幾何原本卷三

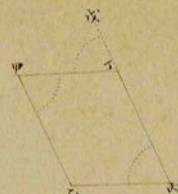
此卷之論自四邊形起至於多邊形

第一

凡四邊之四角形。有五種。若四邊線等。而角度亦等者。謂四方形。若四角直而兩線短兩線長者。謂長方形。若四邊度等而角不直者。謂等邊斜形。若兩線長兩線短而角不直者。謂每兩等邊斜形。此以上四形。俱自平行線出者。再若四邊不等。亦不平行。而其四角之度又不相等者。謂無法形。

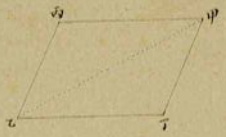
第二

凡四邊平行線形。其角之各兩對角必俱相等。設如若甲乙丙丁四邊平行線形。其甲角度。即與丙角度等。何則。若自丙丁線引於戊處作線。即同首卷第三十節其尖錯交丁角之度。與甲角等。又如首卷第二十九節一邊內外丙丁二角之度為等也。是以甲丁二角既等。丁丙二角又等。其丙角相對之甲角自然相等。若然。則丁乙兩相對角亦自然等矣



第三

凡四邊形。自甲角至相對乙角作線。謂之對角線。

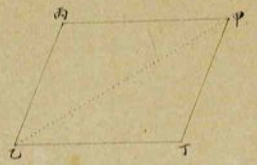


第四

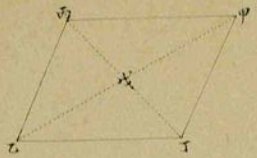
凡對角線。必將平行線四邊形為兩平分。設如若甲丙乙丁四邊形。其甲乙對角線。即平分出丙甲乙。甲乙丁兩三角形。何則。此甲丙乙丁四邊形相對之丙丁二角。必同此卷之第二節為等。其尖錯交丙甲乙甲乙丁之二角。又於首卷

之第三十一節同等。再甲乙乙甲因其相兼為等。是以所成之丙甲乙。甲乙丁。兩三角形。必於二卷第八節為等也。因此兩形為相同。故甲乙線將四邊形。自對角為兩平分可知矣。

第五



凡平行四邊形。兩平行線度俱等。設如若甲丙乙丁四邊形之丙甲線。與乙丁線度等。丙乙線與甲丁線度等。何則。此卷第四節既云。丙甲乙甲乙丁兩三角形既為等矣。其丙甲乙丁二線。丙乙。甲丁二線。俱為各相等角。所對之線。故同於二卷第八節為等也。

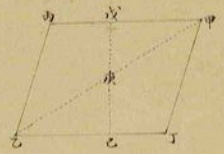


第六

平行線之四邊形。其兩對角線相交處。平分二線之正中。設如若丙丁。甲乙二線。於戊處交羅。則丙戊。戊丁二線等。甲戊。戊乙二線亦等。何則。丙戊乙。甲戊丁兩三角形之丙乙。甲丁二線為平行線。與此卷之第五節同。再丙乙戊。戊甲丁二角。為平行線內相對之錯角。故與首卷第三十一節同。再乙丙戊。甲丁戊

二角亦與此同。其丙乙。甲丁二線既等。此各
甲丙丁甲丁乙相對之錯角又等。即同二卷第八節丙乙戊。
丁甲戊二等角相對之戊丙。戊丁二線度為
等。甲丁戊。乙丙戊二等角相對之戊甲。戊乙
丙乙甲丁乙
二線度為等。若然。則甲乙。丙丁之對角所交
甲丙丁甲丁乙。雖二線於戊處為兩平分可得而知矣。

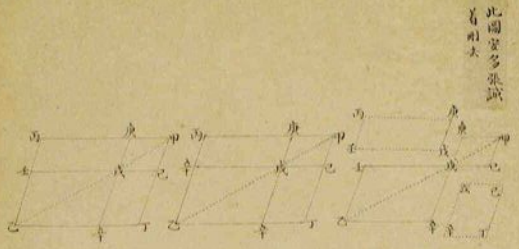
第七



凡四邊形之對角線。或縱或橫。若於正中截
開。將四邊形為兩平分。設如甲乙之對角線。
画戊己線於庚處截開。則丙戊己乙一段。甲
戊己丁一段為兩平分。何則。將戊己線於甲
乙線正中截開。而戊甲庚。庚乙己兩三角形之甲庚。庚乙二
線為等。而戊甲庚。己乙庚之兩角。又為平行線內之交叉錯
角。同於首卷第三十一節為相等。再甲庚戊。乙庚己二尖所
合之角。同於首卷第二十二節亦為等。故同於二卷第八節

此兩三角形度必定俱相等。又同於三卷第四節所云。甲乙對角線。將甲丙乙丁四邊形為兩平分。其甲丙乙。甲乙丁兩三角形度既等。將此兩等三角形。相等截開。自甲丙乙形減去甲戊庚。自甲乙丁形減去乙己庚。則所減之甲戊庚。乙己庚為等。所存之甲庚己丁。乙庚戊丙二形度亦等。若將所減相等之甲戊庚。乙己庚更換移入。原係相等所成之甲戊己丁。丙戊乙己兩四邊形亦為等也。因其所成俱如此之等。故甲丙乙丁之四邊形。而戊己線為兩平分也。

第八

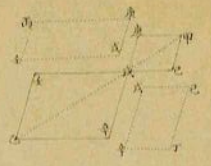


四邊形若於對角線。不拘何處交加。在界作二平行線。即成四四邊形。設如甲丙乙丁四邊形。於對角線之戊處交加。同邊界作二平行線。即成甲戊。戊乙。丙戊。戊丁。四四邊形。此中之甲戊。戊乙二形。謂對角線內之形。丙戊。戊丁二形。謂對角線旁餘之形。

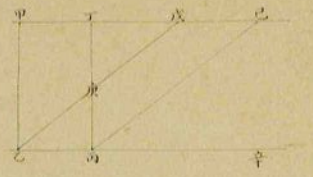
第九

凡四邊形對角線旁。餘兩四邊形俱相等。設如丙壬戊庚。戊辛丁己兩形之分等。何則。甲

丙乙丁之全形。同三卷第四節於甲乙對角線為兩平分。所成之甲丙乙。甲丁乙兩大三角形等。則甲庚戊。甲己戊兩小三角形亦等。而戊壬乙。戊辛乙兩三角形亦等。茲甲丙乙。甲丁乙兩大三角形內之。甲庚戊。甲己戊為兩等三角形。再減相等戊壬乙。戊辛乙兩三角形。所餘對角線旁丙壬庚戊。戊辛丁己兩四邊形定等。可得知矣。

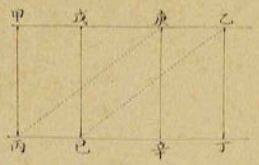


第十



兩平行線內。凡同底所有之四邊形。其面積俱等。設如甲己。乙辛兩平行線內。同乙丙底之甲乙丙丁。戊乙丙己兩平行四邊形必等。何則。試察甲乙戊。丁丙己兩三角形。其甲丁。戊己二線之度同。三卷第五節。俱與乙丙平行線為等。故互相等也。若於甲丁。戊己二線每加一丁戊線。即甲戊。丁己兩線俱等。因甲乙丙丁之四邊形為平行線。則所各相對之線同。三卷第五節亦俱等。再戊甲乙。己丁丙二角。為甲乙。丁丙平行線一邊之內外角。同首卷

第三十節亦為等。若然則甲戊乙丁己丙兩三角形。同二卷第八節俱為等矣。自此兩三角形。減去丁戊庚。所存之甲乙庚丁。戊庚丙己二形俱等。於此所存之二形每加一庚乙丙形。此甲乙丙丁。戊乙丙己平行線之兩四邊形。在兩平行線內同出於一底。故。題言二形之面積相等矣。

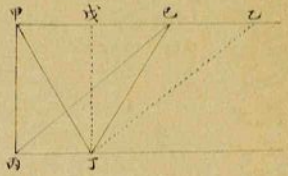


第十一

兩平行線內。其底度若等。凡有之四邊形面積俱等。設如甲乙。丙丁二平行線內。而丙己。辛丁兩底度等。則所有之甲丙己戊。庚辛丁乙平行線兩四邊形面積俱等。何則。自丙己底至庚乙作二直線。即成一庚丙己乙平行線四邊形。則甲丙己戊。庚丙己乙平行線兩四邊形。既同出於丙己之底。即同此卷第十節兩形面積俱等矣。其庚辛丁乙。庚丙己乙兩形既同出於庚乙之底。即猶前兩形面積亦俱等矣。是以甲丙己戊。庚辛丁乙兩形之面積。與庚丙己乙之面積等。所謂其底度若等。所有之兩形必等不爽矣。

第十二

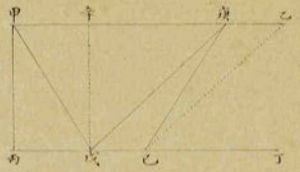
兩平行線內若同底。凡。所有各種三角形之面積俱等。設如



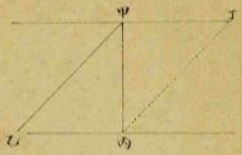
甲乙。丙丁兩平行線內。其同丙丁底所有之甲丙丁。己丙丁兩三角形之面積必等。何則。自丁至戊作一直線。與甲丙平行。再自丁至乙作一直線。與己丙平行。即成甲丙丁戊。己丙丁乙平行線兩四邊形。此二形既同出於丙丁底。與此卷第十節所云。其面積俱等。而甲丙丁。己丙丁兩三角形。與此卷第四節所云。將甲丁。己丁兩對角線為兩平分。俱是相等四邊形之一半。因其為一半。而兩三角形之面積。亦相等矣。故。題言兩平行線內若同底。

凡所有各種三角形之面積俱等也。

第十三



二平行線內其底度若等。凡所有之三角形其面積俱等。設如甲乙。丙丁二平行線內。其丙戊。戊己兩底度若等。則所有之甲丙戊。庚戊己兩三角形之面積必等。何則。自戊至辛作一直線。與甲丙平行。又自乙至己作一直線。與庚戊平行。即同此卷第十一節。成相等面積之兩四邊形。故甲丙戊。庚戊己兩三角形。為相等面積兩四邊形之各一半。是以謂此兩三角形之面積必等也。

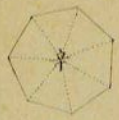


第十四

兩平行線內有一四邊形。一三角形。若同在於一底。其三角形必是四邊形之一半。設如若甲乙丙三角形。為同底。所有之甲乙丙丁四邊形之一半。

第十五

有五邊者謂五角形。有六邊者謂六角形。自此以上而邊多者俱依此而名之。總謂衆角形。



第十六

凡衆角形。自角至心作線。有幾界。即成幾三角形。設如於辛形內。若自心至邊七角。作七線。即成七三角形。

第十七

欲知衆邊形角度之數。將邊數加一倍。於得總數內減四。其所餘之數為直角數。即為衆角度也。設如辛形之七邊。於七邊數加一倍共為十四。將十四減四。所餘之十為直角數。

即為此形七角之總度也。何則。假如辛形自心處至七角。作七線成七三角形。二卷第三節既云。凡三角形之三角與二直角等。而此七三角形。共與十四直角等。再七三角形。其辛心所有之七角。首卷第二十一節。既云與四直角等。將十四直角減四直角。即餘十直角矣。若然。則凡衆邊形之衆角度必可知也。