bases equales. ideoq3 p. 31. ⁊ solida equalia ⁊ sic cōstat secunda ps. At vero si linee. e. b. ⁊. f. d. nō fuerint equales sit. f. d. maior ⁊ ex ea resecet̄. f. g. ad equalitatē. e. b. tribusq3 ceteris lineis que sunt altitudinis solidi. c. d. ad eādē men/ surā in punctis. b. k. l. resecatis perficiat̄ solidū palellogramū. c. g. eque altū solido a. b. eritq3 ex premissa. a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. cū itaq3. c. d. sit equale. a. b erit ex prima pte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. p premissā aūt ē ꝓportio. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. qō p3 si vna ex lateralib⁹ supficieb⁹ solidi. c. d. ⁊ ipsa sit. f. m. intelligat̄ basis ipsi⁹. at per primā sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq3 per 7. quinti. sicut. d. f. ad. b. e. igit̄. a. c. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. cōstat itaq3 prima ps. Secdam ptē cū sit cōuersa prime cōuerso mō ꝓbabis: sit eni eadē dispositione ma/ nente ꝓportio. a. c. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. ⁊. c. d. eē equalia: erit eni ex. 7. quinti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex p̄missa ē. a. b. ad. c. g. sicut a. e. ad. c. f. igit̄ ē a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima aūt sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut m. f. ad. f. l. ⁊ ex p̄missa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq3. c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igit̄ ex. 9. 5. a. b. ⁊. c. d. sūt eq̄lia: qō ē propositū.

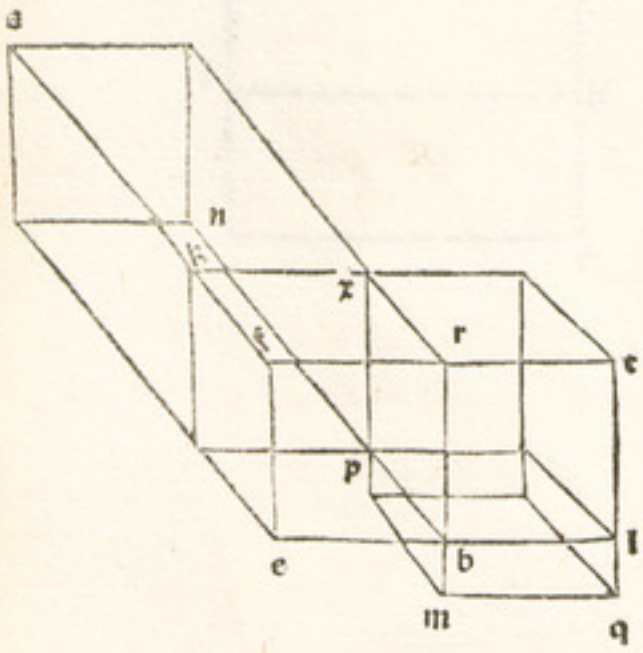
Propositio .35.

Si duo solida equidistantiū terminox fuerint equalia eox bases eorūdē altitudinibus erūt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpa equi/ distantium superficierum probātur esse equalia.

¶ Qō premissa ꝓposuit de solidis palellogramis quox linee altitu/ dinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. ꝓponit indistincte de om nibus: demōstrare aūt cōuenit hāc ex premissa quēadmodū demonstrauim⁹. 32. ⁊ 33. Fabricatis eni duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūq3 si linee altitu/ dinū suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat vex esse qō dicit̄ ex p̄missa. Sin autē a quatuor angularib⁹ punctis supprematx supficiex in vtroq3 solido quaterne linee demittant̄ perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum supficiex quaterne erigant̄: iter quas duo solida palellograma pficiant̄ eque alta so lidis prioribus. eruntq3 ex. 29. ⁊. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equa lia. cum igitur horum ⁊ eorū sint eedē bases ⁊ eedē altitudines: sit aūt ex premissa de posterioribus verum est quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

Propositio .36.





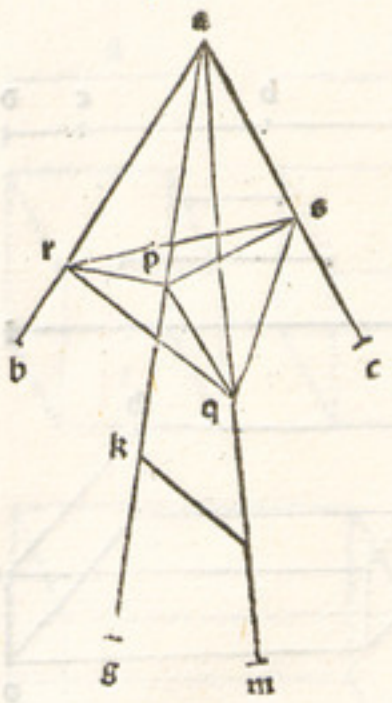
Si duo solida equidistantium superficierum fuerit similia proportio erit vtriusq; ad alterū tanq; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius ꝓportio triplicata.

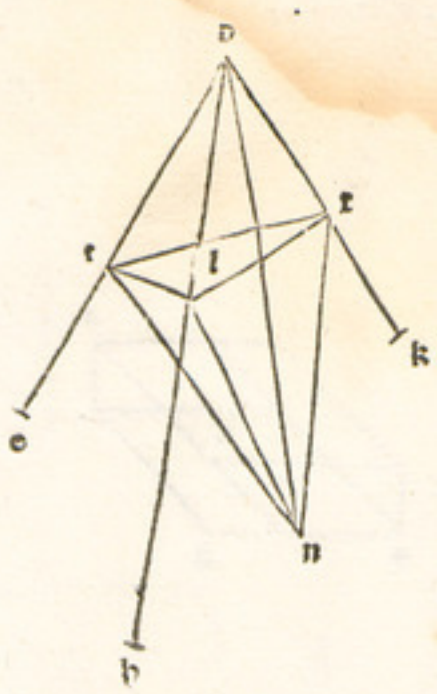
¶ Sint enī duo solida .a.b.ꝛ.c.d.palellograma ꝛ silia: dico ꝙ ꝓportio vnius corꝑ ad alterꝑ ē sicut vnius lateris eius ad vnū latus alteri⁹ qd̄ sib i referī ꝓportio triplicata: quēadmodū duaꝑ supficieꝑ silium ꝓportio est sicut suoꝑ relatiuoꝑ lateꝑ ꝓportio duplicata ut in. 18. sexti demonstratūē. nā si solida.a.b.ꝛ.c.d. fuerint equalia cū ipsa ponanī silia erunt ex diffinitiomb⁹ siliuꝫ corporū ꝛ similiū supficieꝑ cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteri⁹ ideoq; cū duaꝑ quantitatum equaliū ꝓportio triplicata aut quotienslibet sumpta nō efficiat nisi equalitatis ꝓportionē: constat in hoc casu veꝑ cē qd̄ proponīt. Si autē inequalia: sit .a.b. maius cuius longitudo sit.b.c. latitudo. c.f. altitudo. f.a. basis.c.r.ꝛ supprema superficies.a.n. Solidi vero.c.d. sit longitudo.d.g. latitudo g.h. altitudo.h.c. cōstat itaq; ex dione similiū corporꝑ ꝛ ex diffinitione similiū supficierū ꝛ p̄senti ypothesi ꝙ ꝓportio.a.f.ad.c.h.ꝛ.f.e.ad.h.g.ꝛ.e.b.ad.g.d. sit ꝓportio vna. sumat igit ex linea.a.f. quā manifestū ē ēe maiorē.c.h. linea. f.k. equalis.h.c. cetereq; tres determinantes altitudinem solidi.a.b. resecentur ad equalitatem eius ꝛ inter eas cōpleatur solidū palellogramū. k.b. eque altū solido.c.d.ꝛ ꝓtrabant due linee basis.e.b. vsq; ad.l.ꝛ.r.b. vsq; ad.m. sitq; .b.l. equalis.g d.ꝛ.b m. equalis.h.g.ꝛ perficiat supficies equidistantiū laterū.m.l. que erit equalis ꝛ similis.h.d. sup eā igit erigat solidū palellogramū .p.q. ſm altitudinē prescisam ex altitudine solidi.a.b. eritq; .p.q. equale ꝛ sile solido.c.d. rursusq; inter lineas.r .b. ꝛ.b.l. pficiat superficies equidistantium laterum.b.t. sup quā quoq; erigatur solidū paralellogramū.x.l. eque altū vtriq; duoꝑ solidoꝑ.k.b.ꝛ.p.q. replendo alterutrum duoꝑ anguloꝑ hyantium inter ea: cū aūt duo solida.a.b.p.q. sint silia eo ꝙ ābo posita sint silia solido.c. d. corpa vero vni ꝛ eidē corpori silia iter se sunt silia vt ꝓ ex dione silium corporꝑ ꝛ.20. sexti manifestum ē ex.25. ter assumpta ꝙ inter duo solida.a.b.ꝛ.p.q. ſm continuā ꝓportionalitatē cadunt duo solida. k.b.ꝛ.x.l. opportune ergo cōstituta vel constructa figura: ypotesibusq; memorie firme commendatis ex prima sexti facile ꝓcludes propositū. Excute tempore ꝛ diligenter attē de sciesq; ex.25. huius ꝓportionē solidi.a.b. ad solidū.k.b. eē sicut supficici .a.r. ad superficiē.k.r. iōq; ex prima sexti sicut linee.a.f. ad lineā.k.f.ꝛ ꝓportionē solidi.k.b. ad solidū.x.l. sicut supficici.k.r. ad supficiē. x.t. iōq; sicut linee.f.r. ad lineam.r.t.ꝛ ꝓportionē solidi.x.l. ad solidū.p.q. sicut superficiei.r.l. ad supficiē. l.m. ideoq; sicut linee.r.b. ad lineā.b.m. Ex ypothesi vero liquet ꝙ ꝓportio linee.f.r. ad lineā.r.t.ꝛ linee.r.b. ad lineā.b.m. ē sicut linee.a.f. ad lineā.k.f. itaq; ex dione ꝓportionis triplicate posita in ꝓbemio quinti: cōstat ꝙ ꝓportio solidi.a.b. ad solidum.p.q. ideoq; etiā ad solidū.c.d. ē sicut linee.a.f. ad lineam.k.f. triplicata ꝛ qꝛ linea.k.f. posita est equalis linee.c.h. ꝓ veꝑ esse quod dicīt. ¶ Scire aūt oportet ꝙ quicquid p̄ hanc.36. ꝛ p̄.7. eā cōtinue precedentes demonstratū ē de solidis palellogramis. idē quoq; veꝑ ē de seratilibus quoꝑ bases cōiter sunt trigone aut cōmuniter tetragone. hoc aūt ex.28.ꝛ hac.36. ꝛ.7. eā cōtinue precedentibus cōstabit ingenioso inspectori. Si enī fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim vel sup bases equales coiter tñ trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidoꝑ paralellogramorum suarum altitudinū ex.28. ipsa erūt equalia ex.29.ꝛ trib⁹

eā sequētibus: ex his enī constat solida paralellograma ipsis seratilibus dupla eē equalia. Silr qnoqz si fuerint duo seratilia sup bases cōiter ēgonas aut cōiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus ꝓportionalia quēadmodū de solidis paralellogramis ex. 33. habet ipsa enī sunt ex. 28. dimidia solidoꝝ palellogramorum sue altitudinis: solidoꝝ aūt palellogramoꝝ sue altitudinis corūqz basiū ē vna proportio ex. 33. cum itaqz sit solidoꝝ paralellogramoꝝ ꝓportio sicut seratiliū q̄ sicut simplū ad simplū sic duplū ad duplū ex. 15. quinti atqz basiū solidoꝝ paralellogramoꝝ ē proportio sicut basiū seratiliū: aut enī eedē erūt bases seratiliū ⁊ solidorum paralellogramoꝝ: ⁊ hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerit tetragone tunc enīm ex seratilibus super easdē bases erūt solida palellograma cōplenda: aut bases seratilium erūt subduple ad bases solidoꝝ palellogramoꝝ: ⁊ hoc quidē erit cū bases seratilium fuerint cōmuniter trigone: tunc enī erunt ex seratilibus solida palellograma cōplenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vt fiant bases seratiliū cū ēgonis adiūctis supficieb⁹: supficies eqdistātiū laterū. seqt̄ ut sit ꝓportio seratiliū sicut suaꝝ basiū. Eodēqz mō si seratilia fuerint eqlia fueritqz cōmuniter super bases trigonas vel cōiter super bases tetragonas: bases coꝝ altitudinibus ipsorum mutue erunt. Qd̄ si bases coꝝ suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quēadmodū de solidis palellogramis. 34. ⁊ 35. ꝓponunt: hoc autem facile pz ex his que dicta sunt in. 35. si vero seratilia fuerit adinuicē silia: erit proportio vnius ad alterū. sicut ꝓportio lateris vni⁹ ad suum reliquum latus alterius ꝓportio triplicata: quēadmodū de solidis palellogramis. 36. ꝓponit qd̄ ex eadem 36. facile tibi patebit. si ex illis seratilibus silibus solidis palellogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: qd̄ ex diffinitione similiū corporꝝ ⁊ silium superficierum ⁊ ex hoc q̄ seratilia ponunt̄ adinuicē silia ex. 34. primi leue ē negociari.

Propositio .37.

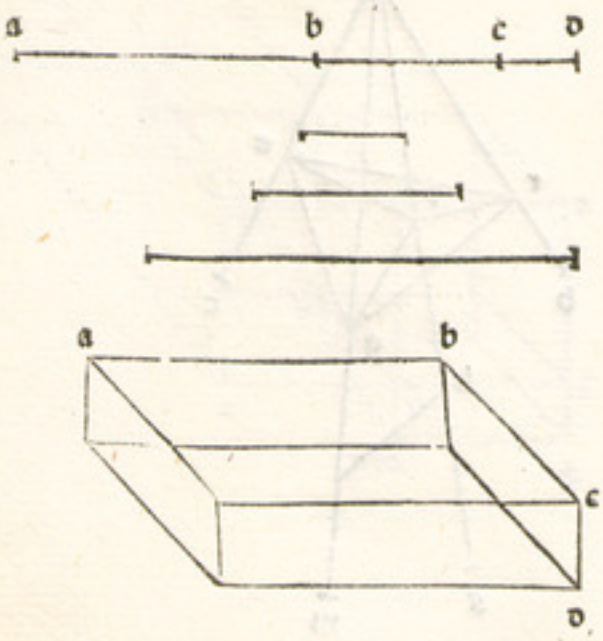
Si fuerint duo anguli plani equales super quos due ypothemise in aere statuant̄ cum lateribus angulorꝝ subiacentium singulos singulis equos angulos continentes atqz ī illis ypothemisis duo puncta signentur a quib⁹ punctis due ꝓpendiculares ad superficies angulorū propositorꝝ demittant̄ a punctis aūt super que ꝓpendiculares ceciderit ad eosdē duos angulos planos due recte linee ducant̄ duo anguli qui ab illis duabus lineis atqz duabus ypothemisis cōtinent̄ equi sibi inuicē esse ꝓbantur. Sint duo anguli plani. a. ⁊ d. equales contenti lineis. a. b. ⁊ a. c. ⁊ d. e. ⁊: d. f. ⁊ super eos erigantur due linee ypothemisaliter. a. g. ⁊ d. h. sitqz angulus g. a. c. equalis angulo. h. d. f. ⁊ angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atqz in duabus ypothemisis. a. g. ⁊ d. h: signent̄ qm̄oilibet duo puncta. k. ⁊ l. a quib⁹ ꝑm precepta. 11. huius demittantur ad superficies angulorum. a. ⁊ d. due perpendiculares que sint. k. m. ⁊ l. n. ⁊ protrahantur due linee. a. m. ⁊ d. n. dico igitur angulum g. a. m. esse equalem angulo. h. d. n. si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad superficiem anguli. a. linea que sit. p. q. manifestum est igitur q̄ punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius ⁊ diffinitione linearum equidistantium q̄s necesse ē eē in supficie vna facile ꝓstat studiose intuenti debic: a pūcto. q. ducāt̄ ꝓpendiculares due vna ad lineā. a. b. que sit. q. r. ⁊ alia ad lineā: a. c. q̄ sit. q. s. Silr





quoqz a puncto.n.ducant due alie perpendiculares vna ad lineã.d.e. q̃ sit.n.t.ꝛ alia ad lineã.d.f.que sit.n.x.ꝛ ꝓtrahant.r.s.ꝛ.t.x.iterũqz a punctis.p.ꝛ.l.demittant ypothenuse. p.q.p.r.p.s.ꝛ.l.n.l.t.l.x.bis itaqz positis figuraqz prudẽt disposita demonstrationẽ ꝓpositi sic collige:cõstat ex penultia primi ꝙ quadratum lineę.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.q.ꝛ.p.q.ac ex eadẽ ꝙ quadratũ.a.q ẽ equale quadratis duaꝝ linearũ.a.s.ꝛ.s.q.itaqz quadratũ.a.p.ẽ equale quadratis triũ linearũ.a.s.s.q.ꝛ.q.p. Sed ex eadẽ quadratũ.s.p.ẽ equale quadratis duarũ linearũ.s.q.ꝛ.p.q.ergo quadratũ.a.p.ẽ equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. a.s.ꝛ.s p.ideoqz ex vltima primi angulus.a.s.p.ẽ.rectus:siliqz mõ ꝓbabis vnũquẽqz triũ angulorꝝ.d.x.l.a.r.p.d.t.l.ẽ rectũ.cũ igitur ex ypothesi sit angul⁹.s.p.a.equal' angulo.x.d.l.ꝛ linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.primi linea.d.x.equalis.a.s.ꝛ.x.l. eq̃lis.s.p.eodẽ quoqz mõ cũ ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l. erit ex eadẽ linea.a.r.equalis.d.t.ꝛ.r.p.equalis.t.l.quare ꝑ quartã primi linea.r.s.erit equalis linee.t.x.ꝛ angulus.a.r.s.equalis angulo.d.t.x.ꝛ angulus. a.s.r. angulo est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo.d.a cõceptione igitur erit angulus s.r.q.equalis angulo.x.t.n.ꝛ angulus.r.s.q.angulo.t.x.n.sunt eni residui duorũ rectorũ demptis equalibus necesse ẽ itaqz ex.26.primi vt linea.r.q.sit equalis. t.n ꝛ.q.s.equalis.n.x. Cũqz ex penultima primi quadratũ linee.r.p.sit equale q̃dratis duarum linearum.r.q.ꝛ. q.p.ꝛ quadratum linee.t. l.equale quadratis duarum linearum .t.n.ꝛ .l.n .sint autem due linee.r.p .ꝛ.t.l.equales:duo quoqz que sunt r.q.ꝛ.t .n.equales:sequitur ex communi scia duas que sunt.p:q.ꝛ. l.n.eẽ equales Eodẽ mõ cũ quadratũ linee.a.p.sit equale quadratis duaꝝ linearũ que sũt.a. q.ꝛ q.p.sil' quadratũ linee.d.l.quadratis duarũ lineaꝝ que sũt.d.n.ꝛ.n.l.si aũt.a.p. equalis.d.l.ꝛ.p.q.equalis.l.n.sequit' ex cõi scia.a.q.eẽ equalẽ.d n.ex.8.igit' primi cõcludo ꝓpositũ videlicet angulũ.p.a.m.ẽe equalem angulo.l.n.d.

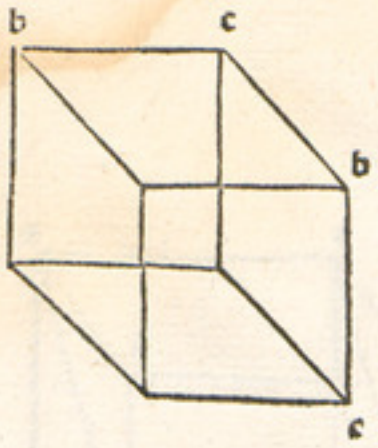
Propositio .38.



Solidũ tribus lineis ꝓportionalibus cõtentum equũ erit solido qd̃ a media linee equis lateribus continet.si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.

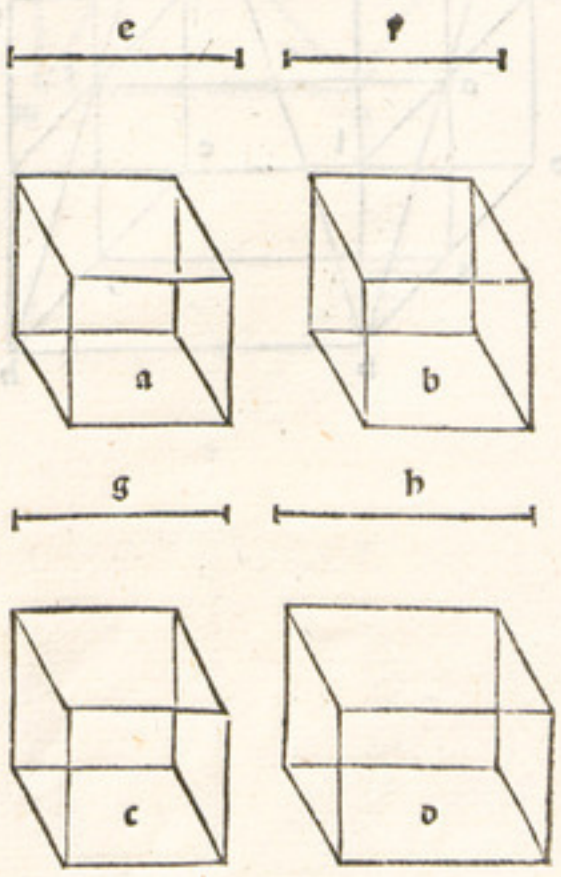
De solidis palellogramis intelligat: de his eni qualiacũqz sint dũ tamẽ equiangula verũ ẽ ꝙ cõtentũ a tribus lineis ꝓportionalibus equale ẽ ei qd̃ a media earũ cõtinet quẽadmodũ de supficiebus rectangulis probatum est in.16.sexti ꝛ de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda pte.13.eiusdẽ Sint igit' tres linee.a.b.b.c.ꝛ.c.d.continue ꝓportionales fiatqz ex eis vnus angulus solidus ad libitũ ꝛ pficiat solidũ equidistantiũ laterũ cui⁹ linea.a.b. sit lõgitudo.b.c.vero altitudo.sed.c.d.latitudo ꝛ ipsum solidum dicatur. a.d. sumpta quoqz alia linea qualibet equali.b.c.que etiã vocetur.b.c.sup ipius extremitatẽ q̃ ẽ.b. Ostituat angulus solidus equalis angulo solido. a. sm qd̃ docet.26.lineeqz cetere solidũ angulũ.b.cõtinẽtes resecent' ad equalitatẽ linee.b.c.ꝛ pficiat solidũ equidistantiũ superficierũ cuius longitudo latitudo ꝛ altitudo sit linea.b.c .ꝛ ipsum appellet.b.c.dico itaqz duo solida.a.d.ꝛ.b.c.eẽ equalia. manifestum ẽ eni ꝙ cuncte supficies vnius sunt equiangule suis relatiuis superficieb⁹ alteri⁹ qd̃ ex.34.p̃mi patere põt.nã cũ solid⁹ angul⁹.b.ponat' eq̃lis solido angulo.a.necesse ẽ vt vn⁹ angl's vniuscuiusqz supficiei solidi.a.d.sit eq̃lis vni ãgulo sue relatiue supficiei in solido b.c.itaqz per.34.primi coꝝ oppositi erunt equales .At qꝛ vniuscuiusqz superficiei

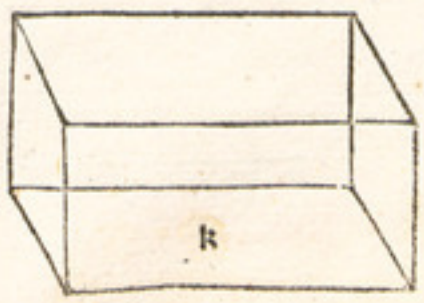
quadrilatere oēs anguli sunt equales quatuor rectis ex.32.primi:necesse ē duos re liquos vnius esse equales duobus reliquis sue relatiue. cumq3 ipsi duo reliqui in qualibet sint etiā adinuicē equales cōuincitur necessario vt vnāqq3 ex supficiebus solidi.a.d.sit equiangula sue relatiue ī solido.b.c.quare ex scda pte.13.sexti bases duoꝝ solidoꝝ ꝓpositoꝝ erunt eqles.sūt enī equiangule ⁊ laterū mutuoꝝ.Si itaq3 linee altitudinū super bases ipsoꝝ orthogonaliter insistunt constat ex.31.ipsa esse equalia.cū enī hee linee sint equales ⁊ ipse determinent altitudinē solidorū erunt solida eque alta.At si linee altitudinū ipsorū nō insistunt suis basibus orthogona liter ab ipsaꝝ sūmitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex p̄missa hee ꝓpendiculares adinuicē equales ipse enī erūt sicut erant ⁊ in premisse demon/ strationis figura due linee.p.q.⁊.l.n.quas demostrauimus oportere ēē equales. Quia igit̄ omniū solidoꝝ altitudo ex ꝓpendicularibus a sūmitatib⁹ ipsoꝝ ad suas bases descēdēntib⁹ diffinit̄ erūt ex.32.duo solida.a.d.⁊.c.b.equalia. Cōuersa quo/ q3 huius possumus si delectat cōuerso mō ꝓbare vt si palellogramū corpus. a.d. sit equale ⁊ equiangulū corpori palellogramo.b.c.⁊ corpus.b.c.cōtineat̄ a media triū linearū cōtinentiū corpus.a.d.erunt tres linee cōtinētes corpus.a.b. cōtinue ꝓportionales.cū enī duo solida palellograma.a.d.⁊.c.b.sint equalia ⁊ eque alta ex ypothesi ipsa erūt super bases equales p cōuersas.31.⁊.32.⁊ qr ipse bases eorū sunt equiangule sequit̄ ex prima pte.13.sexti q̄ ipse sunt mutuorū laterū itaq3 pro portio.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.d.quare cōstat propositum.



Propositio .39.

Si fuerint quotlibet linee ꝓportionales solida quoq3 sua equidistantium atq3 similium vniuscuiusq3 creationis su/ perficiēꝝ erūt ꝓportionalia.si vero solida equidistantiū atq3 sil'ium vniuscuiusq3 creatiōis supficiēꝝ fuerint ꝓpor tionalia linee quoq3 a quibus ipsa solida continent̄ erunt ꝓportionales. Sil'e ꝓponit vigesima prima sexti de superficiebus. Sint enī.4.linee.a.b. ⁊.c.d.ꝓportiōales ⁊ sup bas fabricent̄ quatuor solida pa lellograma eisdē noibus dicta q̄ sint exp̄sse sil'ia.duobus enī ad libitū fabricatis su per duas lineas.a.⁊.c.cetera ꝑm p̄cepta.27.cōstituenda erūt.dico hec.4. solida ēē ꝓportionalia ⁊ ecōuerso.subiungant̄ enī duabus lineis.a.⁊.b.in continua ꝓpor/ tione duēq̄ sunt.e.⁊.f.quēadmodū docet.10.sexti ex duabus lineis.c.⁊.d.alie due que sint.g.⁊.h.constat igit̄ ex.36. et ex diffinitione ꝓportionis triplicate que po/ sita ē in principio quinti ⁊ ex hac ypothesi q̄ solida.a.⁊.b.sibi inuicem ⁊ solida.c. ⁊.d.sibi adinuicē sunt expresse sil'ia q̄ ꝓportio solidi.a.ad solidū.b.ē sicut ꝓportio linee.a.ad lineā.f.solidi quoq3.c.ad solidū.d:sicut linee.c.ad lineā.h.⁊ quia p.22. quinti proportio linee.a.ad lineā.f.est sicut linee.c.ad lineā.h.erit ex.11.quinti soli dū.a:ad solidū.b.sicut solidū:c.ad solidū.d.ꝗstat igitur prima pars. Secunda sic sint duo solida.a.⁊.b.sibi adinuicē duoq3 que sint.c.⁊.d.sibi adinuicē expresse si/ milia.Sintq3 cuncta palellograma ⁊ ponāt̄ ꝓportionalia.dico q̄ linee.a.b.⁊.c.d. sup q̄s sūt ꝗstituta sūt ꝓportiōales .sit enī ex.10 .sexti sicut linea.a.ad lineā.b.ita linea.c.ad lineā.k.⁊ fiat ꝑm.27.b⁹ sup lineā.k.solidū exp̄sse sil'e solido.d. qō etiaq3 dicat̄.k.eritq3 ex diffinitionib⁹ sil'iuq3 corporū ⁊ sil'iuq3 supficiēꝝ ⁊.20. sexti corp⁹.k. exp̄sse sil'e corpi.c.iōq3 p̄ primā pte huius.39.iā ꝓbataq3 erit ꝓportio solidi.a. ad solidum.b.sicut solidi.c.ad solidum.k. ⁊ quia eadem erat solidi. c.ad solidum .d.



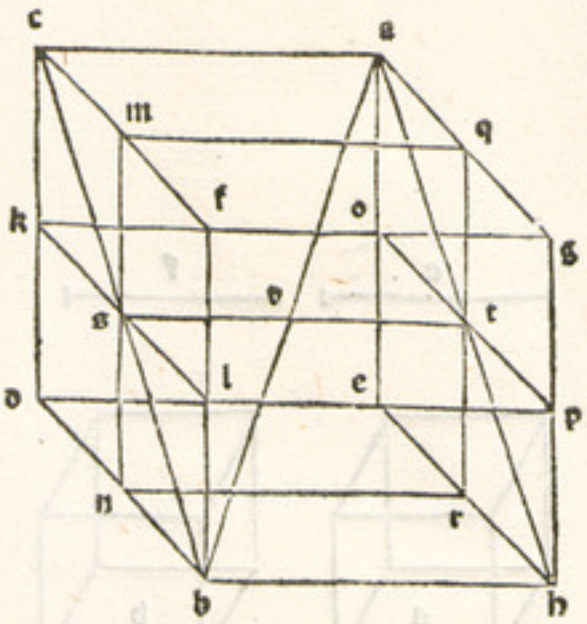


erit ex secunda parte noni quinti solidum. k.equale solido. d.cumq3 esset sibi ex/ presse simi le sequitur lineam. k. esse equalem lince .d. Equalitas enim non pro/ ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali: igit ex scda pte.7.quinti constat etiã b⁹ mõi ps scda.decipis aũt si arbitraris opor tere vnũqdq3 quatuor solidorũ.a.b.c.d.cẽ sile cuilibet aliorũ:necesse ẽ eni duo so/ lida.a.z.b.sibi adinuicem.itẽq3 duo.c.z.d.sibi adinuicẽ cẽ similia:solida aũt.c.z d.solidis.a.z.b.esse similia contingens est:necessariũ antẽ nõ. Idẽ exhac.39.de seratilib⁹ facile poteris concludere.

Propositio .40.

Si inscisa fuerint latera duarũ oppositarũ supficierum cubi vnũquodq3 in duo media:exterintq3 a punctis sectionum due supficies se vicissim secantes z cubum cõem earũ sectio nẽ diametrum cubi per equalia secare z ab ipsa diametro versanice per equalia secare necesse est.

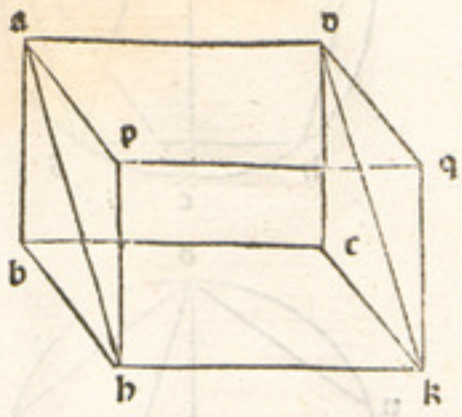
¶ Statue cubũ qui sit.a.b.de quo constat per diocem q̃ omnes linee ipsũ conti/ nentes sint equales z ci⁹ superficies rectangule:tale enim:corpus cubũ dicim⁹:hui⁹ igit basis sit superficies.a.c.d.e.supficies vero eius supprema.b.f.g.h .dextra ve ro eius superficies sit.a.c.g.h.sinistra aũt superficies sit.b.f.c.d.citerior quoq3 sit d.e.b.h.sed vlterior.a.c.g.f.eiusq3 diameter sit.a.b.diuidant itaq3 oia latera dua rũ quarũlibet supficierũ oppositarũ ci⁹ per equalia:z sint nũc supficies quarũ latera diuidãt dextra atq3 sinistra: diuidant inquã quatuor latera:dextre quidẽ sup qua/ tuor puncta que sunt.o.p.q.r.sinistre vero super quatuor que sunt.k.l.m. n.z ꝓiũ gant puncta in his superficiebus opposita ductis lineis.o.p.z. q.r. que secent se i puncto.t.itemq3.k.l.z.m.n.que secent se in puncto.s.z perficiantur due superfi/ cies secãtes se inuicẽ z cubũ:.ptractis itẽ lineis.o.k.z.p.l.q.m.z.r.n.sitq3 harũ du arũ superficierũ cõis sectio linea.s.t.dico igit q̃ linea.s.t. diuidit diametrũ.a. b.et diuidit ab eadẽ diametro p eq̃lia:qõ p3 vtraq3 eni earũ transit p centrũ cubi. ¶ Alit vero ꝓcenit qõ ꝓpositũ ẽ demõstrare ꝓducant eni due lince.t.a.z.t.b.z item due s.c.s.b.eritq3 ex.4.p̃mi.a.t.equalis.t.b.z.s.c. equalis.s.b.cõstat aũt ex prima pte 29.primi:q̃ angulus. p.t.q.ẽ equalis angulo.a.q.t.z ex.4.primi angulus.b. t.p. ẽ equalis angulo.t.a.q.itaq3 ex.32.primi totus angulus. b.t.q. cũ angulo. q.t.a. valet duos rectos quare ex. 14.primi linea.a.b.erit linea vna:silit quoq3 linea.a.b. erit linea vna At qr ex.9:b⁹ linea.a.c.ẽ equidistans lince.b.h.vtraq3 eni ẽ equidi stãs lince.d.e.cũq3 ipse sint equales qr latera cubi:sequit ex.33.primi duas lineas a.b.z.c.b.esse equales z equidistãtes.ideoq3 p cõceptionẽ earũ medietates que sũt a.t.z.b.s.erunt equales:ex.7.aũt huius manifestũ ẽ q̃ linea.s.c.ẽ i superficie dua rũ linearũ.a.b.z.b.c.z ex eadẽ linea.a.b.que est diameter cubi.ẽ etiã diameter sup ficiei paralellograme.a.c.b.h.itaq3 linea.s.t.secat diametrũ.a.b.secet ergo ipsam i pũcto. u.dico ergo lineã.s.u.esse equalẽ linee.u.t.z linea etiã.a.u.linee.u.b.intel ligantur duo trianguli.a.t.u.b.s.u.quorũ anguli qui sunt ad.t. z.s. sunt equales adinuicem:similiter anguli eorũdem qui sũt ad.a.z.b.equales adinuicem ex p̃ma parte.29.primi:ꝓpter id q̃ linea.a.t.equidistat linee.s.b.z quia etiã ipse sũt adi/ uicẽ equales: sequit ex.26.primi q̃ ꝓpositũ ẽ. ¶ Idẽ quoq3 eodẽ mõ cõcludat z si solidum.a.b.nõ sit cubus sed solidũ corpus palellogramũ siue equalibus lineis si/ ue nõ equalib⁹ cõtentũ fuerit siue quoq3 sup basim orthogonaliter erectũ siue etiã

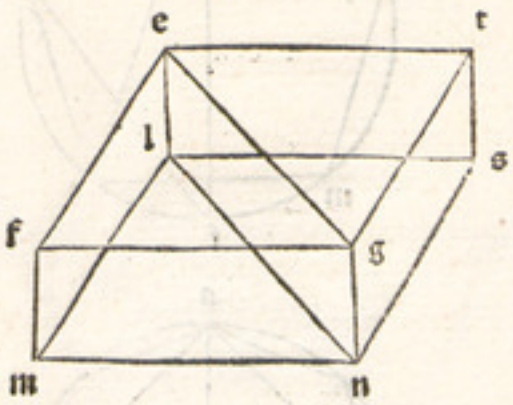


z super ipsā indinatū. Vnde ampliat in hac.40.figuratio cubi ad oēs figuras pa/ralellogramas solidas.

Propositio .41.

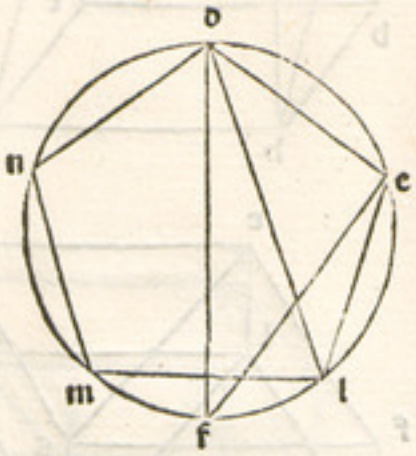
Si duo corpora seratilia quorū altera basim triangulā alterū vero basim habeat equidistantiū laterū ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necesse ē eē equalia. Sit superficies.a.b.c.d.equidistātiū laterū dupla trila/tere superficiei.e.f.g.z super has duas superficies fiāt duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile qd est supra basim q̄drangulā.a.b.b.d.c.k.cui⁹ ba/sis est superficies equidistantiū laterū ꝓposita.a.b.c.d.alia eius superficies equidistantiū laterū ē.a.b.d.k.tertia vero ē.b.b.c.k.due aūt ei⁹ triāgulares supficies sūt altera quidem triangulus.a.b.b.reliqua vero triangulus.d.c.k. seratile aūt qd est super basim triangulā.e.f.g.sit.e.f.g.l.m.n.cui⁹ altera duarū trilaterarū superficierū ē basis predicta: reliqua vero triangulus.l.m.n.triū aūt supficierū ei⁹ equidistātiū laterū: prima quidē ē.e.f.l.m.scda vero.e.g.l.n.tertia vero.f.g.m.n.dico itaq; hec duo seratilia ꝓposita esse adinuicē equalia: perficiant cui duo solida palellograma adiungendo vtriq; duorū propositorū seratiliū aliud seratile sibi equale: primo quidē seratili super eandē basim sitq; adiunctū seratile.a.p.b.d.q.k.cuius due trila/tere superficies sunt.a.p.b.d.q.k.tres aūt quadrilatere: prima quidē.a.b.d.k.qui ē terminus cōis sibi z ei cui adiungit: scda vero.a.d.p.q.ēcia quoq;.p.q.b.k.scdo aūt seratili adiungat aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungat primo triangulo.e.f.g.alius triangulus equalis qui sit.e.g.r.ita q̄ tota supficies.e.f.g.r. sit equidistātiū laterū z super hunc triangulū fiat seratile.e.g.l.r.l.n.s.qd cū illo cui adiungit perficiat corpus palellogramū huius seratilis adiuncti: due trilatere superficies sunt.e.g.r.l.n.s.tres aūt palellograme sunt: prima quidē. e.l.r.s.scda.e.l.g.n.z ipsa ē cōmunis terminus sibi z ei cui adiūgit: tertia vero.g.r.n.s.manifestum igitur ex diffinititione solidorū equaliū atq; similiū q̄ duo seratilia paralellogramū cōponentia solidū.a.k.sibi inuicem.itēq; duo cōponentia solidum paralellogramum.e.n.sibi ad inuicē sūt eq̄lia. At vero ex.31.vel ex.32.b⁹ duo solida.a.k.z.e.n.sunt sibi inuicē equalia: q̄ ergo horū solidorū medietates sunt seratilia ꝓposita per cōem sciam ꝓstat ea esse equalia: quecunq; eni fuerint equalia eorū medietates necesse ē esse equales: liquet itaq; qd ꝓpositū ē. Explicit liber Vndecim⁹ Incipit liber Duodecimus.

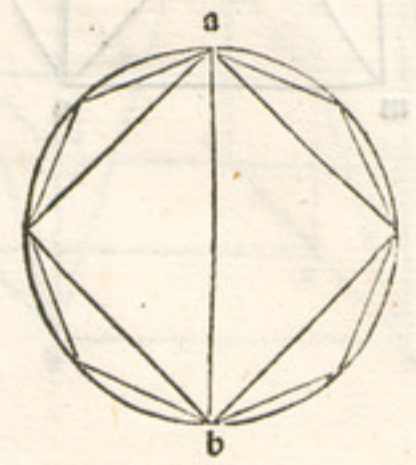


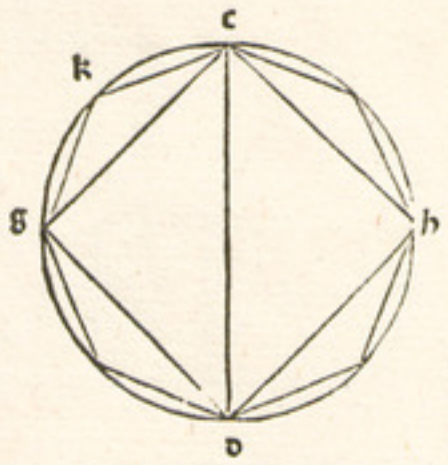


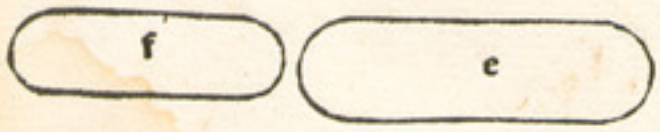
Propositio .1.

Omniū duarū supficierū similiū multiangularū iter duos circulos descriptarū ē ꝓportio alterius ad alterā tāq; ꝓportio q̄dratorū q̄ ex diametris circulorū eas circūscribētiū ꝓueniunt. Sint duo circuli.a.b.c.d.e.f.quib⁹ inscribātur due quelibet figure poligonie q̄ ponant adiuicē siles: sintq; nūc penthagone inscripte vt docet.11.q̄rti z ipse sint.a.b.g.h.k.aliud penthagonū.d. e.l.m n.diametri quoq; circulorū sint.a.c.z.d.f.dico itaq; q̄ proportio penthagoni.a.b.g.h.k.ad pēthagonū d.e.l.m.n.ē.sicut q̄dratū diametri.a.c.ad quadratū diametri.d.f. protrahantur enim in vtroq; circulo due lince ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro nō conterminalis se inuicē cancellantes infra ipsum









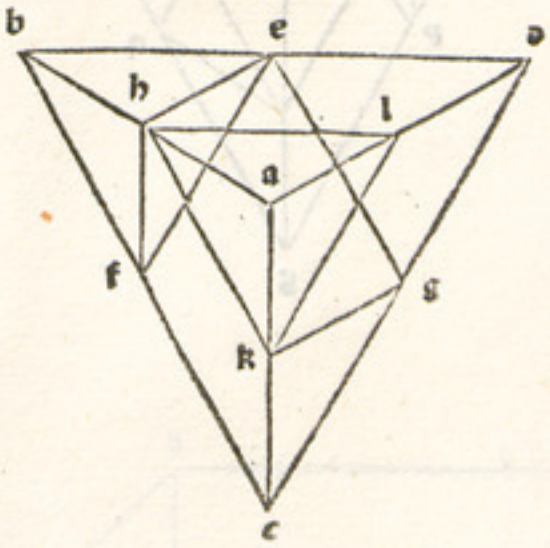
pẽtbagonũ ĩ hoc quidẽ.a.g.ꝛ.c.b.ĩ illo ãt.d.l.ꝛ.f.e.eritq; ex.6.ſexti triangul⁹.a.b g.equiangulus triangulo.d.e.l.nã cũ pẽtbagoni ponant adinuicẽ ſil'es erũt ex diffinitione ſil'ium ſupficiez angulus.b.equalis:angulo.e.ꝛ latera ipſos continentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio.a.b.ad.d.e.ſicut.b.g.ad.e.l.cũ ſint autem ex.20. tertij duo anguli.f.ꝛ.l.ſibi inuicẽ equales. Itẽq; duo alij.c.ꝛ.g. ſibi inuicẽ equales erunt duo qui ſunt.c.ꝛ.f.adinuicẽ equales ex hac cõi ſcia:que equalibus ſunt equalia ſibi quoq; equa eſſe neceſſe eſt. Et q: ex prima ꝓte.30.tertij vterq; duoꝝ angu/loꝝ.a.b.c.d.e.f.eſt rectus ſequitur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e. f.eſſe equiangulos quare per quartã ſexti ꝓportio diametri.a.c.ad diametꝝ. d.f. ẽ ſicut lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportio duplicata ꝛ per candẽ.cũ itaq; ex ſcõa ꝓte.18.ſexti ꝓportio duoꝝ pentbagonoꝝ ẽ ſicut ꝓportio lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportõ duplicata ꝛ p candẽ ꝓporto quadrati diametri.a.c.ad quadratũ diametri.d.f.ſit ſicut diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.duplicata per hanc cõem ſciam:quoꝝ dimidia ſunt equalia ipſa quoq; adinuicẽ eſſe equalia. manifeſtum eſt qõ propoſitum eſt.

Propoſitio .2.

Omniũ duoꝝ circuloꝝ ẽ proportio alterius ad altez tanq; ꝓportio quadrati iue diametri ad quadratũ diametri alterius. Sit duo circuli.a.b.ꝛ.c.d.quoꝝ diametri quoq; dicãt.a b.ꝛ.c.d.dico itaq; q ꝓportõ circuli.a.b.ad circulũ.c.d.ẽ ſicut q̃drati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.manifeſtũ eni ẽ ex hac cõmuni ſcientia quanta eſt quelibet magnitudo ad aliquã ſecundã tantam neceſſe eſt eſſe quamlibet tertiam ad aliquam quartam q̃ proportio quadrati diametri.a.b. ad quadratum diametri.c.d.eſt ſicut circuli.a .b.ad ſuperficiem aliquã que ſit.e. cuiuſcũq; figure aut forme ponat:hanc autem impoſſibile ẽ maiorẽ eſſe a t minorem circulo.c.d. Si eni eſt poſſibile ipſã eẽ minorẽ circulo.c.d.ſit itaq; minor i ſuperficie.f.itaq; circulus.c.d.ſit equalis duabus ſuperficiebus.e.ꝛ.f. piter acceptis conſtat igit ex prima. 10.q̃ totiens poſſit ex circulo. c.d. ſuiſq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio quouſq; relinquat quantitas aliqua minor.f. inſcribatur ergo ſibi vt docet.6.quarti quadratũ.c.d.g.h. de quo conſtat q̃ ipſum ſit maius medietate circuli:quadratũ eni quod eſt duplum ad ipſum ẽ circulum circũſcribens vt patz ex penultima primi ꝛ.7.quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati piter accepte fuerint minus ſuperficie. f.ſufficit. Sin aũt quatuor arcus exiſtentes ſuper dicta latera per equalia diuidantur ꝛ puncta ipſos arcus diuidentia cum extremitatibus lateꝝ cõtinent per lineas rectas. verbi gratia arcus.c. g.diuidat per equalia in puncto.k.ꝛ ꝓtrahant linee. k.c.k.g.ſicq; de ceteris. Erit q; quilibz triangulorꝝ deſcriptorꝝ ſup latera q̃drati maior medietate portionis i q̃ exiſtit eo q̃ omis triangul⁹ yſocheles ẽ medietas palellogrami ſue baſis per.41.primi. Sint itaq; portiones exiſtentes ſuper latera octogonij inſcripti piter accepte minus ſuperficie.f.ſi eni nondũ hoc eſſet:nõ ceſſare diuidere arcus quoꝝ latera vltime deſcripte figure ſunt corde per equalia:ꝛ iſcribere figuram equilateram duplo plurium laterũ prime ſemper ſubtrahendo ab ipſis circuli portionibus maius dimidio quouſq; p p̃mã. 10.portiões ſuper latera alicui⁹ talis figure circlo iſcripte exiſtẽtes pit accepte erũt min⁹ ſuperficie.f.ſunt ꝯ nũc q̃ dicte ſũt:eritq; ex ꝓceptiõe octogonũ.c.d.maius ſuperficie.c.in circulo igit.a.b.eadez via inſcribat ſil'e octogonum: quod dicatur.a.b. ſitq; ex premiſſa ꝓportio octogoni.a.b.ad octogonum

c.d.sicut quadrati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.iõq3 p.11.quinti sicut ꝓportio circuli.a.b.ad supficiẽ.e.itaq3 ꝑmutatim poligonij.a.b.ad circulũ.a.b.sicut poligonij.c.d.ad supficiẽ.e.cũq3 sit poligoniũ.c.d.maius supficie.e. erit poligoniũ.a.b.maius circulo.a.b.hoc aũt ipossibile nõ ẽ:ergo supficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Esto enĩ si possibile sit:cũ igit sit ꝓportio q̃drati diametri.a.b.ad quadratũ diametri.c.d.sicut circuli.a.b.ad supficiẽ.e.erit ecõuerso quadrati diametri.c.d.ad quadratũ diametri.a.b.sicut superficici.e.ad circulũ.a.b.z ꝓstat ex cõi scia in principio huius demonstrationis posita q̃ cadẽ ẽ circuli. c.d. ad aliquã supficiẽ que sit.f.eritq3 ex.14.quinti supficies.f.minor circulo. a.b.itaq3 ꝓportio quadrati diametri.c.d.ad quadratũ diametri.a.b eit sicut circuli.c.d.ad supficiẽ.f.minorẽ circulo.a.b.sed ex hoc demõstrauimus paulo ante sequi impossibile videlicet poligoniũ inscriptũ circulo maius esse circulo:sicut ergo superficies e.nõ põt esse minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo necessario equalis quare ꝑ scõam partẽ.7.quinti liquet qõ ꝓpositũ ẽ.

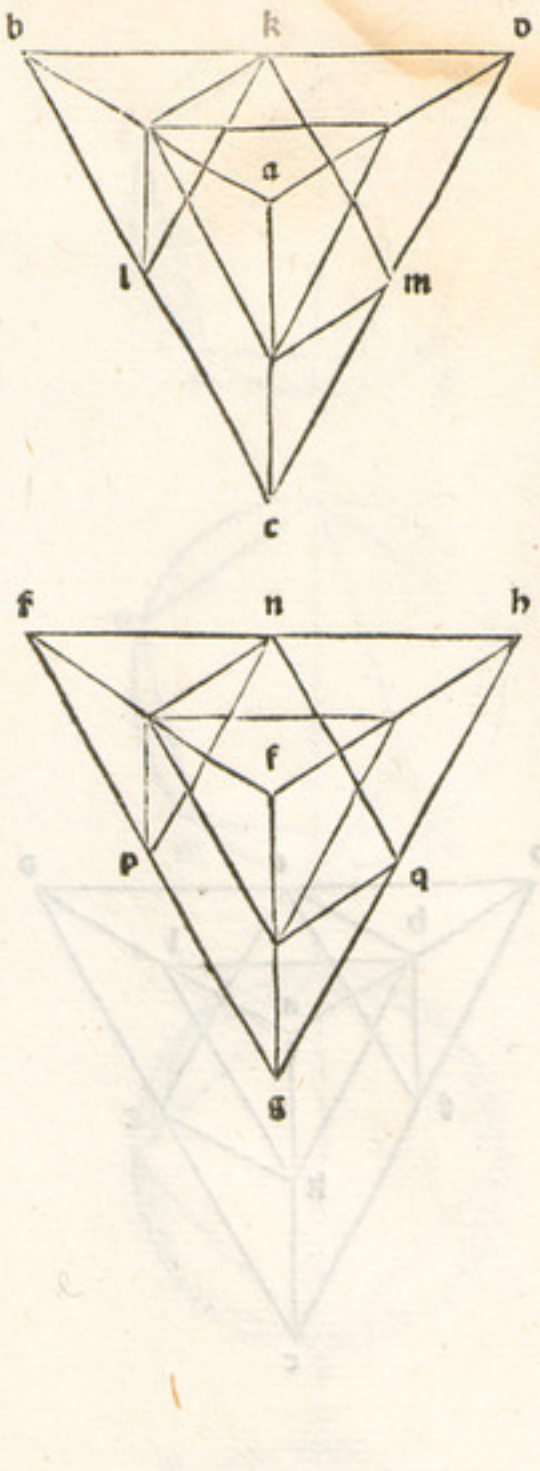
Propositio .3.



Omnis piramis cuius basis triangula scindi põt in duas equas piramides sibi inuicem totiq3 piramidi sil'es vnaq3 in duo seratilia q̃ ambo ꝑiter accepta dimidio totius piramidis necesse est esse maiora. Sit piramis.a.b.c.d.sup basiz triangulũ.b.c.d.ciusq3 vertex solidus angulus.a.a quo demittãt tres ypothenise.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos basis:z diuidant oia latera basis ꝑ equalia in tribus punctis.e.f.g.tres quoq3 ypothenise per eq̃lia in tribus punctis.h.k l.z protrahant in basi due linee.e.f.z.e.g.eritq3 basis eius diuisa in tres superficies quaꝝ due sunt duo triangli.h.e.f.e.g.d.quos ex scõa parte scõe sexti z dione silium superficieꝝ ꝓstat eẽ sil'es sibi inicẽ z toti basi z equales ad inuicem ex.8.pmi ẽcia ẽ tetragona:palellogramma z ipa ẽ.e.f.g.c.quã ꝓstat eẽ duplã ad tãgnlũ.e.g.d ex.40.z.41.pmi:demittant ergo rursus a pũcto.h.due ypothenise.h.e.f.h.z a pũcto.k.ypothenisa.k.g.z ꝓtrahant linee.h.k.k.l.z.l.h.diuisa ẽ itaq3 tota piramis a.b.c.d.in duas piramides que sint.h.h.e.f.z.a.h.k.l.z duo seratilia quoꝝ vnũ ẽ.e.h.f.g.k.e.z ẽ super basim quadrangulã.e.f.g.e.z aliud ẽ.e.g.d.h .k.l. z est super basim triangulã.e g.d.de duabus aũt piramidib⁹.h.h.e.f.a.h. k.l. q̃ ipe sũt eq̃les adinuicẽ sibiq3 z toti piramidi.a.b.c.d.sil'es:ꝓstat ex dione corporꝝ equaliũ z silium z ex.10.11.libri z ex scõa parte.2.sexti: de duob⁹ aũt seratilib⁹ q̃ ipsa sint eq̃lia.ꝓstat ex vltiã.11.libri.Qõ vero ambo seratilia ꝑiter accepta sint maiꝰ medietate totiꝰ piramidis:ex hoc manifestũ ẽ q̃ vtrũq3 illoꝝ diuisibile ẽ ĩ duas piramides quaꝝ altera triãgula eq̃lis vni duaꝝ in quas z seratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula q̃ dupla ẽ ad reliquã quare p3 ambo seratilia pariter accepta tres quartas eẽ totalis piramidis diuise:hãc ꝓportionẽ si scire desideras. sextã huius.12.libri ꝓsule.sed sufficit tibi scire quantũ ad ꝓpositũ illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas z seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quãtalibet quãtitatẽ excedere.

Propositio .4.

Si due piramides eque alte quaꝝ bases triãgule singule ĩ binas piramides eq̃les sibi inicẽ ac toti similes binaq3 seratilia eq̃lia diuidant erit ꝓportio balis vniꝰ ad basim alteriꝰ tãq3 ꝓportio duoꝝ seratiliũ suoꝝ ad duo seratilia alteriꝰ.eritq3 palã oia seratilia q̃ fuerit in vtralib3 illaꝝ



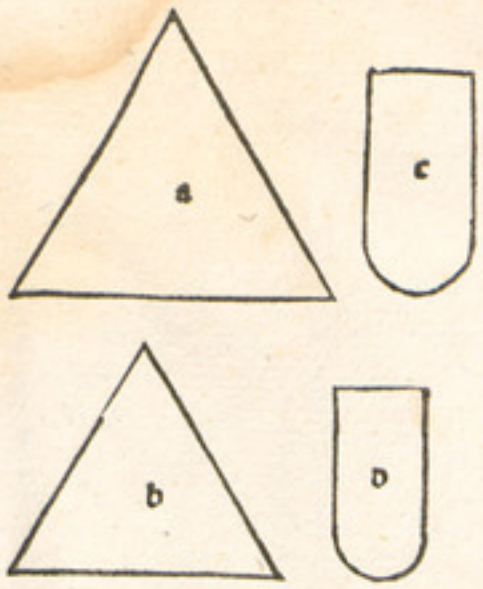
piramidū piter accepta ad cūcta seratilia q̃ ī altera piramide fuerit in eādē hr̃e ꝓportionē q̃z basis eiꝰ piramidis ad basi alteriꝰ piramidis. ¶ Sint due piramides quaꝝ bases triangule eque alte hec quidē.a.b.c.d.cuius conus punctus.a.basis triangulus.b.c.d.ypothemise.a.b.a.c.a.d.illa vero.e.f.g.h cuius conus punctus.e.basis triangulus.f.g.h.ypothemise.e.f.e.g.e. h. hec antē due piramides diuidant̃ sicut in premissa. Sintq̃z bases eaꝝ diuise hec quidē protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint.k.l. z. k.m. illa vero protractis lineis que sint.n.p.n.q.dico ergo q̃ ꝓportio basis.b.c.d.ad basiz f.g.h.est sicut duoꝝ seratiliū piramidis.a.pariter acceptoꝝ ad duo seratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifestū est aūt ex.18.sexti pte scōa q̃ ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulū .k.m.d.ē sicut linee. b.d.ad lineā.k.d.duplicata p candē quoq̃z ē ꝓportio trianguli.f.g.h.ad triangulū.n.q.h.sicut linee.f.h.ad lineā. n.h duplicata. Cūq̃z sit linea.b.d.ad lineā.k.d.sicut linea .f.h.ad lineaz.n.h.vtrobiq̃z eni ē dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulū.k.m.d.sicut triangulus.f g.h.ad triangulū.n.q.h.z pmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulū. f.g.h. sicut triangulus.k.m.d.ad triangulū.n.q.h.triangulus aūt.k.m.d.ad triangulū.n.q. h.ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exis sup illū p.33.vndecimi huius quoq̃z seratilis ad illud ē sicut amboꝝ seratiliū piramidis.a.piter acceptoꝝ ad ambo seratilia piramidis.e.pariter accepta ex.15.quinti:necesse ē eni vt sit duplū ad duplum quēadmodū simplū ad simplū.itaq̃z cōclude ex. 11.quinti qd̄ ꝓpositū est. Dormitas aūt si dubitas seratilia vnius baꝝ piramidū eque alta esse seratilib̃ piramidis alterius.cū eni sint piramides eque alte:sit quoq̃z vtraq̃z eaꝝ diuisa i duas piramides equales sibi totiq̃z similes z in duo seratilia equalia z sint due ptiales piramides eque alte eo q̃ similes z equales qd̄ facile patebit demissis a verticibus ptialium piramidū ꝓpendicularibus ad bases ipsaꝝ:de quibus perpendicularibus ex.37.vndecimi constat esse equales. Cūq̃z altitudines baꝝ partialiū piramidum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuise. Sintq̃z ambo seratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que sup ptialem triangulum basis totalis piramidis cōponit̃ non est pbas ambigere seratilia vnius eaꝝ piramidū esse eque alta seratilibus alterius eaꝝ. Corolariū vero ex eo manifestū ē q̃ similiter bases partialiū piramidū sic se habeant ad invicē sicut bina seratilia vniꝰ ad bina seratilia alterius. z qz bases partialium sic se habent ad invicē sicut bases totalium ex scōa pte.18.sexti z permutata ꝓportione constat ex.13. quinti verū eē quod corolarium proponit.

Propositio .5.

Omnes due piramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sint proportionales.

¶ Qd̄.33.vndecimi ꝓposuit de solidis palellogramis z ī fine.36.vndecimi veꝝ esse demonstrauimus:de seratilibus.hec quinta.12.ꝓponit de piramidibus triangulis. Intelligātur eni due piramides eque alte quaꝝ bases sunt duo trigoni.a.z.b.dico q̃ ꝓportio piramidis.a.ad piramidem.b.est sicut basis.a.ad basim.b.qd̄ eedem demōstrationis vel argumēratiōis genere demōstrandū ē quo scōam hui̇ꝰ demōstrauimus.sit eni ut basis.a. ad basim.b.ita piramis.a.ad corpus.c.de quo dico q̃ ipsū nō erit minus neq̃z maius piramide.b.nā si possibile ē vt sit minꝰ esto minꝰ ī solido.d.vt piramis.b.sit eq̃lis duobus corporibus.c.z.d.pariter acceptis diuisa itaq̃z piramide.b.vt ꝓponit.3.

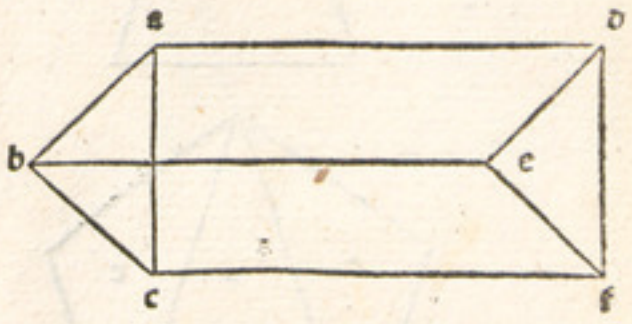
detrahantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemq; ex vtraq; duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur ⁊ fiat hoc toties quousq; ex piramide.b.cogatur aduersarius per primam.10.confiteri relinqui minus solido.d. eruntq; ex communi scientia seratilia detracta maius.c.fiat igitur a piramide.a. similis seratilium detractio.⁊ intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a.quot detraximus ex piramide.b. eritq; ex corolario premisse sicut basis.a. ad basim.b.ita seratilia detracta a piramide.a.ad seratilia detracta a piramide.b.sic sed erat piramis.a.ad corp⁹.c.itaq; seratilia piramidis.a.ad seratilia piramidis b.sicut piramis.a.ad corpus.c. ⁊ pmutatim seratilia piramidis.a.ad piramidē.a sicut seratilia piramidis.b.ad corpus.c.Cunq; sint seratilia piramidis. b.maius corpore.c.erunt seratilia piramidis.a.maius piramide.a.Et quia hoc ē impossibile nō erit corpus.c.minus piramide.b.sed nec maius.hoc enī posito cum sit ꝓportio basis.a.ad basim.b.sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit ecōuerso basis.b. ad basim.a.sicut corporis.c.ad piramidē.a.Eritq; eadē ex cōmuni scia piramidis b.ad aliqd̄ corpus qd̄ sit.d.sequēq; ex. 14.quinti q̄ corpus.d.sit minus piramide a.eo q̄ piramis.b.ponit̄ minor corpe.c.Erit igit̄ basis.b.ad basiz.a.sicut piramis b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc aūt demonstratū ē sequi impossibile videlicet seratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide ꝗ qua detrahunt̄ idcoq; relinquit̄ corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit eē nec maius ⁊ ꝓportionē piramidis.a.ad piramidem.b.esse sicut basis.a.ad basim.b. hoc aūt erat demonstrandū.



Propositio .6.

Omne corpus seratile in tres piramides equales basesq; triangulas habentes est diuisibile.

Sit seratile.a.b.c.d.e.f.ipsū dico esse diuisibile in tres piramides triangulas equales ꝓtrahat̄ enī in vnaquaq; suaꝝ triuz superficierū palellogramaꝝ linea diagonalis ita q̄ vna eaꝝ diagonaliū sit cōterminalis reliquis duabus ut si ꝓtrahas lineas.b.d.b.f.⁊.f.a.quas ꝓpter cōfusionē protrahere cōtempsi:eritq; totum seratile in tres triangulas piramides diuisū quas ex premissa bis assumpta facile cōstat eē equales. Qm̄ aūt euclides nihil demonstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis his quaꝝ sunt bases triangule vt omniū cognitionē ex elemētis q̄ ponit:sufficienter elicere possimus:quedā arbitramur nō inutile demōstrationibus hic positis adiungere :solis enī elemētis contentus euclides multa p̄termisit que quāuis ex eis consequant̄ non tamen sine difficultate patent studentibus:hoꝝ primum est hec.



Si duo solida quorum alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulā:piramis vero super trigonā que quadrangule basis seratilis sit dimidium constituta fuerint eque alta seratile piramidi triplum esse conueniet

Si seratile ꝓpositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide ꝓposita sup propriam basim perficiatur seratile piramidi ꝓposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adijciatur triāgulus ex quo ⁊ basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa

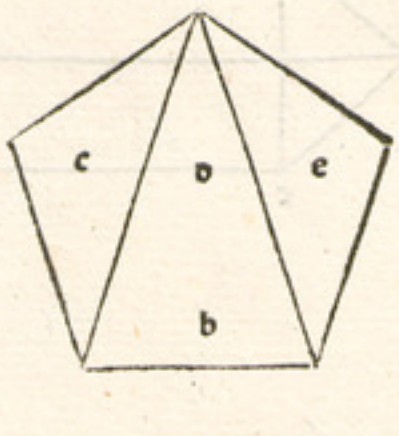
piramide compleatur seratile piramidi e. ue altum: qz igit istud seratile seratili pri ori est eque altum ⁊ vtrozũqz bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa ee equa lia. hoc eni demonstratũ est in. 36. vndecimi. at qm ex. 6. hui⁹. 12. libri seratile scom triplum est ad piramidẽ ꝓpositã. nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum seratile diuidit. Erit quoqz per cõmunem scientiam propositam seratile tri/ plum ad propositam piramidem.

¶ Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnã eandẽ qz basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse adin/ uicẽ inequales necesse est. ¶ Fabricato eni vno seratili eque alto piramidib⁹ propositis sup basim triangulã equalẽ basib⁹ propositaꝝ piramidũ aut sup basim quadrangulã duplã basibus earũdẽ: erit ipsũ seratile triplũ ad piramides singlas. hoc eni constat ex premissa addita siue interposita: igit ex cõi scia cũcte proposite piramides sunt vt diximus adinuicẽ equales.

¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales. ¶ Fiant super bases propositarum piramidum aut sup alias trigonas equales aut super palellogramas duplas seratilia ipsis piramidi/ bus eque alta eruntqz ob hoc seratilia sibi adinuicẽ eque alta ⁊ qz seratilia suis ba/ sibus sunt ꝓportionalia ut probatum ẽ in. 36. vndecimi. 33. ipsius mediante. Cũ/ qz ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad proposi/ tas piramides vnũqõqz videlicet ad suã relatiuam: basesqz ipsorũ equales aut du plas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti vt triplum ad triplum ita sim/ plum ad simplum erunt quoqz proposite piramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritqz alterius ba sis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus proportionales esse conuenit.

¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases. a. ⁊. b. sitqz basis. a. triangula. b. vero pentbagona. Et dicantur hec piramides. a. ⁊. b. itaqz dico proportionem piramidum. a. ⁊ b. esse sicut basium. a. ⁊. b. distinguatur quidem pentbagonus. b. ĩ tres triangulos. c. d. e. eritqz tota piramis. b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiã dicãtur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pirami dis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. ⁊ piramidis. d. ad pira/ midem. a. sicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemqz piramis. c. ad piramidem. a. si/ cut trigoni. e. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis assumpta sequitur q̃ sit propor/ tio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. ⁊ ipsum est piramis. b. ad pirami/ dem. a. sicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. ⁊ ipsum est pentbagonus. b. ad trigonum. a. constat igitur quod volumus.



¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportiona/ les esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusqz fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos ⁊ ipsa piramide ĩ piramides triangulas: erit ex premissa in terposita proportio vniuscuiusqz harum triangularium piramidum inter quas alte ra propositarum diuiditur ad reliquã sicut sue basis ad basim alterius. itaqz per 24. quinti quotiens oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.

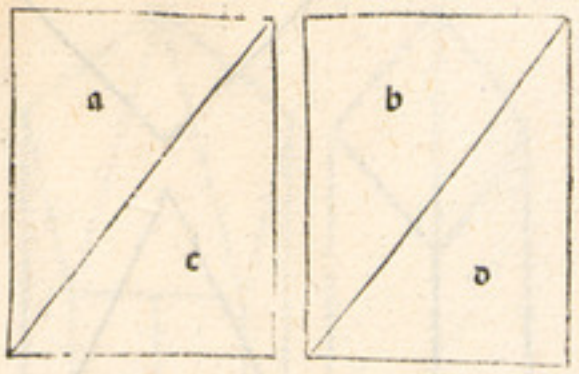
Propositio .7.

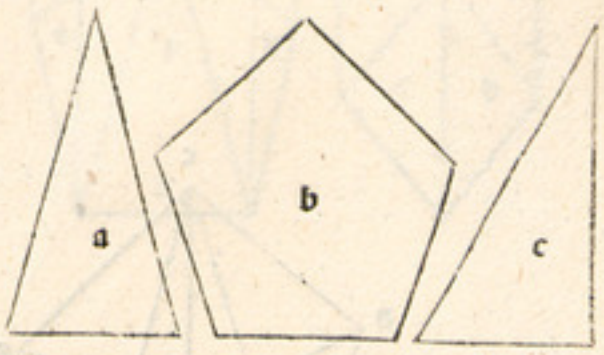
SI due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases ⁊ altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

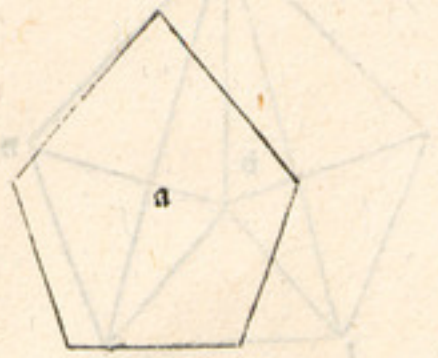
¶ Qd̃ trigesima quarta ⁊ trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: ⁊ nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hec septima .12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligãtur eni duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos .a. ⁊ .b. que dicantur .a. ⁊ .b. dico itaq; q̃ ꝓportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. ⁊ si hoc fuerit dico piramides .a. ⁊ .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. ⁊ .b. duo alij qui sint .c. ⁊ .d. vt fiant ambe superficies .a .c. ⁊ .b. d. equidistantium laterum et ex ipsis piramidibus super bases .a. c. ⁊ .b. d. cõpleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a. c. ⁊ .b. d. manifestũ igitur est ex sexta huius. 12. q̃ piramis .a. ē sexta pars solidi .a. c. ⁊ piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq; ex .35. vndecimi argue propositum: primã quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.

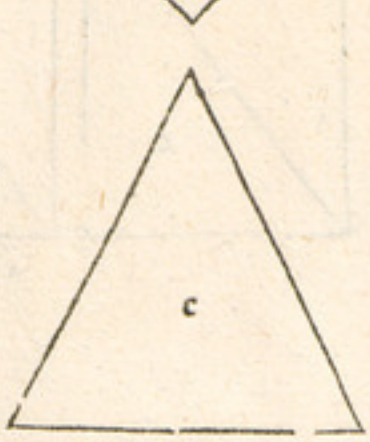
¶ Qd̃ si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

¶ Si bases vtrarũq; fuerint triangule demonstratum est verum esse qd̃ diximus. Si altera tm̃: sit igitur .a. basisq; alterius piramidis sit .b. ⁊ sumatur trigonus .c. eq̃lis poligonio .b. fiatq; super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. ⁊ sint .a b .c. equiuoca nomina piramidum ⁊ basium. Quia igitur ex ypothesi duo piramides .a. ⁊ .b. sũt equales ⁊ ex vltima interposita ꝓ ad sextam huius dueq; piramides .b. ⁊ .c. sunt equales: ⁊ erũt ex communi scientia due piramides .a. ⁊ .c. equales: igit̃ bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumq; bases .b. ⁊ .c. sint equales: altitudines quoq; piramidũ .b. ⁊ .c. equales erunt ex prima pte ⁊ secunda .7. quinti bases .a. ⁊ .b. mutue altitudinib⁹ piramidum .a. ⁊ .b. Scda pars cõuerso modo probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. erit ex .2. parte ⁊ prima .7. quinti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinẽ piramidis .a. itaq; ex secũda pte hui⁹ .7. duo piramides .a. ⁊ .c. sunt eq̃les quare p cõmunẽ scientiam due quoq; piramides .a. ⁊ .b. sunt equales. Si vero neutra propositarũ piramidum fuerit trigona sed vtraq; poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur .a. ⁊ .b. sumatur similiter triangulus .c. equalis exagono .b. super quem fiat piramis eque alta piramidi .b. eruntq; due piramides .b. ⁊ .c. equales. ideoq; due que sunt .a. ⁊ .c. etiam per cõceptionem equales quare basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .c. ad altitudinem piramidis .a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis .a. ad basim .b. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinẽ piramidis .a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis .a. ad basim .b. fuerit vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a.









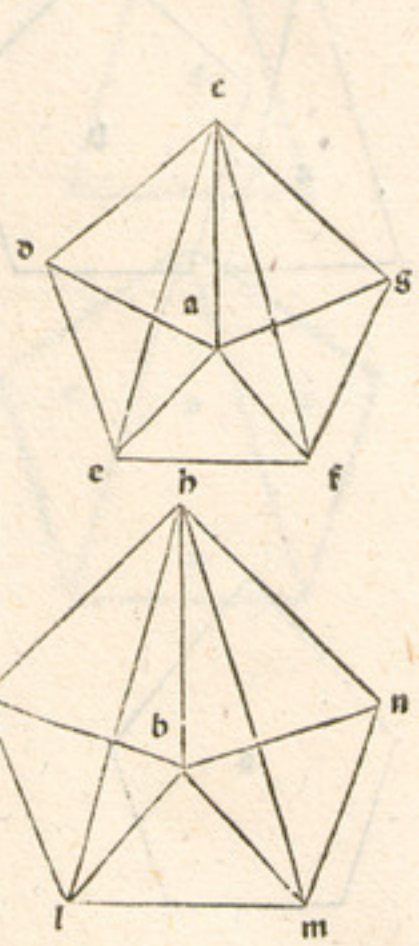
erit quoqz ex septima quinti basis.a.ad basim.c.vt altitudo piramidis.c. ad altitudinē piramidis.a.ideoqz ut patet ex prioribus erunt due piramides.a.z.c.eq̄les quare etiā ex cōmuni scientia z due que sunt.a.z.b.erūt etiā equales.Et hoc ē propositum.

Propositio .8.

Omnium duarum piramidum similium quarum bases triangule ē proportio alterius ad alteram tanqz lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

Propositis duabus piramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodū dictum est in demonstratione premisse:eruntqz hec duo solida paralellograma similia eo q̄ piramides ponuntur similes ad inuicem.nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes piramidibus z solidis paralellogramis superficialibus angulis numero z quantitate equalib⁹ continentur: z latera quoqz illos angulos superficiales continentia sunt proportionalia quare ex.34.primi tres superficies solidorum paralellogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule z laterū proportionalium.ideoqz similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24.z.13.quinti cuncte sex supficies hoꝝ duorum solidoꝝ paralellogramoꝝ sunt similes adinuicē:igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum z piramidū sit vna ex.15.quinti.nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius.cunqz sit proportio solidoꝝ vna sicut suorum relatiuoꝝ laterum triplicata ex.36.vndecimi libri:sunt aūt latera solidorum eadem quoqz latera piramidū.erit quoqz ex. 11.quinti proportio propositaꝝ piramidum sicut suoꝝ relatiuoꝝ laterum proportio triplicata:quod est propositum.

Qd̄ si fuerint due quelibet piramides laterate similes erit ꝓportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

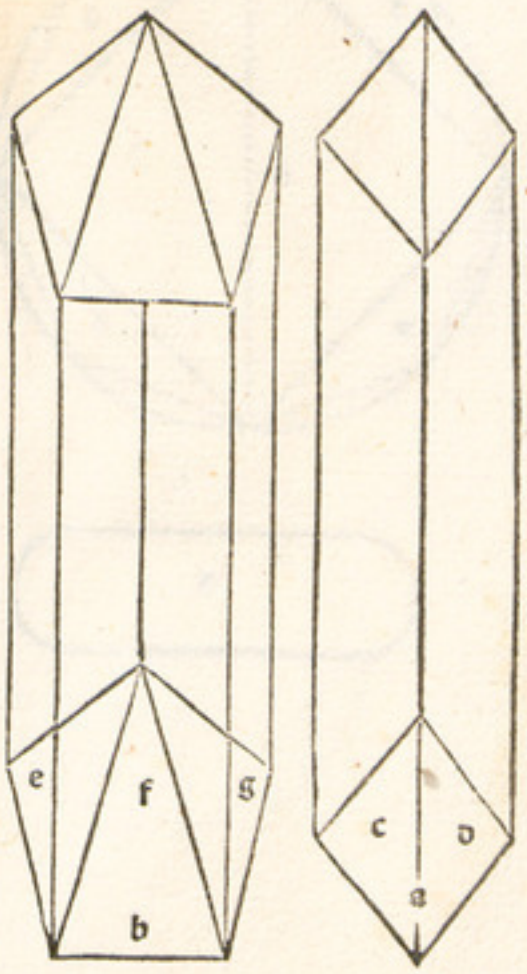


Sint due laterate piramides quaꝝ coni.a.z.b.similes sintqz super bases penthagonas que sunt.c.d.e f.g.h.k.l.m.n.dico q̄ ꝓportio eaꝝ est sicut suoꝝ relatiuorum laterum triplicata.Constat enim ex diffinitione similiū superficieꝝ z corporum q̄ penthagoni qui sunt bases propositarum piramidū sibi ad invicē cumctiqz relatiui al'reliqui triāguli ipsas ābientes sibi invicē sūt similes.diuidant̄ itaqz bases ambaꝝ in triangulos sil'es z numero equales ꝓut. 18.sexti ꝓponit esse possibile:protractis in hac quidē lineis.c.e.z.c.f.i illa vero.b.l.z.b.m .dico igit̄ istas piramides esse diuisas in piramides triangulas sil'es z numero equales.Conferāt̄ enim adinuicem due piramides.a.c.d.e.b.h.k.l.quaꝝ coni sunt.a.z.b .cōstat autem ex ypothesi triangulū.c.a.d.esse similē triangulo. b.h. k.z triangulū.d .a.e. triangulo. k.b.l.z q̄ etiā ex ypothesi angul⁹.d.ē equalis angulo.k.z latera .c.d.z d.e.cōtinētia angulū.d.sunt ꝓportionalia lateribus.b.k.z.k.l.cōtinētibus angulū.k.erunt ex.6.sexti duo trianguli.c.d.e. z. b.k .l.equianguli. ideoqz per.4.sexti erit ꝓportio.c.d.ad.b.k.sicut.c.e.ad.b.l.cūqz ex ypothesi sit ꝓportio.c.a. ad.b. b.z etiā.a.e.ad.b.l.sicut.c.d.ad.b.k.erit ex. 11.quinti.c.a.ad.b.b.z.a.e. ad.b.l. sicut.c.e.ad.b.l.igit̄ ex.5.sexti z diffinitione similiū superficieꝝ triangulus.c.a.e. erit sil'is triangulo.b.h.l.manifestum est itaqz ex diffinitione ꝓsilium corporum q̄ piramis.a.c.d.e.ē similis piramidi.b.h.k.l.sil'r quoqz cōstat piramidē.a.c.e.f.ee

sisem piramidi .b.b.l.m.⁊ piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.b.m.n.q: ergo ex hac.s ꝓportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidē.b.b.k.l.ē sicut lateris.c.d.ad latus.b.k. triplicata ⁊ etiā piramidis.a.c.e.f.ad piramidē.b.b.l m.sicut.e.f.ad.l.m .tripli/ cata.ac etiā piramidis.a.c.f.g.ad piramidē.b.b.m.n.sicut.c.g.ad.b.n.triplicata cū sit ex ypothesi ꝓportio.e.f.ad.l.m.⁊.c.g.ad.b.n.sicut.c.d.ad.b.k. sequitur ex 13.quinti vt ꝓportio totaliū piramidū.a.⁊. b.sit sicut vnius baꝫ ptialium ad aliā vnā.igit̄ ex hac.s.⁊ vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

¶ Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt ꝓportionales.

¶ Verū ē qd dicitur sup qualescūq; bases poligonias sunt.colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝫ bases ⁊ supficies suppreme sunt siles ⁊ equales.cuncte vero relique superficies ipsa solida circūstantes:sunt equidi stantiū laterum Talium autē solidoꝫ prima spēs ē seratile cū super vnā suaꝫ trila terarū supficieꝫ intelligit̄ eē statutū Scda vero spēs ē colūna cui⁹ basis sit q̄drilate ra quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā:⁊ tertia ē cuius basis ē penta/ gona ⁊ ipsa ex tribus seratilib⁹ pficit̄ .Simpliciter aūt dico ꝙ ois laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligant̄ itaq; due colūne laterate.a.⁊.b.ꝓstitute sup duas bases.a.⁊.b.eque alte.dico ꝙ ꝓpor/ tio colūnaꝫ.a.⁊.b.ē sicut basiū.a.⁊.b.distinguāt̄ nāq; hec bases i triāgulos ⁊ hec columne in seratilia:basis quidē.a.que ponatur esse quadrangula in duos trigo/ nos.f.c.⁊.d.⁊ colūna.a.in duo seratilia.c.⁊.d.basis vero.b.que sit pentagona di stinguat̄ in tres trigonos.e.f.g.⁊ colūna.b.in tria seratilia que silr vocent̄.e .f.g. Manifestū ē igit̄ ex his que in.36.vndecimi dicta sunt ꝙ ꝓportio seratilis .c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim. e.⁊ iterū seratilis.d.ad seratile.e. sicut basis d.ad basim. e. quare per.24.quinti erit columne .a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim. e.eadem ratione erit columna.a.ad seratile.f.sicut basis.a :ad basim.f.at rursus columne.a.ad seratile.g.sicut basis.a.ad basim.g .igit̄ ex.24.quinti quo/ tiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes propositū.constat itaq; ex hoc ꝙ



¶ Omnes colūne laterate super eandē basim vel super equales con/ stitute si fuerint eque alte erunt equales.

¶ Cum enī vt proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basib⁹ ꝓ/ portionales.ponantur aūt bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex.24.quinti vt etiam colūne sint equales.constat quoq; ꝙ.

¶ Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia ⁊ laterate colū/ ne eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia eē necessario cō probantur.

¶ Omnia enim hec species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vni uersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶ Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶ Distinguatur basis columne in triangulos ⁊ ꝑm numerum trianguloꝝ illo/ rum distinguatur columna in seratilia ⁊ piramis columne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium. constat itaq; vnumquodq; seratile ad eā piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit tri/ plum esse.hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri:igitur ex. 13 quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas ne/ cesse est esse triplum cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et

et ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur con/ stat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erũt. Si vero bases earum ⁊ altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo ꝙ omnis la/ terata colũna ē tripla ad suã piramidē. si autem piramides fuerint equales sue ba ses suis altitudinibus mutue erunt quēadmodũ demonstratum est in septima hu/ ius: quia igitur columnarum suarumq; piramidũ eedem sunt bases ⁊ altitudines sunt eedem. constat prima pars ꝓpositi. Sint igitur bases ⁊ altitudines ꝓposita/ rum columnarum lateratarum mutue: dico ꝙ columne erunt equales. cum enim ee/ dem sint bases eedemq; altitudines colũnarꝫ suarꝫq; piramidum: erunt bases ⁊ al/ titudines piramidũ ꝓpositarꝫ colũnarum mutue. si hoc vt positũ est verꝫ fuerit de columnis. erunt itaq; piramides equales ꝓut in septimo huius demonstratum ē igitur ⁊ columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secũ da pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est propor/ tio alterius ad alteram tanq̃; lateris ad suam relatiuum latus propor/ tio triplicata.

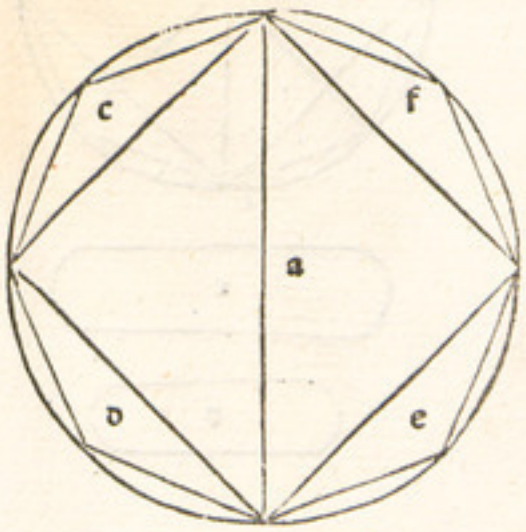
¶ Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similiũ corporum bases earum cetereq; superficies eas ambientes siles. Diuidant̃ itaq; bases earum in triangl'os similes ⁊ numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: ⁊ ipse columne diuidant̃ in seratilia super hos triangulos existentia. studē igitur proba/ re seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius ē similia: qd̄ facile probabis ex ypothesi ⁊ sexta ⁊ quarta ⁊ quinta sexti: et diffinitione similium superficierꝫ ⁊ diffi/ nitione similium corporum hoc autē probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnius cuiusq; seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius ꝓportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit propor/ tio vna: quare per. 13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile rela tiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta ⁊ quia vtrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas ⁊ relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplica ta quod est propositum.

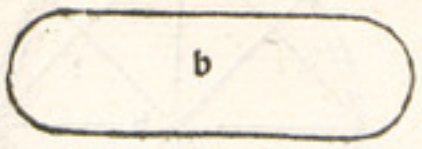
Propositio .9.

Omnis columna rotunda piramidi sue triplex esse cōpro/ batur.

¶ Supra circulum .a. intelligantur vna columna ⁊ vna piramis secũ dum eandē suã altitudinē erecte: dicanturq; equiuoce ipsa piramis et columna ⁊ circulus nomine vno scz. a. dico itaq; ꝙ colũna .a. est tri/ pla ad piramidē .a. cuius ꝓbatio ē quia neq; maior neq; minor pōt esse q̃; tripla Sit enim primũ si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita ꝙ si .b.

corp⁹ dematur de colũna.a.erit resid ũ ei⁹ triplũ ad piramidẽ .a. Inscribat ergo quadratuꝫ circulo.a.sup qõ erigantur duo seratilia eque alta colũne.a. de quibus duobus seratilibus piter acceptis cõstat q̃ ipsa sũt plus medietate colũne.a .quẽ/ admodũ ipsum quadratũ constat esse plus medietate circuli.a. Si enim ex ipsis sera tilibus perficiantur solida palellograma quoꝝ ipsa sunt medietates: erit ipsa colũ/ na ꝑs ipsoꝝ duoꝝ solidoꝝ piter acceptoꝝ: deinde super latera quadrati inscripti ꝑ ficiã quatuor triangulos duum equaliũ lateꝝ in portionibus circuli quaꝝ portioni nuꝫ latera quadrati sunt chorde divisis arcubus illaꝝ portionũ ꝑ equalia ⁊ sunt illi trianguli.c.d.e.f .super quos etiã erige seratilia ad altitudinẽ colũne.a.⁊ manife/ stũ est q̃ hec seratilia sunt maius medietate portionũ columne super portiões cir/ culi consistentiũ quẽadmodũ ⁊ ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circu li. Fiat aũt hoc totiens quousqꝫ ꝑ primã . 10.cogat aduersarius cõfiteri portiones colũne piter acceptas esse minus corpore.b. Erit igit columna laterata octogona quã cõponunt omnia seratilia pariter accepta quaꝝ bases sunt trianguli dividen/ tes poligoniũ inscriptũ circulo .a.maiꝰ triplo piramidis rotũde.a. ⁊ qꝛ ipsa latera ta colũna ẽ tripla ad suã piramidẽ sicut demonstratũ e in eis que premissa sunt. se quitur ex scõa ꝑte. 10.quinti libri vt rotunda piramis.a.sit minor laterata pirami de laterate columne cuius basis ẽ inscriptũ poligoniũ basi rotunde piramidis.a. qõ est impossibile. Est enim piramis laterata ꝑs ipsius piramidis rotunde :nõ ẽ igit piramis.a.minꝰ tertia ꝑte sue columne.sed nec plus tertia. Si enim possibile ẽ: sit pi ramis.a.plus tertia ꝑte columne.a.quãtitate corporis.b.ita q̃ detracto corpore.b de piramide.a.sit residuũ ipsius piramidis tertia pars colũne.a.igit quẽadmodũ prius ex piramide.a.intelligat detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratũ circulo.a.inscriptũ quã lateratam piramidem constat esse plus dimi/ dio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis.a. rursus intelligant detrahi piramides eque alte statute super triangulos.c.d.e.f.qui sunt in portionibus ba/ sis ⁊ hoc totiẽs fiat vt ex prima decimi relinquat ex piramide.a.minus corpore.b erit itaqꝫ piramis laterata inscripto poligonio supstans quã cõponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia ꝑte rotunde colũne.a. ⁊ quia ut probatũ ẽ in ꝑcedentibus hec piramis laterata ẽ tertia ꝑs sue columne laterate a.sequit denuo ex scõa ꝑte. 10.quinti libri columnã rotundã.a.esse minorẽ colũna laterata eiusdẽ altitudinis cuius basis ẽ poligoniũ basi rotunde piramidis inscri/ ptũ: hoc aũt impossibile: nã hec colũna rotunda laterata ꝑs ẽ colũne rotũde. Cum igitur columna rotunda nõ possit eẽ minus triplo sue piramidis neqꝫ maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

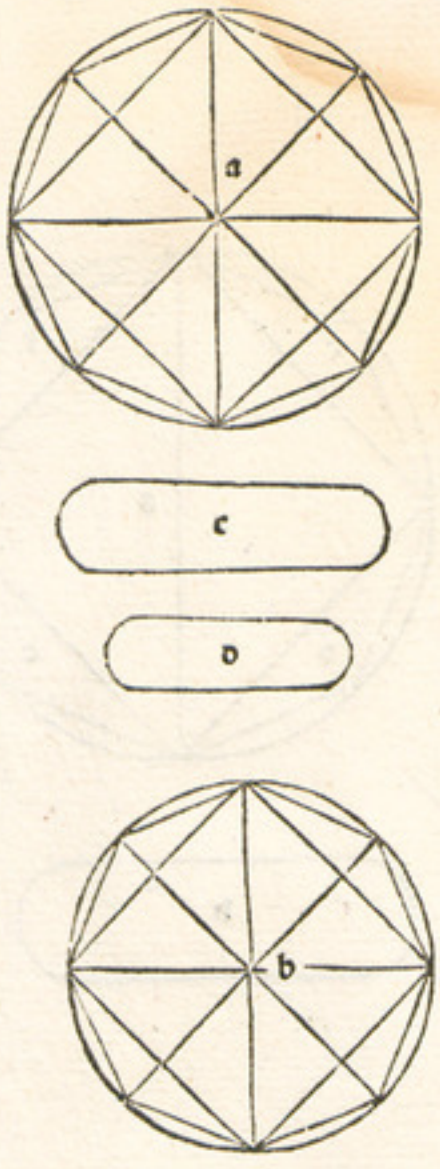




Propositio .10.

Omnium duarum rotundaꝝ piramidum similiũ columna rumve rotundarum similium ẽ proportio alterius ad al/ teram tanq̃ꝫ diametri sue basis ad diametrũ basis alteri⁹ proportio triplicata.

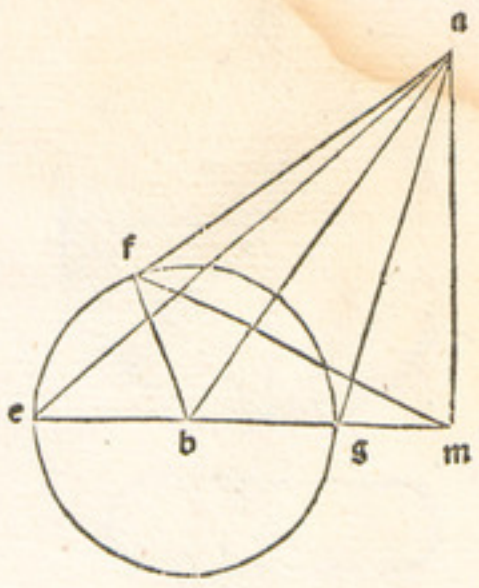
Sint duo circuli.a.⁊.b.super quos constituantur due rotũde pira mides simles dueqꝫ columne rotunde similes ⁊ dicantur circuli ⁊ piramides ⁊ co/

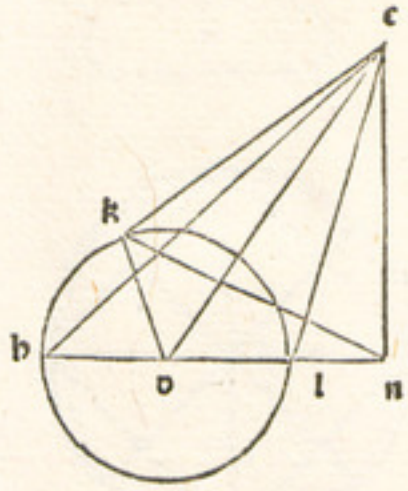


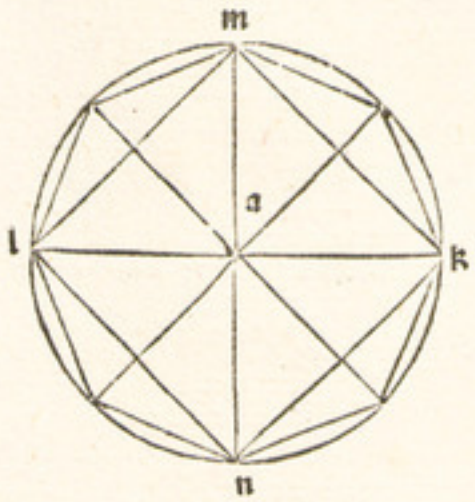
lumne ⁊ diametri circulorum bis nominibus.a.⁊.b.equiuóce:dico itaq; ꝙ ꝓpor/
tio duarum piramidum.a.⁊.b.duarũq; columnaꝝ.a.⁊.b.ē sicut duaꝝ diametroꝝ
a.⁊.b.proportio triplicata:hoc autem si de piramidibus constiterit :de columnis
autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla
ad suam piramidē:de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente
ad impossibile.Est enī per cōmunē sciam positā in principio scōe demōstrationis
huius. 12.libri : que proportio diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata: eadem pira/
midis.a.ad aliqd̄ corpus:illud igit̄ corpus sit.c.de quo dico ꝙ ipsum non pōt esse
minus neq; maius piramide.b.Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor
poris.d.ita ꝙ duo corpora.c.⁊.d.piter accepta sint quātum piramis. b.itaq; quē
admodũ in scōa ꝑte premisse ex piramide.b .detrahat̄ laterata piramis sibi eque
alta cuius basis sit quadratum inscriptũ circulo.b.⁊ ex residuo eius detrahant̄ pi/
ramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli.b. fiat ita
q; hoc totiens quousq; cogente prima.10.sit residuũ piramidis.b. minus corpore
d.eritq; ex cōi scia laterata piramis detracta quā cōponunt partiales piramides
detracte maius corpore.c. Inscribat̄ itaq; circulo.a.poligoniũ simile illi quod est
basis laterate piramidis detracte a piramide.b.⁊ ad angulos huius poligonij in/
scripti circulo .a.demitte lineas a cono piramidis.a.perficiens super illud poligo
nium lateratā piramidē eque altā rotunde piramidi.a.hanc igit̄ studeas demon/
strare esse silem laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.qd̄ hoc mō fa/
cies:in vtraq; piramide eriges axem ipsius que erit ex diffinitōne linea cōtinuans
verticē piramidis cū cētro basis ⁊ erit perpendicularis ad basim:dehinc a centris
basium protrahas in vtroq; circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq;
poligonij inscripti.cunq; ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit ꝓ/
portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alteri⁹.ideoq; etiā ex.15.quinti ⁊ equa ꝓportiōalitate sicut semidiametri ad se
midiametrũ.sint aūt vtrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris conti
nent recti.necesse ē ex sexta ꝓpositione sexti libri ⁊ quarta eiusdē ⁊ diffinitiōe simi
lium superficiēꝝ ⁊ similiũ corporꝝ diffinitione vt laterata piramis.a.sit similis late
rate piramidi.b.quare ꝑ additā ad.8.huius ꝓportio laterate piramidis.a.ad la/
teratam.b.ē sicut lateris vnius ad suũ relatiuũ latus alterius ꝓportio triplicata.
ideoq; ⁊ sicut diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata.igit̄ quoq; sicut rotunde pira/
midis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate pirami/
dis.a.ad rotundā piramidē.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.⁊ q̄ latera
ta piramis.b.maior ē corpore.c.erit laterate piramis.a.maior rotunda piramide
a.qd̄ ē impossibile cū sit ꝑs eius:nō est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b
Restat itaq; ꝓbandũ ꝙ nec maius.si enī aduersarius dicat ipsũ ē maiꝰ tunc argu
atur ex cōuersa proportionalitate ꝓportionē diametri.b.ad diametrum.a.tripli/
catā esse sicut corpis.c.ad rotundā piramidē.a.sed ex cōceptione cadē est rotunde
piramidis.b.ad aliqd̄ corpus aliud qd̄ sit.d.⁊ q̄ ex ypothesi corpus.c. maius ē ro
tunda piramide.b.sequit̄ ex.14.quinti ꝙ rotunda piramis.a.sit maior corpore.d.
itaq; proportio rotunde piramidis.b.ad corpus qd̄ ē minus rotunda piramide.a
videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametrꝝ alterius ꝓportio triplicata.hoc
aūt est impossibile .nā ex hoc demōstrauim⁹ sequi ꝙ ꝑs sit maior suo toto.cū ergo

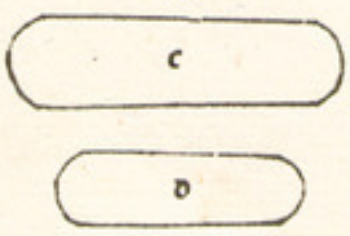
corpus.c.nō possit min⁹ cē neqz mai⁹ rotunda piramide.b.erit necessario sibi eq̄/
le.ideoqz ex scōa pte.7.quinti constat ꝓpositū. Ne lateat autem nos huius demon
strationis processum ad eas dūtaxat colūnas ⁊ piramides rotundas coartari qua
rum axes suis basibus perpendiculariter insistunt:tales enī diffinite fuerūt i prin
cipio vndecimi:cum tamē passio hic demonstrata cōmuniter conueniat omnibus
columnis rotundis similibus piramidibusqz rotundis similibus siue eaꝝ axes su/
per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: ⁊ ap/
pellentur differentie cā hee rotunde colūne ⁊ pirammides q̄rum basib⁹ axes ortho/
gonaliter superstant erecte:relique vero dicantur inclinate :⁊ qz in principio.11.non
sunt diffinite colūne aut piramides rotunde nisi ille tm̄ quas erectas vocam⁹:hee
quidē per motū palellogrami rectanguli.illi vero per motū trigoni rectāguli. ideo
conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas ⁊ piramides diffinitionib⁹
cōmuniter ⁊ vniuoce conuenientibus erectis ⁊ inclinatis columnis ⁊ piramidibus
rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct⁹ qui
cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato
puncto manente fixo descripto circulo quousqz ad locum vnde moueri inceperit.
circūducat:corpus qō a curua supficie quā motu suo describit hec linea ⁊ ab ipso
circulo cui circūducit cōtinet voco piramidē rotundā.et circulū cui linea hec circū
ducitur voco basim ipsius piramidis.fixum aūt punctū extra circulū supficiem si/
gnatū voco conū piramidis:lineamqz rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira
midis appello axem seu sagittā piramidis. Cunqz hec sagitta fuerit perpendicula/
ris ad basim dico piramidē esse erectam.cū vero inclinata dico etiā piramidē incli
natam.cum aūt fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti
bus quos vna plana supficies p eoꝝ centra transiens secuerit fuerintqz continua
te per linea rectā due relatiue sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝝ circulorū.
Si linea hec in circūferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter situi a quo moueri ince/
perit quousqz ad locū suum redeat circūducat:corpus qō a curua supficie quā mo/
tu suo describit hec linea ⁊ a duobus ꝓpositis circulis continet:voco columnā ro/
tundam.cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duoꝝ circuloꝝ cōtinuans. Et
cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusqz duorum circulo/
rum:dico columnam esse erectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico co
lumnam esse inclinataz. Cunqz fuerint due rotunde piramides aut columne a qua
rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte
fuerintqz anguli quos axes ⁊ communes sectiones harum superficierum ⁊ basium
continent ad inuicem equales: ⁊ fuerit proportio axis vnius ad axem alterius si/
cut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alteri⁹:tunc illas duas pi
ramides adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse. His dif
finitionibus positis demonstrandū est ꝙ omnium duarum rotundarum pirami/
dum similium columnarūve rotundarum similium siue erecte siue inclinate fue/
rint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum ba
sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc
autem premittimus antecedens necessarium.

Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranqz quaꝝ



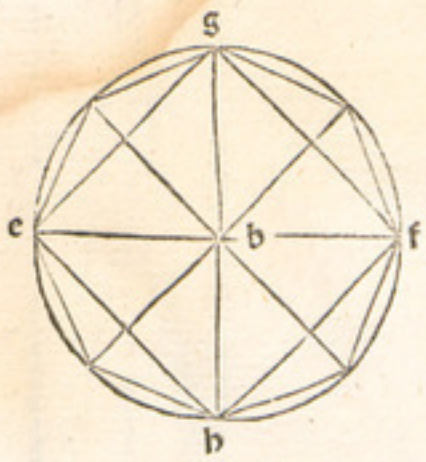






ōne plane ſuperficies ſuper axem ſecent fueritq3 ha⁊ duaꝝ ſupficie⁊ altera in vtraq3 piramide ſuper baſim eius orthogonaliter erecta at arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti ſimiles: erunt angu li quos axes ⁊ due communes ſectiones baſium ⁊ earum ſuperficie⁊ que ſup baſes nō ponūt orthogonaliter erecte cōtinēt adinuicē eq̄les ¶ Sint due rotunde piramides. a.b. ⁊.c.d. quaꝝ baſes ſūt circuli. e.f.g. ⁊.h.k.l. et axes due linee. a.b. ⁊.c.d. ⁊ diametri baſiū. e.g. ⁊.h.l. centra baſiū ſunt duo pūcta b. ⁊.d. coni piramidū. a. ⁊.c. ſimiles ad inuicē: ⁊ ab earum conis ad ſuperficiē ba/ ſiū protrahant vt docet. 11. vndecimi libri due ꝓpendiculares que ſunt. a.m. ⁊.c.n. ⁊ continuentur puncta .m. ⁊.n. cū centris baſiū ꝓtractis lineis .b.m. ⁊.d.n. erit q3 ex. 18. vndecimi ſupficies. a.b.m. que egredit ab axe. a.b. erecta ſup baſim pirami/ dis. a.b. orthogonaliter. Eodē modo ſupficies. c.d.n. que egredit. a.b. axe. c.d. erit erecta ſuper baſim piramidis .c.d. orthogonaliter. ſint itaq3 duo arcus. f.g. ⁊.k.l. ſimiles: ⁊ intelligant due ſuperficies. a.b.f. c.d.k. egredi ab axibus ⁊ ſecare piramides .a.b. ⁊.c.d. ſil'es: dico igitur duos angulos. a.b.f. c.d.k. eſſe adinuicem equa/ les. protrahant enī due linee. f.m. ⁊.k.n. qꝛ igit due piramides. a.b. ⁊.c.d. ſunt ſi/ miles ⁊ due ſupficies. a.b.m. c.d.n. ſtantes orthogonaliter ſuper baſes egrediunt ab earum axibus: erit ex diffinitione ſimiliū piramidū angulus. a.b.m. equalis an gulo. c.d.n: ⁊ qꝛ ex diffinitione linee ſupra ſupficiem ꝓpendiculariter erecte vterq3 duoꝝ ānguloꝝ .a.m.b. c.n.d. ē rectus erunt ex. 32. primi ⁊ .4. ſexti duo primi trian guli .a.b.m. ⁊.c.d.n. laterū ꝓportionaliū vt ꝓportio linee. a.b. ad lineā. c.d. ſicut b.m. ad. d.n. ⁊ ſicut. a.m. ad. c.n. ⁊ qꝛ ex diffinitione ſiliū piramidū ꝓportio axis a.b. ad axem. c.d. ē ſicut ſemidiametri. b.f. ad ſemidiametꝝ. d.k. erit ex. 11. quinti. proportio .b.f. ad. d.k. ſicut. b.m. ad: d.n. Cunq3 ſint duo anguli. f.b.m. ⁊.k.d.n. equales eo q̄ duo arcus .f.g. ⁊.k.l. ſunt ſimiles ex ypotheſi: erit ex ſexta ⁊ quarta ſexti proportio .f.m. ad. k.n. ſicut. b.m. ad. d.n: idcoq3 ſicut .a.m. ad. c.n. ⁊ quia itez ex diffinitione linee ſuper ſuperficiē perpendiculariter erecte vterq3 duorū an guloꝝ. a.m.f. c.n.k. ē rectus: erit ex ſexta ⁊ quarta ſexti ꝓportio. a.f. ad .c.k. ſicut a.m. ad. c.n. idcoq3 per. 11. quinti ſicut. a.b. ad. c.d. ⁊ ſicut. b.f. ad. d.k. igit ex quin ta ſexti duo anguli. a.b.f. ⁊.c.d.k. ſunt adinuicem equales quod eſt propoſitum. ¶ Idem ꝓbabis leuiter de rotūdis columnis ſimilibus: hoc itaq3 demonſtrato di co q̄ omnium duarum rotundarum piramidum ſimilium quecunq3 fuerint ſiue erecte ſiue inclinate ē proportio vnius earum ad alteram ſicut diametri ſue baſis ad diametrum alterius baſis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotun de piramides. a. ⁊.b. quarum baſes ſunt circuli. a. ⁊.b. ⁊ horum circulorum diame tri ſint etiam. a. ⁊.b. ſitq3 proportio piramidis. a. ad corpus. c. ſicut diametri. a. ad diametrum. b. proportio triplicata. non erit igitur corpus. c. minus neq3 mai/ us rotunda piramide. b. Sit enim primo ſi poſſibile eſt minus quantitate cor/ poris. d. ita q̄ duo corpora. c. ⁊.d. pariter accepta ſint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat ſuperficies que ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum .b. Sitq3 communis ſectio huius ſuperficiei et circuli. b. linea e. f. tranſiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. ⁊ protrahatur in/ ter circulum .b. alia diameter ſecans hanc orthogonaliter que ſit. g.h. Sicq3 in/ ſcribatur circulo. b. quadratum. e.g. f.h. ⁊ a rotunda piramide .b. intelligatur

detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que vt probatum ē supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli.b. fiatq; hoc totiens quousq; residuum sit rotunde piramidis. b.minus corpore.d.ex prima decimi. Eritq; ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tunc ergo prodeat ex axe piramidis.a.superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum.a.⁊ sit cōmunis sectio huius superficiei ⁊ circuli.a.linea.k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a.protrahatur aūt in circulo.a.alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit.m.n.sicq; inscribatur in circulo.a.quadratū.k.m.l.n.⁊ diuidendo arcus portionū circuli.a.per equalia pficiatur in circulo.a.poligoniū simile illi quod est inscriptum circulo.b.⁊ ad singulos angulos huius poligonij demitte lineas rectas a cono piramidis.a.pficiens super illud poligonium lateratam piramidem eque altā piramidi.a.hanc aūt lateratā piramidē ꝓbabis esse similē laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.quod hoc modo facies ꝓduces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtrisq; piramidib⁹ .a.⁊.b.⁊ a centris basium ꝓtrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorꝫ poligoniorꝫ. Eruntq; ex premisso antecedente omnes anguli quos cōtinet axis piramidis.a.cum singulis lineis ductis a centro circuli.a.ad angulos poligonij sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis.b.cū singulis lineis ductis a centro circuli.b. ad āgulos poligonij sibi inscripti. Et q̄ ex diffinitione rotundarꝫ piramidū similiū proportio axis piramidis.a.ad axem piramidis.b.est sicut semidiametri circuli.a.ad semidiametrū circuli.b.sequitur ex sexta ⁊ quarta sexti ⁊ diffinitionib⁹ similium superficierū ⁊ similiū corporum q̄ due laterate piramides.a. ⁊.b. sint siles. Cetera argue sicut prius in decimo.constat itaq; de omnibus rotundis piramidibus similibus q̄ proportio carꝫ sit sicut diametrorꝫ suarꝫ basium triplicata.⁊ quia omnis columna rotunda ē tripla ad suā piramidē.hoc enī sufficiēter ē demōstratū siue colūne ⁊ sue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequit̄ ex.15.quinti vt etiā quarumlibet columnarꝫ rotundarꝫ silium sit proportio sicut suarꝫ diametrorū triplicata.



Propositio .11.

Omnes duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.

Supra duos circulos.a.⁊.b.statuantur ut prius due rotunde piramides eque alte que dicant̄ siliter.a.⁊.b.⁊ due rotunde columne eque alte eisdē litteris asscripte .a.⁊.b.dico itaq; q̄ ꝓportio duarꝫ piramidū .a.⁊ .b.duarūq; colūnarꝫ.a.⁊.b.ē sicut duorꝫ circulorū.a.⁊.b.quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demōstrabit̄ omnis enī rotunda columna tripla ē ad suam piramidem: de piramidibus autem cōstabit indirecta demōstratione hoc modo. Est enī ex cōi scia ꝓportio rotunde piramidis.a.ad aliq̄ corpus sicut circuli.a.ad circulū.b.illud corp⁹ sit.c.dico itaq; q̄ corp⁹ .c.nō pōt ēē maius neq; min⁹ rotūda piramide.b.sit enī ꝑmo min⁹ q̄ntitate corpis.d.igit̄ circlo. b.inscribat̄ q̄dratū ⁊ detrahat̄ a rotunda piramide.b.piramis laterata cuius sit basis quadratū circulo.b.inscriptū ⁊ ex portionibus piramidib⁹ detrahant̄ piramides

ſuper trigonos portionum circuli conſiſtentes fiatq; hoc totiens quouſq; ſit ex pi ramide.b.reſiduum minus corpore.d.eritq; laterata piramis detracta quā com/ ponunt partiales piramides detracte maior corpore.c.inſcribatur ergo circulo.a. poligonium ſimile illi poligonio quod eſt baſis laterate piramidis. b. ⁊ perficiat̃ ſuper ipſum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a .ad an/ gulos poligonij inſcripti. Eruntq; due laterate piramides.a.⁊.b.eque alte.hoc enī eſt propoſitum de rotundis :quare proportio laterate piramidis.a.ad lateratā pi ramidem.b.eſt ſicut baſis eius ad baſim illius videlicet ſicut poligonij.a.ad poli gonium .b .hoc enim demonſtratum eſt in ſexta huius .at vero poligonij. a. ad poligoniū .b.ē ſicut circuli.a.ad circulum .b.quod manifeſtum ē ex prima ⁊ ſecun da huius:itaq; laterate piramidis.a.ad lateratā piramidem.b.ſicut rotunde pira midis.a.ad corp⁹.c.q̃re permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam pirami/ dem.a.ſicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumq; ſit laterata piramis.b.ma/ ior corpore.c.ſequitur lateratam piramidem.a.eſſe maiorem rotunda piramide a.hoc autem impoſſibile:eſt enim pars eius:non erit ergo corpus.c.minus rotun da piramide.b. Si vero ponat aduerſarius q̃ ſit maius demōſtrabimus. rurſum idem impoſſibile conſequi:erit enim per conuerſam proportionalitatem ꝓportio corporis.c.ad rotundam piramidē.a.ſicut circuli.b.ad circulum.a.ſit quoq; eadē rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus qō ſit.d.cum igit̃ corpus.c.ſit maius ro tunda piramide.b.per ypotheſim:erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior cor pore.d.itaq; proportio circuli.b.ad circulum.a.erit ſicut rotunde piramidis.b.ad quoddā corpus minus rotunda piramide .a.ſed hoc demōſtratū ē prius eſſe im/ poſſibile .ſic enim ſequit̃ q̃ pars ſit maior ſuo toto.non eſt igit̃ corp⁹.c. neq; min⁹ neq; maius rotunda piramide.b.ſed tm̄ equale.itaq; ex ſcōa parte ſeptime quinti conclude propoſitum. Vt aūt facilius incōcuſſiuſq; demonſtrarē qō ſequitur:ad ipſam eſt antecedens vtile premittendum quod eſt.

¶ Si ſuperficies quedam rotundam columnam equidiſtanter baſi eī⁹ ſecuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam ſecantem ſuꝑficiem terminantur portionibus axis columne proportionalia.

¶ Simile ē hoc ei quod ꝓpoſuit.25.vndecimi libri de ſolidis paralellogramis nec ſolum verum eſt hoc de columnis rotundis imo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue laterate fuerint ſiue rotunde. Qō qui argumentationem prime ſexti vel.25.vn decimi firmiter tenuerit facile demonſtrare poterit:hic enī nō aliter q̃ ibi ex diffi/ nitione incontinue proportionalitatis que poſita ē in prohemio quinti libri argu/ endum eſt propoſitum. Attendere aūt oportet q̃ quecunq; ſuperficies ſecat colū/ nam equidiſtanter baſi ipſius ſecat etiam eam equidiſtanter ſuperficici baſis eius oppoſite.nam quecunq; ſuperficies vni ſuperficici ſunt equidiſtantes ipſe quoq; ſunt equidiſtantes adinuicem ut ex his que dicta ſunt ex decimaſexta vndeci/ mi libri didiciſti :quare manifeſtum eſt q̃ omnes rotunde columne quarum ſunt baſes eq̃les altitudinib⁹ ſuis ſunt proportionales: Idem quoq; de lateratis.idem quoq; de piramidibus rotundis⁊ etiam de lateratis quod de piramidibus cōſta/ bit ſi prius de columnis probetur. Eſt enim omnis columna triplex ad ſuam pi/ ramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que ſupra in octa/ ua demnoſtrata ſunt

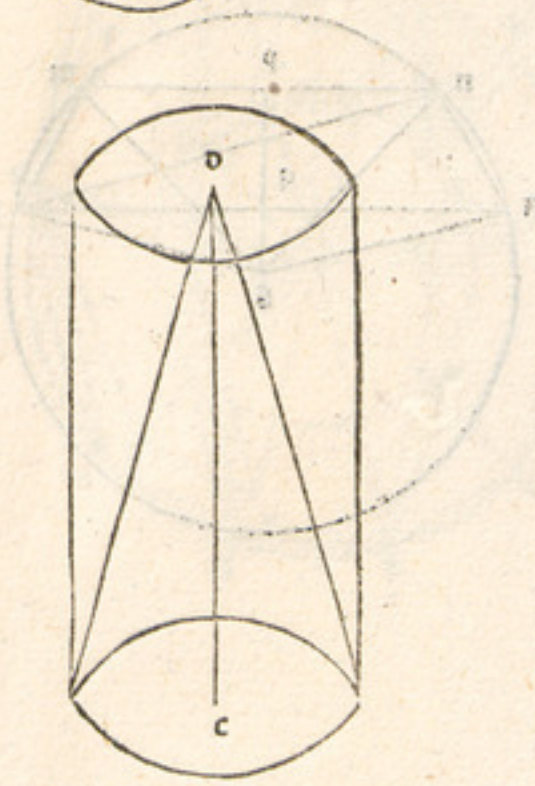
Propositio .12.

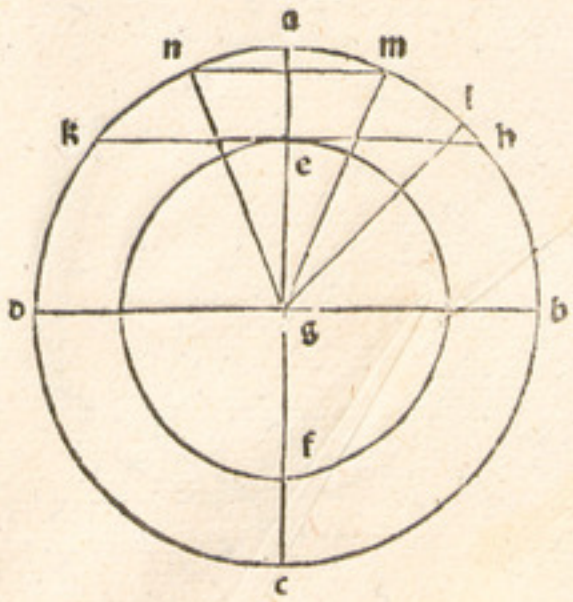
Si due piramides rotunde siue columne fuerint eq̃les sue bases ⁊ altitudines erũt mutue. Si vero sue bases ⁊ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colũnas eq̃les eẽ necesse ẽ. ¶ Altitudinẽ piramidũ determinant linee a conis ad bases ꝓpendiculariter descẽdentes: colũnarũ autem a supremis earũ supficieb⁹ ad bases. Sint itaq; due rotũde piramides. a. b. ⁊. c. d. eq̃les: dueq; rotũde colũne. a. b. ⁊. c. d. eq̃les: suntq; cões bases tam piramidũ q̃; colũnarũ duo circuli. a. ⁊. c. cões quoq; altitudines tam piramidũ q̃; colũnarũ determinate ꝑ lineas. a. b. ⁊. c. d. dico q̃ ꝓportio circuli. c. ad circulum. a. ẽ sicut altitudinis. a. b. ad altitudinẽ. c. d. ⁊ ecõuerso. hoc aũt si de colũnis ꝓbatũ fuerit de piramidibus certũ erit: qm̃ ois colũna rotũda tripla ẽ ad suã piramidẽ. si itaq; due altitudines a. b. ⁊. c. d. fuerint eq̃les ex p̃missa cõstat ꝓpositũ. Si aũt ineq̃les sit. a. b. maior sumaturq; a. e. eq̃lis. c. d. ⁊ secẽt colũna. a. b. a supficie. e. equidistãter basi ei⁹. a. erit q; ex p̃misso antecedente colũna. a. b. ad colũnã. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. iõq; ex prima ꝑte. 7. quinti colũna. c. d. ad colũnã. a. c. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. quare ꝑ secõam ꝑtẽ. 7. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. ex premissa aũt ẽ colũna. c. d. ad colũnã. a. e. sicut circulus. c. ad circulũ. a. itaq; ꝑ. 11. quinti ẽ altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. sicut basis. c. ad basim. a. constat igitur prima ꝑs. Secõa cõuerso mõ cõstabit eadẽ dispositione manẽte. sit enim vt basis c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinẽ. c. d. dico q̃ due colũne. a. b. ⁊. c. d. sũt eq̃les. erit enim ex secõa ꝑte. 7. quinti altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e. sicut basis. c. ad basiz. a. ⁊ qr ex p̃missa colũna. c. d. ad colũnã. a. e. ẽ. sicut basis. c. ad basiz. a. ⁊ ex p̃missa antecedente colũna. a. b. ad colũnã. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinẽ. a. e sequiẽ ex. 11. quinti vt colũna. c. d. ad colũnã. a. e. sit sicut columna. a. b. ad eandem a. c. igitur ex prima ꝑte. 9. quinti due colũne. a. b. ⁊. c. d. sunt equales: quare cõstat etiã secunda pars.

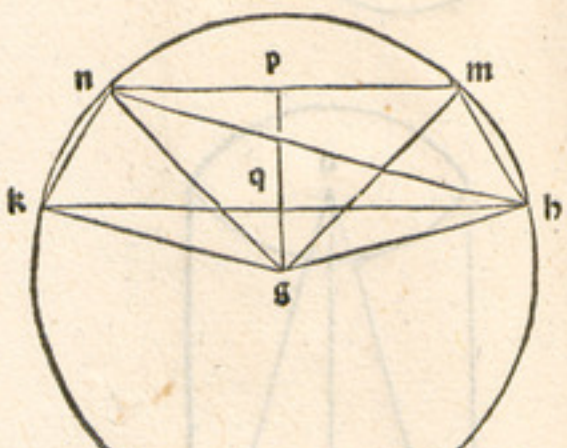
Propositio .13.

Cum ꝓpositi fuerit duo circuli ab vno cẽtro circũducti superficiẽ multiangulã equaliũ latezꝫ circulũ minorẽ minime tangentiũ intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. ⁊. e. f. ab vno cõi cẽtro q̃ sit. g. circũducti. dico q̃ intra maiorem qui sit. a. b. c. d. possibile ẽ vnũ poligoniz q̃ sit equilatezꝫ describi minorẽ circulũ qui ẽ. e. f. nullo suozꝫ latezꝫ tangens. Quadrentẽ enim hi duo circuli duabus diametris supꝫ centrꝫ ipsozꝫ orthogonaliter seinuicẽ secantibus que sint. a. c. ⁊. b. d. sitq; e. f. diameter minoris ꝑs diametri. a. c. q̃ ẽ diametri maioris. sicq; igiẽ a puncto. e. ducaẽ vtrinq; vsq; ad circũferentiã maioris linee orthogonaliter super diametrꝫ. e. f. que occurrat circumferentie maioris hinc quidẽ i puncto. b. inde vero in puncto. k. eritq; ex correlario. 15. tertij linea. b e. k. contingens circulum minorẽ: postea vero quadrantẽ. a. b. maioris circuli diuide per equalia in puncto. l. seũdũ doctrinam. 29. tertij: deinceꝫ rursus arcum. a. l. ꝑ equalia ad punctum. m. cumq; hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu. a. b. sitq; hic. a. m. hoc autẽ idcirco necessarium est qr cuz fuerint due quãtitates ineq̃les si a maiori cazꝫ demaẽ ei⁹ dim̃ diũ. itẽq; a residuo dimidiũ possibile ẽ hoc totiẽs fieri quousq; tãdẽ minor minore cazꝫ relinq̃ẽ quẽadmodũ i p̃ma. 10. demõstratũ ẽ. cũ igiẽ sic diuidẽdo ad arcũ q̃ntulumcũq; minorẽ. a. b. fuerit





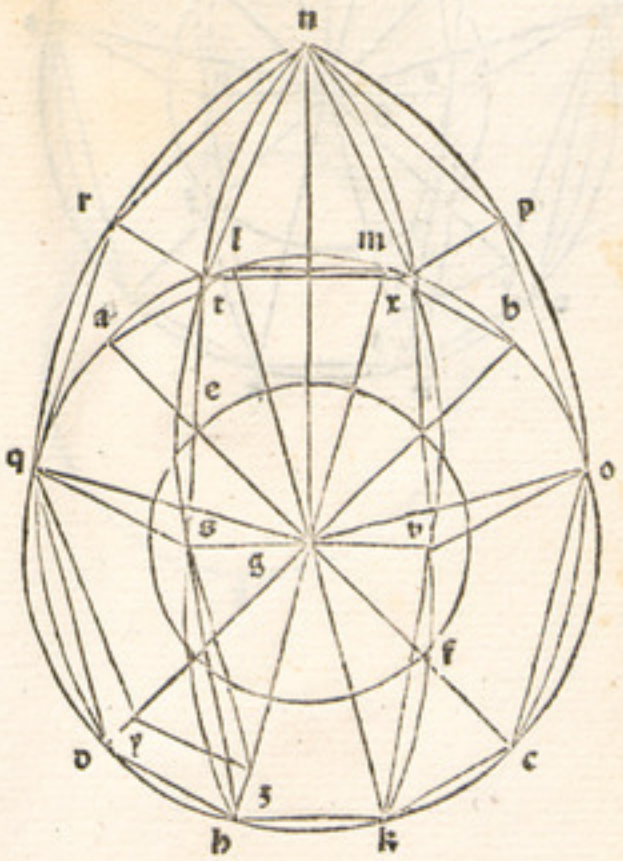


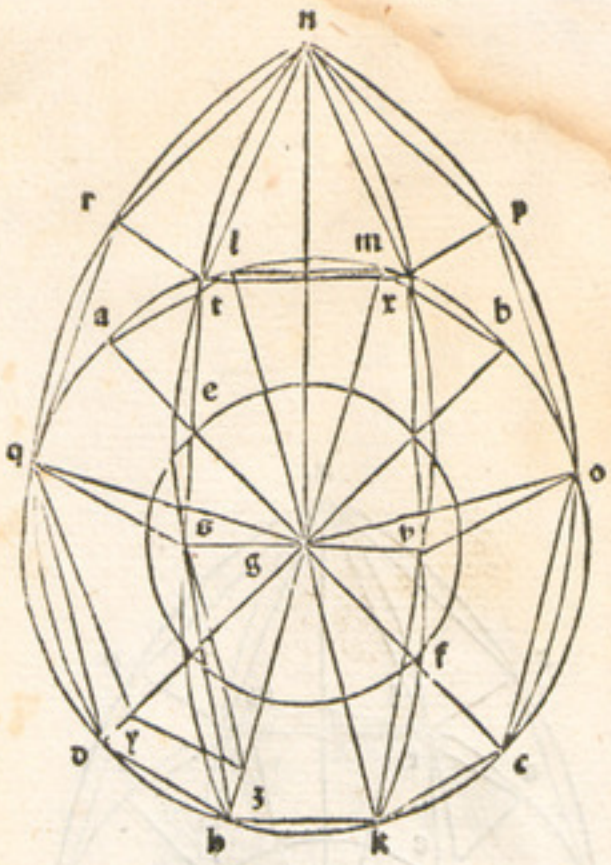
ocuentũ cuiusmodi est arcus hic.a.m.sumatur arcus.a.n.equalis arcui .a.m.du/ canturq3 due linee.a.m.z.n.m.quia igitur arcus.a.k.est equalis arcui. a.b.quod ex secunda parte tertie tertij z quarta primi z.28. tertij manifestum ẽ z quia arcus a.n.est equalis arcui.a.m.erit ex cõmuni scientia arcus.n.k.equalis arcui.m .b. ergo due linee.m.n.z.k.b.sunt equidistantes ergo linea.m.n.non poterit tange/ re circulũ.e.f.q̃re multo fortius neq3 linea.a.m.potest ipsum tangere: ¶ Quoniaq3 igitur constat circulum.a.b.c.d.diuisibilem esse per arcus equales arcui.a.m.iõqꝫ per.28.tertij sil' cõstat itra ipsũ circulũ posse chordulas eq̃les chordule.a.m.conti/ nue coaptari circulum ipsum poligonie chordantes.manifestũ est itra circulũ ma/ iorẽ posse vnũ poligoniũ equilaterũ cuius vnũ latus ẽ linea .a.m. inscribi z quia linea.a.m.nõ contingit circulum minorẽ pz ex prima pte.13. tertij et diffinitione linearum a centro circuli equaliter eq̃distantium qꝫ inscriptũ poligoniũ nullo late/ rũ suoꝝ tangit circulũ minorẽ qõ est propositũ. ¶ At quid dubitas duas lineas.m n.z k.b.ee eq̃distantes cũ sint duo arcus.n.k.z.m.b.equales:hoc aũt incõcussaq3 veritatẽ sortitum est qꝫ due linee circulũ vnũ nõ aũt se inuicẽ secantes: si ex circum ferentia equales arcus hincinde lineis ipsis inter sint erunt equidistantes:duc qui dem a centro.g.lineã.g.p.ꝓpendiculare ad lineã.m.n.que secet lineã.b .k.i pun/ cto.q.z protrahe lineas.g.m.g.n.g.k.g.b.z duobus arcubus:n.k.z.m.b.subten de duas chordas que etiã dicant'.n.k.z.m.b.erũtq3 ex.28.tertij hee chorde eq̃les n.k.z.m.b.eo qꝫ arcus equales z per secũdã pte tertie eiusdẽ tertij erit linea.n.p. equalis linee.m.p.cum igitur vterq3 duoꝝ angulorum qui sunt .a. d.p. sit rect9 ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus.n.p.g. equalis angulo p.g.m. At vero per.8.primi angulus.k.g.n.ẽ equalis angulo.b. g.m. itaq3 ꝑ cõ/ munem scientiã que ẽ si equalibus equalia addas tota erunt equalia.erit angulus k.g.q.equalis angulo.q.g.b.ideoq3 per quartã primi linea.k.q erit equalis linee q.b.quare ꝑ primã partẽ tertie tertij linea.g.q.erit perpendicularis ad lineã.k.b. igitur ex prima pte.28.primi due linee.n.m.z.k.b.sunt equidistantes z hoc est qõ dubitare conquestus es. ¶ hoc eni idem aliter demõstrare est possibile ducat' eni linea.n.b.eritq3 ex vltima sexti angulus.b.m.n.equalis angulo.n. b.k. eo qꝫ ar/ cus.b.m.est equalis arcui.n.k.ideo ex.27.primi linea.m.n.erit equidistans linee b.k. Conuersam quoq3 si libuerit conuerso modo probabis.si enim.linea.m.n.est equidistans linee.b.k.erit arcus.n.k.equalis arcui .m.b.erunt eni ex prima par/ te.29.primi duo anguli.b.m.n.z.n.b.k.equales.ideoq3 ex vltima sexti duo arcus n.k.z.m.b.erunt etiam equales.

Propositio .14.

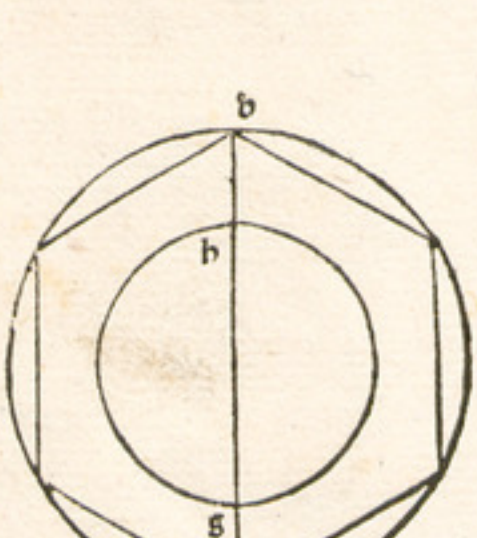
Duabus speris vnum centrum habentibus propositis in/ tra maiorem earum solidum multarum basium superfici/ em minoris spere minime tangentiũ figuraliter cõstituere Quo constituto si in minori spera siue in qualibet alia spe ra simile corpus intelligibiliter constituatur erit propor/ tio corporis multarum basium intra maiorẽ speram constituti ad cor pus multarum basium intra minorem speram vel aliam constitutam sicut diametri maioris spere ad diametrum minoris vel alterius spere proportio triplicata.

¶ Sint proposite duc spere.a.b.c.d.⁊.e. f.vnum atq; idem centrum quod sit.g. habentes ⁊ sit maior earum spera.a.b.c.d.minor vero spera.e.f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere : de quib° non intendimus q̃ ipse bases sint equales aut similes sed q̃ nulla earum tangat superficiem minoris spere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum sperarum vna plana superficie per cõmune centrum earum transeunte:eruntq; ex diffinitione spere ⁊ diffinitione circuli cõmunes sectiones huius secantis superficiei ⁊ superficierum sperarum propositarꝝ linee continentes circulos.sint itaq; duo circuli.a.b.c.d.⁊.e.f.quorum centrum est centrum spere de quo propositum est q̃ ipsum sit.g. Quadrabimus igit̃ hos duos circulos duabus diametris se supra cõe centrũ eorũ orthogonaliter secantibus que sint.a.c.⁊.d.b.postea maiori circulo ꝑm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum . Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q̃ in quadrante ipsius maioris circuli qui est .c.d .sint tria latera huius duodecagoni que sint chorde.d.b.b.k. ⁊.k.c. que cum sint equales erunt quoq; ex prima pte.27.tertij arcus earum equales:deinc a duobus punctis. b.⁊.k. que sunt extremitates medie chorde producemus duas diametros que sunt.b.m.⁊. k.l.⁊ super centrum:g .erigemus lineam.g.n. perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c.d.quã producemus quousq; obuiet superficiei spere maioris super punctum.n.deinde intelligam quatuor superficies secantes speras propositas:quarum vnaqueq; secet eas supẽr lineam.g.n.sed prima earum supra lineam.g.n.⁊ diametrum.d.b.secũda super lineam.g.n.⁊ diametrum.b.m.tertia vero super lineam.g.n.⁊ diametrum.k.l.quarta autem super lineam.g.n.⁊ diametrum.c.a.eruntq; ex diffinitionibus spere ⁊ circuli cõmunes sectiones harum superficierum ⁊ superficiei spere maioris linee continentes circulos ⁊ erũt portiones inscripte vt inter punctũ.n.⁊ quatuor puncta que sũt.d.b.k. c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.b.n.⁊.k.n.⁊. c.n. hoc autem ideo euenit q̃ omnes anguli quos continet linea .g.n.cum vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem:recti vero anguli in centro quarte circumferentie subtendantur.quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autẽ circulorum equalium manifestum est q̃ vnusquisq; horꝝ q̃tuor circulorꝝ ẽ equalis circulo.a.b.c.d. Nam diameter omnium ipsorꝝ ẽ diameter spere maioris. igit̃.p.15. quinti q̃drantes eorũ sunt equales:quare quinq; arc° qui sunt.d.n.b.n.k.n.c.n.⁊ d.c.sunt equales:ĩ vnoquoq; ergo q̃tuor q̃drantiũ circulorꝝ erectorꝝ coaptent̃ ypothemisales chorde quarꝝ q̃libꝫ sit eq̃lis chorde circuli ꝓstrati q̃ sũt latera poligonij sibi inscripti ⁊ ẽ vna earꝝ chorda.d.b.sintq; ĩ ꝑmo quidẽ.d.q.q.r.⁊.r.n.in secũdo vero.b.s.s.t.⁊.t.n.in tertio autẽ.k.u.u.x.⁊.x.n.⁊ in quarto sunt.c.o. o.p.⁊ .p.n. ⁊ protrahant̃ coausta cõiũgẽtes capita ypothemisaliũ chordarꝝ q̃ sunt.q.s.s.u.u.o ⁊.r.t.t.x.x.p.vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris spere que quidem quarta pars ẽ.d .n.c.iscriptum ẽ corpus.9.basium quarũ tres que cocunt in puncto.n.sunt triangule:cetere autẽ sunt quadrangule.suntq; harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia.sed non equidistantia. Coausti autẽ inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicẽ ⁊ chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc aũt scies si perpendiculares a





corausto⁊ extremitatib⁹ ad superficiē circuli iacētis demiseris. de quibus ꝓstat ꝙ ipse cadent super diametros circulo⁊ quos corausti ꝓtinuāt qō ex demōstratis in 13.11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. s. demisse due perpendiculares. q. y. z. s. z. cadentes in diametris. d. b. z. b. m. z ꝓtrahātur linee. q. g. z. y. z. eruntqz ex quarta sexti duo triangili. q. y. d. z. s. z. b. sil'es quare proportio duarum perpendicularium. q. y. z. s. z. erit sicut duaꝝ cordaꝝ. q. d. z. s b. cunqz sint corde equales erunt etiā z ꝓpendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi corausto⁹. q. s. est equalis z equidistans linee. y z. z quia ex scōa pte scōe sexti linea. y. z. ē equidistans corde. d. b. z iō minor. c. a. sequitur ex. 9. vndecimi ut corausus. q. s. sit etiā equidistās corde. d. b. z minor ca ex conceptione. Cum itaqz corde que sunt latera poligonij inscripti in circulo iacenti z ipse sunt oēs equales corde. d. b. nō tangāt sperā minorē: necesse est ut nullus latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tāgat eandem minorem sperā cū oia hec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Simpliciter autē dico ꝙ nulla etiā harū basiū de quibus omnibus manifestum est ex secunda pte scōe. 11. ꝙ ipse sunt tote in superficie vna potest aliquo sui puncto contingere minorem speram eo ꝙ omnis linea recta ducta super quēlibet punctum cuiusqz earum equidistanter corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartaruz maioris spere tam superioris hemispherij q̄z inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisqz superficiebus subtexant: eritqz maiori spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere minime tangentium quemadmodū ꝓpositū fuerit inscriptū Dico isup ꝙ si in alia qualibet spera simile corpus statuat erit ꝓportio vnius ad alte⁊ sicut diametri vnius spere ad diametrū alterius triplicata erunt enim ex. 72. basis vtriusqz corpis bases totidem laterata⁊ piramidū quaꝝ omnium vertices erunt in centris ipsaꝝ sperarꝝ bas autē piramides perficies. si a singulis angulis inscripto⁊ corpo⁊ que sūt extremitates cordaruz z corausto⁊ lineas ad centra sperarꝝ produxeris. Stude itaqz ex diffinitione sil'ium corpo⁊ ꝓbare cūctas piramides vni⁹ eē sil'es suis relatiuis piramidibus alterius. Quo ꝓbato erit ex. 8. huius ꝓportio vniuscuiusqz earum vni⁹ ad suā relatiuā alterius sicut ꝓportio semidiametro⁊ sperarꝝ ipsarum triplicata. sunt enī semidiametri sperarꝝ latera cunctaꝝ piramidum. At qz semidiametrorum z diametrorum est ex. 15. quinti vna ꝓportio ex. 13. eiusdem facile condudes propositum.

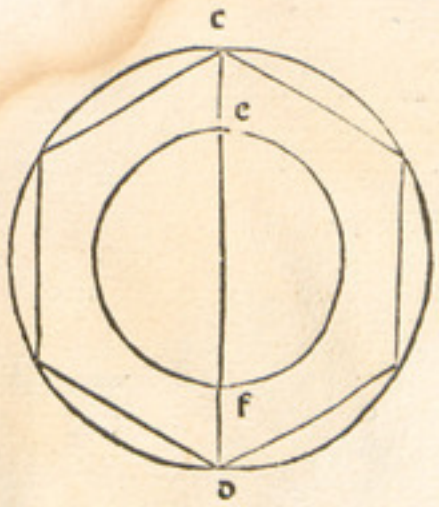


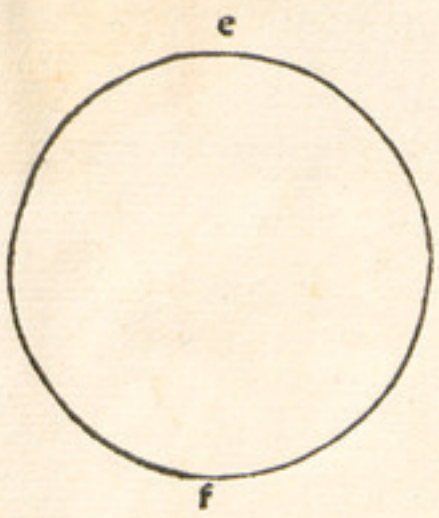
Propositio .15.

Omnium duarum sperarum est proportio alterius ad alteram tanquā sue diametri ad diamet⁊ alterius proportio triplicata.

Sint due spere. a. b. z. c. d. quarum diametri sint. a. b. z. c. d. dico ꝙ proportio earum est sicut suarum diametrorum ꝓportio triplicata Cuius demonstratio est qm̄ neqz ad minorē sperā q̄z sit spera. c. d. neqz ad maiorē est proportio spere. a. b. sicut diametri. a. b. ad diamet⁊. c. d. triplicata. Esto quidē ꝓportio spere. a. b. ad speram. e. f. sicut diametri. a. b. spere. a. b. ad diametrū. c. d. triplicata: demonstrabo itaqz ꝙ spera. e. f. non potest esse minor neqz maior q̄m spera. c. d. si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam includi a spera. c. d. z circūduci ab eodem centro z inscribam spere. a. b. qō etiā nomine

sue spere dicat.a.b.ostat itaq; ex scda pte pmisse 7.11.quiti q; ꝓportio spere.a.b. ad sperã .e.f.ẽ sicut corpis multaꝝ basiũ qd ẽ.a.b.ad corp⁹ multaꝝ basiũ:qd ẽ. c.d. vtraq; eni ẽ sicut diameter. a.b.ad diametrũ.c.d.triplicata:hec aũt ex ypothe.illa vero ex scda pte pmisse:quare pmutatim ꝓportio spere .a.b.ad corpus multarum basium.a.b.ẽ sicut spera.e.f.ad corpus multaꝝ basium.c.d. cũ igit spera.a. b.sit maior corpore multaꝝ basiũ.a.b.erit etiã spera.e.f.maior corpore multaꝝ basium c.d.hoc aũt est impossibile.nã ipsa est pars ei⁹:nõ ẽ ergo spera.e.f.est minor spe/ra.c.d.Si aũt dicat aduersarius eã esse maiorẽ cõfutabimus ipsũ hoc modo: erit eni per cõuersã proportionalitatẽ spera. e.f. ad sperã.a.b. sicut diametir.c.d.ad diametrum.a.b.triplicata.sit itaq; eadem spere.c.d.ad speram.g.h.eritq; ex. 14: quinti spera.g.h.minor spera.a.b.eo q; spera.c.d.posita est minor spera .e.f.q̃re ꝓportio spere.c.d.ad aliquã sperã minorẽ spera.a.b.est sicut diametri .c. d.ad diametrum .a.b.triplicata .At hoc est impossibile:nam ex hoc sequit q; ps sit maior suo toto ut demonstratũ est prius.itaq; spera.e.f.nõ est maior neq; minor q̃; spera.c.d.igitur ex.7.quinti conclude propositã conclusionẽ que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciusdecimus.

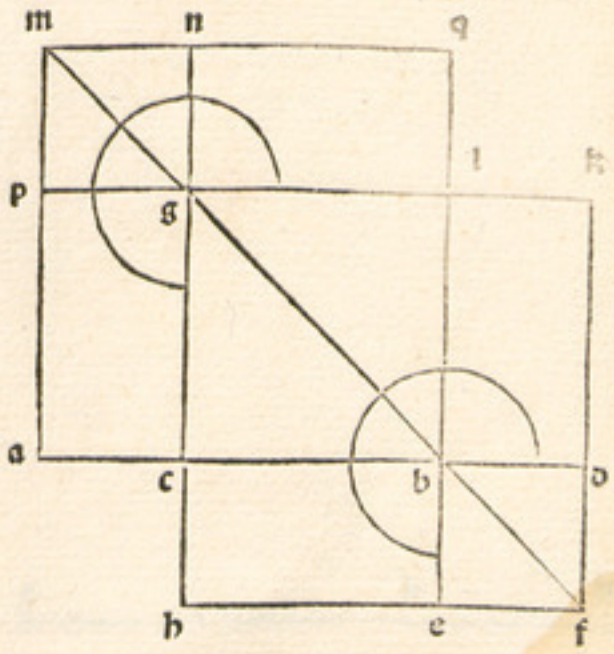




Propositio .1.

Cum diuisa fuerit linea scõm proportionem habentem mediũ duoq; extrema:si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise:quadratũ linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdẽ linee diuise quintuplum esse necesse est.

Sit linea.a.b.diuisa i puncto.c. put docet.29.sexti.7 sit maior portio eius linea .b. c.cui.b.c.directe adiungat linea .b.d. que sit equalis medietati toti⁹ a.b.dico q; quadratũ linee.c.d. erit quintuplum ad quadratũ linee.b.d.Quadrabo eni lineã.b.d.7 sit eius quadratũ.d.e.7 circũponã huic quadrato gnomonẽ scõm quantitatẽ linee.b.c.ꝓtracta diametro.f.b.g. sitq; circũpositus gnomo.e.g.d.eritq; ex.22.sexti superficies inde cõposita que sit.b.k tanq; quadratũ linee.c.d.dico igitur quadratũ.b.k.quintuplũ esse ad q̃dratũ.d.e sit igit.e.l.quadratũ circũpositi gnomonis sibi que circũponatur alius gnomo ad quãtitatẽ linee.a.c.ꝓtracta diametro.f.b.vsq; ad.m.sitq; hic gnomo.c.m.l.7 protrahant linee.c.n.7.p.l.equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrũ.f.m.in puncto.g.Manifestũ est aũt ex.22.sexti q; compositũ ex hoc secundo gnomone 7 quadrato.c.l.7 ipsũ quadratũ sit.a.q.est quadratũ linee.a.b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplũ ad quadruplũ.d.e.eo q; linea. b. d.ẽ medietas linee.a.b.cũq; sit ex pma parte.16.sexti supficies.a.n.ideoq; p.43.pmi supficies .m.l.equalis q̃drato.c.l.ꝓuenit eni.a.n.ideoq; 7.m.l. ex.b.a.in. a.c.7.c.l. ꝓuenit ex.c.b.in se 7 cum ex prima sexti sit.a.l.dupla ad.l.d. ideoq; equalis. l.d. 7.c.c. pariter acceptis ex.43. primi erit ex hac cõmuni scientia:si equalib⁹ equalia addas tota fient equalia:quadratum .a.q. eq̃le gnomoni .e.g.d.hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum.d.e. quẽadmodũ erat quadratũ.a.q. itaq; totum quadratum.b.k.cum ipsum constet ex simplo 7 quadruplo erit ex cõmuni scientia



quintuplũ ad idẽ qd ẽ propositũ. Idẽ aliter ex quarta scdi cõstat q̃ quadratũ linee a.b.ẽ quadruplũ ad quadratũ linee.b.d. At per scdam eiusdẽ qd fit ex.a.b.in.b.c. ⁊ in.a.c.ẽ equale quadrato .a.b.qd aũt ex.a.b.in.b.c.equũ ẽ ei qd ex.b.d.bis i.b.c.qd ex prima scdi manifestũ est.cũ.a.b.sit dupla ad.b.d. At vero qd ex.a.b.in.a.c.ẽ ex prima pte. 16.sexti equale quadrato.b.c.itaq; p cõem sciam qd fit ex.b.d.bis in.b.c.⁊ qd ex.b.c.in se ẽ equale quadrato.a.b.⁊ ideo ẽ quadruplũ ad quadratum b.d.quare supaddito quadrato.b.d.erit totũ aggregatũ quintuplũ videlicet illud qd fit ex.b.d.bis in .b.c.cum q̃drato .b.c. ⁊ q̃drato.b.d. atquia ex quarta secundi hoc totũ est equale quadrato.c.d.constat verum esse quod diximus.

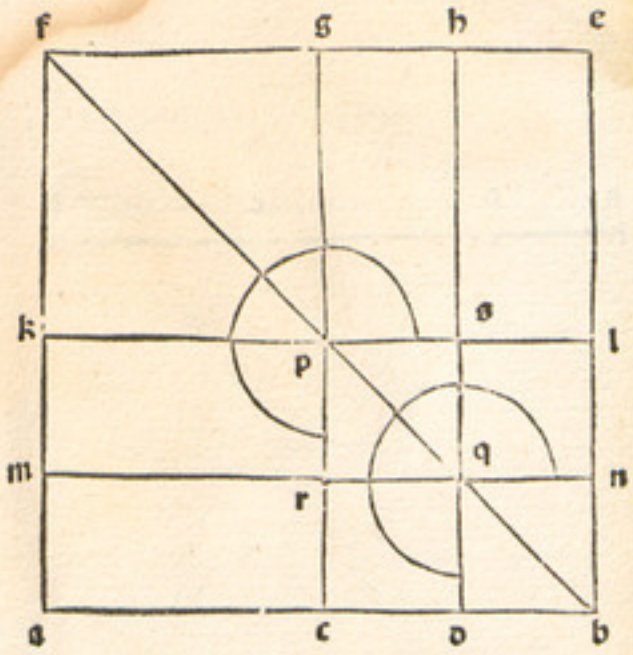
Propositio .2.

Si cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati alterutrius suarũ portionũ sit quintuplũ in longũ sibi linea addatur donec eidẽ portioni reliq̃ portio cũ addita linea fiat duplex: eadẽ duplex linea scdm ꝓportionẽ habentẽ medium duoq; extrema diuisa erit maiorq; portio eius erit linea media. Hec ẽ cõuersa premisse duplici quoq; modo sicut illa demõstrabitur via retrograda eadẽ prorsus manente dispõne. verbi grã. sit quadratũ b.k.quintuplũ ad quadratũ.d.e.⁊ linea.a.b.dupla ad lineã.b.d.dico q̃ linea.a.b.diuisa ẽ in puncto.c.ꝑm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema ⁊ maior portio eius ẽ linea media vt ẽ.c.b.cõstat aũt ex.4.scdi q̃ quadratũ.a.q. quadruplum ẽ ad quadratũ.d.e.itaq; gnomo.g.d.e.equalis ẽ quadrato.a .q.quocirca duo supplementa.l.d.⁊.c.e.piter accepta sunt quantũ gnomo.c.m.l.atq; eadẽ supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantũ.a.l.ideoq; quantũ.c.q.sequit q̃.c.q sit equalis gnomoni .c.m.l.dempta igit ab vtroq; supficie.l.n.erit quadratum.c.l equale superficici.a.n.cum igit fiat supficies.a.n.ex.a.b.in.a.c. sit autem quadratum.c.l.quadratũ linee.c.b.erit ex scda pte. 16.sexti proportio.a.b.ad.b.c.sicut.b c.ad.c.a.ex diffinitione ergo linee ꝑm proportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema diuise positã in principio sexti libri cõclude ꝓpositũ. Itẽ aliter cum quadratũ.c.d sit ex ypothesi quintuplũ ad quadratũ.b.d.quadratũ vero.a .b.sit ex quarta scdi quadruplũ ad idem.at quadratũ.c.d.sit ex eadem equale quadrato .c.b. ⁊ quadrato .b.d.⁊ ei qd sit ex.b.d.bis in.c.b.sequitur vt illud qd fit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato.c.b.sit equale quadrato.a.b.sed ex.b.d.bis in.c.b.tũ ẽ quantũ qd ex.a b.in.b.c.eo q̃.a.b.dupla est ad.b.d.ergo quod fit ex.a.b.in.b.c.cuz quadrato.b c.est equale quadrato.a.b.⁊ q̃ ex scda scdi qd fit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.d.est equale quadrato.a.b.sequitur ex cõmuni scientia vt quadratum linee.b.c.sit equale ei qd fit ex.a.b.in.a.c.igitur ex secunda parte.16.sexti ⁊ diffinitione constat ꝓpositum.

Propositio .3.

Cum diuisa fuerint linea scdm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema si minori portioni tanq̃z dimidium maioris directe iungatur: erit vt quadratum linee inde composite quintuplum sit quadrati qd ex ipsa maioris medietate portionis describit. Sit linea.a.b.diuisa in puncto.c. secundum proportionẽ habentẽ medium ⁊ duo extrema .sitq; eius maior portio linea.c b.que diuidatur per equalia in.d.dico q̃ quadratum linee .a.d.est quintuplum ad quadratũ linee.c.d.describatur enim quadratũ.a.b.quod sit .a.e. in quo ꝓtrahãt

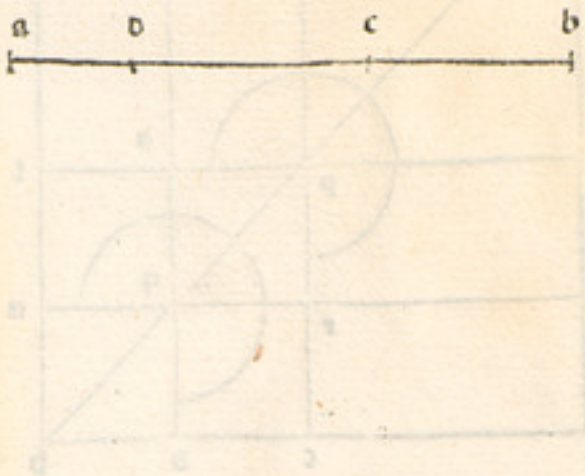
diametri.b.f.ꝛ linee.g.c.ꝛ.p.h.itemq3.k.l.ꝛ.m.n.equidistanter lateribus oppo/ sitis secantes se inuicē sup diametꝝ in duobus punctis.p.ꝛ q.ꝛ extra diametrū in duob⁹ alijs locis .r.ꝛ.s.manifestū igit ē ex.22. sexti vel ex corolario quarte scōi:q̃ omnes superficies existentes in quadrato.a.c.quas diameter diuidit per medium sunt quadrate:quatuor autem superficies que sunt.a.r.m.p.p.h.ꝛ.s.e.constat ex 43.primi ꝛ prima sexti esse adinuicē equales.nā due postreme.p.h.ꝛ. s.e.sunt ad/ inuicē equales ex prima sexti qm̄ igit ex pnti ypothesi ꝛ diffinitiōe linee fm q̃ p/ ponit diuise ꝛ prima pte. 16.sexti quadratū.c.l.ē equale supficiei.a.g.ideoq3 ꝛ gno moni.r.f.s.ppter id qd̄ supficies.a.r.ē equalis superficiei.p.h.ꝛ qm̄ ex quarta se/ cundi quadratū.c.l.est quadruplū ad quadratū.r.s.qd̄ ē tanq̃3 quadratū linee.c.d sequitur ex cōmuni scientia q̃ quadratū.m .h.sit quintuplū quadrati .r.s. constat enī ex gnomone quadruplo ꝛ .r.s.simplo.hoc aūt est propositū. Idez aliter cū sit linea.b.c.diuisa per equalia in puncto.d.ꝛ addita est ei linea.a.c.erit ex.6.secūdi quod fit ex .a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d.interiacentis equale q̄drato.a.d.at qꝛ quod fit ex.a.b.in.a.c.equale ē quadrato.c.b.ex prima pte. 16.sexti:hoc autem est quadruplum ad quadratum .c.d.manifeste p3 veritas eius qd̄ dicit. Potes quoq3 si libet etiam duplici modo ex cōsequēte huius suū antecedens cōcludere processu retrogradu.sit enī cadē dispositione manente quadratū.m.h.quintuplū ad qua/ dratū.r.s.eritq3 gnomo.r.f.s.equale quadrato.c.l. Utrūq3 enī est quadruplū ad quadratū.r.s.at qꝛ supficies.a.g.ē equalis gnomoni predicto necesse ē vt supficies eadē sit equalis quadrato predicto:quare ex scōa pte. 16.sexti. ꝛ diffinitione linea a.b.ē diuisa in puncto.c.fm ꝓportionē habentē medium ꝛ duo extrema:ꝛ maior portio eius ē linea.c.d. Idē aliter cū sit ex ypothesi quadratū linee.a.d .quintuplū ad quadratū linee.c.d.ꝛ ex .6.scōi idē ipsū quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b in.a.c.cum quadrato.c.d.sequit vt id qd̄ fit ex.a.b.i.a.c.cū quadrato.c.d.sit quin tuplum ad idē quadratū.c.d.ideoq3 eo dempto erit residuū videlicet qd̄ fit ex.a.b in.a.c.quadruplū ad ipsum ꝛ qꝛ etiā ex quarta scōi quadratum linee.c.b.ē quadru plum ad idē necesse ē vt qd̄ fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato.c.b.quare iterum ex secunda pte. 16.sexti ꝛ diffinitione linea.a.b.ē diuisa fm proportionē habētem medi m ꝛ duo extrema in puncto.c.ꝛ maior eius portio est linea.c.b.



Propositio .4.

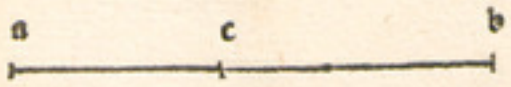
Si scōm proportionē habentē mediū ꝛ duo extrema que/ liber linea fuerit diuisa eiq3 i longū directe tanq̃3 maior sectio adijciat:erit totā lineā inde cōpositā fm ꝓportio/ nem habentē mediū ꝛ duo extrema diuisaꝝ esse ꝛ erit eius maior portio linea prima.

Sit linea.a.b.diuisa qua supponit ꝓportione in puncto.c.ꝛ sit eius maior por tio.c.b.totiq3.a.b.adijciat directe linea.b.d.que sit equalis.c.b.dico q̃ tota.a.d. eadem proportione diuisa est in puncto.b.ꝛ maior eius portio ē linea .a.b .que ē linea prima.Est enī ex diffinitione .a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a.at qꝛ ex septima quinti .a.b.ad.b.d.sicut ad.b.c.igitur ex vndecima eiusdē.a.b.ad.b.d. sicut. b.c. ad.c.a. quare per cōuersam proportionalitatem.b.d.ad.b.a. sicut.a .c.ad.c .b.et coniunctim.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c.Cumq3 sit ex septima quinti.a. b.ad.b.c sicut ad.b.d.erit ex vndecima eiusdē.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.itaq3 ex diffini tione linea .a.d.diuisa est in puncto .b.secundū proportionem habentē medium



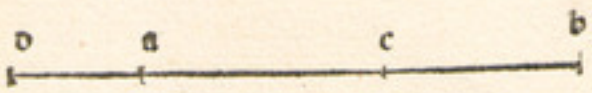
z duo extrema z maior portio eius est linea.a.b.quod est propositum. Eodē quo/
qꝫ modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundū predictā ꝓportionē diuise
tanqꝫ minor portio detrahatur:erit ipsa maior portio secōm eandē proportionem
diuisa.eritqꝫ maior portio eius linea detracta.verbi gratia.Sit linea.a.b.sicut ꝓ/
ponitur in puncto.c.diuisa sitqꝫ maior portio.a.c.a qua detrahat. c.d .equalis.c.
b.dico q̃.a.c.ē diuisa:ꝑm proportionē eandem ī puncto.d.z q̃ maior portio eiꝰ ē
linea.d.c.cum eni sit ex diffinitione.b.a.ad. a.c. sicut.a. c.ad.c. b.At ex septima
quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d.erit ex vndecima eiusdē.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad c
d.ideoqꝫ per.19.quinti:sicut .c.b.residuū ad.d.a.residuū.sed ex septima eiusdem
c.b.ad.d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaqꝫ.a.c.ad.c.d sicut.c.d.ad.d.a. ex diffinitiōe er/
go cōstat qd̄ diximꝰ:nec igit̄ ea quā auctor ꝓponit additio nec ea quā ex opposito
proponimus detractio quātūcunqꝫ vtralibet in prolixum tendat a proprietate di/
uisionis linee primitiue discordat.

Propositio .5.



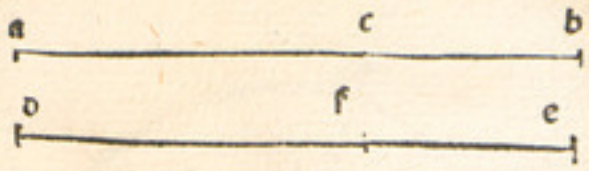
Si secūdū proportionē habentē medium z duo extrema quelibet linea fuerit diuisa qd̄ ex tota linea quodqꝫ ex mi
nori portione producit̄ ambo q̄drata piter accepta tri/
plū sunt eius qd̄ ex maiore portione quadratū describit̄.
Sit linea.a.b.diuisa per sepe dictā portionē in puncto.c.sitqꝫ ma
ior portio eius linea.c.b.dico q̃ quadrata duarum linearum.a.b.z.c.a.pariter ac
cepta triplum sunt ad quadratum linee .c.b.hec enim duo quadrata pariter acce/
pta sunt ex septima secundi quantum quadratum.c.b.z duplum eius quod fit ex
a.b.in.a.c.itemqꝫ quia quod fit ex.a.b.in.a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffini/
tione z prima parte.16.sexti:manifestum est propositum.

Propositio .6.



Omnis rationalis linee secundū proportionem habentē
mediū z duo extrema diuise vtranqꝫ portionem residuū
esse necesse est.
Sit linea .a.b.ꝑm solutā proportionem diuisam in puncto .c.ra/
tionalis.dico q̃ vtraqꝫ portio eius residuū.Sit eni maior eiꝰ por/
tio.a.c.cui directe adijciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritqꝫ etiā .d.a .ra/
tionalis ex.6. decimi libri z diffinitione.constat autē ex prima huius q̃ quadratuꝫ
linee.d.c.quintuplū ē ad quadratū linee.d.a.igit̄ linea.d.c.est cōicans linee. d.a.
in potentia ex diffinitione.sed non in longitudine ex vltima pte.7.decimi quare p
68.decimi linea.a.c.est residuum cum due linee.c.d.z.d.a.sint ambe rōnales po/
tentialiter tm̄ cōicantes.z quia iterum si ad lineam rationalem. a.b .adiungatur
superficies equalis quadrato linee.a.c.que est residuum erit latus eius secundum
linea.c.b.ex prima pte.16.sexti necesse est ex.92.decimi vt linea.c.b.sit residuū pri
mum:quare constat propositum.Amplius autē si linee sic diuise vt proponit̄ ma/
ior portio fuerit rōnalis:erit minor residuum:verbi grā.sit vt prius.a.b.diuisa ī.c
ꝑm dictam proportionem z maior portio eius que est.a.c.sit rōnalis que diuidat̄
per equalia in.d.eritqꝫ ex tertia huius quadratū.d.b.quintuplum ad quadratum
d.c.at qz.d.c.ē rōnalis cuꝫ ipsa sit dimidiū.a.c.sequit̄ vt duc linee.d.b.z.d.c .sint
rōnales potentialiter tm̄ cōicantes quare ut prius linea.c.b.est residuum.at vero
si linea rōnalis in potentia tm̄ ꝑm proportionem habentem mediū z duo extrema

diuidat adhuc necesse est vt vtraqz portio eius sit residuũ. sit enim .a.b. rõnalis i potentia tm̃ diuisa sicut ꝓponitur in puncto .c. ⁊ sumat aliqua rõnalis in longitudie que sit .d.e. q̃ etiã diuidat in .f. ꝑm ꝑdictã proportionẽ. manifestũ est igit ex secũda 14. libri que sine adminiculo alicuius eoꝝ que sequũtur inconcussa demõstratione roborat q̃ ꝓportio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. ⁊ sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo a.b. cõicet cum .d.e. in potentia sequit ex prima pte. 10. decimi q̃ .a.c. communicet cũ .d.f. ⁊ .c.b. cũ .f.e. in potentia. Et q̃ vtraqz portio linee .d.e. ẽ residuum ut patet ex predictis sequit ex. 98. decimi vt vtraqz portio linee .a.b. sit etiã residuũ sed non eiusdem speciei vt ibidẽ demonstratũ est. Quare cõstat q̃ oẽs linee rõnalis in longitudine vel in potentia tm̃ scõm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema diuise vtraqz portio ẽ residuũ. Et nota q̃ prima ꝑs pãtis demonstrationis qua demonstrat q̃ maior portio linee diuise ꝑm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema sit residuũ si tota linea sit rõnalis ꝓcedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponat rõnalis in longitudine siue in potentia tm̃. Scõa vero ꝑs qua demonstrat hoc de minori portione q̃ ipsa quoqz sit residuũ si tota ẽ rõnalis nõ ꝓcedit ex sufficientib⁹ nisi tota sit rõnalis in longitudine. Tertia aut pars qua ꝓbatur q̃ minor portio ẽ residuum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise q̃ ipsa sit residuũ sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tm̃. sed ad cõcludendũ quoqz hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionẽ maiorẽ. sit rõnalẽ in potentia tm̃. sed ad cõcludendũ hoc de minori portione mediante necesse est ponere totã lineã esse rõnalem i longitudine aut vtẽdũ ẽ scõa. 14. libri quẽadmodũ dictum est.



Propositio .7.

Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoqz idẽ pentagon⁹ eẽ ꝓbat.

Sit pentagonus .a.b.c.d.e. equilater⁹. sintqz quilibet tres ei⁹ anguli siue cõtinue siue incõtinue: sumant adinuicẽ equales ⁊ sint pri⁹ incontinue sumpti. sintqz anguli .a.c.d. illi tres qui ponunt adinuicẽ equales dico totũ pentagonũ eẽ equiangulũ. Dis angulis subtendant chorde .b.e. b.d. ⁊ .e.c. ⁊ totus pentagonus diuidat in trigonũ ⁊ quadrilaterꝝ cuius due diagonales sint chorde duoꝝ proximoꝝ equaliũ anguloꝝ secantes se intra quadrilaterũ ipsũ in puncto .f. eritqz ꝑ quartã primi basis .b.e. equalis basi .b.d. ⁊ angulus .a.e.b. equalis angulo .c.d.b. Cunqz ꝑ quintã primi angulus .b.e.d. sit equalis angulo b.d.e. eo q̃ duo latera .b.e. ⁊ .b.d. sint equalia. erit ex cõi scia totalis angulus .e. equalis totali angulo .d. similiter probabis totalẽ angulum .b. esse equalẽ angulo totali .c. est enim per quartã primi basis .b.e. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .a.b.e. equalis angulo .d.c.e. per quintã aũt eiusdẽ scz primi est angulus .e.b.c. equalis angulo .e.c.b. igit ex cõi scia totalis angul⁹ .b. ẽ equalis totali angulo .c. Sint itaqz tres anguli .b, c.d. cõtinue sũpti equales ⁊ sic quoqz erit pentagonus equiangulus: erit enim ex. 4. primi basis .b.d. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .c.d.b. angulo .d.e.c. ⁊ angulus .b.d.c. angulo .e.c.d. quare ꝑ sextã primi due linee .c.f. ⁊ .f.d. erũt equales cũ duo anguli trianguli .f.e.d. qui sunt ad basim .c.d. sunt equales: igit ex hac cõi scia erit linea .f.b. equalis linee .f.e. erat enim tota .b.d. equalis toti .c.e. ideoqz per quintã ꝑ primi erit angulus .f.b.e. equalis angulo .f.e.b. ꝑ eandẽ autẽ ẽ angulus .a.b.e.

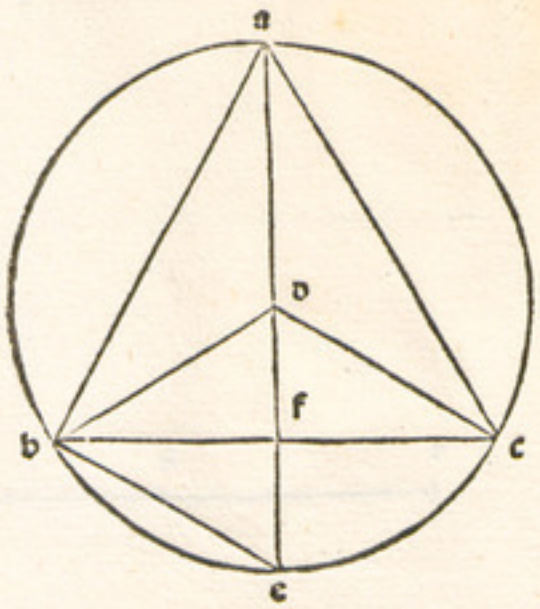
equalis angulo.a.e.b.itaq; per cōem sciam angulus.b.totalis est equalis angulo e.totali tres eni partiales anguli cōponentes vnū sunt equales tribus ptialib⁹ cō/ponentibus alium vnusquisq; suo relatiuo. Manifestū ē igitur q̄ tres anguli.e.b c.nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales.cū aūt sic demōstratus est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.

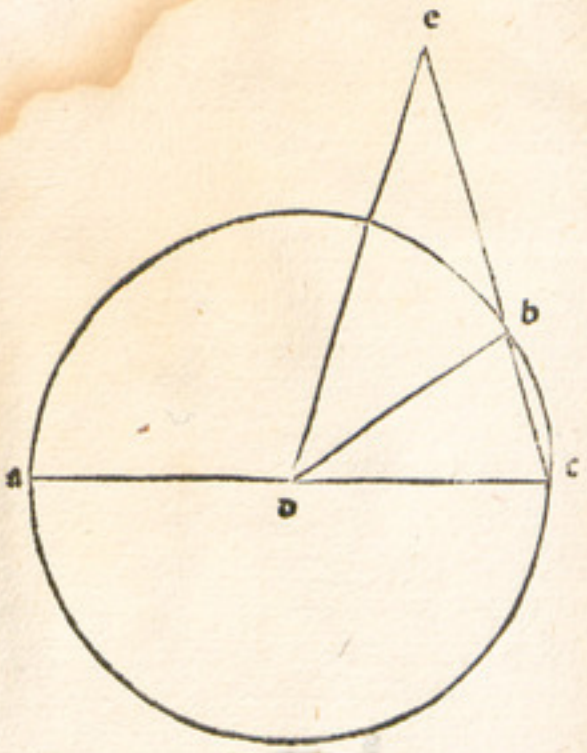
Omnis trianguli equilateri qd̄ a latere suo quadratū de/scribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur. Sit triangulus .a.b.c. equilaterus cui circūscribatur.circulus .a.b.c.supra centrū.d.quēad modum docet quinta quarti libri ⁊ protrahat̄ in eo diameter.a.d.e dico ergo q̄ quadratū linee.a.b.triplū est ad quadratū semidiametri.a.d. ducant̄ eni due linee.b.d.⁊.d.c.⁊ arcui.b.c.subtendat̄ chorda.b.e.eritq; ex octaua primi angulus.b.a.d.equalis angulo.c.a.d.quare per vltimā sexti arcus.b.e.est equalis arcui.e.c.Et q̄ ex.27.tertij tres arcus.a.b.b.c.⁊.c.a.sunt adinuicē equales eo q̄ eoꝝ chorde que sunt latera trigoni sūt equales ex ypothesi :erit arcus.b.e.sexta ps circūferentie.ideoq; chorda.b.e.erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per corol'. 15.q̄rti linea.b.e.ē eq̄lis semidiametro.a.d.Manifestū ē autē ex prima parte.30.tertij q̄ angulus.a.b.c.est rectus.ideoq; quadratum linee.a .c.ē equal: quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter acceptis ex penultima p̄mi. At ve/ro quadratū.a.c.quadruplū ad quadratum.b.c.ex quarta scōi cum linea.a. c.sit dupla.b.e.relinquitur ergo quadratū.a.b.triplū esse ad quadratum.b.e.⁊ ideo ad quadratum.a.d.qd̄ est propositum. Nō lateat aūt nos q̄ linea.b.c.que ē latus tri goni diuidat semidiametꝝ.d.e.per equalia. Esto quidē punctus diuisionis.f.con/stat igit̄ ex quarta primi q̄ .b.f. est equalis f.c.ideoq; per primam partem tertie tertij omnes anguli qui sunt ad.f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū .b.d.ē equale quadratis duarum linearum.d.f.⁊.f.b.quadratum vero.b.e.equale quadratis duarum linearum que sunt .b.f.⁊. f.e. Et q̄.b.d.est equalis.b.e.erunt ex comuni sciencia duo quadrata duarum linearum.b.f.⁊.f.d.piter accepta equa lia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.b.f.⁊.f.e.pariter acceptis:dempto igit̄ utrinq; quadrato .b.f.erit ex cōi scia quadratum .f.d. residuum equale quadrato.f.e.re/siduo quare ⁊ linea.f.d.linee f.e ex hac cōi scientia quaꝝ quadrata sūt equalia eas lineas eē equales. Ex hoc itaq; manifestū ē q̄ perpendicularis ducta a centro circu li ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio linee ducte a cētro ciusdē circuli ad ipsius circūferentiam.

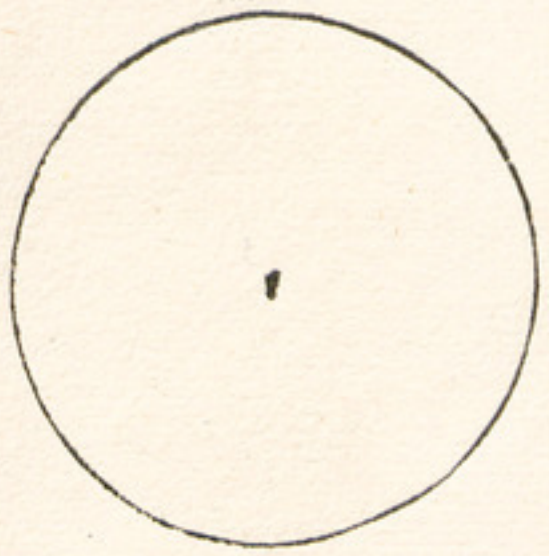
Propositio .9.

Si latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilateri quos ambos vnus idēq; circulus circūscribit sibi inuicē in lōgū directūq; cōiūgant̄ tota linea ex eis cōposita ꝑm ꝓportionē habētē mediū ⁊ duo extrema diuisa erit ma/iorq; eius portio latus exagoni. Sit circulus .a.b.c.cuius centrum .d.⁊ diameter .a.d.c.sitq; arcus .c.b.quinta ps arcus semicirculi.a.b.c. cui subtendat̄ chorda.c.b.quā ꝓstat esse latus decagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti adiungat̄q; lince .c.b.incōtinuū ⁊ directū linea .b.e.que ponatur eē eq̄/lis lateri exagoni equilateri p̄dicto circulo inscripti dico totā lineā.c. e.diuisam eē in puncto.b.ꝑm ꝓportionē habentē mediū ⁊ duo extrema ⁊ maiorē eiꝰ portionē



dico esse lineã.b.e.que est latus exagoni: ducantur enim in centrum due lineae.e.d.et.b.d. eritq; angulus.e.equalis angulo .b.d.c.ex.5.primi propter hoc q̃ linea.e.b.ẽ eq̃lis lineae.b.d.ex corol'.15. quarti angulus quoq;.d.b.c.est equalis angulo.c.ex.5.primi: quare ex: 32.primi angulus.a.d.b.erit duplus ad angulũ.d.b.c.et qr p eãdẽ angulus.d.b.c.ẽ duplus ad angulũ.e.sequitur vt angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulũ.e. Est enim ex cõi scia q̃druplũ quicquid fuerit duplũ dupli.cũq; sit et idẽ angulus.a.d.b.quadruplus ad angulũ.b.d.c.ex vltima sexti co q̃ arcus.a.b. ẽ quadruplus ad arcũ.b.c.necesse ẽ ex cõi scia ut angulus.e.sit equalis angulo.b.d.c.si igitur intelligantur duo trianguli.d.e.c.totalis.et.b.d.c.partialis cũ angulus.e.totalis sit eq̃lis angulo.b.d.c.partialis et angulus. e.sit cõis vtriusq; necesse ẽ ex.32.primi: vt ipsi sint equianguli: quare per quartã sexti proportio duorum laterum.e.c.et.c.d.cõtinentiũ angulũ .c.i totali triãgulo ẽ sicut duorum laterum. d.c.et .c.b.continentiũ eũdẽ angulũ i partiali triangulo quia q̃ proportio.e.c.ad.c.d.ẽ sicut ad.e.b.ex secũda parte.7.quinti.et d.c.ad. c.b.ẽ sicut. e.b .ad eãdẽ ex primã parte eiusdem.sequitur ex.11.quinti ut sit proportio.e.c.ad.e.b.sicut.e.b.ad.b.c.igitur a dione cõclude propositũ lineã. e.c.esse diuisã ꝑm proportionẽ habẽtẽ mediũ et duo extrema et maiorẽ portionẽ eius cẽ latus exagoni q̃ oportuit nos demonstrare. Cõuersam quoq; demonstrare pueniet qõ facile fiet via retrograda: eã enim assumit Ptolemeus capitulo .9.prime dictiõis almagesti ad demonstrandũ quantitatẽ chordarum arcuũ circuli. Dico itaq; q̃ si linea quelibet ꝑm proportionẽ habentẽ mediũ et duo extrema diuidatur cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdẽ minor erit latus decagoni. At vero cuius minor erit latus decagoni eiusdẽ maior erit latus exagoni. Sit enim priori dispositiõe manente linea.e.c.diuisa in puncto.b.ꝑm predictã proportionẽ et maior eius portio sit.e.b.dico q̃ cuiuscũq; circuli linea.e.b.est latus exagoni eiusdẽ ẽ linea .b.c. latus decagoni: et cuiuscunq; circuli linea.b.c.est latus decagoni eiusdẽ est linea.e.b.latus exagoni. Intelligo aũt hoc de exagonis et decagonis equilateris.si enim sit.e. b.latus exagoni circulo.a.b.c. inscripti: erit p corol'.15. quarti.e.b.equalis.d.c.et quia proportio.e.c ad.e.b.est sicut.e.b.ad.b.c.ex ypothesi erit ex.7.quinti. c.e. ad.d.c. sicut.d.c.ad.c.b.igitur ex.6.sexti duo trianguli.e.d.c.et.d.c.b.sunt equianguli: angulus ergo.e.est equalis angulo.b.d.c.ipsos enim latera proportionalia respiciunt.cũq; sit angulus.a.d.b.q̃druplus ad ãgulũ.e.ex.32.primi bis assũpta.et quia eiusdẽ bis: sequitur vt etiã idẽ angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulũ.b. d.c. ideoq; ex vltima sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcũ.b.c.linea igitur.b.c.ẽ latus decagoni.a.b.c. inscripti. Qõ si linea.b.c.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit.e.b. latus exagoni eiusdẽ.sit enim.e.b.latus exagoni circuli.f.eritq; ex predictis.b.c.latus decagoni eiusdẽ.intelligantur igitur inscripti eẽ decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.et.f quorum omnia latera erũt equalia lineae .b. c.et quia omis figura equilatera circulo inscripta ẽ equiangula vt probatũ est in.15.quarti libri sequitur vtrosq; decagonos esse equiangulos. Cumq; omnes anguli vni pariter accepti sint equales omnibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in.32.primi: necesse ẽ ex hac cõi scia quorũlibet eq̃liũ decimas aut quotaslibet partes eiusdẽ denotationis cẽ equales ut vnus horum decagonorũ sit equiangulus alij. Ideoq; similis ex dione similium superficierum: et qr si duae figurae similes duobus circulis inscribantur: erit proportio duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorum circulorum vt apparet ex corol'.18.sexti libri et prima .12.cũ latera decagonorum similium inscriptorũ



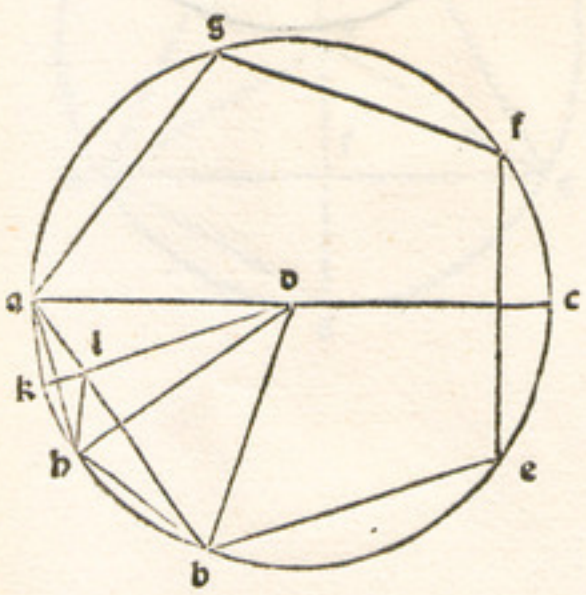


duobus circulis .a.b.c. ⁊.f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equales. ideoq; et semidiametri etiam equales. sunt autez semidiametri ⁊ latus exagoni e/ qualia ex corolario. decima ⁊ quinta sexti. erit ergo linea.c.b.latus exagoni circu/ li.a.b.c.inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f .sibi equalis: hoc autem ē qd demonstrare voluimus. Ex hac aūt nona hui⁹.13.libri noueris exortā ēē decimam quarti libri que duū equaliū latex ꝓponit trigonū describendū cuius vterq; duo/ rū angulox quos basis obtinet ad tertiū duplus existat: talis eni ē vterq; triangu lox.e.d.c.⁊.d.c.b.⁊ simpliciter oīs cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise ꝑm proportionē habentē mediū duoq; extrema ⁊ tertiū quod est basis est equale minori portioni linee eiusdē vel cuius duo latera sūt equalia la teri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero ē equalis lateri decagoni equilateri eidē circulo inscripti qd ē ꝓpositū

Propositio .10.

Omne latus pentagoni equilateri tanto potentius ē late/ re exagoni equilateri quantū potest latus decagoni equi lateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.

Sit circulus.a.b.c.cuius centx.d.⁊ diameter.a.d.c.inscribaturq; ei pentagonus equilaterus qui sit.a.b.c.f.g.⁊ a centro.d.ꝓtrahatur perpēdicularis ad latus.a.b.que producatur vsq; quo obuiet circūferentie in pun cto.b.sitq;.d.b.⁊ protrahant̄ duc chorde.a.b.⁊.b.b.que erunt equales adinuicez ex scōa ꝑte.3.tertij ⁊ quarta primi. ideoq; etiā duo arcus.a.b.⁊.b.b. eq̄les adinui cem ex.27.tertij. Est igitur vtraq; duax chordax.a.b.⁊.b.b.latus decagoni equi/ lateri ꝓposito circulo inscripti. dico itaq; q̄ quadratū linee.a.b.que est latus pen tagoni ē equale duobus quadratis duax linexx.b.d.⁊.a.b.piter acceptis quarum prima est eq̄lis lateri exagoni ex concl.15. quarti: ⁊ secunda ē latus decagoni ꝓ/ trahatur eni a centro.d.ꝓpendicularis ad lineā.a.b.que est latus decagoni que ꝓducat̄ vsq; ad circūferētiā: sitq;.d.k: q̄ secet lineā.a. b.q̄ ē latus pētagoni i pūcto l.⁊ ꝓtrahat̄ linea.b .l. ꝓstat aūt ex scōa ꝑte tertie tertij ⁊.4.p̄im ⁊.27.tertij q̄ linea d.k.q̄ est ꝓpendicularis ad chordā.a.b.simul diuidit ꝑ equalia chordā ⁊ arcū iōq; arcus.a.k.est equalis arcui.k.b.quare ex vltima sexti angulus.a.d.l.ē equalis an gulo.l.d.b. ideoq; ex quarta primi basis.a.l.basi.l.b. igit̄ ex quinta primi angul⁹ l.a.b.equalis est angulo.l.b.a.cūq; etiā sit ex cadē angulus.b.a.b.equalis angu/ lo.b.b.a.sequitur vt angulus.l.b.a.sit equalis angulo.b.b.a.ergo ex.32.p̄mi duo trianguli.b.a.b.⁊.a.b.l.sunt equianguli.est eni angulus.b.maioris equalis angu lo.b. minoris ⁊ āgulus.a.omunis est vtriq;: itaq; ꝑ quartā sexti ꝓportio.b.a.ad a.b.ē sicut .a.b.ad.l.a.quare ex prima ꝑte.16.sexti qd prouenit ex.b.a. in.a .l.est equale quadrato linee.a.b.que ē latus decagoni.cū sit autē semicirculus.a.c.c.eq̄ lis semicirculo.a.f.e.⁊ arcus.a.e.arcui.a.f.erit arcus.e.c.residuus equalis arcui.f c.residuo: quare arcus .e.c.est medietas arcus.e.f.ideoq; equalis arcui .a.b.⁊ du plus ad arcū.b.k.⁊ q: arcus.e.b.ē duplus ad arcum .b.b. erit ex.13.quinti totus arcus.c.e.b.duplus ad totū arcū.b.b.k.ideoq; ex vltima sexti angulus.c.d. b.est duplus ad angulū.b.d.l .cunq; etiā angulus.c.d.b.duplus sit ad angulū. b.a.d. ex.32.⁊ quinta primi, sunt eni duo latera.d.a.⁊.d.b.equalia erit angulus.b.d.l. equalis angulo.b.a.d.itaq; per.32.primi erit triangulus.b.d.l.equiangulus tri/ angulo.b.a.d. Est enim angulus.d.minoris equalis āgulo.a .maioris.⁊ angul⁹.b ē cōis vtriq;: ergo per quartā sexti ꝓportio.a.b.ad.b .d.ē sicut.b.d.ad.l.b.quare

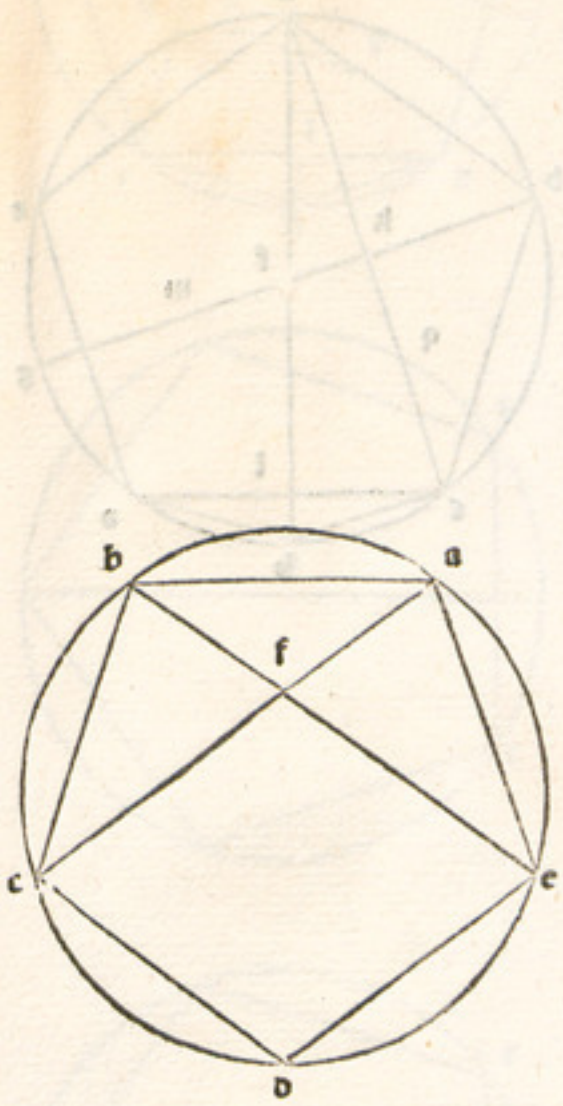


per primam partem .16. sexti quod prouenit ex. a.b. in. b.l. est equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius ꝙ illud qd̄ prouenit ex. a.b. in. l.a. ē equale quadrato. a.b. itaq; quod prouenit ex. a.b. in. a. l. ⁊ in. l.b. est equale duobus quadratis duaꝝ linearum. a.b. ⁊. b.d. ⁊ quia ex scda secundi qd̄ prouenit ex. a.b. in. l.a. ⁊ in. l b. est equale quadrato linee. a.b. est autem linea. a.b. latꝰ pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti: linea vero. a.b. ē latus decagoni equilateri. ⁊ linea. b. d. est ex corolario. 15. quarti equalis lateris exagoni equilateri ꝓposito circulo inscipto rum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Propositio .11.

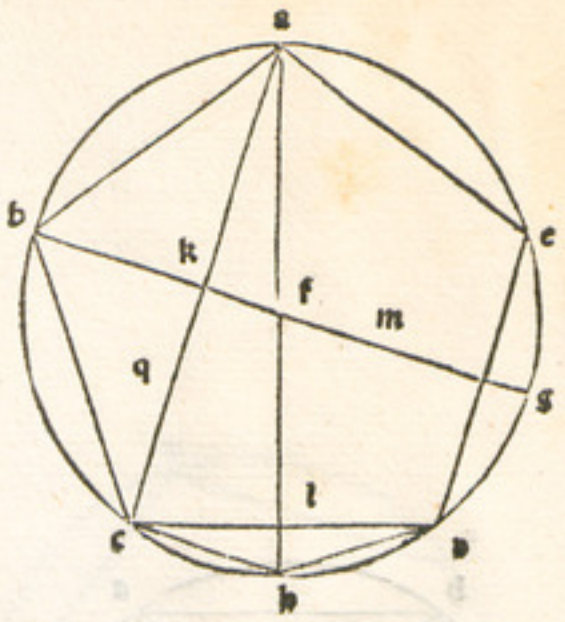
Si duobꝰ ꝓpiquis ãgulis pẽtagoni equilateri ĩtra circulũ descripti a terminis iuoꝝ lateꝝ due recte linee subtendantur vtraq; alteram scõm proportionẽ habentẽ mediũ duo q; extrema secabit maiorq; ipsius portio lateri ipsius pẽtagoni equalis erit.

¶ Sit pentagonus equilaterus. a.b.c.d.e. inscriptus circulo eisdem litteris signato ⁊ duobus eius ꝓpinquis angulis qui sunt. a. ⁊. b. subtendant̃ due recte linee. a c. ⁊. b.e. secantes se inuicẽ in puncto. f. dico itaq; vtranq; haꝝ esse diuisã ĩ puncto f. ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema: ⁊ ꝙ maior portio vtriusq; ē equalis lateri pentagoni. ¶ Manifestũ est enim ex. 27. tertij ꝙ quinq; arcus circuli pentagonũ propositũ circũscribentis quoꝝ latera ipsius pentagoni sunt chorde: sunt ad inuicem equales. ideoq; ex vltima sexti quatuor anguli. a.e.b. a.b.e. b.a.c. ⁊. b.c.a sunt adinuicẽ equales. Nam arcus. a.b. a.e. ⁊. b.c. sunt adinuicem equales. cumq; sit arcus. c.d.e. duplus ad arcũ. b.c. erit quoq; ex vltima sexti angulus. c.a.e. duplus ad angulũ. c.a.b. at vero ex. 32. primi angulus a.f.e. duplus ē ad angulũ. f.a b. igitur angulus. a.f.e. ē equalis angulo. f.a.e. quare per sextam primi linea. a.e. ē equalis linee. f.e. sunt aũt duo trianguli. a.b.e. ⁊. a. f.b. equiangnli per ea q̃ dicta sunt ⁊ p. 32. primi: est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris ⁊ angulus. b. cõis vtriq;: igit̃ ꝑ quartã sexti ꝓportio. e.b. ad. b.a. sicut. b.a. ad. f.b. cũq; sit. e.f. equalis. a.b. eo ꝙ ipsa ut probatum est equalis. a.e. sequitur ex. 7. quinti: vt sit proportio. b.e. ad. e.f. sicut. e.f. ad. f.b. quare per diffinitionẽ linea. e.b. ē diuisa ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema ⁊ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. si aũt hoc ē verꝝ de linea. e.b. erit quoq; ex. 7. quinti ⁊ quinta eiusdẽ ⁊ diffinitione idẽ verꝝ de linea. a.e. nam tota. b.e. est equalis toti. a.e. ex quarta primi ⁊ portiões portionib̃ ex sexta primi ⁊ cõi scia: portiões enim. a.f. ⁊. b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoq;. f.e. ⁊. f.e. residue erunt adinuicẽ equales ex cõceptione vel potes si libet ⁊ facilius de linea. a.e. demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam. e.b.



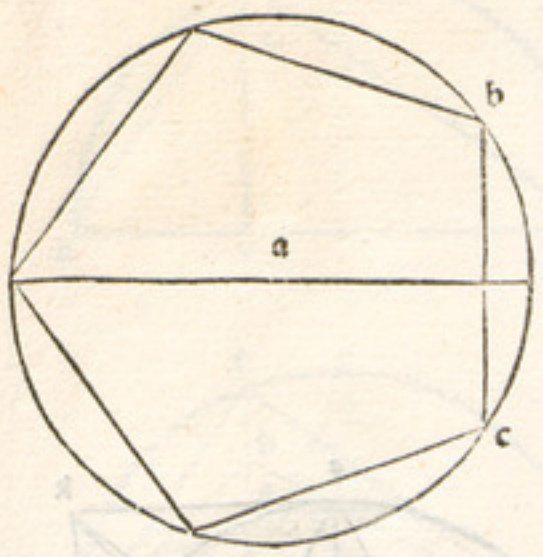
Propositio .12.

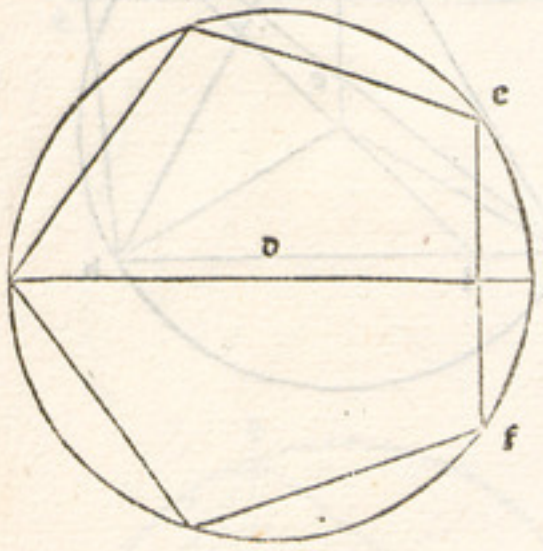
Si circuli pentagonũ equilaterum circũscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor. ¶ Sit pentagonꝰ equilaterꝰ. a.b.c.d.e. iscriptꝰ circulo eisdẽ litteris ascripto cꝰ cẽtꝝ. f. ⁊ due diametri. b.g. ⁊. a.b. sitq; vtraq; haꝝ diametroꝝ linea rõnal' ĩ longitudie: dico tunc ꝙ latꝰ pẽtagoni inscripti erit linea irrõnalis illa videlꝯ q̃ dicit̃ minor: ꝓtrabat̃ enim linea. a.c. q̃ secet diametꝝ. b.g. in puncto. k. eritq; ex vltima sexti



& quarta p̃mi linea.a.c.diuisa a diametro .b.g.orthogonalr & p eq̃lia i pũcto.k.qz cũ semicirculus.b.a.g.sit eq̃lis semicirculo.b.e.g.& arcꝰ.b.c.arcui. b. c.sicut ꝓstat ex.27.tertij erit arcus.a.g.residuꝰ equalis arcui.c.g.residuo:iõqz ex vltima sexti angulus.a.b.g.eq̃lis etiã angulo.c.b.g.cũ itaqz duo latera.a.b.&.b.k.trianguli.a b.k.sint eq̃lia duobus laterib9.c.b.&.b.k.trianguli.c.b.k.& angulus.b .vnius an/ gulo.b.alterius:erit ex quarta p̃mi basis.a.k.eq̃lis basi.k.c. & oẽs anguli qui sunt ad.k.sunt recti ex prima pte tertie tertij:diameter aũt.a.b.secet latus pẽtagoni.c. d.in puncto.l.Eritqz siliter linea.c.d. diuisa a diametro.a .b. orthogonalr & per equalia in puncto.l.cũ eni sint duo arcus.a.d.b.&.a.c.b.eq̃les & arcus.a.c.sit eq̃/ lis arcui.a.d.erunt duo residui semicirculoꝝ qui sũt.c.b.&.d.b. eq̃les quibꝰ si sub/ tendant̃ due chorde que sunt .c.b.&.d.b.ipse quoqz ex.28.tertij erunt equales & qz arcus'.a.c.ẽ equalis arcui.a.d.erit ex vltima sexti angulus.c.b.l.eq̃lis angulo.d.b l.ideoqz per quartã primi basis .c.l.est equalis basi.d.l .& omnes anguli qui sunt ad.l.recti ex prima pte tertie tertij.itaqz duo trianguli .a.c.l.&.a.f.k.sũt eq̃angu/ li ex.32.p̃mi.Est eni angulus .l.maioris eq̃lis angulo.k. minoris eo q̃ vterqz est rectus & angulus .a.ẽ cõis vtriqz:quare ex quarta sexti ꝓportio.l.c.ad.c.a. ẽ sicut k.f.ad.f.a. Sumat̃ igit̃ ex diametro.b.g.linea.f.m.equalis quarte parti semidia/ metri eritqz per equam proportionalitatẽ proportio.c.l.ad quartã partẽ linee. a.c que sit.c.q.sicut.k.f.ad quartam partẽ linee.f.a.que est.f.m. & qz ꝑ.15.quinti ꝓ/ portio.c.d.ad.c.k.est sicut.c.l.ad.c.q.sic eni est duplum ad duplum sicut simplus ad simplum:erit ꝑ.11.quinti.d.c.ad.c.k.sicut.k.f.ad.f.m.& cõiuncti linee cõstan/ tis ex.d.c.&.c.k.ad.c.k.sicut.k.m.ad.m.f.& iõ per primam partem.21.sexti pro/ portio quadrati linee cõposite ex.d.c.&.c.k.ad quadratũ linee. c.k. sicut quadrati linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.cõstat autẽ ex p̃missa q̃ si linea. a. c.diuidatur ꝑm proportionẽ habentẽ medium duoqz extrema maior portio eiꝰ erit eq̃lis linee d.c.igit̃ linea constans ex.d.c.&.c.k. cõponit̃ ex maiori portione diuise ꝑm pro/ portionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema & ex medietate totiꝰ linee sic diuise:ẽ eni c.k.medietas.a.c.itaqz ꝑ primã istius. 13.libri quadratũ linee composite ex. d.c. &.c.k.quintuplum quoqz ẽ ad quadratũ linee.c.k.ideoqz quadratum linee. k. m. quintuplũ quoqz ẽ ad quadratũ linee.m.f.cum sit hoꝝ quadratoꝝ & illorum vna ꝓportio ẽ aũt linea.b.m.quintupla ad lineã.m.f.erat eni.m.f.quarta ps semidia metri propositi circuli:ergo quadratũ linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.est sicut li nee.b.m.ad lineam.m.f.et quia ex secunda pte.18.sexti quadratũ linee. k.m.ad quadratum linee.m.f.est sicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata:erit ex vndeci ma quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.sicut linea.k.m.ad lineam. m.f. duplicata: igitur linea.k.m.est medio loco proportionalis inter duas lineas.b .m.& m .f.qõ sic constat.Sit enim linea.n.p.medio loco ꝓportionalis inter eas sũpta ꝑm do/ ctrinã none sexti eritqz ex diffinitione ꝓportionis duplicate que posita ẽ i p̃cipio quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut.b.m.ad.n.p.duplicata:& qz.b.m.ad.n.p.sicut n.p.ad.m.f.erit etiã ex.11.quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.sicut n.p.ad.m.f. dupli/ cata igit̃ ex prima pte.9.quinti due linee.k.m.&.n.p.sunt eq̃les:iõqz ex prima pte 7.quinti & ex scõa pte eiusdẽ linea.k.m. ẽ medio loco ꝓportionalis inter. b.m.et m.f.quare ex conel̃.15.sexti proportio quadrati linee .b .m.ad quadratum linee m.k.ẽ sicut ẽ linee.b.m.ad lineam.m.f.& quia linea.b.m.ẽ quintupla ad lineam m.f.erit quadratum linee.b.m.quintuplũ ad quadratũ linee.m.k.linea aũt.b.m.

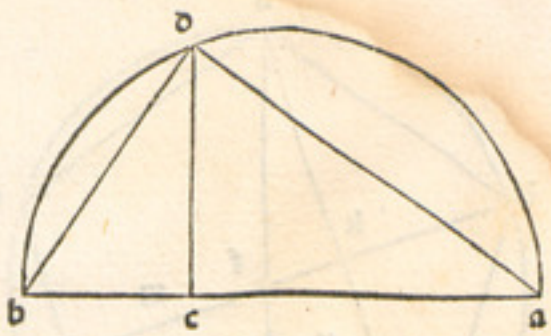
est rōnalis in longitudine:ergo per vltimā ptē.7.decimi linea .m.k. est rōnalis in potentia tm̄ ⁊ qr linea.b.m.ē potentior linea.m.k.in quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt in cōtinuo ꝓbabiť erit linea.b.k.residuū quartū ex diffinitione residui quarti. Qd aūt probandū assumpsimus sic patet.sit numerus.r. quintuplus ad numer.s.sintq3.t.⁊.s.quantū.r.ac si esset.r.quinq3.s.vnū.t.quatuor:⁊ sit linea .b.m.potentior linea.m.k.in quadrato linee.x.cū igiť sit quadratum linee.b.m.ad quadratū linee.m.k.sicut numer⁹.r.ad numer.s.erit ꝑ euersā ꝓportionalitatē quadratū linee.b.m.ad quadratū linee.x.sicut numer⁹.r.ad numer.t. quare per vltimā ptē.7.decimi linea.x.ē incōmensurabilis linee.b.m.in longitudine.nō est ergo dubiū quin.b.k.sit residuū quartū. Manifestū vero ē ex.34.tertij: ꝙ illud qd fit ex.b.k.in.k.g.ē equale ei qd fit.a k.in.k.c.ideoq3 etiā ipsū idem est equale quadrato.k.c.eo ꝙ.a.k.ē equalis.k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtriq3 erit ex penultima primi qd fit ex.b.k in se ⁊ in.k.g.equale quadrato .b.c. et qr ex prima secundi quod fit ex .b.k.in se ⁊ i.k.g.est equale ei qd fit ex.b.k.in..g.b.erit linea.b.c.latus tetragonicū supficici contenti a duabus lineis.g.b.⁊.k.b .⁊ quia linea.g.b.ē rōnalis:linea vero.b.k.ē residuū quartū.⁊ qr linea potens in superficiē linea rōnali residuoq3 quarto cōtenta est linea minor vt constat ex.89.decimi libri necesse est lineā.b.c.que est latus pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti eē lineā minorem qd erat ex principio demonstrandū. Hoc ergo mō sequiť ꝙ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor.si diameter circuli cui inscribatur fuerit rōnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōnalis in potentia tm̄.adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. esto enim linea.a.rōnalis in potentia tm̄ supra quā describatur circulus eiq3 descripto inscribať pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. b.c. dicanťq3 pentagonus et circulus.a.dico ꝙ linea.b.c.ē linea minor. Sumatur enim aliqua linea rōnalis i longitudine que sit.d.⁊ super eā linectur circulus cui inscribať pentagonus equilater⁹ ⁊ sit vnū latus ipsius linea.e.f dicanťq3 pentagonus ⁊ circulus.d.constat igitur ex hac.12.ꝙ.e.f.ē linea minor cū diameter.d.sit rōnalis in longitudine. Qm̄ vero ꝓportio pentagoni.a.ad pentagonū.d.ē sicut quadrati linee.b.c.ad quadratum linee.e.f.vtraq3 enim ē ex scōa pte.18.sexti:sicut linee.b.c.ad lineā.e.f. duplicata pentagoni aūt.a.ad pentagonū .d.ē sicut q̄drati.b.c.ad quadratū linee.e.f.diametri a.ad quadratū diametri.d.ex prima. 12.erit ex.11.quinti quadratum linee.e.b.ad quadratū linee.e.f.sicut quadratū diametri.a.ad quadratū diametri.d. cūq3 quadrata duar diametror.a.⁊.d.sint cōicantia:qr ambo sūt rōnalia ex ypothesi erūt quoq3 ex prima pte.10.decimi quadrata duar linear.b.c.⁊.e.f. cōicantia :ergo linea.b.c.cōicat i potētia cū linea.e.f.⁊ qr linea.e.f. ē minor: sequiť ex.100.decimi: ꝙ etiā.b.c.sit linea minor qd ē ꝓpositū.siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue i potētia tm̄ necesse ē vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor.



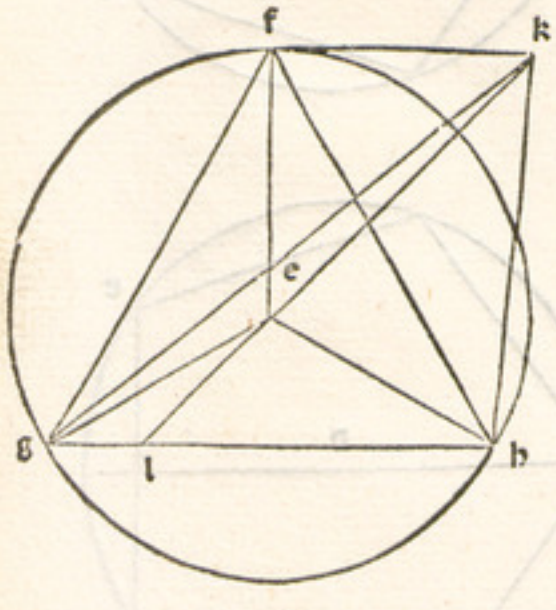


Propositio .13.

Piramidē ēquor basiū triāgulariū ⁊ eqlaterar ab assignata spera circūscriptibilē fabricare h⁹ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexqalterā ꝓportionē potentialiter habere ꝓbať. Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.b.c.⁊ lineē super eam semicirculus.a.d.b.⁊ producatur linea.c.d.orthogonaliter sup lineā.a.b.⁊ ꝓducať linea



b.d.⁊.d.a.postea fiat circulus.f.g.h.super centrū.e.cuius semidiameter sit equa/
lis linee.c.d.cui ex scōa quarti libri inscribat triangulus equilaterus qui sit. f.g.h.
ad cui⁹ angulos ꝓtrahant a centro linee.e.f.e.g.e.h.deinde sup centr.e.erigatur
ꝑm ꝙ docet.12.decimi vel vndecimi linea.e.k.q̄ ponat equalis.a.c.ꝓpendicularis
ad superficiē circuli.f.g.h.⁊ demittant a puncto.k.ypothenise.k.f.k.g.k.h.eritq;
cōpleta piramis quatuor basiū triangulariū ⁊ equilaterar quā dico esse ab assigna
ta spera circūscriptibilē ⁊ dico quadratum diametri ꝓposite spere sexquialter esse
ad quadratum lateris fabricate piramidis .cōstat enī ex prima ꝑte corollarij .8.se/
xti ꝙ linea.c.d.ē medio loco ꝓportionalis inter.a.c.⁊.c.b.quare ex corol.17.ei⁹/
dem quadratum linee.a.c.ad quadratū linee.c.d.ē sicut.a.c.ad.c.b.ergo cōiunctī
quadratū.a.c.⁊ quadratū.c.d.ad q̄dratū.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoq; ex penult.
primi quadratū.a.d.ad quadratū.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cū ergo linea.a. b.sit tri/
pla ad.b.c.erat enī.a.c.dupla ad eā erit quoq; quadratū.a.d.triplū ad quadratū
d.c.ē autē ex.8. huius quadratū .f.g.triplū ad quadratū. e.f.quare cū ex ypothesi
d.c.sit equalis .e.f.erit ex cōi scia.a.d.equalis.f.g.⁊ qr ex diffinitione linee perpē
dicularis ad superficiē linea.e.k.continēt cū singulis lineis.e. f.e.g. e.h. angulos
rectos quar quelibet ē equalis linee .c.d.⁊ qr ipsa eadē ē equalis linee.a.c .⁊ angu
lus.c. ē rectus :erit per quartā primi vnaquaq; triū linear.k.f.k.g.k.h.equalis li/
nee .a.d.Manifestum est igit fabricatam piramidē esse quatuor basiū triangula/
riū eq̄lateraꝝ. Ipsā aūt eē circūscriptibilē ab assignata spera sic habeto:linee.e.k.
intelligatur adijci ꝑm rectitudinē linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota.k.l.sit equalis
a.b.que ē diameter assignate spere:hanc aute lineā inquā.e.l.imagineris esse sub
circulo.f.g.h.perpendicularem quoq; ad.ipsius supficiem ex ꝑte inferiori sicut est
c.k.ex parte supiori eritq; vnaquaq; triū linear.e.f.e.g.e.h.⁊ simplr q̄libet semidi
ametri circuli.f.g.h.medio loco ꝓportionalis inter.k.e.⁊.e.l.quēadmodū ē. d.c.
inter.a.c.⁊.c.b. nam hee sūt equales illis vnaquaq; sue relatiue. Si igit sup linea;
l.k.describat semicircul⁹ circūducaturq; quousq; ad locū vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione speraꝝ equaliū spera descripta motu huius semicirculi eq̄
lis spere assignate.sunt enī spere equales quar sunt equales diametri quēadmo/
dum de circulis in principio tertij dictū ē:semicirculū hunc vero necesse est transi/
re per tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabricate. silr autē dico
ꝙ semicirculus hic qui sup lineā.k.l.fuerit descript⁹ si circūducat quousq; ad locu;
redeat vnde moueri cepat continget circulū.f.g.h.super omnia puncta circūferen
tie ipsius. Qd̄ ex hac vetusta veritate probatur:si linea recta super linea; rectā per
pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat vel circumstat medio lo/
co proportionalis ponatur.fueritq; super eam lineam cui perpendicularis supstat
semicirculus descript⁹ circūferentia ipsius ꝑ extremitatem linee medio loco ꝓpor/
tionalis posite ꝑpendiculariter necessario trāsibit.cum igitur cuncte semidiametri
circuli.f.g.h.sint ꝑpēdiculares ad lineā.k.l.⁊ medio loco ꝓportiōales iter ꝑtes ipi⁹
que sunt.k.e.⁊.e.l.sequit ut semicirculus descript⁹ sup.k.l.si circūducat transeat ꝑ
omnia puncta circūferentie.f.g.h.⁊ per omnes solidos angulos piramidis fabri/
cate.itaq; a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabricata
est inscriptibilis illi spere quā semicirculus super lineam.k.l.lineat⁹ mutuo suo de/
cribit:⁊ quia hec spera descripta est assignate spere equalis ꝑ diffinitionē equaliū
speraꝝ sequit ex cōi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata spera circū/

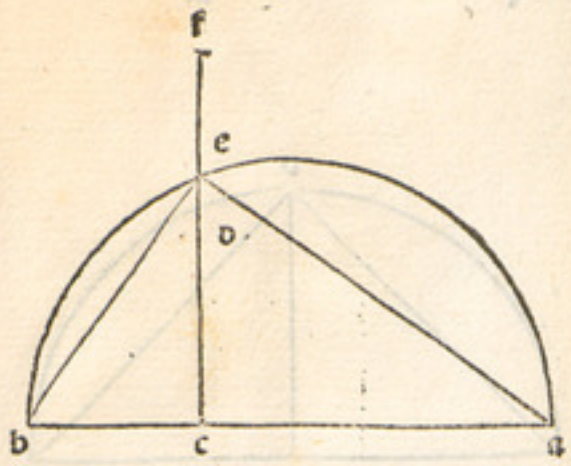


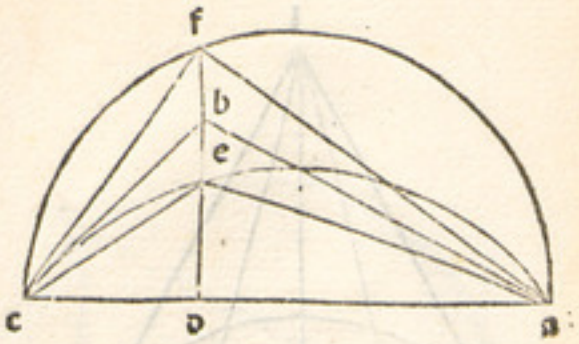
scriptibilis qd̃ est ꝓpositũ. Corolariũ aũt pz sic. Cum enim.a.b.sit tripla ad.b.c.p
uersam proportionalitatẽ erit.a.b.sexquialtera ad.a.c.idcoqz ex scda pte corola
rij.8.sexti ⁊ corolario.17.eiusdẽ quadratũ linee.a.b.erit etiã sexquialtex ad qua/
dratũ linee.a.d.⁊ qz linea.a.d.ẽ equalis lateri fabricate piramidis.at vero.a.b.est
diameter spere:constat vex eẽ qd̃ per corolariũ dicit̃. Ne aũt quẽq̃z de vetusta ve/
ritate proposita hesitare cõtingat eã volum⁹ hoc mõ demõstratione firmare. Sit
igit̃ sup lineã .a.b.linea.c.d. ꝓpendicularis q̃ ponat̃ medio loco ꝓportionalis in/
ter ptes linee.a.b.que sint.a.c.⁊.c.b.ita q̃ proportio.a.c.ad.c.d.sicut.c.d.ad.c.b
Et super lineã.a.b.describat̃ semicirculus.a.c.b.dico q̃ huius semicirculi circũfe/
rentia transibit per punctũ.d.qui ẽ extremitas ꝓpendicularis. Si autẽ aut secabit
lineã.c.d.aut suptransibit eã totã ipsã trãsiens ⁊ includens ⁊ non contingens. se/
cet ergo primo eã in puncto.e.⁊ ducant̃ linee.e.b.⁊.e.a:critqz ex prima pte.30.ter
tij totalis angulus.a.e.b.rectus.itaqz ex prima pte conel̃.8.sexti ꝓportio est.a.c.
ad.c.e.sicut.c.e.ad.c.b.at vero ex secunda pte.8.quinti ꝓportio.a.c.ad.c.e.ẽ ma
ior q̃z.a.c.ad.c.d.co q̃.c.e.ẽ minor.q̃z.c.d.cũ igit̃ sit.c.e.ad.c.b.sicut.a.c.ad.c.e
⁊.c.d.ad.c.b.sicut.a.c.ad.c.d.erit per. 12.quinti.c.e.ad.c.b.maior q̃z.c. d. ad.c.
b.ideoqz per primã ptẽ.10.quinti.e.c.ẽ maior q̃z.d.c.ps videlicet q̃z suũ totuz qd̃
est impossibile. Nõ ergo secabit circũferentia semicirculi lineã.c.d. Sup transeat
igit̃ ⁊ ꝓducat̃.c.d.vsqz ad circũferentiã:sitqz tota.c.e.⁊ protrahant̃ linee.e.b.⁊.e
a.sequet̃qz ut pri⁹ lineã.c.d.esse maiorẽ q̃z sit linea.c.e.qd̃ est etiã impossibile:con
stat ergo ꝓpositũ. Silr aũt dicimus q̃ si fuerit aliquis angul⁹ rectus cui basis sub
tendat̃ sup quã semicirculus linee:ipsius circũferentiã p angulũ rectũ transire ne/
cesse ẽ.conuersã vero huius ꝓponit prima ps.30.tertij.qd̃ aũt dicimus sic constat
Sit enim angul⁹.a.b.c .rectus cui subtendat̃ basis.a.c.⁊ sup eã linee:t̃ semicircul⁹
dico q̃ ipsius circũferentia transibit p punctũ.b.in quo cocunt linee continentes
angulũ rectũ cuius demonstratio ẽ q̃ neqz transibit supra neqz infra.sin autẽ trã/
seat:p̃mo ifra sitqz.a.c.c.⁊ ab angulo.b.producat̃ linea.b.d.perpẽdicularis ad ba
sim.a.c.que secet circũferentiã semicirculi in puncto.e.⁊ protrahant̃ linee.e.a.⁊.e
c.eritqz angulus.a.e.c.rectus ex prima pte.30.tertij .at ipse ẽ maior angulo. a.b.c
per.21.primi hoc autẽ ẽ impossibile ex tertia petitione cũ vterqz sit rectus .hic qui
dẽ ex ypothesi:ille vero ex prima parte.30.tertij. Nõ .ergo trãsibit circũferentia se
micirculi infra angulũ.b.transeat itaqz supra ⁊ sit.a.f. c. ꝓducatur autẽ ꝓpendicu
laris .d.b .quousqz obuiet circũferentie semicirculi.a.f.c.i puncto.f. ⁊ producant̃
linee.f.a.f.c.critqz ex prima parte.30.tertij angulus.a.f.c. rectus. cũqz etiã eẽt ex
ypothesi angulus.a.b.c.rectus sequit̃ impossibile per.21.primi sicut in principio.
relinquit̃ ergo qd̃ diximus.hoc aũt necessariũ est ad cognitionẽ cox que sequũtur.

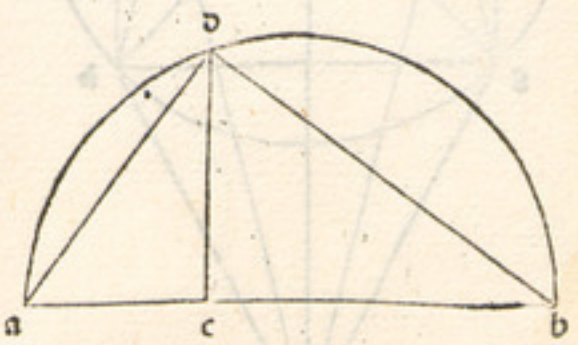
Propositio .14.

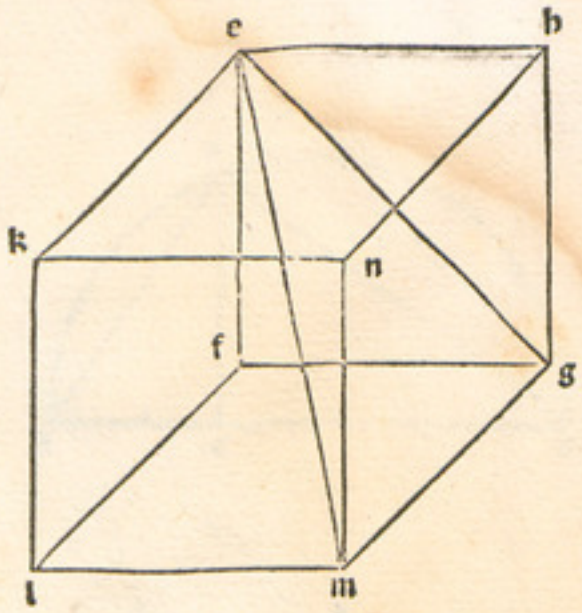
A Sassignata spera circũscriptibilem cubum constituere
eiusdem autem spere diametrum lateri ipsi⁹ cubi poten/
tialiter triplicem esse manifestum erit.

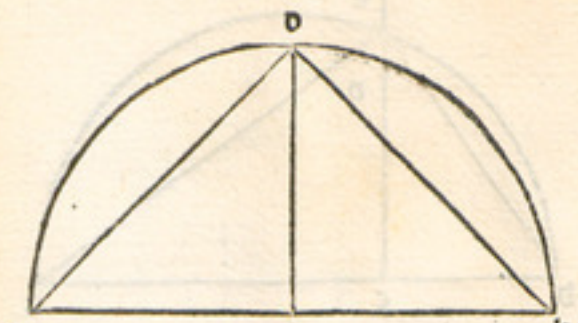
Assignate spere diametrum sit.a.b.super quã linee:tur semicircu/
lus.a.d.b.diuidaturqz diameter i puncto.c.prorsus secundum con
ditionem premisse videlicet ut linea.a.c.sit dupla ad lineam .c. b. ⁊ producatur
c.d.perpendicularis ad.a.b.⁊ protrahantur.d.b.⁊.d.a.postea fiat vnũ q̃dratum
cuius oia latera sint equalia linee.b.d.sitqz.e f.g.b.sup cui⁹ q̃tuor anglos erigant̃

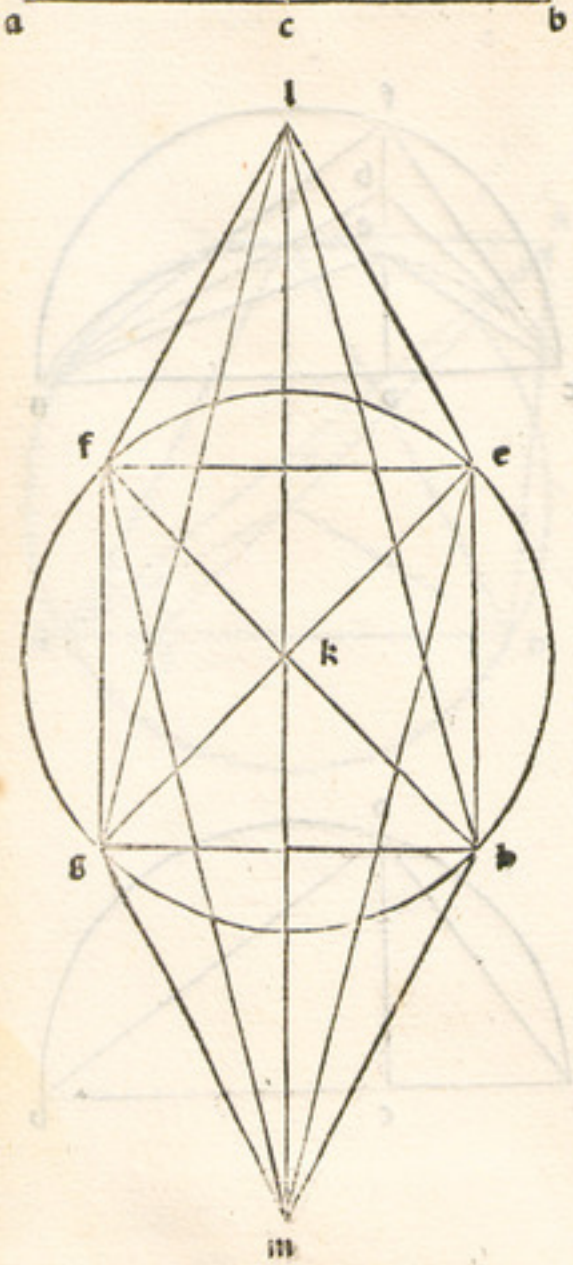












vt docet.12. vndecimi quatuor linee ppēdiculares ad supficiē ipsi⁹ q̄drati q̄ q̄libz ponatur etiā equalis linee.b.d.sintqz.e.k.f.l.g.m.h.n.eruntqz hee quatuor ppendiculares singule singulis equidistantes ex sexta vndecimi: ⁊ anguli quos cōtinent cū lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppēdicularis ad supficiē: deinde cō iungant extremitates istarū ppendicularium ptractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritqz cōplet⁹ cub⁹ sex supficieb⁹ q̄dratis cōtentus. cōstat enī ex.34.p̄mi q̄ q̄tuor superficies ipsum ambientes ⁊ ipse sunt quarū opposita latera sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrate: de basi autē hoc positū est. at vero de supprema ei⁹ supficie que ē.k.l.m.n.q̄ ipsa quoqz sit quadrata. cōstat ex.34.primi ⁊.10.vndecimi. ideoqz ex quarta vndecimi manifestū ē singula latera eiusdē cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt autē cubū hunc ab assignata spera circūscriptibilem eē demonstremus: in vna suarū supficierū ptrahat diagonalis. verbi gratia in basi eius sitqz.e.g.⁊.a.b.huius diagonalis altera extremitate ptrahatur diameter cubi.c.m.eritqz ex penultima primi quadratū. e.g. duplū ad quadratū .f.g.ideoqz ⁊ ad quadratū.g.m.eo q̄.g.m.ē equalis.f.g. sūt enī omnia latera cubi adinuicē equalia.⁊ q̄ rursus ex penultima primi quadratū.e.m.ē equale quadratis duarū linearū.e.g.⁊.g.m. ppter hoc q̄ angulus.e.g.m.ē rectus ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiē: erit quadratū.e.m. triplum ad quadratū.m.g. constat enī ex duplo ⁊ simplo. cumqz ex secūda pte corol.8. sexti ⁊ ex corol.17.eiusdē q̄dratū quoqz.a.b.sit triplū ad quadratū.b.d.eo q̄ linea.a.b. tripla ē ad lineā .b.c.sit autē.b.d.equalis.g.sequitur ex cōi scia ut.e.m.q̄ ē diameter cubi sit equalis.a.b.que ē diameter spere. itaqz si sup.e.m.linee semicirculus circumducatqz quousqz ad locū vnde fuit initiū motus redeat spera descripta: erit ex diffinitione sperarū equaliū equalis spere assignate. at vero q̄ hic semicirculus trāsitū faciet p punctū.g.eo q̄ angulus.e.g.m.ē rect⁹ eadēqz rōne p ceteros singlos rectos angulos cubi qd̄ ex antecedente ante hāc.14. imediate p̄misso manifestū ē constat cōstitutū cubū ab assignata spera eo q̄ a sua equali circūscriptibile esse qd̄ demonstrare oportebat. corolarij vero demōstratio in isti⁹ demōstratiōis ꝓcessu prepatuit.

Propositio .15.

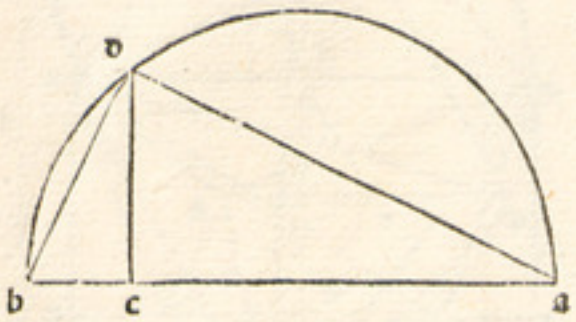
Corpus octo basiū triāgulariū ⁊ equilaterarū a spera ꝓposita circūscriptibile cōponere: eritqz palā eiusdēz spere diametrū lateri ipsius corpis duplicem esse potentialiter.

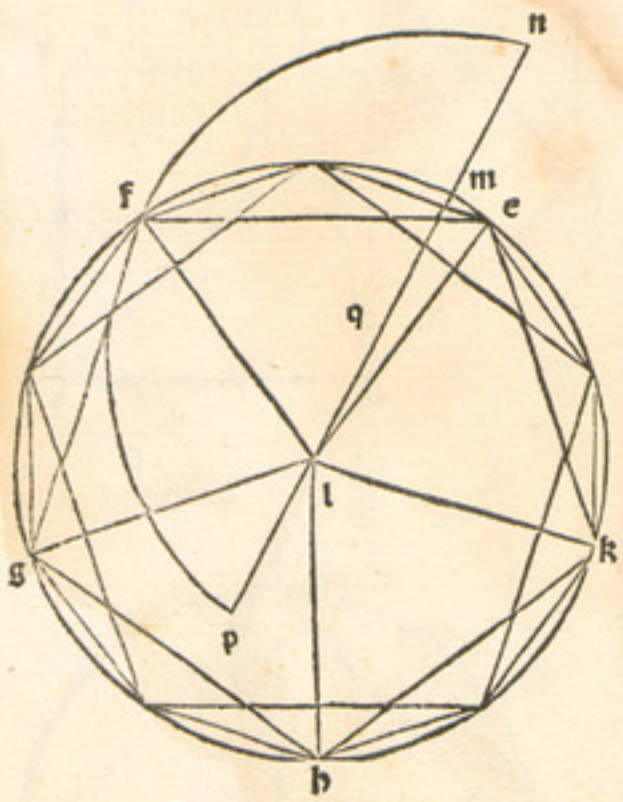
Diameter spere ꝓposite sit.a.b.que diuidat p equalia i puncto.c. ⁊ sup eā linee semicirculus.a.d.b.⁊ ꝓducat.c.d.ppendicularis.ad.a.b.⁊ iungat punct⁹.d.cū.a.⁊ cū.b.describatqz vnū quadratū cuius singula latera sint equalia linee.b.d.sitqz quadratū.hoc.e.f.g.h.in quo ꝓtrahant diametri due. e.g.⁊. f.h. secantes se inuicē in puncto.k.ꝓstat igit ex .4.primi q̄ vtraqz istarū diametrorū sit equalis linee.a.b .que ē diameter spere cū angulus .d.sit rectus ex p̄ma pte.30.tertij ⁊ singuli quoqz anguli.e.f.g.h.recti ex dione q̄drati: ꝓstat rursus q̄ eedem due diametri.e.g.⁊.f.h.diuidūt se inuicē p equalia in puncto k.hoc autē ex.5.primi ⁊ 32.⁊ sexta eiusdē facile ē elicere. erigat itaqz sup punctū.k.linea.k.l.ppendicularis ad supficiē q̄drati q̄ ponat eqlis medietate diametri.e.g.l.f.h.⁊ demittāt ypothemise l.e.l.f.l.g.l.h. erūtqz ex his q̄ posita sunt ⁊ penul p̄mi quotiēs oportuerit repetita singule harū ypothemisarū eqles sibi inuicē et equales laterib⁹ q̄drati. habes ergo piramidē quatuor equilaterarū triangulariumqz basiū sup quadratū ꝓstitutā.

hinc itaq; sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appone lineā.l. k.producas
pforando quadratum vsq; ad.m.ita q̄.k.m.exūs sub quadrato sit equalis .l.k.
existenti supra:⁊ iunge punctū.m.cū singulis angulis q̄drati ꝓducendo.4 .alias
ypothemisas que sunt.m.e.m.f.m.g.m.b.de quibus quoq; manifestū ē ex penul'.
primi:quēadmodū de alijs que sunt in supiori pte q̄ ipse sint equales ad invicē et
lateribus quadrati. Cōpleuim⁹ igitur corpus.4.basiū triangulariū ⁊ equilaterarū
hoc aūt ab assignata spera circūscriptile eē sic habeto. cōstat enī q̄ linea. l. m.est
equalis diametro assignate spere:nā vtraq; earū ē equalis diametro quadrati.igit'
si sup.l.m.lineē' semicircul⁹ qui circūuoluat' quousq; ad locū suū redeat:spera quā
motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione sperarū equalium
colligit'.hic vero semicirculus transibit p quatuor angulos quadrati ⁊ simplr p oia
puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū:eo q̄ semidiameter quadrati
vt linea.f.k.⁊ portiones linee.l.m.que sunt.l.k.⁊.k.m.sunt adinuicē equales. q̄re
ex diffinitione eius qō ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscriptibi
le ē spere motu huius semicirculi descripte.itaq; ⁊ spere assignate ex cōcept.cū ipse
sint adinuicē equales ex diffinitione. Correl'.vero manifeste cōstat:sunt enī due li/
nee d.b.⁊.d.a.equales ex.4.primi:ideoq; quadratum.a.b.duplū est ad quadra/
tum.b.d.ex penul'.primi:latus aūt fabricati corporis ē equale linee.b.d. verus est
ergo corrclarium.

Propositio .16.

Corpus viginti basiū triangulariū atq; equilaterarū a data spera diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabrica/re.eritq; palā lat⁹ eiusdē corporis eē lineā irrationalem eam scz que dicitur minor. Sit hic quoq; diameter assignate spere.a.b.q̄ ponat' eē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm̄ ⁊ diuidat' in puncto.c.ita q̄.a.c.sit quadrupla ad.c.b. ⁊ lineē' super eā semicircu/lus.a.d.b.⁊ ꝓducat'.c.d.ꝓpendicularis ad.a. b.⁊ ꝓtrahat' linea.d.b. deinde ꝑm quantitatē linee.d.b.lineē' circulus.e.f.g.h.k.supra centrū.l.cui inscribat' penta/gonus equilaterus eisdē litteris annotatus:ad cuius angulos a cētro .l. ducant' li/nee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k.rursus in eodem circulo inscribat' decagon⁹ equilater⁹:diui/dant' enī cuncti arcus quorū chorde sunt latera pētagoni p equalia ⁊ a punctis me/dijs ad extremitates cunctorū laterū inscripti pentagoni linee recte dirigant'. itēq; super singulos angulos pentagoni erigatur catheē⁹ ꝑm q̄ docet.12.vndecimi quo rum quilibet sit etiā equalis linee.b.d.⁊ cōtinuent' extremitates horū quinq; cathe corū quinq; coraustis.erūtq; ex.6.vndecimi quinq; catheci erecti adinuicē equidi/stantes:cūq; ipsi sint eq̄les erūt quoq; ex.33.primi quinq; coraustī corū extremita tes iūgentes eq̄les laterib⁹ pentagoni.demitte igitur a summitatibus singulis sin/gulorū catheeorū binas ⁊ binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos iscripti decagoni ⁊ harū decē ypothemisarū a quinq; extremitatibus catheeorū ad.5. pūcta que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descendentiū extremitates ꝓtinua aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoq; erit equilaterus ex.23. tertij:cū hoc itaq; feceris videbis te pfecisse decē triangulos quorū latera sunt decē ypothemise ⁊ quinq; coraustī ⁊.5.latera b⁹scōi pentagoni inscripti. Hos ergo decē triangulos eq̄lateros eē sic collige.cū enī tā semidiameter descripti circuli q̄z q̄libet erectorum catheeorum sit equalis linee.b.d.ex ypothesi:erit ex corrclario.15.quarti quilibet catheeorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter:



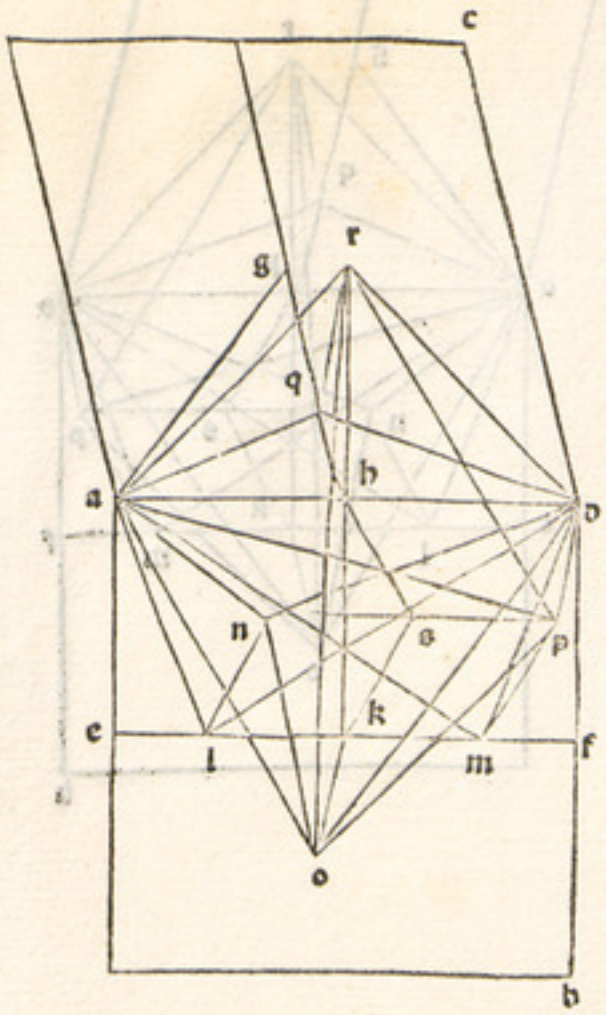


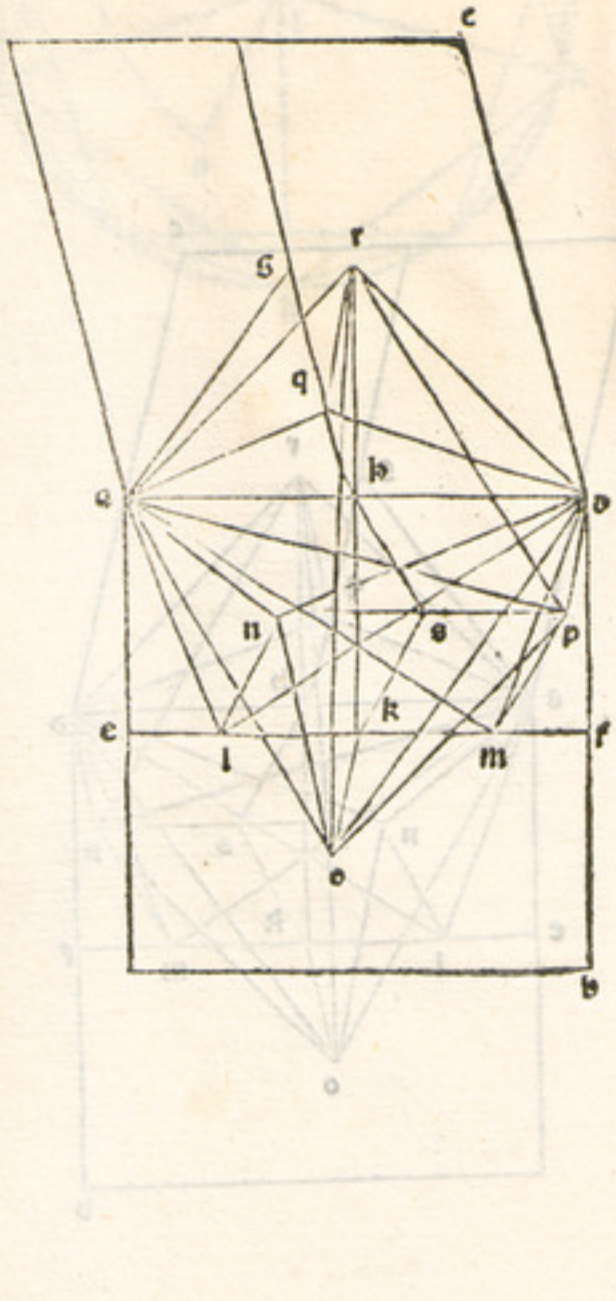
est equalis linee.b.d.inscripti.quia vero ex penul'. primi vnaq̃q3.10.ypothemisay tanto est potentior catheco quãtũ põt latus decagoni. at vero ex.10.huius latus quoq3 penthagoni ẽ tanto potentius eodẽ quãtũ põt idẽ latus decagoni.erit ex cõ muni scientia vnaq̃q3 hay ypothemisay equalis lateri pentagoni. De corausis aũt iam patuit ꝙ ipsi sint equales lateribus pentagoni.itaq3 cuncta latera horum decẽ triangulorũ aut sunt latera pentagoni equilateri scõa vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igit' equilateri trianguli. Ampli9 aũt sup centũ circuli qõ ẽ punctũ l.erige aliũ catheciũ equalẽ priorib9 qui sit.l.m.eiusq3 supiorẽ extremitatẽ que ẽ pũctus.m.iũge cũ singulis extremitatib9 priorũ p quinq3 corausios eritq3 ex sexta vndecimi hic centralis cathecius singulis catheciorũ angularium equidistans:iõq3 ex.33 primi hi quinq3 corausti erunt semidiametro circuli equales ⁊ ex corol'. 15.quarti quilibet eorũ tãquã latus exagoni.centrali ergo catheco ex vtraq3 pte adijciatur linea vna equalis lateri decagoni:supra quidẽ adijciat' ei.m.n.deorsum aũt sub circulo adijciat' sibi a centro circuli.l.p.postea demittant' a puncto.n.5. ypothemise ad.5.superiores angulos decẽ triangulorũ qui sunt in circuitu.⁊ a puncto.p.alie.5 ad alios quinq3 inferiores eruntq3 hee decẽ ypothemise equales adinuicẽ laterib9 inscripti pentagoni ex penul'.primi ⁊.10.huius quẽadmodũ de alijs decẽ pri9 demonstratũ est.habes ergo corpus.20.basium triangularium atq3 equilaterarũ cui9 cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni.eius vero diameter est linea. n.p: horũ aũt.20.triangulorũ decẽ cosistunt in circuitu supra circulũ.quinq3 aũt cõsurgunt sursum ad punctum.n.cõcurrentes.at quinq3 reliqui deorsum emergunt sup punctũ .p.cocuntes.hoc autẽ ycocedrũ corpus a data spera circũscriptibile eẽ sic erit manifestum:cũ linea.l.m.sit equalis lateri exagoni ⁊.m.n.lateri decagoni equilaterorũ quos circulus.e.f.g.circũscribit tota l.n.erit ex nona presentis libri diuisa ꝑm ꝓportionem .b.m.⁊.d.extra in puncto.m. ⁊ maior portio eius erit linea.l.m. Diuidatur itaq3 .l.m.per eq̃lia in.q. eritq3 ex cõmuni scia.p.q.eq̃lis.q.n.nã. p.l. posita ẽ equalis lateri decagoni quẽadmodũ.m.n.quare.q.n.ẽ medietas.n.p.quẽ admodũ ẽ.q.m.medietas.m.l:cũ ergo quadratũ.n.q.sit ex.3.hui9 quintuplus ad quadratum.q.m.erit quoq3 ex.15.quinti quadratũ.p.n.quintuplũ ad quadratum l.m.est eni ex quarta scõi quadratum.p.m.quadruplũ ad quadratũ.q.n.quadratũ quoq3.l.m.quadruplũ ad quadratũ.q.m.ex eadẽ:quadruplũ autẽ ad quadruplũ ẽ vt simplum ad simplũ teste. 15.quinti.at vero quadratũ.a.b.quintuplum est ad q̃dratũ.b.d.ex scõa pte corol'.8. sexti:⁊ ex corol'.17. eiusdẽ:ẽ etiã.a.b.quincupla ad.b.c.eo ꝙ.a .c.fuit ad eandẽ quadrupla:qr ergo .l. m.ẽ ex ypothesi equalis b.d.erit ex cõi scia.a.b.equalis.n.p.itaq3 si sup lineam.n.p.semicirculus describatur qui tandiu ꝙ locũ primum repetat circũuoluat' spera ipsi9 motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliũ equalis spere ꝓposite.⁊ qm̃ linea.l.m.ẽ medio loco ꝓportionalis inter.l.n.⁊.n.m.ideoq3 inter.l.n.⁊.p.l.erit quoq3 quelibet semidiameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l.n.⁊.l.p.⁊ cũ.l.m. sit equalis semidiametro circuli.itaq3 semicirculus sup.p.n.descriptus transibit p oia pũcta circũferentie circuli.e.f.g.ideoq3 ⁊ per singulos angulos solidi fabricati in illa circũferentia cõsistentes:⁊ qr eadẽ rõne singuli corausti cõtinuantes extremitates angularium catheciorũ:cũ extremitate centralis sunt medio loco ꝓportionales inter p.m.⁊.m.n.eo ꝙ quilibet eorũ ẽ equalis.l.m.sequit' ut idẽ semicirculus trãseat etiã per reliquos angulos figure ycocedre statute .ẽ igitur corpus hoc iscriptibile spere

cuius diameter.p.n.ideoq; ⁊ spere cuius diameter.a.b. Latus aũt huius solide fi/ gure dico esse lineã minorẽ.cõstat enĩ q̃ linea. b.d .ẽ rõnalis in potentia cũ eius quadratũ sit subquincuplũ ad quadratũ lineę.a.b.que posita ẽ rõnalis siue in lon gitudine siue in potentia tm̃:itaq; semidiameter atq; semidiametri circuli.e. f.g.ẽ etiã rõnalis in potentia.nam eius semidiameter ẽ equalis.b.d. igiť ex.12.hui⁹ lat⁹ pẽtagoni equilateri huic circulo iscripti ẽ linea minor.at vero sicut i huius demon strationis processu patuit latus huius figure est quantũ latus pentagoni:ergo la/ tus huius figure.20.alchaidaꝛ ẽ linea minor quẽadmodum proponitur.

Propositio .17.

Corpus duodecim basium pentagonoꝝ equilateraꝝ atq; equiãgulariũ ab assignata spera circũscriptibile cõstitue re.eritq; palã lat⁹ eiusdẽ corporis irrationale esse.id qd̃ relidnũ dicit. Fiat cubus ꝑm q̃ docet.14.huius circũscriptibile ab assignata spera:sitq; huius cubi due superficies.a.b.⁊.a.c.ima/ ginemur aũt nunc q̃.a.b.sit suprema superficies cubi ⁊.a.c. sit vna ex laterib⁹.sit q; linea.a.d.cõmunis istis duabus superficiebus.diuidant itaq; in superficie.a.b duo opposita latera ꝑ equalia videlicet.d.b.⁊ latus ei oppositũ:⁊ puncta diuisio/ nis cõtinuent ꝑ lineã.c.f.latus quoq;.a.d.⁊ illud qd̃ sibi opponit in supficie.a.c. diuidant per equalia ⁊ puncta diuisionis ꝓtinuent linea recta cuius medietas sit g.b.sitq; punctus.b.medius punct⁹ lineę.a.d.similiter linea. e.f. diuidat ꝑ equa/ lia in .k.⁊ protrahat.b.k.quãlibet igit triũ lineaꝝ.e.k.k.f.⁊.g.b.diuide ꝑm pro/ portionẽ.ba.me.⁊.du.ext.in trib⁹ pũctis.l.m.q.sintq; maiores portiones eaꝝ.l. k.k.m.⁊.g.q.quas manifestũ ẽ eẽ eq̃les cũ tote lineę diuise sint equales videlicet quelibet eaꝝ medietati lateris cubi.deinde a duobus punctis.l.⁊.m.erige perpendicu lares vt docet.12.vndecimi ad supficiẽ.a.b.quaꝝ vtrãq; ponas equalẽ lineę .k.l. sintq;.l.n.⁊.m.p.similiter a puncto.q.erige perpendiculariter.q.r.ad superficiẽ a.c. quã ponas eq̃lẽ.g.q.,ꝓtrahe itaq; lineas.a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n a.r.a.q.d.r.d.q. Manifestũ est igitur ex quinta huius q̃ due lineę.k.e.⁊.e. l.po/ tentialiter sunt triplũ ad lineã.k.l.ideoq; etiã ad lineã.l.n.cũ.k.l.⁊.l. n.sint eq̃les At vero.k.e.ẽ equalis.e.a.igit due lineę.a.e.⁊.e.l.sunt potentia triplũ ad lineã.l. n.quare ex penul.primi.a.l.ẽ potentia tripla ad.l. n.ideoq; per eandẽ.a. n.ẽ po/ tentia quadrupla ad.l.n. Cũq; omis linea sit potentia quadrupla ad medietatẽ sui sequit ex cõi scia q̃.a.n.sit dupla in longitudine ad.l.n. ⁊ qꝛ.l.m.dupla est ad.l.k At.k.l.⁊.l.n.sunt equales:erit.a.n.equalis.l.m.sunt enĩ eaꝝ dimidia equalia .Et qꝛ ex.33.primi.l.m.ẽ equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p.eodẽ modo ꝓbabis tres lineas.p.d.d.r.⁊.r.a.esse equales sibi invicẽ ⁊ duabus predictis .habem⁹ itaq; ex his quinq; lineis pentagonũ equilaterꝝ qui ẽ.a.n.p.d.r.sed fortasse dices ipsũ nõ esse pentagonũ qꝛ nõ nec forsan ẽ totus in supficie vna.qd̃ esset necessariũ ad hoc vt esset pentagonus .Qd̃ ergo sit tot⁹ in supficie vna sic habeto:prodeat equidẽ a puncto.k.linea.k.f.perpendicularis ad supficiẽ.a.b.que sit equalis. l.k. eritq; ob hoc equalis vtriq; duaꝝ.l.n.⁊.m.p.cũq; ipsa sit equidistãs vtriq; eaꝝ ex sexta vn decimi:ideoq; cũ ambab⁹ in eadẽ supficie ex dione lineaꝝ equidistantiũ necesse ẽ vt punct⁹.f.sit in linea.n.p.⁊ q̃ diuidat eã ꝑ equalia:,ꝓtrahant igit due lineę.r.b. ⁊.b.f.sunt itaq; duo trianguli.k.f.b.⁊.q.r.b.sup vnũ angulũ videlicet.k.b.q.cõ/ stituti ⁊ ẽ proportio.k.b.ad.q.r.sicut.k.f.ad.q.b.nã vt.g.b.ad.q.r.sic.k.b.ad.q





r.ex.7.quinti:⁊ vt .r.q.ad.q.b.sic.k.s.ad.q.b.ex cadẽ.sed.g.b.ad.q.r. vt.q.r.ad q.b.eo q̃.q.r.est equalis.g.q.ergo p.30.sexti linea.r.b.s.ẽ linea vna. Quare ex se cũda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ẽ in supficie vna. Ipsũ quoqʒ dico esse equiangulũ.cũ cui.e.k.sit diuisa ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqʒ extrema ⁊.k.m.sit equalis maiori portioni eius:erit quoqʒ ex.4.pñtis tota.e.m. diuisa ꝟm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqʒ extrema:maior quoqʒ portio eius linea e.k.iõqʒ per.5.due lince.e.m.⁊.m.k.iõqʒ due.e.m.⁊.m.p.nã.m.p.ẽ equalis. m. k.sũt potẽtia triplũ ad lineã.e.k.iõqʒ ⁊ ad lineã.a.e.nã.a.e.ẽ eq̃lis.e.k.itaqʒ tres lince.a.e.e.m.⁊.m.p.sunt potentia quadruplũ ad lineã.a. e. Constat autẽ per pe nultimã primi bis assumptã q̃ linea.a. p.ẽ potentia equalis tribus lineis.a.e.⁊.e. m.⁊.m.p.itaqʒ.a.p. ẽ potentia quadrupla ad lineã.a.e.latus vero cubi cũ sit du/ plũ ad lineã.a.e.est potentia quoqʒ quadruplũ ad ipsã ex .4.scõi:igiṫ ex cõi scien/ tia.a.p.est lateri cubi equalis.Cũqʒ.a.d.sit vnũ ex lateribus cubi erit. a.p. equa/ lis.a.d.idcoqʒ ex.8. primi angulus.a.r.d.ẽ equalis augulo.a.n.p.Eodẽ modo ꝓ/ babis angulũ.d.n.p.esse equalẽ angulo.d.r.a.q̃ ꝓbabis lineã.d.n.esse potentia liter quadruplũ ad medietatẽ lateris cubi.cũ igiṫ ex his pentagonus sit equilater⁹ ⁊ habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima pñtis libri. Si ita qʒ hac via rõneqʒ cõsilĩ ⁊ sup vnũqõqʒ reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonũ equilateruʒ ⁊ equiangulũ fabricemus ꝓficiet solidũ . 12.supficiebus pentagonis equilateris et equiangulis contentũ.cub⁹ eni habet.12. latera. Reliquũ autẽ ẽ demonstrare solidũ hoc esse a data spera circũscriptibile: ꝓtrahant igiṫ a linea.s.k.due supficies secan tes cubũ quaꝝ vna secet ipsũ super lineã.h.k.⁊ alia sup lineã.c.f.eritqʒ ex.40.vn/ decimi vt cõis sectio haꝝ duaꝝ supficieꝝ secet diameꝝ cubi ⁊ secetur viceuersa ab ipsa diametro ꝑ equalia.sit ergo cõis sectio eaꝝ vsqʒ ad diametrũ cubi linea.k.o ita q̃.o.sit centrũ cubi ⁊ ducant linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. constat autẽ q̃ vtraqʒ duaꝝ lineaꝝ.o.a.⁊.o.d.est semidiameter cubi.idcoqʒ equales.d.e.linea.autẽ.o.k cõstat ex.40.vndecimi q̃ ipsa ẽ equalis.e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et q̃ k.s.est equalis.k.m.erit.o.s.diuisa in puncto.k.ꝟm proportionẽ habentẽ mediũ duoqʒ extrema ⁊ maior portio ei⁹ erit linea.o.k.q̃ ẽ eq̃lis.e.k.itaqʒ p.5.b⁹ erũt due lince.o.s.⁊.s.k.iõqʒ.o.s.⁊.s.p.eo q̃ .s.p. ad quos hec demõstratio ñ extẽdit.ẽ eq̃lis k.s.triplũ i potẽtia ad lineã.o.k .⁊ ió ad medietatẽ lateris cubi q̃re p penul.pñi. linea.o.p.ẽ potẽtia tripla ad medietatẽ lateris cubi.Ex corol.autẽ.14.b⁹ cõstat q̃ semidiameter spere tripla est in potentia ad medietatẽ lateris cubi quem circũscri bit eadem spera.itaqʒ.o.p.est quanta semidiameter spere circumscribentis cubuʒ propositum.Eadem ratione ducte linee ducte a puncto.o. ad angulos singulos pentagonorum omnium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos inq̃ʒ qui proprij sunt pentagonis nõ autẽ cões eis ⁊ supficiebus cubi scʒ proprij q̃/ les sunt in pentagono statuto tres anguli.n.p.r.de illis autẽ lineis que veniunt a puncto.o.ad angulos singulos pentagonoꝝ qui sunt cões pentagonis ⁊ supficie/ bus cubi quales sunt in pentagono pñti duo anguli.a.⁊.d.cõstat q̃ ipse sũt equa/ les semidiametro spere circũscribentis cubũ:ipse eni sunt diametri cubi ex.40.vn/ decimi.at vero semidiameter cubi ẽ tanq̃ʒ semidiameter spere ipsũ circũscribentis quẽadmodũ ex rõcinatione.14.apparet igiṫ oẽs linee ducte a puncto.o.ad singu/ los angulos duodecedri sunt equales adinuicẽ ⁊ semidiametro spere semicirculus itaqʒ super totã diametrũ spere vel cubi lineatus.si circũducat trãsibit per omnes

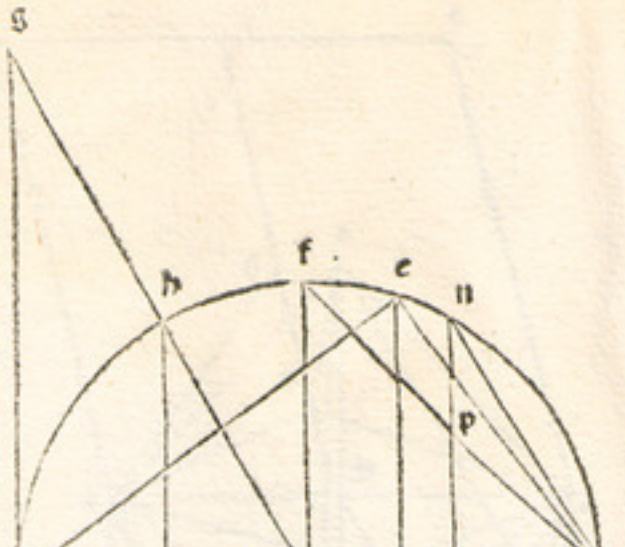
ãgulos ei⁹ quare p diffinitionẽ ipsũ est ab assignata spera circũscriptibile. dico itez
q latus huius figure ẽ linea irrõnalis ista videlicet que residuũ dicitur si diameter
spere ipsũ circũscribentis fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. cũ eni dia/
meter spere sit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa
le in potentia si diameter spere fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. Con
stat autem ex. 11. q linea. r. p. diuidit lineam. a. d. que est latus cubi ꝯm propor/
tionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema ⁊ q portio ei⁹ maior equalis est lateri penta/
goni ⁊ qz maior portio ei⁹ ẽ residuũ ex sexta huius manifestũ est latus figure duo
cedron esse residuũ qd demõstrare voluimus. Fabricata sũt igitur p. 13. ⁊ quatuor
eam sequentes quinqz corpora equilatera atqz equiangula quorz vnũqdqz ẽ circũ/
scriptibile ab assignata spera. Sunt aũt hec solida: primũ quidẽ q̃tuor basiũ triã/
gularium: ⁊ dicitur tetracedron. Secũdũ est sex basiũ quadratarz ⁊ dicitur cubus si
ue exacedron. Tertiũ octo basiũ triangulariũ: ⁊ dicit̃ octocedron. Quartũ autem ẽ
solidũ ycocedron ⁊ est viginti basium triangulariũ. Quintũ vero ex. 12. basib⁹ pen
tagonis cõsistit: diciturqz duodecedron. hec autẽ quinqz solida regularia dicuntur
qm̃ ipsa eq̃ãgula sũt atqz eq̃latera ⁊ a spera atqz ab inuicẽ circũscriptibilia. plura
vero his quiqz eq̃latera q̃ sint ⁊ eq̃ãgula esse ẽ impossibile. Ad cõstitutionẽ cuiusli
bet anguli solidi necesse est ad minus tres supficiales angulos cõcurrere. Ex duo/
bus eni solis superficialibus nequit solidus angulus cõpleri: qz ergo tres anguli cu
iuslibet exagoni equilateri ⁊ equianguli sunt equales q̃tuor angulis rectis. At vero
eptagoni ⁊ cuiuslibet pluriũ latez figure equilatere atqz equiangule tres anguli sũt
maiores quatuor angulis rectis quẽadmodũ ex. 32. primi euidenter elicit̃: omnis
autẽ angulus solidus quatuor rectis angulis minor ẽ teste. 21. vndecimi impossibi
le est tres angulos exagoni atqz eptagoni: ⁊ simpliciter omnis plurilatere figure
equilatere tamẽ atqz equiangule solidũ angulum constituere. iõ nulla solida figura
equilatera atqz equiangula põt ex supf.ciebus exagonalibus aut pluriũ latez con/
stitui. Si eni tres anguli exagoni equilateri atqz equianguli quemqz solidũ angu/
lum excedũt quatuor ⁊ plures multo fortius eundẽ excedũt: tres aũt angulos pen
tagoni equilateri atqz equianguli minores esse quatuor rectis angulis. manifestũ
ẽ ⁊ quatuor eẽ maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atqz equian
guli possibile est solidũ angulũ constitui. ex quatuor autẽ aut ex pluribus impossi/
bile. ideoqz vnũ duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atqz equiangulis cõ
stitutũ est illud videlicet qd duodecedron dicit̃ in quo anguli pentagonorz terni et
terni solidos angulos pficiunt. Eadem quoqz est rõ in quadrilateris figuris equi/
lateris ⁊ equiangulis que in pentagonis: oꝯ enim quadrilatera figura si equilate/
ra equiangulaqz fuerit ipsa erit q̃drata a diffinitione. Nã omnes ei⁹ anguli erunt
recti per. 32. primi. Ex tribus igit̃ angulis talis superficialis figure possibile est soli
dum angulum cõstitui: ex quatuor aũt aut ex plurib⁹ impossibile est: ꝓpter qd ex
talib⁹ figuris superficialib⁹que cũ drilatere ipse sũt eq̃latere atqz equiangule vnicũ
solidũ qd cubũ dicimus: fabricatũ ẽ triangulorz aũt equilaterorz sex anguli sũt eq̃/
les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores ⁊ plures maiores: igit̃ ex
sex angulis taliũ trigonorz aut ex pluribus impossibile ẽ angulum solidum fieri: ex
quinqz et ex quatuor ⁊ ex tribus possibile. Cum itaqz tres anguli trigoni equilate/
ri efficiunt angulum solidu: perficitur ex triangulis eq̃lateris corpus quatuor ba/
sium triangularium atqz equilaterum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo

basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cõtineant fiet corpus ycocedron viginti basi. m triangu/ lariũ ⁊ equilateraꝝ. Quare ergo tot ⁊ talia sunt solida regularia ⁊ quare plura bis non sint dictum est.

Propositio .18.

Latera quinq; corporum premissorum ab eadem spera cir cumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis ꝓpo sita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

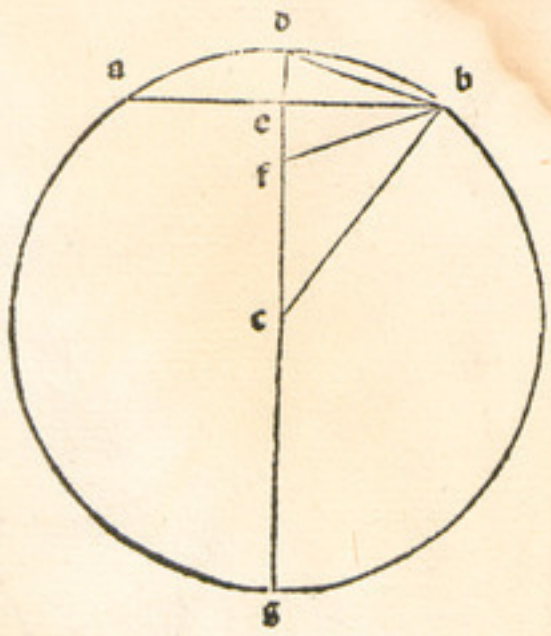
Sit .a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissoꝝ corpoꝝ elicere. Diuidam⁹ igiꝯ hanc diame/ trum in .c. ita ꝙ .a.c. sit dupla ad .c.b. ⁊ per equalia in .d. ⁊ lineemus supꝝ eam semi circulum .a.f.b. ad cuius circũferentiã protrahantꝯ duc linee perpendiculares ad li neã .a.b. que sint .c.e. ⁊ .d.f. ⁊ iungam⁹ .e. cũ .a. ⁊ cũ .b. ⁊ .f. cũ .b. Manifestũ ergo ē ex demonstratione .13. ꝙ .a.e. ē latus figure quatuor basium triangulariũ ⁊ equila teraꝝ ⁊ ex demõstratione .14. ꝙ .e.b. ē lat⁹ cubi: ⁊ ex demõstratione .15. ꝙ .f.b. est latus figure octo basium triangulariũ ⁊ equilateraꝝ: prodeat itaq; a puncto .a. li/ nea .a.g. perpendicularis ad .a.b. ⁊ equalis cidē .a.b. ⁊ iungatꝯ .g. cum .d. sitq; .b. punctus in quo .g.d. secat circũferentiã semicirculi ⁊ ducatꝯ .b.k. perpendicularis ad .a.b. ⁊ quia .g.a. est dupla ad .a d. erit ex quarta sexti .b.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo triãguli .g.a.d. ⁊ .b.k.d. cõanguli ex .32. primi eo ꝙ angul⁹ .a. maioris ē equalis angulo .k. minoris: nãq; vterq; rectus ⁊ angulus .d. ē cõis vtriq;: igitur ex quarta scdi .b.k. est potentia quadrupla ad .k.d. ergo ex penultꝯ primi .b.d. est po/ tentia quincupla ad .k.d. cũq; .d.b. sit equalis .b.d. est eni .d. centrũ semicirculi erit quoq; .d.b. potentia quincupla ad .k.d. At vero cũ tota .a.b. sit dupla ad totã .b.d quẽadmodũ .a.c. detracta ex prima .a.b. ē dupla ad .c.b. detractã ex secunda .b.d. eritq; ex .19. quinti .b.c. residua prime: dupla ad .c.d. residuã secunde: ideoq; tota b.d. est tripla ad .d.c. igitur q̃dratũ .b.d. est nonecuplũ ad quadratũ .d.c. ⁊ qꝛ ipsũ erat quincuplũ tm̃ ad quadratum .k.d. erit ex scda ꝑte decime quinti .quadratũ .d. c. minus q̃drato .k.d. idcoq; .d.c. minor .k.d. sit g̃ .d.m. equalis .k.d. ⁊ ꝓducat .m.n vsq; ad circũferentiã que sit perpendicularis ad .a.b. ⁊ iungatꝯ .n. cũ .b. Cũ igiꝯ .d.k ⁊ d.m. sũt eq̃les erũt ex diffinitione ei⁹ qd ē aliq̃s lineas a centro eq̃distare due lin ee .b.k. ⁊ .m.n. eq̃liter distantes a centro. ideoq; eq̃les adinuicē ex scda parte .13. tertij ⁊ ex scda ꝑte tertie eiusdem. itaq; .m.n. ē equalis .m.k. nam .b.k. erat equalis ei. At qꝛ .a.b. dupla est ad .b.d. ⁊ .k.m. dupla est ad .d.k. ⁊ quadratum .b.d. quin/ cuplũ ad quadratũ .d.k. erit ex .15. quinti quadratũ .a.b. siliꝯ quincuplũ ad q̃dratũ k.m. ē eni quadratũ dupli ad quadratũ dupli sicut quadratũ simpli ad q̃dratum simpli. Ex demõstratione eni .16. manifestũ ē ꝙ diameter spere ē potẽtialiter quicu pla tã ad lat⁹ exagoni circuli figure .20. basiũ g̃ .k.m. ē eq̃lis lateri exagoni circuli fi gure .20. basiũ nã diameter spere q̃ ē .a.b.c potẽtialiter quicupla tã ad lat⁹ exagoni circuli illi⁹ figure q̃ꝛ .ad .k.m. Kurſ⁹ qꝛ ex demõstratione eiusdẽ manifestũ ē ꝙ dia meter spere cõstat ex latere exagoni ⁊ duplici lateri decagoni circuli figure .20. ba siũ cũ ergo .k.m. sit tanq̃ꝛ lat⁹ exagoni. at vero .a.k. sit eq̃lis .m.b. nã ipsa sũt resi/ dua eq̃liũ deptis eq̃lib⁹ erit .m.b. tãq̃ꝛ lat⁹ decagoni: qꝛ igiꝯ .m.n. ē tãq̃ꝛ lat⁹ exago ni. nã ipsa est equalis .k.m. erit ex penultꝯ primi ⁊ .10. bui⁹ .n.b. tanq̃ꝛ lat⁹ pẽtago ni figure circuli .20. basiũ ⁊ qꝛ ex demõstratione .16. apparet ꝙ lat⁹ pentagoni circu li figure 20. basiũ ē lat⁹ eiusdẽ figure .20. basiũ. constat lineã .n.b. ēe lat⁹ istꝯ figure



Diuidat itaq; .c.b. que é lat⁹ cubi ab assignata spera circūscriptibilis ꝟm ꝓportio
ne habentē mediū duoq; extrema i puncto .p. sitq; maior portio eius .p.b. constat
igit ex demōstratione pmisse q̄ .p.b. é lat⁹ figure .12. basium. Inuenta ergo sūt la
tera .5. premissorꝫ corporꝫ ex diametro spere nobis ꝓposita. é eni latus .a.c. pira/
midis .4. basiū .c.b. latus cubi .f.b. latus octocedri. at vero .n.b. latus ycocedri: li/
nea aūt .p.b. latus duodecedri. Que autē horꝫ laterꝫ sint maiora alijs sic habetur.
constat eni q̄ .a.c. é maior .f.b. nā arcus .a.c. est maior arcu .f.b. itēq; .f.b. é maior
.c.b. ⁊ .c.b. maior q̄z .n.b. at vero .n.b. dico etiā esse maiorē q̄z .p.b. cum eni sit .a.c.
dupla ad .c.b. erit ex quarta scōi quadratū .a.c. quadruplū ad quadratū .c.b. ꝓstat
autē ex scōa ꝑte correlarij .8. sexti ⁊ ex correlario .17. eiusdē q̄ quadratū .a.b. triplus
é ad quadratum .b.c. sed ꝑ .21. sexti quadratū .a.b. ad quadratū .b.c. é sicut quadra
tum .b.c. ad quadratū .c.b. ex eo q̄ ꝓportio .a.b. ad .b.c. é sicut .b.c. ad .b.c. ex se/
cunda ꝑte correlarij .8. sexti. itaq; ꝑ .11. quinti quadratū .b.c. triplū est ad quadra/
tum .c.b. ⁊ qr quadratū .a.c. quadruplū est ad idē quadratū vt ostensum é: erit ex
prima ꝑte .10. quinti quadratum .a.c. minus quadrato .b.c. ideoq; linea .a.c. maior
é linea .b.c. iōq; .a.m. multo maior .b.c. manifestū vero ex .9. huius q̄ si linea .a.m
diuisa fuerit ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema erit maior portio eius
linea .k.m. que é equalis .m.n. At vero cū .b.c. diuidit ꝟm eandē proportionem vi
delicet habentē medium duoq; extrema maior eius portio é linea .p.b. cum itaq;
tota .a.m. sit maior tota .b.c. erit .m.n. que est equalis maiori portioni .a.m. maior
q̄z .p.b. q̄ est maior portio .b.c. hoc autē manifestū est ex scōa .14. libri que sine auxi
lio alicuius eaꝫ q̄ sequūtur firma demōstratione solidat: ergo ꝑ .19. pmi a fortiori
.n.b. maior é q̄z .p.b. Quare pz latera horꝫ .5. corporꝫ pmissorꝫ fere eo ordine quo
corpora seinuicē sequunt se inuicē excedere. in cubo eni dūtaxat ⁊ octocedro habet
hic instantias. nā latus octocedri excedit latus cubi q̄zuis cubus antecedat octoce
drū. Cubū aūt premittunt idcirco octocedro: quia eadē diuisione diametri assig/
nate spere latus piramidis .4. bases triangulas habentis ⁊ latus cubi inuenit. est
igit .a.c. latus piramidis maius lateribus ceterorꝫ corporꝫ: post ipsū aūt é .f.b. lat⁹
octocedri maius sequentiū corporꝫ lateribus Tertio ordine sequit i magnitudie .c.
b. latus cubi. Quarto vero loco est .n.b. latus ycocedron. Minimū autem est om/
nium .p.b. latus duodecedron vel duodecedri. Explicit liber Terciusdecimus

Incipit liber Decimusquartus. Propositio .1.

Omnis perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsū descripti dimidio lateris decagoni atq; dimidio lateris exagoni intra circulū eundē descriptorꝫ ambobus dimidijs in longū directūq; cōiunctis equalis ee ꝓbat. patet igit q̄ ꝓpendicularis ducta a cētro circuli ad latus pentagoni é equalis ꝓpēdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eūdē circulū descripti directe cōiunctis. Sit linea .a.b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo cui⁹ centꝫ .c. ⁊ ducat a centro .c. ꝓpendicularis ad lineaz .a.b. que ꝑ scōam ꝑtem tertie tertij diuidet ipsā ꝑ equalia ⁊ arcū eius etiā ꝑ equalia

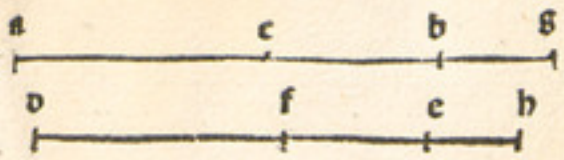


ex quarta primi ⁊.27.tertij sitq3 hec ppendicularis linea.c.d.secans.a.b. in pūcto e.⁊ arcū ei⁹ in puncto.d.est igit vt dixim⁹ linea.a.c .eq̄lis linee.e.b.⁊ arc⁹.a.d.ar cui.d.b. ptrahat q3 linea.d.b.de qua cōstat q ipsa est lat⁹ decagoni equilateri p/ posito circulo inscripti cū ipsa subtēdat medietati quinti totius circūferentie: dico itaq3 q linea.e.c.ē equalis medietati linee.c.d.⁊ medietati linee. d.b. in longum directumq3 cōiunctis Cōpleatur quidem diameter.d.c.sitq3.d.c.g.⁊ sit.e.f.equa/ lis.e.d.⁊ ptrahat.b.f. eritq3 ex.4.primi.b f.eq̄lis.b'.d.iōq3 per.5.primi angul⁹ b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d.cōstat aūt ex vltima sexti q angulus.g.c.b. qua/ druplus ē ad angulū.b.c.d.eo q arcus.g.b.quadrupl⁹ ē ad arcū.b.d.at vero an/ gulus.g.c.b.p.32.primi dupl⁹ ē ad angulū.b.d.c.nā ipse ē extrinsecus duob⁹ qui sunt.b.d.c.⁊.d.b.c.at ipsi sunt eq̄les ex.5. primi:igitur angulus.b.d.c.duplus est ad āgulū .b.c.d:q̄re āgulus quoq3.b.f.d.duplus ē ad āgulū .b.c f.sed angul⁹.b.f d.ē equalis duob⁹ intrinsecis q̄ sunt.b.c.f.⁊.c.b.f.p.32.pmi.itaq3 duo āguli.b.c.f ⁊.c.b.f.sūt eq̄les:iōq3 p .6.primi .c f.ē eq̄lis.b.f. iōq3 etiā.c.f.ē eq̄lis.b.d.nā.b.d ⁊ b.f. sūt eq̄les adinuicē:q̄re dimidiū.c.d.cū dimidio.b.d.est quantū dimidiū.c.d cū dimidio.c.f.at vero dimidiū.c.d.cū dimidio.c.f.ē quātum dimidiū.c. f.bis cū dimidio.f.d.dimidiū aūt..c.f.bis ē quātum.c.f.⁊ dimidiuz.f.d.ē q̄ntū.e.f.itaq3.c e.est quantū dimidiū .c.d.cū dimidio.c.b.⁊.d.b.qd ē ppositū.Corol.aūt sic con stat manifestū ē eni ex.8. tredecimi libri q ppēdicularis ducta a cētro circuli ad la/ tus trianguli sibi inscripti ē equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiam hoc quidē ibi demōstratum ē ⁊ quasi corol.cōclusū.cum igit ex hac prima isti⁹.14 libri pateat q ppendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiā ⁊ dimidio lateris decagoni: sequitur q perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ppendicu lari ducte a centro ad latus trianguli:dimidioq3 lateris decagoni intra eundē cir/ culum descripti:⁊ hoc est qd ex corol. pponit. Nunc ergo explicandū est quod ait. Aristē⁹.in libro ititulato Exposito scie.5.corpoz nec nō ⁊ Appoloni⁹ in dono secū do:in pportionalitate figure. 12.basiū ad figurā.20.basiū dicēs:q pportio supfi ciez figure habentis.12.bases ad superficies figure habentis.20. bases.ē tāq3 p/ portio corporis.12.basium ad corpus.20.basiū:linea ⁊ eni ducta a centro circuli pentagoni figure .12.basium duodecedri ad circūferentiā eius ē quasi linea pdiēs a centro circuli trianguli figure.20.basium ycocedri ad circūferentiā eius.hec sunt ipsi⁹magni appollonij verba Intelligēda aūt sūt de figura.12.⁊ figura.20.basiuz ab vna cadēq3 spera circūscriptibilium.Est eni pportio corpis duodecedri ad cor pus ycocedron cum ambo vna cadēq3 spera circūscribit sicut pportio omnium su pficiez duodecedri piter acceptaz ad oēs supficies ycocedri pariter acceptas quē/ admodū Appolloni⁹ pmissoz verboz pma pte cōmemorat:qd ⁊ decima huius.14 libri solida demōstratione stabilitur.⁊ ē circulus circūscribens pentagonū duodece dri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron ⁊ ycoce/ dron eadem spera circumscribit quēadmodum ipse appollonius secunda pte pre/ missorum verborum cōmemorat:quod etiam in quinta huius libri demonstratio ne firmatur:premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.

QUicquid accidit vni linee diuise secūdū ꝓportionē habē tem medium ⁊ duo extrema omni linee siliter diuise pro/ batur accidere ⁊c.

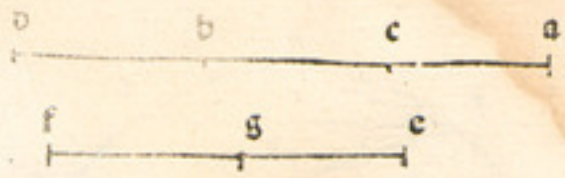
¶ Sit vtraq; duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.d.e.diuisa ꝑm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema.hec quidem i.c.illa vero in.f.sintq; maiores portiones:huius quidē.a.c.illi⁹ aūt.d.f.dico itaq; ꝙ ambaꝝ ad sui maiores por/ tiones est vna ꝓportio.itemq; ambaꝝ ad sui minores portiones est ꝓportio vna ad quoq; maioꝝ portionū ad minores vna.⁊ econtrario ⁊ permutatim ⁊ cōiuncti ⁊ disiunctim ⁊ euersim. Nihil enī aliud est quicquid vni eaꝝ accidit. idē quoq; alij accidere.cōstat enī ex diffinitione linee ꝑm ꝓportionē habentē mediū duoq; extre ma diuise ⁊ ex prima ꝑte.16.sexti:ꝙ illud quod fit ex.a. b.in. b.c. est equale qua/ drato.a.c.eodēq; modo quod fit ex.d.e.in.e.f.est equale quadrato.d.f.ideoq; ꝓ/ portio eius qd̄ fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.ē sicut eius qd̄ fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratū.d.f.vtraq; enī ē ꝓportio equalitatis:igitur quadruplū ei⁹ qd̄ fit ex.a. b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplū eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadra tum.d.f.qd̄ ex.15.quinti:⁊ permutata ⁊ equa ꝓportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadra tum. a.c. sicut quadruplū eius qd̄ fit ex.d.e.in.e.f.cū quadrato.d.f.ad quadratū. d.f. Adiungatur autem ꝑm rectitudinē ad lineā.a.b.vna linea que sit equalis. b.c.q̄ dicatur.b.g.⁊ ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicat̄.e.h. Manifestū est igitur ex octaua secundi libri ꝙ quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato a.c.est equale quadrato linee.a.g.at vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.h. cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.h. At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g.eo ꝙ.b.c.⁊.b.g.sunt equales.similiter quoq; quadruplū eius quod fit ex.d e.in.e.f.equum est quadruplo eius qd̄ fit ex.d e.i.e.h.eo ꝙ.e.f.⁊.e.h.sūt etiā eq̄/ les:igitur ex prima parte septime quinti ⁊ ex vndecima quinti eiusdē quadratum a.g.ad quadratum .a.c.sicut quadratum .d.h.ad quadratum .d.f. Quare ex scōa ꝑte.21.sexti proportio linee .a.g.ad lineā.a.c.ē sicut linee.d. h ad lineā.d.f.⁊ con iunctim.a.g. ⁊.a.c.ad.a.c.sicut.d.h.⁊.d.f.ad.d.f.at vero.a.g.cum.a.c.sunt tan/ q̄; duplum .a.b.⁊.d.h.cum.d.f.tanquam duplum.d.e.quare dupla.a.b. ad.a.c. sicut duplum.d.e.ad.d.f.⁊ permutatim duplum.a.b.ad duplu;.d.e.sicut. a.c.ad d.f.sed duplum .a.b.ad duplum .d.e.sicut.a.b.ad .d.e .ex.15. quinti: igitur.a.b. ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.itaq; permutatim ⁊ euersim ⁊ conuersim ⁊ disiunctim et coniunctim:qd̄ oportebat ostendere.



Propositio .3.

DIuiso latere exagoni ꝑm proportionē habentē medium duoq; extrema maior eius portio erit latus decagoni cir cumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶ Sit linea .a.b.latus exagoni alicui⁹ circuli ⁊ diuisa secūdū ꝓporti onem habentem mediū duoq; extrema i puncto.c.sitq; maior por/ tio eius.b.c. dico ꝙ cuiuscunq; circuli.a.b.est latus exagoni eiusdem.b.c. erit la/ tus decagoni. Adiungatur enim ad lineam .a.b.linea.b.d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a.b.est latus exagoni:eritq; ex nona.13.linea.a.d.diuisa secun dum proportionem habentem medium duoq; extrema ⁊ maior portio eius erit

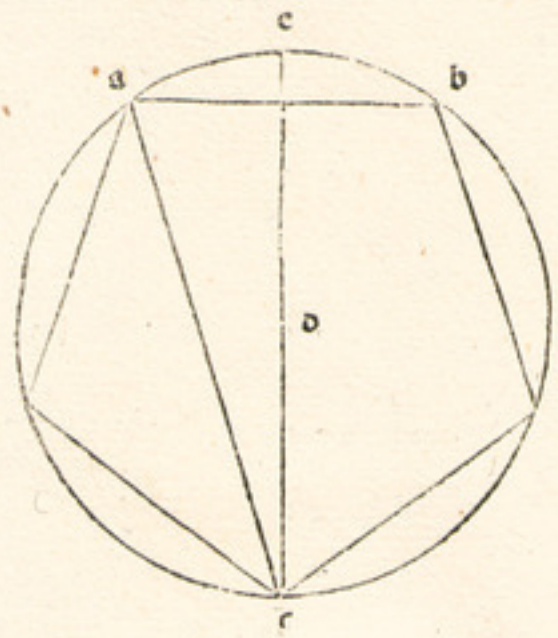


linea.a.b.cum igitur vtraq; duarum linearu;.a.b.⁊.a.d.sit diuisa ꝑm ꝓportionē habentem medium duoq; extrema:igit̄ erit per premissā ambaꝝ ipsaꝝ ad sui maiores portiones vna ꝓportio.itaq;.d.a.ad.a.b.que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c. que est etiā eius maior portio sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise ꝑm proportionem habentem medium duoq; extrema ⁊ maior portio eius :igitur ex vndecima quinti.a .b.ad.b.d. sicut.a .b.ad. b.c .quare per secundā ꝑtem.9.quinti.b.d.⁊.b.c.sunt equales.cum ergo.b.d. sit latus decagoni erit quoq; ex cōi scia.b.c.latus decagoni. Vel aliter ad lineā.a .b. adiungat̄.b.d. equalis.b.c.eritq; ex.4.tredecimi tota.a.d. diuisa ꝑm ꝓportionē habentē mediu; duoq; extrema ⁊ maior portio ei⁹ linea.a.b.itaq; per cōuersā.9.tredecimi quā cōtinue post ipsā demōstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusdē linea.b.d.ideoq; linea.b.c.sibi equalis ē latus decagoni. ¶ Possumus itez idē alia via si libet demonstrare. ¶ Sit eni.e.f.equalis.a.b.que etiā diuidat̄ i.g.ꝑm ꝓportionē habē tē mediū duoq; extrema ⁊ sit maior portio ei⁹ linea.f.g.ꝓstat igit̄ ex ꝑmissa q̄ quēadmod̄.a.b.ē eq̄lis.e.f.sic.a.c.ē eq̄lis.e. g.⁊.c.b.eq̄lis.g.f.cūq; fuerit.b d.adiūcta ad.a.b.lat⁹ decagoni illi⁹ circuli cui⁹.a .b.ē lat⁹ exagoni erit sicut prius dictū ē ex.9.tredecimi tota.a.d.diuisa ꝑm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema ⁊ maior ei⁹ portio erit linea.a.b.itaq; ꝑ ꝑmissā.a:b ad.b.d.sicut.f.g.ad g.e. q̄re ꝑ ꝑmā partē.15.sexti q̄d fit ex.a.b.in.g.e.equū est ei quod fit ex.b.d.in.f.g.cū q;.a.b.sit equalis.e.f.⁊ erit q̄d fit ex.e.f.in.g.e.equū ē ei q̄d fit ex.b.d.in.f.g .Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equū est quadrato.f.g.ex diffinitione linee diuise ꝑm ꝓportionē habentem medium duoq; extrema ⁊ ex prima ꝑte.16.sexti:igit̄ q̄d fit ex.b.d. in.f.g.est equale quadrato.f.g.ideoq; ex prima sexti linea.b. d.ē equalis.f.g.⁊ q; f.g.ē equalis.c.b.erit quoq;.c.b.equalis.b.d.⁊ latus decagoni q̄d oportebat ostēdere.

Propositio .4.

Quadratū lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit̄ ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

¶ Sit in circulo.a.b.c.cuius centrū.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit.a.b.⁊ protrahat̄ diameter.c.d.e. diuidens lineam a.b.⁊ eius arcū per equalia. Est igitur arcus.a.e.medietas quinte ꝑtis circūferentie illius circuli quare arcus.a.c.ē due quinte totius circūferentie: protrahant̄ itaq; due linee. a.e.⁊ .a.c. eritq;. a.e.latus decagoni equilateri eo q̄ eius arcus est medietas quinte ꝑtis circumferentie.linea vero.a.c.erit que subtendit̄ vni ex angulis pentagoni predicti:eo q̄ arcus.a.c.est due quinte partis circumferentie circuli:dico itaq; q̄ quadrata duarum linearum.a.b.⁊.a.c.pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.est enim ex quarta secundi quadratum linee.c.e.quadruplum ad quadratum linee.d.e. Cum autem angulus. c.a.c. sit rectus ex prima parte.30.tertij.eruntq; ex penultima primi quadrata duaꝝ linearum.c.a.⁊ a.e.quadruplum ad quadratum.d.e.igitur quadrata trium linearum.c.a.⁊.a.e.⁊ d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.⁊ quia ex decima tredecimi libri q̄dratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a .e.⁊. d.e. sequitur vt qua-



drata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.sint quincuplum ad quadratum.d.e. quod est propositum.

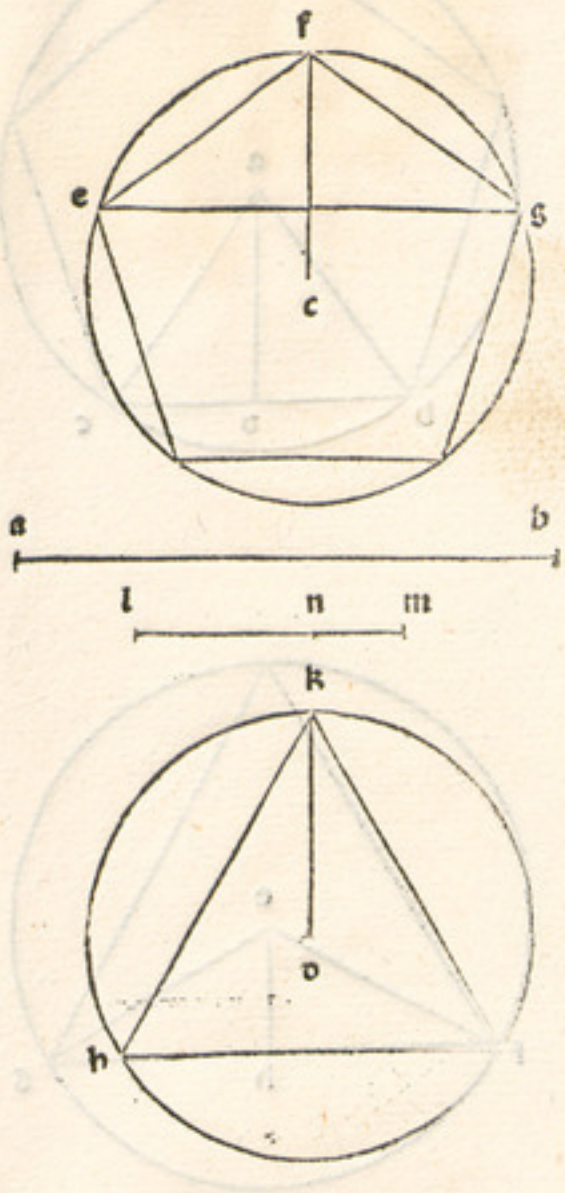
¶ Manifestum est ergo ꝙ quadratum lateris cubi atqꝫ quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum ⁊ figurā duodecim basiū eadem spera circūscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

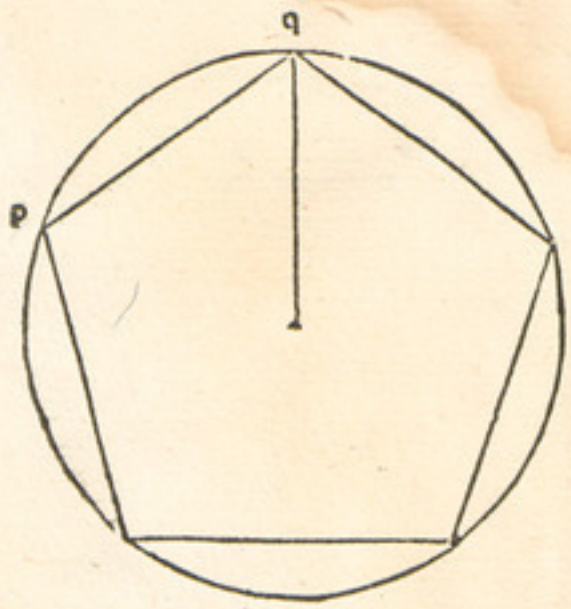
¶ Istud corolariū vere manifestum est: constat enim ex demonstratione.17.tredecimi libri ꝙ latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubū ⁊ duodecedron vna eademqꝫ spera circūscribit: itaqꝫ p hanc quartam sine obice constat corolarium.ꝛc.

Propositio .5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulus qꝫ figure viginti basium quos eadē spera circumscribit vno eodemqꝫ circulo circumscribuntur.

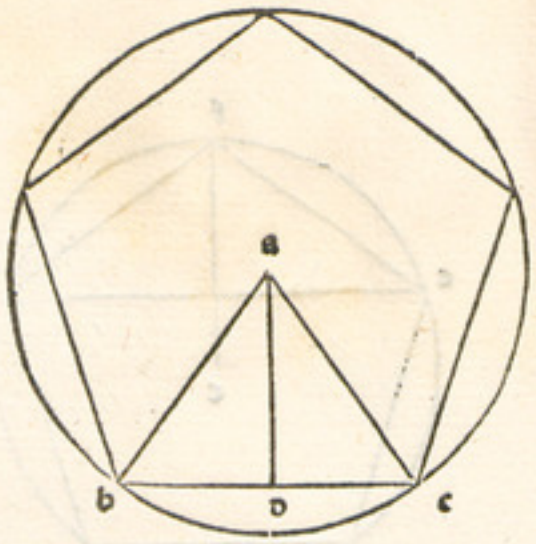
¶ Sit spera cuius diameter.a.b.circūscribens duas solidos figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c.et icocedron cuius vnus ex.20.triangulis sit.d.pentagono aūt.c.⁊ trigono.d.super duo centra.d.⁊.c.circumscribant duo circuli huic q̄dē .s.c.ex.14.q̄rti illi vero.s.d. ex.5. eiusdē: dico itaqꝫ ꝙ hi duo circuli sperarꝫ ꝓpositarꝫ quorum alter circūscribit pentagonū.c.alter vero trigonum.d.sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni.c.vnū ex suis angulis cōtinentia litteris.e. f.⁊.f.g.⁊ protrahant linea e.g.que subtendat angulum.f.⁊ semidiameter circuli que sit.c.f.vnūqōqꝫ ex lateribus trigoni.d.signet litteris.k.h.⁊ protrahatur semidiameter sui circuli que sit.d. k.deinc sumat linea.l.m.ad quā sit linea.a.b.que ē diameter spere assignate quīcupla i potentia: q̄ quidē.l.m.diuidat i.n.ꝑm proportionē habentem medīū duoqꝫ extrema sitqꝫ maior portio eius linea.l.n.⁊ secōm quātitatē totius.l.m. lineetur circulus.p.q.itaqꝫ semidiameter circuli.p.q.sit equalis linee.l.m.eritqꝫ ex corolario.15.quarti linea.l.m.tanq̄ꝫ latus exagoni equilateri circulo.p.q. inscripti. iōqꝫ per tertiam huius linea.l.n.erit tanq̄ꝫ latus decagoni equilateri eidē circulo inscripti: igitur ex.11.quarti inscribat pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum latus sit.p.q.eritqꝫ ex.10.tredecimi libri quadratū.p.q.equale quadratis duarum linearum.l.m.⁊.l.n.pariter acceptis.constat autem ex demonstratione.16.tredecimi ꝙ.b.k.est equalis.p.q.ergo quadratum.b. k.est equale quadratis duarum linearum.l.m.⁊.l.n.piter acceptis. At vero ex demōstratiōe.17.tredecimi.manifestū ē ꝙ.c.g.ē latus cubi ab eadē spera circūscriptibilis: q̄re p corol'.14.tredecimi.a.b. q̄ ē diameter spere potentialiter ē tripla ad.c.g.q̄ ē latus cubi.si aūt.c.g.diuidatur ꝑm ꝓportionē hābēm medīū duoqꝫ extrema pꝫ ex demonstratiōe.17.tredecimi ꝙ c.f.ē tanq̄ꝫ maior portio eius: igitur ex secunda hui⁹.c.g.ad.l.m.sicut.c.f.ad. l.n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem.itaqꝫ per.21.sexti quadratum c.g.ad quadratum.l.m.sicut quadratum.c.f.ad quadratū.l.n. q̄re p.13.quinti q̄drata duarum linearum.c.g.⁊.c.f.pariter accepta ad quadrata duarum linearum l.m.⁊.l.n.piter accepta sicut quadratū.c.g.ad quadratū.l. m. ergo p.15.quinti: et





pmutatã ꝓportionalitatez ⁊ equã triplum duorum quadratorum duarum linearꝝ e.g.⁊ .e.f. piter acceptorꝝ ad q̃drata duarum linearum.l.m.⁊ .l.n. pariter accepta sicut triplũ quadrati. e.g.ad quadratũ.l.m.triplũ aũt. e.g.quadrati est tãq̃z quadratũ.a.b.ex conel'.14.tredecimi:at quadratũ.a.b.ē per ypothesim quincuplũ ad quadratũ.l.m.ergo triplũ quadrati.e.g.quincuplum quoqz ē quadrati.l.m.quare etiã triplum quadratorꝝ duarꝝ linearꝝ.e.g.⁊.e.f.piter acceptorꝝ ē quincuplũ ad quadrata duarꝝ linearꝝ.l.m.⁊.l.n.piter accepta:⁊ qꝝ ꝓbatũ ē ꝙ quadratũ.b. k.ē equale quadratis duarꝝ linearꝝ.l.m.⁊.l.n.piter acceptis.sequit' ex cõi scia vt triplũ quadratorꝝ.e.g.⁊.e.f.sit quincuplũ ad quadratũ.b.k.cõstat aũt ex.8.tredecimi ꝙ quincuplum quadrati. b.k.est quindecuplum ad quadratũ.d. k.nam simplum est triplum. Et ex quarta hui⁹ cõstat ꝙ triplũ quadratorꝝ.e.g.⁊.e. f.est quincuplũ quadrati.e.f. nam simplũ est quincuplũ.itaqz quindecuplũ quadrati.e.f.ē eq̃le quindecuplo quadrati.d.k.ideoqz per.15.quinti quadratũ.e.f.est equale quadrato. d.k. quare etiã linea.e.f.ē equalis linee.d.k.ergo ex diffinitione circulorꝝ equaliũ circulus circũscribens pentagonum.e.ē equalis circulo circumscribenti trigonũ.d.quod erat ex principio demonstrãdum.nam semidiametri horum circulorum sunt equales videlicet.e.f.⁊.d.k.

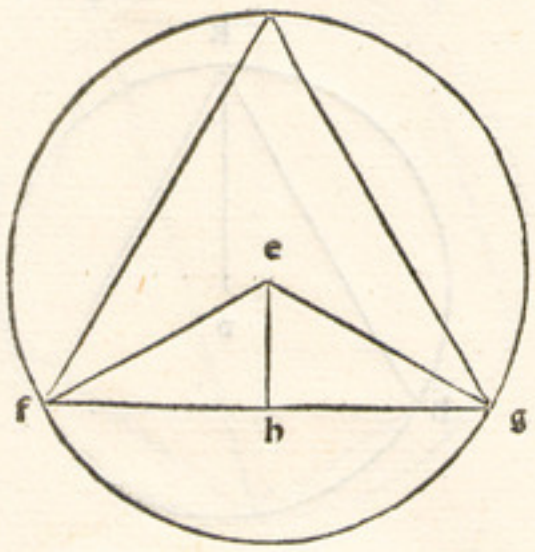
Propositio .6.



Quadratũ quoqz qd̃ est triangulũ al' trigincuplũ tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circũscribentis pentagonũ figure duodecim basium ad latus pentagoni atqz sub latere ipsi⁹ pentagoni cõtinetur omnib⁹ superficieb⁹ corporis duodecim basiuz pariter acceptis esse equale ex necessitate connincitur.

¶ Sit pentagonus.a.vna ex. 12.basibus figure duodecedri ⁊ vnũ ex eius laterib⁹ sit.b.c.sibiqz ex.14.quarti circũscribat' circulus supra centꝝ.a.⁊ ꝓtrahant' linee.a.b.⁊.a.c.⁊.a.d. ꝓpendicularis ad.b.c.dico ergo ꝙ trigincuplũ eius qd̃ fit ex a.d.in b.c.est equale omnibus supficiebus duodecedri piter acceptis.constat enim pentagonũ.a.eē diuisibilē in quinqz triangulos equales triangulo.a.b.c.ex .8.p̃mi.itaqz omnes.12.pentagoni duodecedri cum oēs sint equales ⁊ sil'es pentagono. a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quorꝝ quisqz p .8.primi ē equalis triangulo.a.b.c. Qd̃ autē fit ex.a.d.in.b.c.est duplum p.41.p̃mi:ad triangulũ.a.b.c.ergo trigincuplum eius qd̃ fit ex.a.d.in.b.c.ē sexagincuplum ad triangulũ.a.b.c.nã vt simplũ ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaqz omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiã sexagincuplũ ad triangulũ.a.b.c.sequit' vt trigincuplũ ei⁹ qd̃ fit ex.a.d.in.b.c.sit equale omnibus superficiebus duodecedri piter acceptis:qd̃ ē propositum.

Propositio .7.



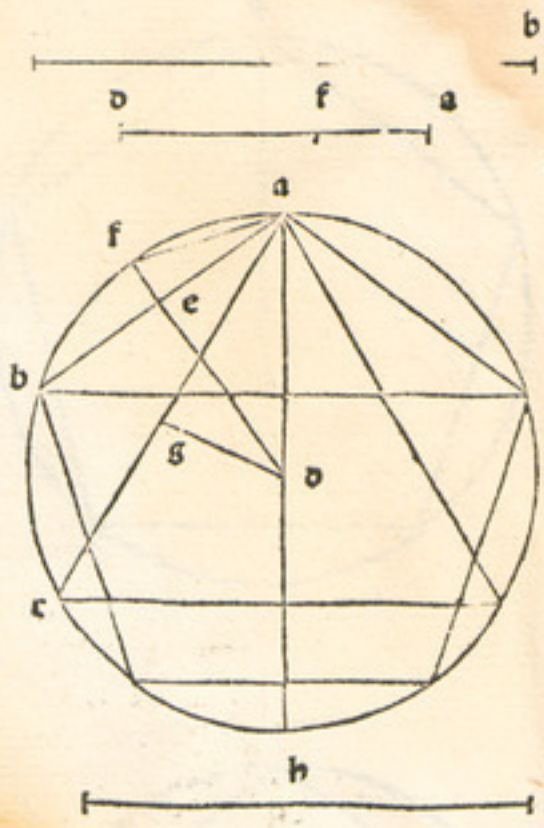
Quadratũ quoqz qd̃ est triangulũ al' trigincuplum tetragoni qui sub ꝓpendiculari ducta a centro circuli ad lat⁹ sibi inscripti trianguli figure viginti basiũ atqz sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basiũ piter acceptis. ¶ Esto enim hic trigonus.e.vna ex.20.basibus figure ycocedri ⁊ vnũ ex eis laterib⁹ sit .f.g. sibiqz ex.5. quarti circumscribat' circulus super centꝝ.e.⁊ ꝓtrahant' linee.e.f.e.g.⁊.e. h.ꝓpendicularis ad.f.g. dico igit' ꝙ trigicuplũ ei⁹ qd̃ fit ex.e.h.i.f.g.ē eq̃le oib⁹ supficieb⁹ ycocedri piter acceptis.Patet enim trigonũ.e.eē diuisibilē i tres trigonos quorꝝ quilz

per octanã p̃mi ẽ eqnalis trigono.e.f.g itaqz oẽs.20.trigoni ycocedri p̃iter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sũt tanq̃z sexagincuplum trigoni.e.f.g. z qz per. 14.p̃mi qd̃ fit ex.e.b.in.f.g.est duplũ trigoni.e.f.g.iõqz trigincuplũ hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹:sequit ut trigincuplũ.e.b.in.e.f.sit equale oibus sup/ ficiebus ycocedri p̃iter acceptis qd̃ erat demõstrãdũ. ¶ Manifestũ igitur ẽ qz porportio superficierũ figure duodecim basiũ in aliqua spera ꝓtente ad supficies figure viginti basium in eadẽ spera cõclude:ẽ tanq̃z ꝓpor tio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci ba/ siũ z sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsũ latus penta goni:ad tetragonũ contentũ sub latere trianguli ipsius figure viginti basiũ z perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsũ latus triangu li corporis viginti alchaidax. ¶ Qd̃ per illud corol. ꝓcludit vex esse siue fi/ gura.12.basiũ z figura.20.basiũ sint ab eadẽ spera circũscriptibiles vt ꝓponit:siue etiã fuerint circũscriptibiles a diuersis speris:ꝓponit autẽ ꝓut hee figure sint cir/ cũscriptibiles ab eadẽ spera qm̃ hoc modo valet z sufficit ad ꝓpositũ. Ei⁹ ergo cõ munis veritas sic pz.cõstat eni ex.6.hui⁹ q̃ trigincuplũ.a.d.in.b.c.equũ ẽ oibus superficiebus duodecedri p̃iter acceptis cuius pentagonus.a.est vna ex.12.supfici ebus z ex hac .7. ꝓstat sil'r q̃ trigincuplũ.e.b.in.f.g.equũ ẽ oibus supficieb⁹ ycoce dri p̃iter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus siue illud duodecedron z istud ycocedron eadẽ spera circũscribat siue diuerse.itaqz ꝓportio trigicupli. a.d in.b.c.ad omnes supficies illius duodecedri p̃iter acceptas ẽ sicut trigincupli.e.b. in.f.g.ad omnes supficies ycocedri p̃iter acceptas:vtrobiqz eni est ꝓportio equali tatis:quare permutatim trigincuplũ.a.d.in.b.c.ad trigincuplũ:e. b.in .f.g. sicut omnes superficies illi⁹ duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri z per.15. quinti trigincupli ad trigiucuplũ ẽ sicut simpli ad simplũ. Constat igit̃ p.11.quinti q̃ ꝓportio omniũ supficiex illius duodecedri ad oẽs supficies huius ycocedri ẽ ei⁹ quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id qd̃ fit ex.e.b.in.f.g.z hoc ẽ qd̃ ex corolario ꝓponit.

Propositio .8.

Roportio cunctarũ superficiex corporis duodecim ba/ sium p̃iter acceptax ad cũctas supficies corpis viginti ba sium p̃iter acceptas que ab vna spera ãbo circũscribunt̃ est tanq̃z ꝓportio lateris cubi quẽ circũscribit eadẽ spe/ ra ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Vt ab huius.8. demõstratiõis libri 14.ꝓcessu ambiguitas ois abscedat:istud prescire oportet. Qd̃ si aliq̃ linea ꝑm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema fu/ erit diuisa z ex medietate eius tanq̃z dimidiũ sue maioris portionis detrahat̃:ipsa quoqz medietas ꝑm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoqz extrema diuisa erit z ei⁹ ma ior portio ẽ tanq̃z dimidiũ maioris sue duple.verbi grã sit.a.b.diuisa ꝑm ꝓportio nẽ habentẽ mediũ duoqz extrema in.c.z maior eius portio sit.a.c.z sit.d.e.tanq̃z dimidiũ.a.b.z.d.f.tãq̃z dimidiũ.a.c.dico ergo q̃.d.e.diuisa ẽ i.f.ꝑm ꝓportiõem hñtem mediuz duoqz extrema z maior portio ei⁹ ẽ.d.f.ꝓstat eni ex.15.q̃nti q̃ ꝓ/ portio.a.b.ad.a.c.ẽ sicut.d.e.ad.d.f.vz duplux ad duplux tãq̃z simplũ ad simplũ q̃re ꝑmutati.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.igit̃ p.19.q̃nti.c.b.ad.f.e. sicut.a.b. ad d.e.ẽ itaqz.c.b.dupla ad.f.e.sic eni ẽ.a.b.ad.d.e.cũ igit̃ tota.e.b.sit dupla ad to/ tã.d.e.z sigl'e ꝑtes.a.b.ad sigl'as ꝑtes.d.e.q̃re ex.15.q̃nti z.11.ci⁹ dẽ z dione lince



diuise ꝑm ꝓportiõem hñtem mediũ duoq3 extrema erit linea.d.e.diuisa i.f.quēad modũ ꝓponit. Nũc igit demõstrationi eiꝰqd ꝓpositũ ē isistamꝰ. Ad cuiꝰ exēplũ sit a.b.c.circulꝰ cuiꝰ centꝝ.d.circũscribēs pentagonũ duodecedri ⁊ trigonũ ycocedri q̃ ambo ꝑter eadē spera circũscribit ⁊ ꝓcludit.nã ex.5.huiꝰ manifestũ ē q̃ idē circulꝰ huius pentagonũ ⁊ illiꝰ trigonũ circũscribit.sit aũt linea.a.b.latus pentagoni ⁊ linea.a.c.trigoni.sitq3 linea.b.tanq̃3 latus cubi ab eadē spera circũscripti: dico ita/q3 q̃ ꝓportio omniũ supficiꝝ duodecedri ꝑter acceptaꝝ ad oēs supficies ycocedri ꝑter acceptas ē sicut linea.b.ad lineã.a.c. ꝓducat quidē a centro.d.ꝓpendicularis ad.a.b.que transeat vsq3 ad circũferentiã secans.a.b.in puncto.e.⁊ arcũ eiꝰ i puncto.f.hanc autē ꝓpendicularē ꝓstat diuidere ꝑ equalia tã lineã.a.b. q̃3 eius arcum chordã quidē.a.b.ꝑ scõam ꝑtē tertie tertij: arcũ vero eiꝰ ꝑ quartã ꝑmi ⁊.27.tertij.ē igit arcus.f.a decima ꝑs circũferentie.subtendat itaq3 sibi chorda.a.f.q̃ erit latus decagoni equilateri eiusdē circuli.erit igit ex.9.tredecimi linea constans ex.d.f.f.a diuisa ꝑm ꝓportionē habentē mediũ duoq3 extrema.⁊ maior portio eius erit linea d.f. At vero ex prima huius.d.e.ē equalis dimidio.d.f.dimidioq3.f.a.i longũ directũq3 coiunctis. Sit igit.d.g.ꝓpendicularis ad.a.c.eritq3 ex corolario.s. tredecimi.g.d.tanq̃3 dimidiũ.d.f.itaq3 si a linea.d.e.q̃ est tanq̃3 dimidiũ.d.f.a.cũ.d.f ⁊.f.a.sit linea vna: detrahatq3 eq̃lis.d.g.q̃ ē tanq̃3 dimidiũ.d.f.erit ꝑ illud qd̃ ante hoc ꝓbatũ ē linea.d.e.diuisa ꝑm ꝓportionē habentē mediũ duoq3 extrema et maior portio erit tanq̃3.g.d.ex demõstratione aũt.17.tredecimi cõstat q̃ si linea b.q̃ ē latus cubi diuidatq3 ꝑm ꝓportionē habētē mediũ duoq3 extrema maior portio eius erit tanq̃3.a.b.q̃ ē latus pentagoni figure.12.basiũ. itaq3 per scõam huiꝰ ꝓportio.b.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d.quare ꝑ primã ꝑtē.15.sexti: qd̃ ꝓuenit ex b.in.g.d.equũ ē ei qd̃ fit ex.a.b.in.d.e. Ex corolario aũt premisse manifestum est q̃ ꝓportio omniũ supficiꝝ duodecedri cuius latus.a.b.ꝑter acceptaꝝ ad oēs superficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas ē sicut eius qd̃ fit ex.a.b.in.d.e ad illud qd̃ fit ex.a.c.in.g.d.igit ex prima ꝑte.7.quinti ⁊.11.eiusdē ꝓportio eiꝰ qd̃ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illud qd̃ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē sicut omniũ superficierũ illiꝰ duodecedri ad oēs huius ycocedri. At vero eius qd̃ ꝓuenit ex.b.in.g.d.ad illd̃ qd̃ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē ꝑ primam sexti sicut.b.ad.a.c.itaq3 ꝑ.11.quinti proportio omniũ supficiꝝ illius duodecedri ad oēs huius ycocedri ē sicut .b.ad.a.c. quod ē ꝓpositũ. hoc ipsũ aliter probare poterimꝰ.si ad ipsũ huius antecedens necessarium ꝑmiserimꝰ quod est. ¶ Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulũ q̃ sub dodrante diametri ipsius circuli et sub dextante ipsius linee angulũ ipsius pentagoni subtendentis continetur eidē pentagono equũ eē ex necessitate oportet. ¶ Maiores nostri vnũqdq3 integꝝ in.12.ꝑtes eq̃les intellectu ⁊ rõne diuiserũt oēsq3 eas sil̃. hoc ē ipm totũ assem: vocauerunt vndecim vero eaꝝ dixerũt deuncē. decē aũt dextantes. nouē dodrantē. octo vero bisse. at septũcē septãtē vel quicũcē. sex aũt semis: quiq3 quiquincē. q̃tuor trientē. tres aũt q̃drãtē. duas vero sextãtē. vnã aũt appellauerũt vnciã casq3 ꝑ ordinē talibꝰ designauere figuris q̃ sepissime inueniũt i antiq̃s libris

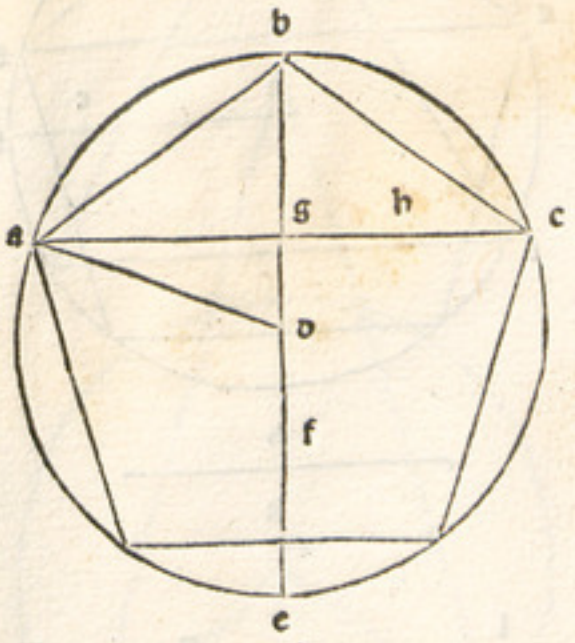
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx
Semis	Quantunx	Triens	Quadrãs	Sextans	Uncia

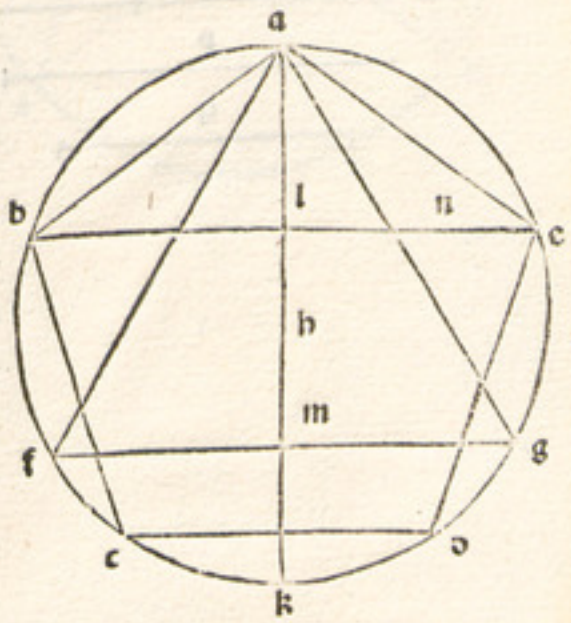
Vnciā quoqz quā duodecimā ptē assis fore dixim⁹ ī alias rurs⁹.12.fractiōes. Sz alia via diuiserūt.nā medietatē vncie dixerūt semivnciā.tertiā vero duellā.quartā sicilicū.sextā sexculā.octauā dragmā.duodecimā semissiclam.decimāoctauā tremissem.vigesimā quartā scrupulū.quadragesimā octauā obulū. septuagesimā secūdā bissiliquā .nonagesimā sextā ceracē. Vltima vero q̄ ē centesima quadragesima q̄rta ps ipius vncie siliquā nominauerūt. his aūt.12.fractionibus vncie posteriores adiunxere calcū. Est aūt calcus centesima nonagesima scōa ps vncie:cui⁹ additionis cā fuit vt vsqz ad minimū extremū diatesseron ⁊ diapente simphoniaꝝ tonoꝝ semitonorūqz interuallis distinctaꝝ haꝝ fractionū denoiatio cōscēderet vl cōtenderet ⁊ ipsas omnes ꝑm ordinē talibus annotauere figuris.

S	2	ꝑ	3	9	4	C	6	ℋ	8	Ψ	12	H	18
Semiūciā		Duella		Sicilic⁹		Sexcula		Dragma		Emissecia		Tremissis	

ℱ	24	÷	48	⋔	72	Z	96	⋔	144	2	192
Scrupulus		Obulus		Bissiliqua		Cerates		Siliqua		Calcus	

Cuius ergo qd dicit:sens⁹ ē:q̄ si in aliquo circulo pentagon⁹ eq̄lateris inscribat illud qd fit ex trib⁹ q̄rtis diametri circuli ī quinqz sextas linee subtēdētis vnū ex angulis inscripti pentagoni eq̄le ē pentagono.verbi grā. Sit circ̄l's.a.b.c. sup cētꝝ.d eiqz ex.11.q̄rti inscribat pentagon⁹ equilater⁹ cui⁹ duo latera vnū ex suis angulis ꝓtinētia sint.a.b.ꝛ.b.c.ꝛ anglo.b.subtendat linea.a.c.ꝛ ꝓtrahat diameter.b.d.c secās lineā.a.c.ꝑ eq̄lia in puncto.g. sitqz.d.f.medietas.d.e .ꝛ.g. b.dupla ad.b.c. eritqz.b.f.dodrās diametri:ē enī tres q̄rte ipsi⁹ ꝛ.a.b.erit dextās vel sextās.a.c.ē enī.5.sexte eius:ꝓtrahat aūt linea.a.d:dico q̄ illud qd ꝓuenit ex.b.f.in.a.b.ē eq̄le pētagono inscripto circulo.cū enī.a.g. sit ꝓpendicularis ad.b.d.erit ex.41.p̄mi ꝛ illud qd ꝓuenit ex.b.d.in.a.g.duplū ē ad triangulū.a.b.d.iōqz qd ꝓuenit ex.b.f.in.a.g.triplū erit ad eundez triangulū ꝛ qd ꝓuenit ex.b.f.in.b.g.duplū ꝛ ex.b.f.in totā.a.b.quincuplū.cū itaqz totus pentagon⁹ quintupl⁹ sit ad cūdē trianglin cōstat q̄ istud qd fit ex.b.f.in.a.b.ē eq̄le pentagono ꝛ illud erat demōstrādū. Qd igit ex p̄ncipio ꝓpositū ē nunc alia via sicut ꝓmisum⁹ demōstrem⁹. sint itaqz circulo cui⁹ centꝝ.b.inscripti pentagon⁹ figure.12.basiū ꝛ trigon⁹ figure.20.basiuz q̄s eadem spera circūscribit. Constat enī ex.5.hui⁹ q̄ hui⁹ duodecedri pentagon⁹ ꝛ illius ycocedri trigon⁹ ab eodē circulo circūducent̄.sitqz pentagon⁹.a.b.c.d.e. ꝛ trigonus.a.f.g.ꝛ angulo.a.pentagoni subtendat linea.b.e.q̄ ex demōstratione.17. tredecimi erit lat⁹ cubi quē eadē spera cōcludit: ꝓtrahat itaqz diameter.a.b .k.secans orthogonaliter ꝛ ꝑ equalia vtrāqz duaꝝ lineaꝝ.b.e.ꝛ.f.g.hāc q̄dē ī puncto.l illā vero in pūcto.m.dico q̄ q̄ ꝓportio oiuz supficieꝝ duodecedri ad oēs ycocedri quoꝝ pentagon⁹ ꝛ trigonus ꝓposito circulo sint inscripti ē sicut linee.b. e.que est latus cubi ab eadē spera conclusi ad lineam.f.g.que est latus trigoni ycocedri. constat enim ex corolario octaue tredecimi q̄ linea.b.m.ē dimidiū linee.a.b. iōqz.a. m.erit dodrans diametri.a.k.ē enī eius tres quarte. sit ergo. l.n.dupla ad. n.e. eritqz .b.n.dextans.b.e.est enī quita ei⁹ sexte.itaqz per p̄missū aūs qd prouenit ex.a.m.in.b.n.erit equale pentagono.a.b.c.d.e.qd autē ꝓuenit ex.a. m.in.m.f.ē equale triangulo.a.f.g. igit ex prima sexti ꝓportio pentagoni ad trigonū est sicut b.n.ad.m.f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni sint duodecupli linee.b.n.ad vigincuplum linee.m.f.qd ex.15.quinti ꝛ equa proportionalitate manifestum est duodecuplum autē.b.n.ē tanq̄z decuplum. b.e.nā.12.



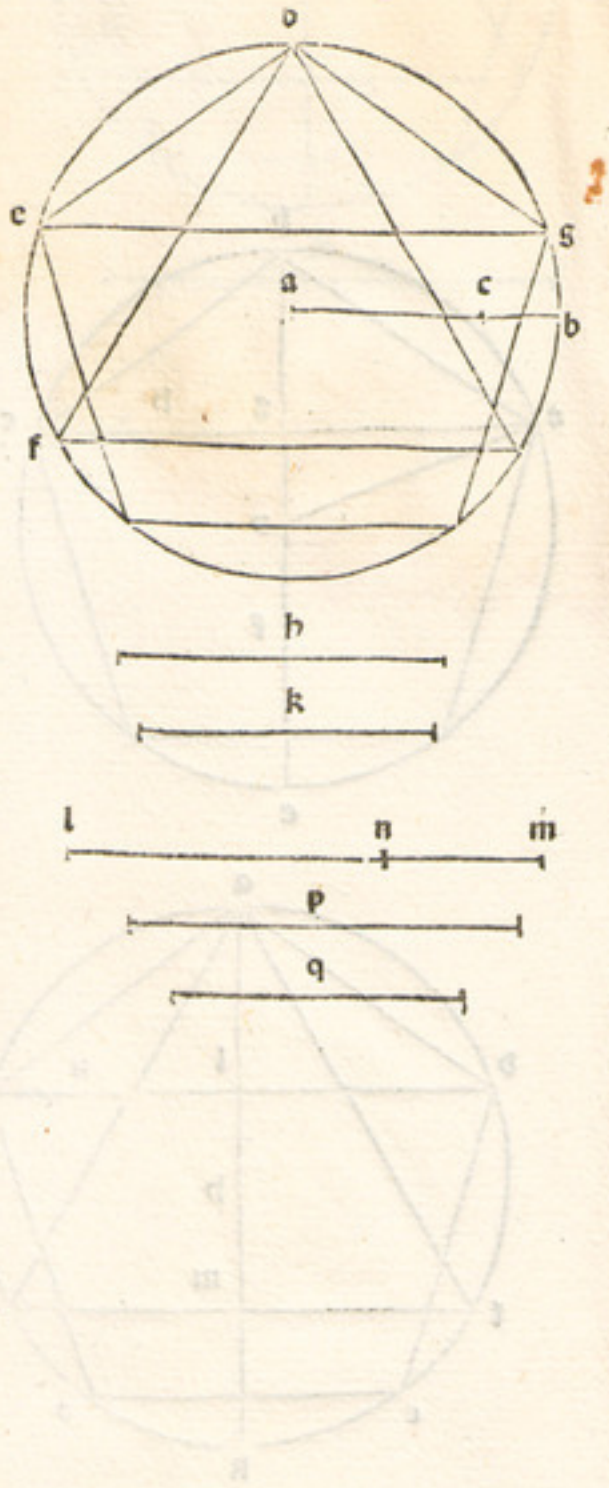


dextãtes cocquãt.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplũ vero.m.f.ẽ tanq̃z decuplũ.f.g nam.f.g. est dupla ad.m.f.igit̃ duo decupli istius pentagoni ad vigincuplũ istius trigoni est sicut decupli.b.e.ad decuplũ.f.g.ꝛ qꝛ duodecuplũ illiꝰ pentagoni ẽ oẽs superficies duodecedri: vigincuplũ autẽ huius trigoni est omnes supficies ꝯcocedri ꝛ quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplũ.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti ꝓportio omniũ superficiezꝯ duodecedri pariter acceptazꝯ ad oẽs superficies ꝯcocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g. Et hoc ẽ quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.

Diuisa q̃libet linea scõm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ duoq̃z extrema erit ꝓportio lineẽ potẽtis supra totã lineã eiꝰq̃z maiorẽ portionẽ ad lineã potẽtẽ supra totã eiusdẽq̃z minorẽ portionẽ tãq̃z ꝓportio lateris cubi ad latꝰ triãguli corpis viginti basiũ vna cũ cubo ipso ĩ eadẽ spera ꝯtenti.

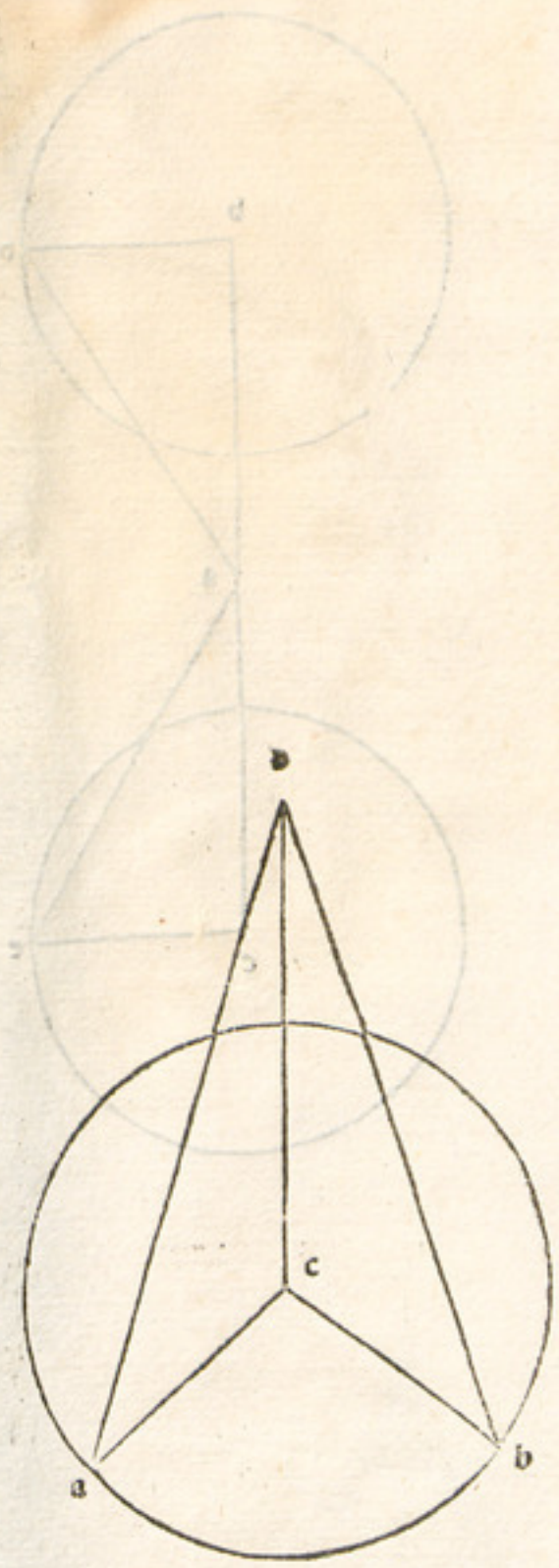
¶ Sit linea.a.b.diuisa scõm proportionẽ habentẽ mediũ duoq̃z extrema ꝛ maior portio eius sit linea.a.c.ꝛ super centꝯ.a.ꝼm quantitatẽ lineẽ.a.b. describat̃ circulꝰ d.b.e.eiq̃z inscribat̃ ex.11.quarti pentagonus equilaterus cuius vnũ latus sit. d.e. ꝛ ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d.f.ꝛ vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g. Constat igit̃ ex.5. huiꝰ ꝯ spera circũscribens duodecẽdron cuius pentagoni latus est.d.e .circũscribit sil̃ ꝯcocedron cuius trianguli latus ẽ.d.f.ꝛ ex demõstratione. 17.tredecimi manifestum ẽ ꝯ eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g.sumat̃ ergo linea.b.potẽs super totam.a.b.ꝛ eius maiorem portionem .a.c.ꝛ sumat̃.k.potens super totam a.b.ꝛ minorẽ eius portionem .b.c.dico itaq̃z ꝯ ꝓportio.e.g.ad.d.f. hoc ẽ lateris cubi ad latus trianguli ꝯcocedri vna cũ ipso cubo ab ipsa spera contentizẽ sicut.b. ad.k.cõstat q̃dẽ qõ ex corolario.15.q̃rti ꝯ.a.b.ẽ tanq̃z latꝰ exagoni equilateri circulo.b.d.e.inscripti: igit̃ ex tertia huius.a.c.est tãq̃z latus decagoni eiusdẽ circuli itaq̃z per. 10.13.d.e.potens ẽ super totã.a.b.ꝛ eius maiorẽ portionẽ.a.c.quare.d. e.est equalis.b.nã quadratum vtriusq̃z earum tantũ est quantũ quadrata duazꝯ lineazꝯ.a.b.ꝛ.a.c.ꝯiter accepta: pz autẽ ex octaua.13.ꝯ.d.f.est tripla potentialiter ad.a.b. At vero ex.5. eiusdẽ patet ꝯ.k.quoq̃z tripla est potentialiter ad.a.c. ergo ex secunda parte.21. sexti ꝓportio.d.f.ad.a.b.ẽ sicut.k.ad.a.c.quare ꝑmutati.d. f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c.ꝛ quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestũ ẽ ꝯ si e.g.diuidat̃ ꝼm ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ duoq̃z extrema maior portio eius erit tãq̃z .d.e.erit ꝑ scõam huius ꝓportio .e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. q̃re ꝑ.11.quinti erit quoq̃z .e.g.ad.d.e.sicut.d.f.ad.k.ꝛ ꝑmutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. At qꝛ per primã ꝑtẽ.7. quinti.d.e.ad.k.sicut.b.ad.k.eo ꝯ.d.e.ꝛ.b.sunt equales erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.b.ad.k.qõ est propositũ. Nõ solũ aũt est ꝓportio e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ꝯcocedri sicut.b.ad.k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterã: quarum altera potest sup totã quãlibet lineam diuisam ꝼm proportionem habentem medium duoq̃z extrema ꝛ sup eius maiorem portionẽ: altera vero super totam ꝛ eius minorem portionẽ.nã singulazꝯ linearum taliũ ẽ proportio vna: verbi gratia.maneãt priores ꝯpothcses circa lineas.a.b.b.ꝛ.k. ꝛ sumatur quoq̃z quelibet alia linea q̃ sit.l.m. diuisa ꝼm proportionẽ habẽtem medium duoq̃z extrema in.n.ꝛ portio maior sit.l.n.sitq̃z linea. p. potens super totam.l.m.ꝛ eius maiorem portionem.l.n. ꝛ linea.q.sit potens



super totam.l.m.⁊ eius minorē portionē.m.n.dico ergo q̃ ꝓportio.p.ad.q.est si cut.b.ad.k.cōstat enī ex scōa bui⁹ q̃.b a.ad.a.c.ē sicut.l.m.ad.l.n.ergo p p̄mam ptē.21.sexti quadrati.b.a.ad quadratū.a. c.ē sicut q̄drati.m. l.ad quadratū. n.l. quare coniunctim quadrati.b.ad quadratū.a.c.sicut quadrati.p.ad quadratū.l.n ⁊ permutatim quadrati.b.ad quadratū.p.sicut quadrati.a.c.ad quadratum.l.n. Eodē argumētationis genere sequit q̃ ꝓportio quadrati.k.ad quadratū.q .est si cut quadrati.c.b.ad quadratū.n m.⁊ q̃ ex scōa huius exprima pte.21.sexti qua/ dratū.a.c.ad quadratū.l.n.sicut quadratū.c.b .ad quadratū.m.n.erit ex.11.quinti quadratū.b.ad quadratū.p.sicut quadratū.k.ad quadratū.q.quare p scōam ptē 21.sexti.b.ad.p.sicut.k.ad.q.Et pmutatim.b ad.k.sicut.p.ad.q.q̄ erat demon/ strandū.⁊ ne quisq̃ dubitationis locus ea que demōstrāda restant obfuscet :pre/ mittenda adhuc arbitramur quedā quibus sequētia firmo demōstratiōis robore incōcussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram quālibet secet cōis differentia plane superficiei secantis ⁊ curue superficiei spere erit circumferentia continens circulum.

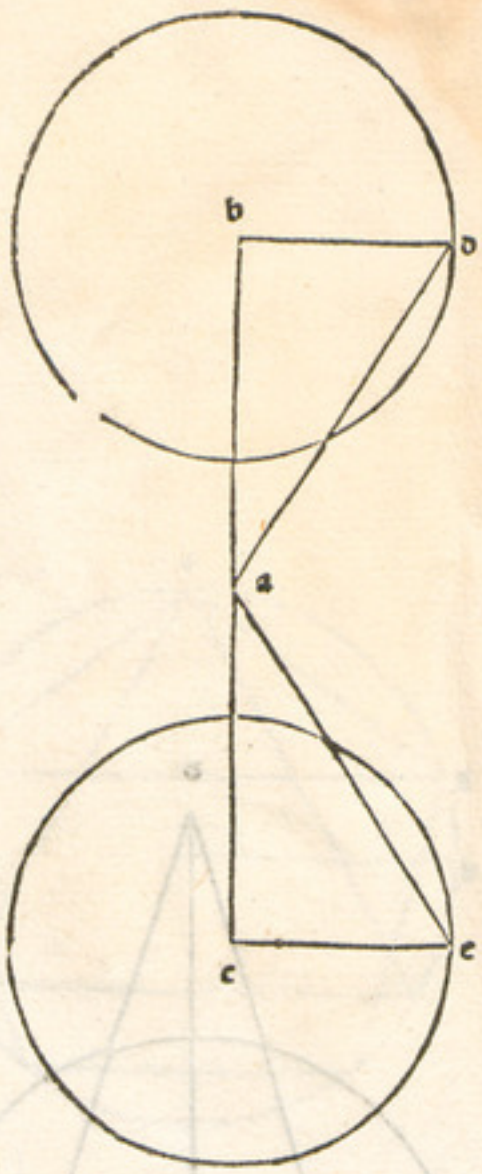
¶ Sit igit aliqua plana supficies secans speram ⁊ sit linea.a.b.cōis sectio supficiei secantis ⁊ supficiei spere.dico q̃ linea.a.b.est circūferentia circuli.aut eni centrum spere est in plana supficie secante.aut extra. Q̄d si fuerit in ea ponat vbicunq̃ ꝓti gerit ⁊ sit.c. Quia ergo tota linea.a.b.ē in supficie spere ⁊ q̃ omnes lince ducte a centro spere ad ipsius circūferentiā sunt equales quēadmodū constat ex diffinitio ne spere.sequitur vt omnes lince ducte a puncto.c.ad lineā.a.b.sint equales.ē igit ex diffinitione circuli superficies quā continet linea.a.b.circulus ⁊ eius centr̄ ē .c. videlicet idē q̃ centr̄ spere.si aūt centrū spere fuerit extra superficiē secantē: pona tur ergo vbilibet q̄d sit.d.a quo ꝑm doctrinā.11.vndecimi ducat linea.d.c.perpen/ dicularis ad supficiē secantē ⁊ ꝓtrahant ab eodē centro.d.due lince recte quōcūq̃ contingat ad lineā.a.b.que sint.d.a.⁊.d.b.⁊ iungat.c.cū.a.⁊ cū.b.eruntq̃ due li nee.d.a.⁊.d.b.equales eo q̃ ipse sunt a centro spere ad superficiem eius:ex diffi/ nitione autē lince perpendicularis ad superficiē.manifestū est q̃ anguli.d.c.a.⁊.d c.b.sūt recti:ideoq̃ ex penul'.primi ⁊ ista cōi scia:que equalibus sūt equalia iter se sunt equalia:erunt quadrata duar̄ linear̄.c.d.⁊.c.a.pariter accepta equalia qua/ dratis duar̄ linear̄.d.c.⁊.c.b.pariter acceptis :dempto itaq̃ vtrinq̃ quadrato.d c.erit quadratū.c.a.equale q̄drato.c b.quare ⁊ linea .c.a.linee.c.b. Eodē argumē tationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto .c.ad lineā.a.b.ēē eq̄les ergo ex diffinitione circuli supficies quā continet linea.a.b.est circul⁹ ⁊ ei⁹ centrū est.c.quod est propositum.



¶ Ex hoc itaq̃ manifestum est q̃ cum superficies secat speram super centrum eius sector ꝓueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere. Cum autem superficies se cat speram non super centrum eius sector quoq̃ proueniens ī super ficie spere est linea continēs circulū cuius centr̄ ē punctus ille in quo incidit ꝓpendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q̃

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales ꝓpendiculares ducte a cē tro spere ad supficies illorum circulorum erunt adinuicem equales.



Sint i spera cuius centꝝ .a. signati duo circuli .b. ⁊ .c. equales ad quoꝝ supficies ꝓtrahant a centro spere videlicet a puncto .a. perpendiculares sm q̃ docet .11. vn decimi: ad hunc quidē .a.b. ad illū autē .a.c. dico q̃ due linee .a.b. ⁊ .a.c. sūt equales: ꝓtrahant enī a punctis .b. ⁊ .c singule linee recte ad circūferentias illoꝝ circuloꝝ ꝓut libuerit: in hoc quidem .b.d. in illo aūt .c.e. ⁊ iungat .a. cū .d. ⁊ cum .e. erit q̃ ex diffinitione linee supra superficiē ꝑpendiculariter stantis vtriq̃ duoꝝ angu loꝝ .a.b.d. a.c.e. rectus. At vero ex scōa ꝑte ꝑmissi corolarij. Manifestū ē q̃ duo puncta .b. ⁊ .c. sunt centra circuloꝝ .b.c. ideoq̃ due linee .b.d. ⁊ .c.e. sunt semidia metri coꝝ: qui circuli cū ponant equales sequit ex diffinitione equaliū circuloꝝ bas semidiametros esse equales: ⁊ quia due linee .a.d. ⁊ .a.e. sunt equales q̃ sunt ducte a centro spere ad eius supficiē: erunt ex penul. primi due ꝑpendiculares .a.b. ⁊ .a.c equales q̃d oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio .10.

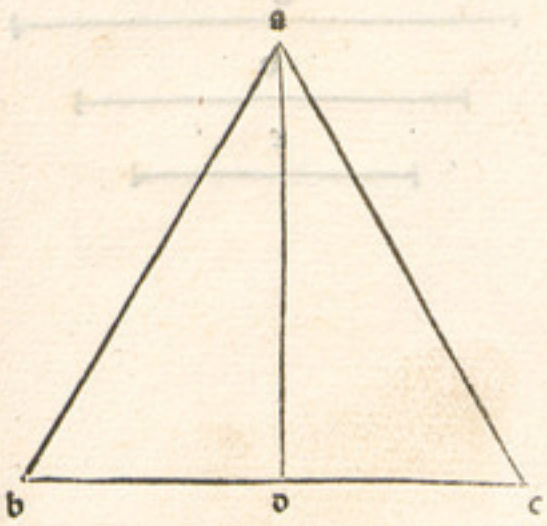
Proportio corporis duodecedri ad corp̄ ycocedri q̃ ambo vna eadēq̃ spera icludit: est sicut omniū superficierū eius ꝑiter acceptaꝝ ad oēs supficies illius ꝑiter acceptas. Hoc est q̃d superius post demonstrationē prime huius auctoritate Aristei ⁊ apollonij cōmemorauimus cui⁹ demonstratio ex his q̃ premissa sunt euidenter elicit. Ex quinta quidē huius manifestū ē q̃ circuli quoruꝝ alter circūscribit pentagonū duodecedri: reliqu⁹ vero trigonū ycocedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales: itaq̃ erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circuloꝝ circūscribentium pentagonos huius duodecedri ⁊ trigonos illi⁹ ycocedri i coꝝ centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestū ē nam omnes hi circuli teste .5. huius sicut dictū ē eq̃les sunt sibi adinuicē piramides: igitur quaꝝ sunt bases pentagoni duodecedri coni autē eaꝝ sunt centꝝ spere atq̃ piramides quaꝝ bases sūt trigoni ycocedri: ⁊ coni eaꝝ similiter centrū spere sunt eque alte cunctaꝝ quidē piramidū altitudinē mē surant vel determinant a conis ad bases ꝑpendiculares cadentes: piramides autē eque altas suis basibus ꝓportionales esse oportet quēadmodum in .6. duodecimi probatū est: itaq̃ proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigoni ycocedri ē sicut istius pentagoni ad hunc trigonū. iōq̃ per .24. quinti ꝓportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonū. hec aūt .12. piramides quaꝝ sunt bases .12. pentagoni duodecedri sunt tanq̃ totū corpus ipsius duodecedri. At .12. pentagoni tanq̃ oēs superficies eius: itaq̃ ꝓportio corporis duodecedri ad piramidē cuius basis est trigonus ycocedri ē sicut ꝓportio omniū supficieꝝ duodecedri ad trigonū ycocedri. quare rursus ex .24. quinti ꝓportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius piramidis cuius basis est trigonus ycocedri ē sicut omniū supficieꝝ duodecedri ad vigincuplū trigoni ycocedri. cū igit vigincuplū huius piramidis sit tanq̃ totū corp⁹ ycocedri ad vigincuplū istius trigoni tanq̃ omnes superficies ipsi⁹ ycocedri erit ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna cadēq̃ spera concludit sicut ꝓportio omniū supficieꝝ corꝑis duodecedri ꝑiter acceptaꝝ ad omnes superficies corporis ycocedri ꝑiter acceptas. Hoc aūt est predictoꝝ philosophorum de proportione hoꝝ duoꝝ corporꝝ sententia fixa solidaq̃ demōstratiōe roborata.

cui quoqz adijciendū est hoc. nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli cor
poris ycocedri vna cū ipso cubo ab eadē spera cōclusi sit sicut ꝓportio omniū sup/
ficiey corporis duodecedri piter acceptay ad omnes superficies ipsius ycocedri in
eadem spera cōclusi sicut ex. 8. huius demonstratū est: erit ex. 11. quinti proportio
corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circūuoluit tāqz ꝓ/
portio lateris cubi eidēqz spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Am
plius aūt qz diuisa qualibet linea ꝟm proportionē habentē mediū duoqz extrema
est proportio lince potentis super totā ⁊ eius maiorē portionē ad lineā potentē su
per totā ⁊ eius minorē portionē sicut lateris cubi alicuiꝰ spere inscripti ad latus tri/
goni corporis ycocedri ab eadē spera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum ē
erit etiā ex. 11. quinti vt diuisa qualibet linea ꝟm ꝓportionē habentē mediū duoqz
extrema sit ꝓportio lince potentis super totā ⁊ eius maiorē portionē ad lineā po/
tentē super totā ⁊ eius minorē portionē veluti ꝓportio corporis duodecedri ad cor
pus ycocedri que ambo vna atqz eadē spera circūscribit. Ex dictis igit manifestum
est q ꝓportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem
spera circūscripti. itemqz ꝓportio cunctay superficiey duodecedri ad cunctas sup
ficies ycocedri que ambo sup eadē spera circūscribit. Et rursus ꝓportio linee poten
tis super quālibet lineā diuisā ꝟm proportionē habentē mediū duoqz extrema et
super eius maiorē portionē ad lineā potentē super eandē ⁊ super eius minorē por/
tionē atqz itey ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna ea
demqz spera cobercet est proportio vna. Mirabilis itaqz est potentia linee ꝟm ꝓ/
portionē habentē mediū duoqz extrema diuise: cui cū plurima pholosophātiū ad/
miratione digna cōueniāt hoc p̄ncipiū vel p̄cipuū ex superiorey p̄ncipioy inuaria/
bili ꝓcedit natura vt tā diuersa solida tū magnitudine tum basiū numero tū etiaz
figura irrōnali quadam simphonia rōnabiliter conciliet. Quippe demonstratum
est q proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus q̄ ambo spera vna co/
ambit est quasi ꝓportio lince potentis sup quālibet lineā ꝟm prefatā proportionē
diuisā ⁊ super eius maiorē partem ad quālibet lineā potentē super eandem ⁊ eius
minorē ꝑtem. quoniā vero de tribus ceteris corporib⁹ regularibus nō habem⁹ ali
quid dictū studeam⁹ de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.

In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem triangu li ad ipsā ꝑpēdicularē potentialr sexquitertiū eē ꝓueniet.

Sit eni triangulus equilaterus. a. b. c. ducaqz ab angulo. a. linea a. d. ꝑpendicularis ad basim: dico q. a. b. ē potentialr sexquitertiū ad. a. d. sunt quidē ex. 5. p̄mi duo anguli. b. ⁊. c. eq̄les ⁊ quia anguli ad. d. sunt recti erit p. 26. p̄mi linea. b. c. diuisa ꝑ equalia in pūcto. d. itaqz ex quarta scōi quadratū b. c. q̄druplū ad q̄dratū. b. d. iōqz etiā q̄dratū. a. b. q̄druplū ē ad q̄dratū. b. d. Est eni triangul⁹ equilater⁹ q̄re ꝑ penul. primi q̄drata duay linearay. a. d. ⁊. b. d. pariter accepta quadruplū sūt ad q̄dratū. b. d. itaqz q̄dratū. a. d. triplū ē ad q̄dratū. b. d.



cōstat ergo ꝓpositū.

Propositio .12.

Omnis trigonus equilaterus cuius ē latus rōnale supfici/ es medialis eē ꝓbat. Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilate/ rus ⁊ sit latus eius. a. b. rōnale siue i longitudine siue i potentia tm̄ dico itaqz q ipse triāgulus ē supficies medialis: ducat eni ꝑpēdicu/

laris.a.d.ab angulo.a.ad basim:eritq; ex premissa et ex.6.decimi ⁊ dione super/
ficiei rōnalis quadratū lincē.a.d.rōnale ⁊ linea.a.d.rōnalis in potentia:ipsa autē
ex vltima parte..decimi mediante premissa erit incōmensurabilis lincē.a.b.ideo/
q; ⁊ linea .b.d.que est tanq; eius dimidiū.sunt itaq; due lincē.a.d.⁊.b.d.rōnales
potentialiter tantū cōicantes.igit ex.19.decimi supficies vnius earū in alteram est
medialis.cunq; superficies vnius earum in alterā sit equalis trigono.a.b.c. ꝓstat
verū esse quod diximus.

Propositio .13.

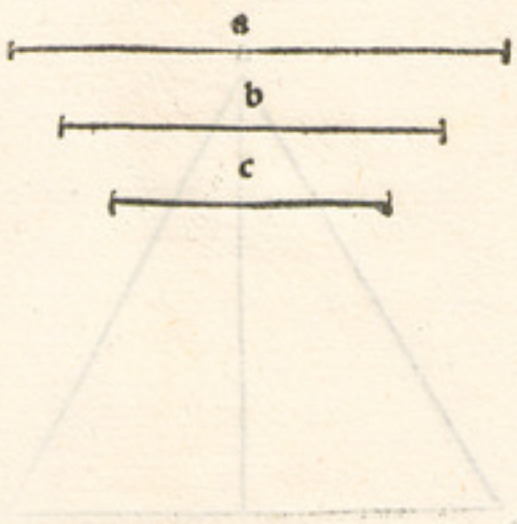
Uncte supficies vtriuslibet duorū solidorū quorum alterū
est piramis quatuor basium triangularium ⁊ equilaterarū
reliquum vero est corpus octo basium triangularium et
equilaterarū pariter accepte:si diameter spere ea circum
scribentis rōnalis fuerit componūt superficiē medialem.

Nam si diameter spere alterū duorū propositorū corporum circūscribentis fuerit
rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm:erit ex corolario.13.tredecimi libri
latus piramidis rōnale in potentia ⁊ ex corolario.15.eiusdem latus quoq; corpo/
ris octo basium rōnale in potentia.quare per premissam trianguli qui sunt bases
vtriuslib; corpis erūt supficies mediales.⁊ q; trianguli vtriuslib; eorū sibi adinuicē
sunt equales:erunt ex.21.decimi omnes supficies vtriuslib; eorū pariter accepte cō/
ponentes superficiē medialem quēadmodū ꝓponitur.⁊c.

Propositio .14.

Si tetracedron ⁊ octocedron vna eademq; spera circum/
scribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnā
ex basibus octocedri:oēs aūt bases octocedri pīter acce/
ptas ad omēs bases tetracedri pariter acceptas sexquial/
terā ꝓportionē habere necesse est.

Sit aliqua spera cuius diameter.a.circūscribens piramidem cui⁹ lat⁹.b.⁊ octo/
cedron cuius latus .c.dico itaq; ꝙ triangulus equilater⁹ cuius latus.b. sexquiter/
tius ē ad triangulū equilaterū cuius latus.c.⁊ ꝙ supficies quā ꝓponūt octo trian/
guli equilateri cuiusq; quorū ē latus.c.sexqualtera ē ad supfic em quā componunt
quatuor trianguli equilateri cuiusq; quorū est latus.b.cōstat eni ex corol.13.trede/
cimi ꝙ quadratū.a.ad quadratū.b.sicut.6.ad.4.igit ecōuerso quadratū.b.ad q̄/
dratū.a.sicut.4. ad.6.Ex corolario vero.15.eiusdē manifestū est ꝙ quadratum.a.
ad quadratū.c.sicut.6.ad.3.itaq; per equā ꝓportionalitatē quadratū .b. ad qua/
dratū.c.sicut.4. ad.3.quadratū aūt.b.ad quadratū.c.ē sicut trigonus equilaterus
cuius latus.b.ad trigonū equilaterū cuius latus.c.Utrobiq; eni est sicut.b .ad.c.
ꝓportio duplicata ex secunda pte.18.sexti:igitur trigonus equilaterus cuius latus
b.ad trigonū equilaterū cui⁹ lat⁹.c.sicut.4.ad.3.quare cōstat prima ps ꝓpositi. Ex
quo euidenter elicit scōa:erit eni p̄ ꝙuersā ꝓportionalitatē trigon⁹ equilaterus cui⁹
latus .c.ad trigonū equilaterū cuius latus.b.sicut tria ad quatuor. iōq; octuplum
trigoni eqlateri cui⁹ lat⁹.c.ad q̄druplū trigoni eq̄lateri cui⁹ lat⁹.b.est.sicut octuplū
ternarij ad q̄druplū q̄ternarij. hoc aūt sicut.24.ad.16.⁊ q; octuplum trigoni eq̄la/
teri cui⁹ lat⁹ .c.ē omēs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c. ⁊ q̄druplū trigoni eq̄lateri cui⁹
lat⁹ .b.ē oēs bases piramidis cui⁹ lat⁹.b.⁊ q; ꝓportio.24.ad. 16.ē sexq̄qualtera seq̄
tur vt supficies quā cōponunt oēs bases octocedri cui⁹ lat⁹.c.ad supficiē quā cōpo
nūt oēs bases piramides cui⁹ lat⁹.b.sexq̄altera sicut dixim⁹ i ꝓportione respiciat.



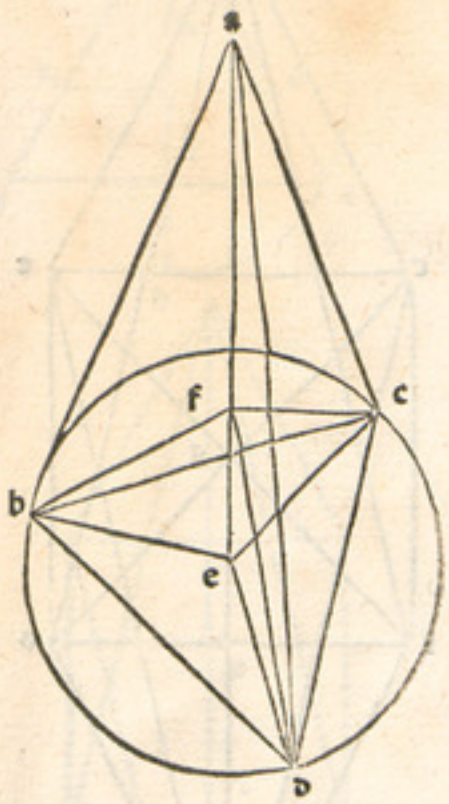
Propositio .15.

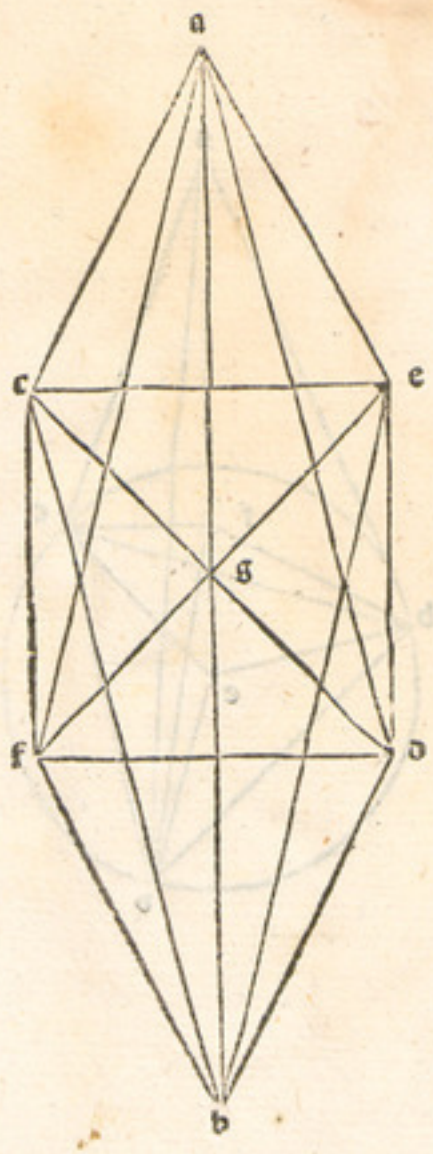
Piramide quatuor basium triangulariũ atq; eqlaterarũ intra sperã quãlibet collocata si a quolibet angulorꝫ eius per centrum spere recta linea ad basim ducatur in centrũ circuli basim circũscribentis eam cadere atq; eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

Sit piramis .a.b.c.d .4. basium triangulariũ atq; eqlaterarꝫ intra sperã aliquã cuius centrũ sit f.collocata ⁊ cũ quilibet quatuor angulorꝫ istius piramidis possit esse conus eius at qlibꝫ qtuor triangulorꝫ basis Imaginemur nũc eius solidũ ãgulum.a.esse conũ ⁊ triangulũ .b.c.d.imaginemur esse basim atq; huic basi intelligamus circũscriptũ esse circulũ.b.c.d.deinc a puncto.a.quẽ imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim.b.c.d.lineã rectã transeuntẽ per punctũ.f.qui est centrũ spere circũscribentis piramidẽ de qua disputamus ⁊ occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quã imaginati sumus basẽ piramidis sup punctũ.e. dico igitur ꝙ punctũ.e.ẽ cẽtrũ circuli .b.c.d.⁊ ꝙ linea.a.f.e.ẽ perpendicularis ad supficiẽ.b.c.d producam enim lineas .f.b.f.c.f.d.⁊ qr quatuor puncta.a.b.c.d.sunt in superficie spere cuius centrꝫ.f. ꝓpter hoc ꝙ illã speram positũ est circumscribere hanc piramidem erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales sunt enim ducte a centro spere ad eius superficiem:ergo qr duo latera.a.f.⁊.f.b.trianguli. a.f.b sunt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.f.c.trianguli.a.f.c.⁊ basis.a.b. basi.a. c.nã piramis posita est equilatera:erit ex octaua primi angulus.a. f.b. equalis angulo a.f.c.ideoq; ꝑ.13.primi ãgul⁹ quoq;.b.f.e.erit eqlis ãgulo.c.f.e.Eodẽ modo ꝓbabis angulũ .d.f.e.esse equalẽ angulo.c.f.e.necesse est cũ ex octaua primi ut angulus.a.f.e.sit equalis angulo.a.f.d.quare ꝑ.13.primi angulus quoq;.c.f.e.erit eqlis angulo .d.f.e.sunt igitur tres anguli.b.f.e.c.f.e.d.f.e.adinuicẽ equales.protractis igitur lineis.e.b.e.c.⁊.e.d.sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem equales.ideoq; per.9. tertij punctus.e.ẽ centrũ circuli.b.c.d. ⁊ qr perpendicularis ducta a centro spere ad superficiẽ cuiuslibet circuli eam secantis cadit sup centrũ eiusdẽ circuli sicut ex his que ꝑmissa sũt videlicꝫ ex his q̃ decimã hui⁹ immediate ꝑcedunt didicisti cõuincitur lineã.a.f.e.eẽ ꝓpẽdicularẽ ad supficiem circuli.a.b.c. quẽadmodũ ꝓponitur .Sin aũt erũt eiusdẽ circuli duo cẽtra qd̃ natura tanq̃ ipossibile exhorruit.

Propositio .16.

Solidum octo basiũ triangulariũ atq; equilaterarꝫ qd̃ ab aliqua spera circũscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quarꝫ altitudo equalis ẽ semidiametro spere:basis autẽ vtriusq; quadratũ qd̃ est sub duplũ quadrato diametri spere.Esto corpus octo basiũ triangularium atq; equilaterarꝫ cuius sex anguli sint.a.b.c.d.e.f.circũscripta a spera cuius centrum.g constat itaq; ꝙ sex puncta .a.b.c.d.e.f.sunt in superficie spere cuius centrum.g. si igitur centrũ.g.iungatur cũ quolibet horꝫ sex punctorꝫ erũt due linee iũgentes ipsũ eis adinuicẽ equales cũ ipse sint a centro spere ad superficiẽ:cũ aũt ex coroll'.15.tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad lat⁹ hui⁹ corpis erit ex quarta scõi latus huius corporis potentialiter duplũ ad semidiametrꝫ spere.quadratũ ergo.e.f. duplũ ẽ ad quadratũ.c.g.iõq; eqle duobus quadratis duarꝫ linearꝫ .c.g .⁊.g.f. itaq; ꝑ penul'.primi angulus .c.g.f.ẽ rectus.eadem rõne quisq; triangulorꝫ.f.g.d.





d.g.e.⁊.e.g.c.est rect⁹ quare p.14. p̃mi ⁊.c.g.d.⁊.f.g.c.ē linea vna:igit̃ ex scōa.11 quinq3 puncta.c.f.d.c.g.sunt in supficie vna. Manifestū ē aūt ex quinta primi:⁊ 32.eiusdē q̃ quilibet quatuor angulorꝫ.c.c.d.f.ē rectus:igit̃ ex diffinitione quadrati supficies.c.e.d.f.ē quadrata.⁊ qr latus eius ē latus ꝓpositi corporis.constat ex correlario.15. tredecimi istud quadratū esse subduplū q̃drato diametri spere. cō/sili quoq3 rōcinatiōne ꝓstat vtrāq3 duaꝫ lineaꝫ.a.g.⁊.g.b.cū q̃libet q̃tuor lineaꝫ c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulū rectū:iōq3 ex.4.vndecimi vtrāq3 eaꝫ ēe perpendicularē ad superficiē.c.e.d.f.⁊ ambas sc3.a.g.⁊.g.b.p.14.p̃mi componere lineam vnā:diuisum ē igit̃ ꝓpositū corpus in piramidē.a.c.f.d.e.cuius basis quadratū.c e.d.f.quod est subduplū quadrato diametri spere ⁊ etiā altitudo linee.a.g.que est semidiameter spere ⁊ in piramidē.b.c.f.d.e.cuius basis est predictū quadratum ⁊ eius altitudo linea.g.b:quod est semidiameter spere:⁊ hoc ē qd̄ oportebat oñdere

Propositio .17.

Piramidē quatuor basium triangulariū atq3 equilateraꝫ spera aliqua circūscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantē lateris ipsius piramidis ⁊ sub linea super quinq3ptiente vicesimasseptimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basiū triangulariū atq3 equilateraꝫ que ambo eadem spera circū ducantur

Sit spera cuius diameter.a.b.⁊ centrū.b.circūscribens piramidem quatuor basium triangulariū atq3 equilateraꝫ.a.c.d.⁊ corpus octo basiū triangularium atq3 equilateraꝫ qd̄ sit.e.sitq3 linea.l.m.potētialiter sub sexquitertia ad dodrantem linee.a.c.que ē latus piramidis ⁊ linea.n.m.cōtineat dodrantē predictū ⁊ ei⁹ quinq3 vicesimasseptimas sitq3.p.quadratū diametri.a.b.dico itaq3 q̃ ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e.ē sicut supficiei.l.m.in.m.n.ad quadratū.p. imaginemur eni solidū angulū.a. esse conū piramidis ⁊ basiꝫ piramidis cuius vnū lat⁹ est.d.c.secare diametrū spere in puncto.f.eritq3 quēadmodū ex rōcinatiōe.13.tredecimi manifestū ē.a.f.dupla ad.f.b.cunq3 etiā.a.b.sit dupla ad.b.b. erit ex.19. quinti.b.f.dupla ad.b.f.iōq3.a.f.quadrupla ad.f.b.imaginemur igit̃ superficiem secantem piramidē.a.c.d.super centrū spere equidistanter basi ipsius. sitq3 linea g.k.cōis sectio huius supficici ⁊ triāguli.a.c.d.eritq3 ex.17.vndecimi ꝓportio.c.a ad.a.g.sicut.f.a.ad.a.b.igit̃.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3.sic eni est ex euersa proportionalitate.f.a.ad.a.b.constat etiā ex scōa pte.29.primi ⁊.16.vndecimi ⁊.10.eiusdem ⁊ prima pte scōe sexti ⁊ diffinitione similiū supficieꝫ ⁊ similiū corporꝫ q̃ piramis.a.g.k.c̄ silis piramidi.a.c.d.ideoq3 ex.8.duodecimi ꝓportio piramidis.a c.d.ad piramidē a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplicata.constat autem ex secunda octaui q̃ ꝓportio quatuor ad tres triplicata est sicut 64.ad.27.itaq3 proportio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k. est sicut.64.ad.27 fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.s.ex linea equali.a.g.quā cōstat ēē dodrantē linee.a.c.⁊ producatur linea.q.t.perpendicularis ad. r.s. eritq3 ex.11.huius linea q.t.potentialiter sub sexquitertia ad lineam.q.r.ideoq3 equalis.l.m.adijciat̃ quoq3 linee.r.s.linea.s.x.ita q̃ proportio.r.x. ad.r.s. sit sicut.64.ad.27.diuidaturq3

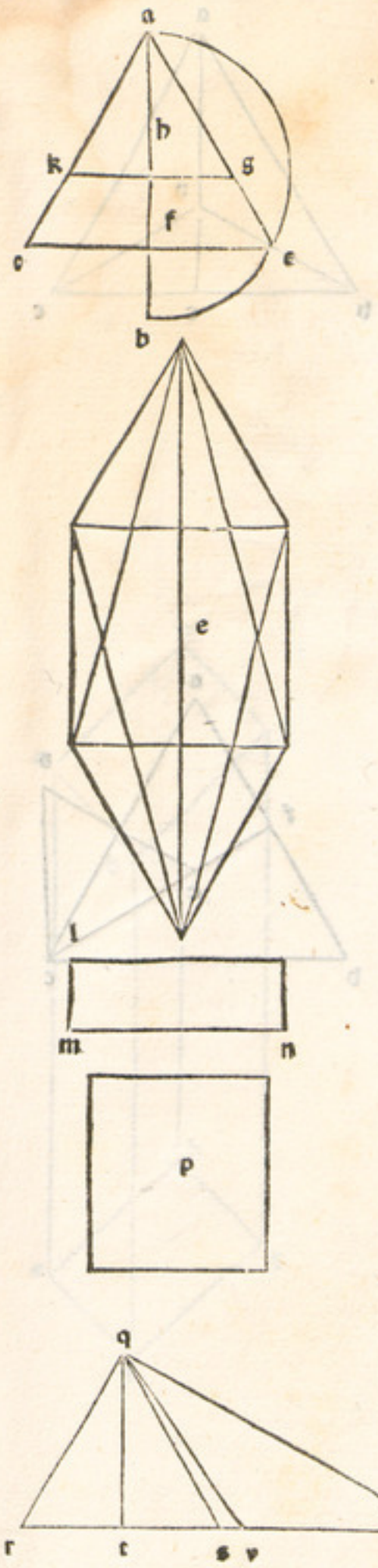
r.x.per equalia in.v.vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.est.27.aut. r.x. 64.eritq3.r.u.equalis.m.n.Et ducantur linee.q.u.t.q.x.eritq3 ex prima sexti pro/ portio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad .27.cunq3 per eandē trian gulus.q.r.x.sit duplus ad triangulū.q.r.u.at ex.41.primi qd fit ex.q.t.in.r.u.du/ plum quoq3 sit ad triangulū.q.r.u.erit qd fit ex.q.t.in.r.u.t ipsū ē equale superfi cici.l.n.eq̄le triangulo.q.r.x.q̄re ꝓportio supficici.l.n .ad triangulū .q.r.s.ē sicut 64.ad.27.iōq3 sicut piramidis.a.c.d.adpirmiadē a.g.k.manifestū ē aūt ex.15.b9 q̄ linea.a.f.ē ꝓpēdicularis ad basiz piramidis.a.c.d.ideoq3 p.19 .vndecimi linea a.b.est etiā perpendicularis ad basim piramidis. a.g.b. igit altitudo. a.g. k.pi/ ramidis est semidiameter spere.diuidat itaq3 octocedron. e. quēadmodū ꝓponit premissa:erit itaq3 vtraq3 duaꝝ piramidū in quas ipsū.e.diuidit eq̄ alta piramidi a.g.k.nam singulaꝝ altitudo est semidiameter spere.q̄ igitur oēs laterate pirami des eque alte suis basibus sunt ꝓportionales vt in .6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq3 eaꝝ in quas diuidit octocedron.e. sicut basis eius ad bases eaꝝ.q̄re per.24.quinti ꝓportio piramidis.a.g.k.ad totū octo cedron.e.est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases am/ barum piramidū in quas diuidit.e.pariter acceptas quas constat esse eq̄les qua/ drato diametri spere per premissam videlicet.p.qm̄ ergo ꝓportio piramidis.a.c. d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonū.q.r.s. videli cet.64.ad.27.t piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadra/ tum.p.erit per equā proportionalitatē ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.t hoc erat demonstrandum.

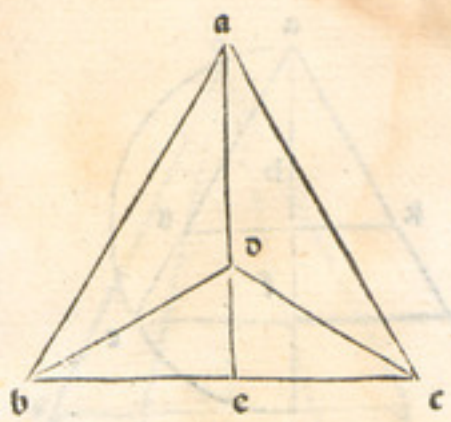
¶ Ex premissis igitur manifestum est q̄ perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basiuz triangularū atq3 equilateraꝝ circumscribentis ad quālibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

¶ Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint siles t equales erūt quo q3 circuli ipsos circūscribentes equales.ideoq3 ꝓpendiculares a centro spere ad eos dem circulos in coꝝ cētra erūt etiā eq̄les:ꝓpendiculares autē cadentes ad circlos sunt ꝓpendiculares ad bases piramidis itaq3 perpendiculares ad bases sunt ad/ invicē equales.linea aūt.b.f.est ꝓpēdicularis ad basim piramidis.a.c.d.quā.b.f q̄ constat ex predictis esse sextā partē diametri.a.b.relinquitur ergo esse verum qd per corol.conduditur. Idez aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

¶ In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

¶ Sit enim triangulus.a.b.c.equilaterus sitq3.d.centrum circuli ipsum circumscri bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/ les cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a.b.c. in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis.protrahatur autem. a.d. in continuum t directum quousq3 obuiet lateri.b.c.super punctum.c. constat igi/ tur ex octaua primi q̄ angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.d.c.ideoq3 ex.13.pm̄i





angulus.b.d.e.ē equalis angulo.c.d.e.quare per quartā primi.b.e.ē equalis.e.c. ⁊ anguli qui sunt ad.e.recti:itaq; d.e.perpendicularis ē ad.b.c.veniens a centro circuli circūscribentis trigonum .a.b.c.⁊.a.e. perpendicularis est etiā ad.b.c.veni ens ab vno angulo⁊ predicti trigoni:dico ergo ꝙ.a.e.tripla est ad.e.d.cōstat enī ꝙ tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b.equalis est trigono.b.d.c.tetragon⁹ quoq; qui fit ex.a.e.in.e.b.equalis ē trigono.a.b.c.at quia trigonus.a.b.c.triplus ē ad tri/ gonū.d.b.c.ergo tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b.triplus ad eum qui fit ex.d.e. in.e.b.cum igit̄ ex prima sexti sit ꝓportio tetragoni.a.e.in.e.b.ad tetragonū.d.e in.e.b.sicut.a.e.ad.e.d.erit.a.e.tripla ad.e.d.quēadmodū proponitur.

¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo ali/ cuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

¶ Nunc itaq; qd promisimus absoluamus ad hoc aūt imaginemur piramidē qua tuor basium triangulariū atq; equilateraꝝ cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus .a.b.c.circumscriptā esse a spera cuius centrum.d.⁊ protrahatur linea.d e.ꝓpendicularis ad superficiē trianguli.a.b.c.quā constat cadere in centrū circuli dictū trigonū circūscribentis.dico igitur lineā.d.e.esse sextā ptē diametri spere ꝓ/ positā piramidē circūscribentis:producā enī lineā.d.e.⁊ lineam.c.f.perpendicula rem ad lineā .a.b.quā.c.f. ex proximo corolario cōstat transire per punctū.e.⁊ ex premisso antecedente triplā esse ad.e.f. Constat autem ex quarta secundi ꝙ secm ꝙ quadratū diametri spere cuius centrū.d.est.36.ē quadratū semidiametri .d.c. 9.ex corol'.aūt .13.tredecimi est quadratum.b.c.24.ꝙ.11.huius quadratū.c.f.18. ⁊ per premissum antecedens quadratum.e.e.8.qr igitur ex penul'.primi quadratū d.c.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.e.⁊.e.c.ē aūt quadratū.d.c.9. ⁊ quadratus c.e .8.ꝓt quadratū diametri spere est.36.relinquitur quadratū.d.e. vnum prout quadratū diametri spere ē.36. itaq; linea.e.d.est vnū ꝓt diameter spere est.6.qd oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabit̄ nobis ꝙ semi diameter spere circumscribentis corp⁹ .8.basium triangulariū atq; equilaterarum tripla ē in potentia ad perpendicularē a centro spere circūscribentis ipsū ad quāli bet suarum basium descendentē:cōstat quidē quēadmodū dictum ē pri⁹ ꝙ cū oēs bases huius corporis sint equales ⁊ siles erunt circuli ipsas circūscibentes equales ideoq; perpendiculares a centro spere ī ipsoꝝ circuloꝝ centra cadentes erunt ad/ invicē equales.cumq; perpendiculares ad circulos basium sint quoq; perpendicu/ lares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro spere ad singulas bases adin/ vicē sunt equales. Si ergo qd dicimus de perpendiculari ad vnā suaꝝ basiū probe betur:relinquetur verū ēē qd proponit. Sit itaq; ut prius triangulus.a.b.c.vna ex basibus octocedri circūscripti a spera cuius centrū.d.⁊ cetera quoq; fiant vt prius cū igitur ex corol'.15.tredecimi diameter spere sit potentialiter dupla ad lat⁹ octo/ cedri.sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplū ad semidiametꝝ spere.iō/ q; cum quadratū linee.b.c.est .12.erit quadratū linee.d.c.que ē semidiameter spe re.6.ex.11.autē huius cum quadratū.b.c.ē.12.quadratū.c.f.ē.9.Et ex premisso an tecedente quadratum.e.e.est.4.itaq; cū q̄dratū.d.c.que est semidiamiter spere est .6.quadratum .c.e.est .4. ⁊ quia ex penultima primi quadratum.d..c.est equale quadratis duaꝝ linearū .c.e.⁊.e.d. sequitur ut quadratū.e.d.sit duo ꝓt quadra tum.d.e.est .6. constat ergo qd diximus.

Propositio .18.

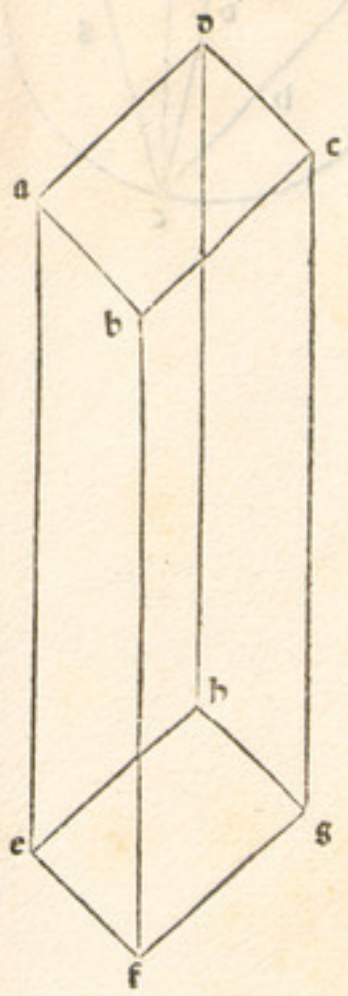
DUplum quadrati quod ex diametro spere cubum circũscribentis describitur equũ ē omnib⁹ superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi ,pducit medietati lateris cubi eiusdē eq̃lis ēt ex necessitate cōuincit

¶ Manifestũ ē eni ex corolario.14.tredecimi q̃ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplũ sit ad quadratum lateris cubi ⁊ ita triplum: duplũ quadrati diametri spere equum sit sexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur, itaq̃ duplum quadrati diametri spere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ps: secdam autem partem ex.18. ⁊.19.⁊.40.vndecimi libri facile probabis.

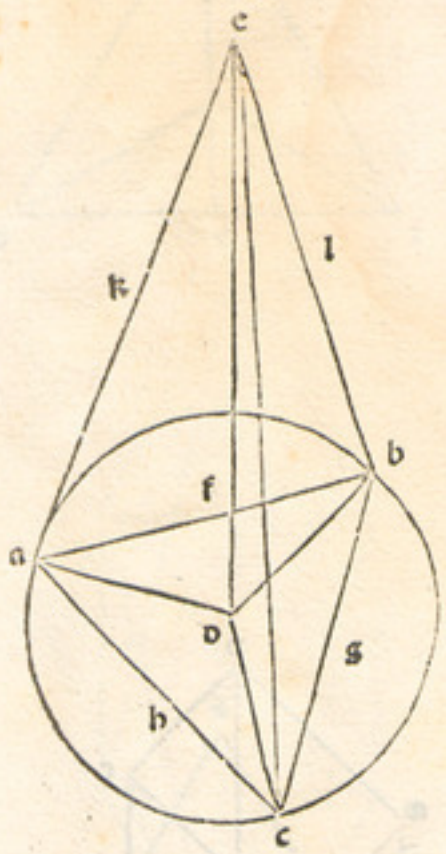
¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi ī bisse quadrati producti ex diametro spere ipsũ cubũ ābientis cubi solidi/tas ,pducatur. ¶ Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propositio .1.

Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterũ designare. ¶ Sit cubus cuius basis est quadratus a.b.c.d. suprema vero eius supficies quadratũ .e.f.g.h. Ipsum aũt hac arte fabricare conueniet q̃dra/to basis ꝑm quālibꝫ lineā ex.45.primi descripto sup singulos angulos eius ex.12.vndecimi cathecus ꝑm mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex.6. vndecimi constat esse equidistantes. Quiq̃ ergo eorum bini ⁊ bini coraufto eis impōsito equidistanter lateri quadrati continuent. Constat igitur esse cōpositum cubũ: nā quatuor ei⁹ laterales supficies sunt quadrate ex.33. primi ⁊ ex.34. eiusdem ⁊ diffinitione quadrati: de suprema autē superficie. manifestum est quoq̃ q̃ ipsa ē quadrata ex. 10.imo .24.vndecimi ⁊ hac cōi scia que equalib⁹ sunt equa/lia sibi quoq̃ sũt equalia: ⁊ ex diffinitione quadrati. Si itaq̃ huic cubo libeat cor/pus quatuor basium triangulariũ ⁊ equilateraꝝ inscribere: in basi ⁊ in ei⁹ supficie suprema protrahantur due diametri quaꝝ vna cōtinuet duas extremitates infi/mas duoꝝ cathecoꝝ ⁊ alia cōtinuet supremas alioꝝ duoꝝ quas aio intelliges esse a.c.⁊.b.f. dehinc a duobus punctis.b.⁊.f. terminantibus diametrum supficiei su/preme demitte ypothemisaliter binas ⁊ binas diametros q̃ q̃uor laterales super/ficies diuidant quas imaginaberis esse ab.b. quidem .a.b.⁊.b.c. at vero. ab.f.f.a ⁊.f.c. has aũt diametros in hac plana figura ,ptrahere cōtempsi ne multitudo li/neaꝝ cōfunderet intellectũ. si igit figurā hāc ut oportet actu vel aio cōpleueris vi/debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pirami/dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̃z cubo proposito ex diffinitio ne constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo q̃ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.



Propositio .2.



INtra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si itra piramidē quatuor basiū triangulariū ⁊ equilaterarū octocedron libeat inscribere prius cōuenit piramidē ipsaq; fabricare q̄ rōne certa hoc modo cōponitur. Statuat̄ scōm cuiuslibet lineē quāritatē trigonus equilaterus qui sit. a.b.c. cui circūscribat̄ circulus supra centrū. d. ⁊ exeat. d.e. ppendicularis ad supficiem ipsius trigoni ex. 12. vndecimi: que ponat̄ dupla esse in potencia ad semidiametrū circuli circūscribentis trigonū. a.b.c. ⁊ a puncto. e. cadāt tres ypothemise super tria puncta. a.b.c. Est itaq; cōpleta piramis quatuor basiū trilaterarū ⁊ equilaterarū ꝓtrahant̄ enī. d.a. d.b. d.c. cū igit̄ angulī quos cōtinet linea. e.d cum singulis lineis. d.a. d.b. d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad supficiē. cumq; quadratū lineē. e.d. sit ex ypothesi duplū ad quadratum semidiametri circuli. a.b.c. erit ex penultima primi quadratū vnuscuiusq; triū ypothemisarium linearū. e.a. e.b. e.c. triplum ad quadratū semidiametri circuli. a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triū laterū trianguli. a.b.c. triplum ē ad quadratū semidiametri eiusdē circuli: igit̄ oia latera statute piramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilaterarū basiū. Cum itaq; sibi octocedron includere voluerim⁹ diuidemus vnūqōq; sex laterū eius in duo media equalia ⁊ cōtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs punctis cunctorū reliquorū laterū cū quibus ipsū continet ⁊ angulū superficialē. verbi gratia diuidā latera basis in punctis. f.g h. ⁊ ypothemisas cadentes ab. e. i pūctis. k.l.m. ⁊ ꝓtinuabo pūctū. f. cū pūcto. g. ⁊ cū. h. ⁊ cū. k. ⁊ cū. l. pūctūq; m. cū eisdē. g.h. k.l. ⁊. g. cū. h. ⁊ cū. l. ⁊. k. cū eisdē h. ⁊. l Ecce itaq; perfectū est corpus octo basiū triangulariū his duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus cōtentum: has aūt octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestū est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Propositio .3.

INtra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter aūt cubū cōponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictū est. igitur fabricato cubo piramis quatuor basiū triangularium ⁊ equalium laterū in eo ex prima huius designet̄. ac intra ipsam piramidem exprimissa octocedron distinguatur. quo facto simul etiā factū erit quod voluimus. Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi ⁊ ex rōcinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi. igit̄ ex dione habem⁹ ꝓpositum. Aliter idem centris cunctarū basiū cubi quēadmodū i nona quarti sit reptis a cētro supreme supficiei ci⁹ ad cētra quatuor lateraliū superficierum quatuor ypothemisas demitte ⁊ a cētro infimē ⁊ ad earūdem lateraliū superficierum cētra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq; quatuor laeraliū quatuor rectis lineis cōtinua ita videlicet q̄ centra earum tantū que seinuicem secant continuos

Verbi grã. iungas centꝝ anteriorꝝ cũ centro dextre ⁊ cũ cẽtro sinistre: centꝝ quo/
qꝫ vltime iunges cũ eisdẽ. hoc eni cũ centro dextre ⁊ cũ centro sinistre. habes itaqꝫ
corpus octo basiũ triangulariũ bis. 12. lineis que centra supficiꝝ cubi cõplexũ con
tinuant. Si igitur has bases equilateras esse ꝓbare volueris: a cetris basium cubi
ad cuncta ipsius latera ꝓpendiculares ꝓtrahe quas necessariũ ẽ oia latera ipsius
cubi ꝑ equalia diuidere ex scõa ꝑte tertie tertij: quod planũ ẽ si vnicuiqꝫ basiũ cu/
bi circulũ circũscripseris atqꝫ iõ binas ⁊ binas super idem punctũ in lateribus ba/
siũ cubi cõstat cõcurrere easqꝫ ex scõa ꝑte. 13. tertij patet adinuicẽ eẽ equales ⁊ equi
distantes lateribus cubi ex scõa ꝑte. 28. primi. iõqꝫ etiã singulas esse equales dimi/
dio lateris cubi. igiꝫ ex. 10. vndecimi manifestũ est binas ⁊ binas eaꝝ sup idẽ latus
cubi in medio eius puncto cõcurrentes rectũ angulũ continere: eo ꝙ omnes super
ficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra supficiꝝ cubi cõtinuan/
tes ⁊ anguli quos hee linee super media puncta laterũ cubi cõcurrentes bine ⁊ bine
cõtinent subtendũtur ipse erunt ex quarta primi vl' etiã si mauis ex penultima pri
mi adinuicẽ equales: ergo est in ꝓposito cubo designatũ corpus octo basiũ trian/
gulariũ ⁊ equilateraꝝ. qõ oportebat facere. ⁊c.

Propositio .4.

Intra datum corpus octo basium triangulariũ atqꝫ equi
laterarum cubum figurare.

Non dubites quin corp⁹ octo basiũ triãgulariũ atqꝫ equilateraꝝ
certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliqõ
planũ sursũ orthogonaliter erecta eã ꝑ equalia diuide ⁊ a puncto ei⁹
medio duas lineas hincinde ꝓpendiculares extrahe que cõponant lineã vnã erunt
qꝫ hee due linee seinuicẽ secantes videlicet prima que super positũ planũ ẽ ortho/
gonaliter erecta ⁊ alia que ipsã sup eius mediũ punctũ orthogonaliter secat i eadẽ
supficie site sunt ꝑ primã ꝑtẽ scõe vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipse site
sunt super cõem punctũ sectionis earum quẽadmodũ. 12. docet vndecimi perpen/
dicularem erigere quã facias eandẽ supficiẽ in vtrãqꝫ ꝑtem penetrare: ⁊ pone cun
cta. sex portiones haꝝ trium linearum a puncto in quo seinuicẽ secant equales.
sic eni quelibet quãlibet ꝑ eq̃lia ⁊ orthogonaliter diuidet. ita ꝙ cum sint tres q̃qꝫ
due eaꝝ salutifere crucis venerandũ signũ ad angulos rectos cõtinebũt a supremo
igitur erecte linee sup positũ planũ puncto quatuor ypothemisas ad extremitates
duaꝝ lineaꝝ ipsã secãtium demitte: deinde ab infimo eiusdẽ erecte pũcto: q̃tuor ali
as ypothemisas ad easdẽ duaꝝ secantiũ lineaꝝ extremitates eleua: postremo quo/
qꝫ harũ ypothemisaꝝ extremitates quatuor rectis lineis quadratum cõtinentibus
cõtinua. Erũt enim hee duodecim linee videlicet q̃tuor ypothemise a supmo pun/
cto erecte ꝓpendicularis descẽdẽtes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto
sursũ eleuate ⁊ relique quatuor linee haꝝ ypothemisaꝝ extremitates continuantes
ex penul'. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̃les: q̃re con/
stat corpus ab eisdẽ terminatũ octo basibus triangularib⁹ equilateris qꝫ contineri
Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum
ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaqꝫ reperta. 12. lineis rectis hac le/
ge cõtinua vt centꝝ cuiusqꝫ hoꝝ triangloꝝ cũ cẽtro cuiusqꝫ triũ ad ipsi⁹ latera ter
minatoꝝ ꝑ rectã lineã copulet. nõ ẽ aũt h⁹ rei idoneũ figuram ĩ plano depingere.
ideoqꝫ restat vt quod dicitur mente cõcipias ipsũqꝫ si placet actu ⁊ ope conpleas

videbis enī. 12. lineis hoꝝ triangulorꝝ centra posita lege cōtinuantes cubū conti/
nere quē restat vt equilateris rectangulisq3 superficiebus demonstres esse conclu
sum. nō enī erit cubus nisi omnes eius supficies sint quadrate. ducito ergo a quo/
libet angulo trigonorꝝ superficierꝝ octocedri perpendicularem ad latus i li angulo
oppositū. has autē ppēdiculares ex. 11. q̄rtedecime cōstat eē adinuicē eq̄les ⁊ diui
dere latera quibus ppendiculariter insistunt per equalia. ideoq3 binas ⁊ binas sup
idem punctū lateris cui superstant conuenire: easdēq3 cōstat ex his que i. 17. quar
tidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorꝝ. ideoq3 p extremitates
laterū inclusi corporis transire ac earꝝ portiones que intra centra trigonorꝝ ⁊ late/
ra ipsorꝝ intercipiunt ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equales an
gulos quoq3 ab his ppēdicularib⁹ binis ⁊ binis coeūtib⁹ cōtētos ex. 8. primi patet
esse equales. Et quia hec perpendiculares sueq3 portiones inter centra ⁊ latera in
tercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoq3 anguli quos linee a centris trigo/
norꝝ ad latera perpendiculariter cadentes hinc ⁊ hinc cōtinēt adinuicē equales. cū/
q3 latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex
quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilaterꝝ at quoq3 rectangulū
protrahant enī diagoni in singulis superficieb⁹ hos diagonos ex quarta p̄mi oēs
adinuicem equales eē conuinces mediantibus angulis a duabus perpendicular/
bus per ipsarꝝ diagonorꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu
los ex. 8. primi equales sibi inuicē esse probaueris. cū igitur diameter tetragonarū
basium corporis huius sint adinuicem equales: latera quoq3 earundē basiū equa
lia esse necesse est ex. 8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equi/
angulas. atq3 ex. 32. primi oēs anguli cuiusq3 earꝝ sunt equales quatuor rectis. se/
quitur eas esse rectangulas: itaq3 ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igit̄
inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.

Piramidem quatuor basium triangularium atq3 equilate
rarum assignato corpori octo basiū triangularium quo/
q3 atq3 equilaterarum inscribere.

Assignato corpori octo basiū inscribe ſm precepta premisse cubū
cuboq3 inscripto inscribe. vt docet prima piramidē hui⁹ q̄lis ꝓponit
cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/
tione prime manifestum ē. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in supficieb⁹
assignati octocedri: erunt quoq3 cuncti anguli piramidis huius in superficieb⁹ cor/
poris octo basium cū eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum ē
nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.

Intra datū corpus viginti basiū ⁊ equaliū laterꝝ corpus
duodecim basiū pētagonaliū eq̄liū laterꝝ atq3 equalium
angulorꝝ figural'r cōponere. Corp⁹. 20. basiū nō docem⁹ hic
fabricare quoniā ex. 16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis eui
dens est eo igitur ut ibi docet cōposito. si sibi corp⁹. 12. basiū pētago
narꝝ atq3 equilaterarꝝ includere delectat hac via procedendum ē. Manifestum enī
est: 20. triangulos. 60. superficiales angulos hīe. ⁊ qr ad ꝓstitutionē vniuscuiusq3
solidi ānguli corpis ycocedri quiq3 supficiales conueniūt sicut ex demōstratione. 16. tre
decimi colligitur. constat illud corp⁹ duodeci solidis angulis cōpleri. inuentis igit̄ ut

in ante premissa centris cunctorū triangulorū totū ycocedron terminantiū ea.30. rectis lineis cōtinua ita ꝙ cuiusq3 centr̃ centris omniū circūiacentiū cū quibus cō municat in latere per rectas lineas iungas.cū ergo hoc feceris videbis ex illis.30. lineis duodecim pentagonis constitui.12.angulis solidis dati ycocedri:oppositos hos itaq3 pentagonos quēadmodū in antepremissa fecisti de basibus cubi equila teros esse probabis.Necesse est enī vt cuiorūlibet triangulor̃ duor̃ idem latus ha bentium centra eodem spatio distant.restat ergo vt eos etiā equiangulos esse silo gises.Manifestū est autē ex rōcinatione.16.tredecimi datum corpus viginti ba/ sium ab eadē spera cuius diameter est tanq3 diameter hui⁹ corpis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cōtinuat esse circūscriptibile .Si igit̃ hec diame ter per medium secet̃ punctus sectionis erit centrū spere ipsum circūscribentis ab eo. itaq3 ad superficies cunctor̃ pentagonor̃ perpendiculares ex.11. vndecimi ducto ꝛ a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eor̃ angulos re/ ctas lineas dirigito. deinde centrū spere cum singulis angulis ipsor̃ pentagonor̃ continuato:age ergo eos ꝓba cē equi angulos hoc modo. Cum enī omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro spere ad ipsos venientes ꝛ in eor̃ cētra cadentes equales:omnes ergo linee a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam an/ guli pentagonor̃ sunt cētra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentiu3 ex ypothesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo supius in.14.silogisauimus sectorē prouenientē in superficie spere cum aliqua plana super ficies sperā secat nō super centrū eius esse circūferentiā cōtinentē circulū:necesse ē quinq3 lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad sup ficies omnium pentagonor̃ ad quinq3 angulos cuiusq3 pentagoni esse adinuicem equales.itaq3 omnib⁹ his duodecim pētagonis ē circulus circūscriptibilis.cū igit̃ ipsi sint eq̃lateri cōuincit̃ eos esse etiā equiangulos qd̄ oportebat ostendere.

Propositio .7.

Intra datū corpus duodecim basium pentagonar̃ equi/ laterarum atq3 equiangularū corpus viginti basium tri/ angularium atq3 equilaterarum fabricare.

Qualiter corpus duodecim basium petagonor̃ equilateraꝝ atq3 equiangulaꝝ cōponere oporteat ex.17.tredecimi require.Sed quali/ ter corpus viginti basium triangularium ꝛ equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce suorum pentagonor̃ centris vt in. 14.quarti fit repertis ea adinuicem 30.lineis hac lege continua vt vniuscuiusq3 pentagoni centrum centro cuiusq3 pē/ tagoni secum in latere cōicantis iungatur ita videlicet ꝙ vniuscuiusq3 pentagoni centrum centris quinq3 pentagonorum terminantiū vel circūiacentium continet̃. cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30.lineis centra pen/ tagonorum continuantibus contenti.eruntq3 hi viginti trianguli viginti solidis gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium trian arium quas equilateras eē demonstrabimus ꝛ erūt.12.solidi anguli huius corpis 20.basiū in cētris.12.pentagonorum corpus dati duodecedri terminantium:hos itaq3.20.triangulos equilateros eē sic proba.a cētris pentagonor̃ ducito ppēdicu lares ad latera erūtq3 oēs ppēdiculares equales binas ergo ꝛ binas probabis ex

octaua primi equos angulos continere. ⁊ quia linee continuantes centra pentagonorum bis angulis a binis ⁊ binis perpendicularibus contentis subtendunt: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales: quod est propositū: Perpendiculares autē binas ⁊ binas equales angulos continere ⁊ omnes eas adinuicem esse equales sic collige. Ex quinta primi ⁊ .26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easq; esse adinuicē equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine ⁊ bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo ꝙ vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt cōmune ꝑ equalia: has igitur ꝑpendiculares binas ⁊ binas vsq; ad angulos quibus cōmune latus in quo coeunt oppositum per centra pentagonorꝫ producito ⁊ eisdem ãgulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanq; latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoq; patet eas esse equales eo ꝙ omnia latera cubi sint equalia. easdēq; liquet ex nona vndecimi esse equidistantes ꝑpter hoc ꝙ ambe equidistant cōmuni latere in quo bine ⁊ bine perpendiculares cōueniunt. At vero ipsas easdē constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaq; per. 33. primi cuncte linee continuantes puncta i quibus bine ⁊ bine perpendiculares super has lineas quas tanq; cubi latera fore diximus cōcurrunt sunt adinuicē equales. Nam omnes sunt tanq; latus cubi. igit̄ ex octaua primi anguli contenti a binis ⁊ binis perpendicularibus iunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptum ergo ē proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium ⁊ equalium laterum sicut iussi eramus

Propositio .8.

Solido duodecim basium pentagonarum atq; equilaterarū proposito intra ipsū cubum distinguere.

Cum duodecedron super cubi latera fabricet̄ ut constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubū inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si vni⁹ cuiusq; eorꝫ vni angulo ꝑut cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasq; superficies cubi ⁊ corpus amplectentes perficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ꝓcocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas: constat quidem ex decimaseptima tredecimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: q̄ a centro: illius spere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet vndecima vndecimi protrahe ⁊ a puncto concursus ad sing. los angulos illarum quadrilaterarū superficierꝫ rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilaterarꝫ superficierum cum centro spere iunge: eruntq; hee linee centrꝫ spere cū angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri spere de quarꝫ quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanēt ex penultima primi quadrata linearꝫ continuantiū punctum cōcursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarꝫ supficierum necesse est omnibus his quadrilateris supficiebus circulos esse circumscriptibiles

iõq; necesse ē eas esse equiangulas cum sint equilatere. Et q; ex. 32. primi anguli cuiusq; eax pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas ēc rectāgulas nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.

Dato duodecedro sibi demum octocedron includere.

Composito duodecedro ut in. 17. ꝛ ꝛcij decimisex latera suarum supficierũ ea videlicet que catbecos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per equalia secantes erectis tanq; eorum coraustiiungunt per equalia diuide: eaq; bina ꝛ bina adinuicē composita cõtinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex. 48. vndecimi per equalia secabunt: eruntq; vt quoq; due eax trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12 lineas rectas continuaueris perueniet tibi corpus octo basiuz triangularũ ꝛ equilaterarum ꝛ quarta p̃mi vel si maiꝰ ex penultima primi: qõ oportebat ostendere.

Propositio .10.

Intra assignatum duodecedron piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum adhuc restat distinguere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq; piramidem ex prima. cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rõcinatione prime ꝛ anguli cubi in angulis duodecedri ex rõcinatione octaua: erunt quoq; anguli piramidis in angulis duodecedri. itaq; cõstat quod volumus.

Propositio .11.

Proposito ycocedro in eo cubum figurare.

Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex octaua: constat autē ex demonstratione sexte q̃ omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri ꝛ anguli cubi sunt in angulis duodecedri: itaq; anguli cubi sunt i centris basium ycocedri habemus ergo propositum.

Propositio .12.

Locedron datum piramidem quatuor basium triangularium atq; equilateraꝝ sibi postulat inscribi

Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq; ex p̃ma piramidem inclusseris quin postulationi ycocedri satisfeceris dubitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptõe in hoc. 15. libro determinet si vnũqq; coꝝ quilibz cẽtroꝝ eẽt inscriptibile. 20. eorũdẽ inscriptões accideret Quippe quilz coꝝ quinq; eẽnt cetera q̃tuor inscriptibilia. iõq; q̃ter quiq; inscriptões qõ ẽ. 20. necessario pueniret. at vero piramidi solũ octocedron pueniẽs est inscribi. Non enim sũt in piramide bases aut anguli aut latera in quibꝰ anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsiꝰ piramidis ꝓtingere

Cubum quoqz soli⁹ piramidis ⁊ octocedri vt octocedron solius piramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ycocedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eorꝫ singulis cadant collocabis: ycocedron autē cū cetera cōuenienti ambitione possit cōplecti soli⁹ ycocedri nequit esse receptaculum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicē bini ⁊ bini oppositione respiciunt linceqz eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. itaqz illud glōsū signū ad cuius intuitū cōsternant demones sub rectis ãgulis triplicatū reddant. hos itaqz triangulos neqz bases neqz anguli neqz latera ycocedri possunt sub suo situ recipere neqz eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliqz oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ceterorꝫ sue ambitionis denegauit hospiciū imo cunctorꝫ receptator existit. vnde nō incōuenienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascripsere celo quēadmodū piramidis formā igni eo q̄ sursum sub piramidali figura euoler. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus puitate sequitur sic octocedri forma piramidis. formā ad motū habilitate comittat. Viginti vero basium figuram atqz dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulet in sperā fluentis rei motui magis q̄z scandentis conuenire visa est. Cubon vero figurā quidaz dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam thessera. At in elementis quid fixius constantiusqz reperit terra. si igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis nō substinet binasqz a quibus naturā cubi ⁊ octocedri alie/na est. Kursusqz vnā cui repugnat ycocedri figura reiecceris erūt reliquē tm̄. 12. inscriptiones piramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.

Abricato quouis quinqz regulariuz corporꝫ sibi speram inscribere.

Ex tertiodecimo libro itaqz manifestū est vnūqd̄qz q̄nqz horū corporum esse spere inscriptibile. nūc itaqz cōstabit viceuersa sperā vnicuiqz ipsorꝫ esse inscriptibilē. a circūscribentis eni spere centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circulorꝫ bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumqz omnes circuli eas circumscribentes sint equales eruntqz hec perpendiculares equales. itaqz si ꝑm quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis spere descripseris eiusqz semicirculum quousqz ad locum vnde moueri ceperit redeat circūduxeris quia ipsum per extremitates cunctarꝫ perpendicularium necesse est transire conuinces ex corolario. 15. tertij speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cōtingere quā circūductus semicirculus dū mouebatur contingit: quare assignato corpori constat nos speram quemadmodū ꝓpositum erat inscripsisse.

Opus clementorū euclidis megarensis in geometriā artē In id quoqz Lampani ꝓspicacissimi Cōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. M̄. cccc. lxxxij. Octauis. Calcñ. Juñ.

Lector. Vale.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS.

137

Zettler