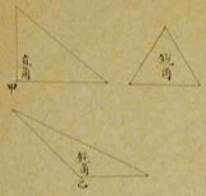
幾何原本卷二

幾何原本卷二 此卷論三角形之所屬

第一

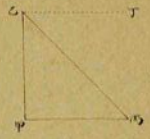
凡各種界所函之處。俱謂形。其直界所函者。謂直界形。曲界所函者。謂曲界形。曲直二界所函者。謂雜界形。而其直界形內與三角形界少者無之。故將三角形。為諸形之首也。

第二



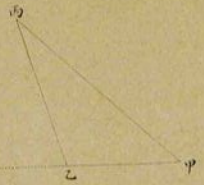
凡三角形。若一甲角直者。謂直角三角形。若一乙角鈍者。謂鈍角三角形。若三角俱銳者。謂銳角三角形。

第三



凡三角形之三角相並必與二直角等。設如甲乙丙三角形之甲角。丙角。乙角為相並。此三角必與二直角等也。何則。自乙角與甲丙線平行画乙丁線。同首卷第三十一節。其丙角。丙乙丁角即二尖錯交之二角。此二角之度為相等。再首卷第三十一節曰。二平行線一邊之二內角。與二直角等矣。是以甲丙。乙丁二平行線。其甲一邊之甲角。與甲乙丁角。因為二內角。與二直角等。今丙乙丁角。與丙角之度既為等。將此丙乙丁之角。若置於丙角之位。則此甲乙丙三角形之三角若相並。亦與二直角等。可得而知矣。

第四

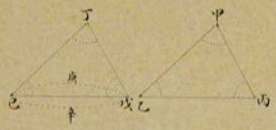


凡三角形。自一界線相引画線。成一外角。將三角形內所對之二角並之。始與一外角等。設如甲乙丙三角形。自甲乙界線相引画於丁處。所成之丙乙丁角。謂外角也。而其丙角。甲角。謂二內對角也。將此二內角並之。始與丙乙丁一外角之度等。何則。首卷第十九節曰。自一直線至於他直線。所

成之二角。或謂二直角。或與二直角等。今此丙乙直線。與甲丁直線相遇。所成之甲乙丙。丁乙丙之二角。亦或為二直角。或與二直角等。再此卷第三節云。甲乙丙三角形之三角相並。與二直角等。故斯二直角相等之甲乙丙。丁乙丙二角所並之度。即與甲乙丙三角形之三角所並之度等矣。是以若去兩邊相連之甲乙丙角。只將甲角丙角並之。則丙乙丁一外角之度。為相等可得而知矣。

第五

凡三角有二形兩邊線之度各等。二線所合之角俱等。則二形底線之度必等。二形之式亦等。其下各二角皆等也。設如



若甲乙丙三角形。一丁戊己三角形。此二形之甲角。丁角若等。甲丙。丁戊二線。甲乙。丁己二線若俱等。則乙丙。戊己之二底線必等。其二形之三角式亦必等矣。是以乙角。己角之等。猶丙角戊角之等。何則。將二形合並。其甲角丁角等。甲丙。丁戊二線度等。甲乙。丁己二線度等。因如是

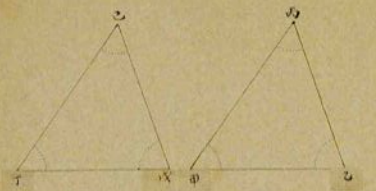
之俱等。則丙乙線之二尖。與戊己之二尖俱恰符而無空偏矣。若謂乙丙底與戊己底不符不等。或似戊己內斜如庚乎。或下斜若辛乎。故凡線既直不成曲形。將二直線合放。自無空偏之處。而三角二形各角各線之度必俱等也。

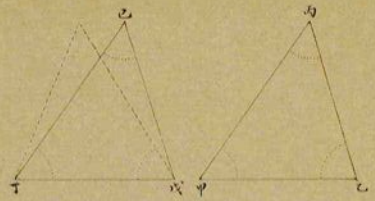
第六

凡形與別形合並。若俱恰相符。其度必等。將前節詳審之。而此節自明矣。

第七

兩三角形。三界線之度若各等。三角之度亦必各等。而此形內所函之處。亦為等也。設如甲乙丙。丁戊己。兩三角形之甲乙線。丁戊線。甲丙線。丁己線。乙丙線。戊己線。其度若等。則甲角。丁角。乙角。戊角。丙角。己角必各等。而甲乙丙三界所函之處。丁戊己三界所函之處。其度亦為等。何則。此三角兩形之甲乙線。與丁戊線。甲丙線。與丁己線。乙丙線。與戊己線合並之。必恰相符也。而各三線既恰相符。其各三角與各所函之處。必俱互相符也。既俱互相符。同第六節為各相等可知矣。





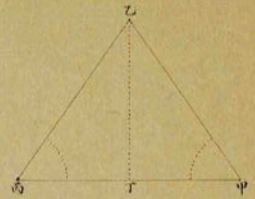
第八

三角兩形之凡一線若等。此相等線左右所生之二角若各等。其他線他角俱各等。則二形之度亦俱等也。設如甲乙丙。丁戊己。此兩三角形之甲乙線。丁戊線若等。而此二線左邊所成之甲角。丁角。右邊所成之乙角。戊角亦若等。則甲丙線度。與丁己線度等。丙乙線度。與己戊線度等。丙角與己角等。其甲丙乙形所函處之度。與丁己戊所函處之度俱等。

自然可得而知矣。何則。將甲乙線。置於丁戊線對驗。此二線度既相等。必恰符之。再將甲角置於丁角。乙角置於戊角。對驗。其度又等。亦恰符也。然既恰相符。其他線他角必俱符。兩形亦必成符矣。假若線不符。所云相等之角。亦必不符。或一線斜出。或一線偏入。然既斜出偏入。而其角原不等耳。非如是則此二形必恰符也。既俱恰符。同此卷第六節所云。俱等可知矣。

第九

三角形之二線若等。其底線之兩角度亦為等也。設如甲乙



丙三角形之甲乙。丙乙。兩線度若等。其甲丙底線之甲角。丙角度。亦為等也。何則。將甲丙底平作兩截。於丁處分之。自丁處至乙角画一直線。遂成甲乙丁。丙乙丁兩三角形。此兩三角形甲乙線。與丙乙線度。題既言等。又因將甲丙底線為兩平分。而甲丁。丙丁線度等。則乙丁為兼並線。此兩三角形。各三線之度俱等也。是以同此卷第七節所云。各角之度各為等可知矣。因其各角等。則甲角。丙角之度必等也。

第十

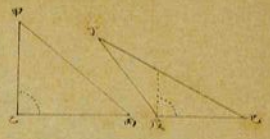
有兩邊線相等之三角形。若自上角至底線画一直線。將底線為兩平分。此線為上角之平分線。又為底線之垂線也。設如若甲乙。丙乙兩邊線度相等之一甲乙丙三角形。自此形之上角乙處。至底線丁處。画一直線。將甲丙底線兩平分之。為上乙角之平分。又為甲丙底之垂線。何則。画乙丁線。將甲乙丙三角形分之。為甲乙丁。丙乙丁兩三角形也。此兩三角形之各三界線度。同此卷第九節所云。為各相等可知矣。

再各角之度。同此卷第七節所云。為各相等可知矣。因其各相等。則甲乙丁角。丙乙丁角。於上乙角已為兩平分。而甲丁乙角。丙丁乙角既等。即同首卷之第十四節為兩直角也。因其為直角。同首卷之第十五節在甲丙底線。而乙丁為垂線也。

第十一

凡三角形之長界線必與大角相對。設如甲乙丙三角形之乙丙線。假若與甲丙線長。則乙丙線相對之甲角。必大於甲丙線相對之乙角。何則。乙丙線既長於甲丙。將乙丙線。照甲丙線度等截作丙丁線。再自乙甲丙角至丁處。画甲丁線。即成甲丙。丙丁兩界等之甲丙丁三角形。是以同此卷之第九節所云。甲丁丙。丁甲丙兩底角為相等可知矣。故甲丁丙角相等之丁甲丙角。原自乙甲丙角分之。而乙甲丙角。必大於甲丁丙。然此甲丁丙角。為甲乙丁小三角形之外角。同此卷第四節所云。內相對之甲乙丁。丁甲乙二角相平。因其為二角相平之角。則甲丁丙角。大於乙角可知。先既言乙甲丙角大於丁角。而乙甲丙角更大於乙角可得而知矣。

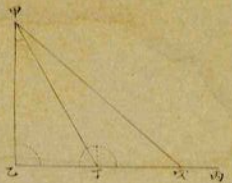
第十二



凡三角形內。必有二銳角。何則。此卷第三節曰。凡三角形將三角並之。必與二直角等也。故甲乙丙三角形。一乙角若直。將所餘甲角丙角並之。始與一直角等。然將二角並之。僅與一直角等。此二角若皆俱小於直角矣。因小於直角。即如首卷第十六節所云為銳角也。再丁戊己三角形之戊角。若鈍。則所餘之丁己角。愈小於直角。亦俱為銳角也。

第十三

凡自一點至一橫線。畫衆線。而衆線之內有一垂線。必短於他線。再自此點所畫之他線。與垂線相離愈遠。愈長也。設如

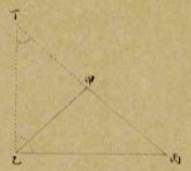


自甲點至乙丙線所畫之甲乙。甲丁。甲戊。幾線之內。甲乙為垂線。必短於甲丁。甲戊。再甲戊線與甲乙線相離既遠於甲丁。必更長於甲丁。何則。因甲乙為垂線。同首卷第十五節所云。而乙角為直角矣。為其為直角。則甲乙丁三角形內之乙丁甲。乙甲丁二角。同此卷第十二節俱為銳角也。為其為銳角。小於乙直角矣。使乙角若大於甲丁

乙角。則與此相對之甲丁線。與甲丁乙小角相對之甲乙線。為長。此卷第十一節。已既言矣。再甲丁戊外角。等與甲乙丁。乙甲丁二內角。於第十節亦已既言。而此甲丁戊一外角。必大於甲乙丁一內角。因其為大。故與此相對之甲戊線。亦大於甲乙丁小角。相對之甲丁線。即同於此卷第十一節可得而知矣。

第十四

凡三角形。將二界線並之。必長於所餘之一界線。設如若甲乙丙三角形。將甲乙。甲丙二界之線並之。必長於乙丙。何則。



自丙甲線。加乙甲相等度。引至於丁處。則丙丁線度。必與甲乙。甲丙二線相加之度等。繼而自丁至乙處。画一線。又成一甲乙丁三角形。因此三角形之甲乙。甲丁二線等。則甲乙丁。甲丁乙二角之度。與此卷之第九節所云等也。為其相等。而丁乙丙角。必大於丁角。可知。因其大。同此卷之第十一節。與此相對之丁丙線。必長於丁角相對之乙丙線可知。其丁丙線。既言與甲乙。甲丙二線相加之度等。則丁丙線必長於乙丙。是以甲乙丙三角形。若將甲乙。甲丙二

線並之。亦長於乙丙線可知矣。所以凡自一点。又至一点画幾線。其各線之内。惟一線直而甚短。其他線長而俱曲矣。